

## EXPLORANDO LA FORMACIÓN INICIAL. REFLEXIÓN SOBRE EL DISEÑO Y APLICACIÓN DE UNA SITUACIÓN DE MODELACIÓN ESCOLAR

**María Esther Magali Méndez Guevara**

Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero (México)

mquevara83@gmail.com

**Palabras clave:** modelación escolar, argumentos, profesionalización docente

**Key words:** modelling for school, reasoning, teachers' professionalization

**RESUMEN:** Se reporta un acercamiento a la formación inicial de profesores de matemáticas desde una categoría de modelación escolar. Se buscó incluir dicha categoría en las prácticas docentes de los futuros profesores, esto mediante experiencias vividas en sus cursos habituales de metodología, el desarrollo y análisis de diseños basados en la modelación escolar y el rediseño o diseño de situaciones propias. Entre los resultados obtenidos están los referentes a su concepción sobre la matemática Educativa y su labor como docente, además del desarrollo de sus saberes matemáticos.

**ABSTRACT:** This report is an approach to preservice teachers of Mathematics from a category of modeling school. We sought to include the above mentioned category in the educational practices of the future teachers, this by means of experiences lived in his habitual courses of methodology, the development and analysis of designs based on the school modeling and the redesign or design of own situations. Among the obtained results, those relating to his conception on the Educational Mathematics and his labor as teacher, besides the development of his mathematical knowledge.

## ■ INTRODUCCIÓN

Esta investigación fue un primer acercamiento formación inicial docente, teniendo en cuenta tres aspectos que dieron contexto a esta:

El primero fue reconocer que todo Sistema Educativo Nacional se hace explícito ante el quehacer de sus profesores, pues son ellos quienes ponen en juego los elementos que se proponen en este, desde ahí que sea preciso desarrollar investigación en torno a la profesionalización de los docentes y cómo se puede lograr esta desde la formación inicial y continua de estos actores. Aquí se evidencia un problema; a pesar de las reformas que se proponen desde el Sistema Educativo, estas no trascienden pues hace falta modificar la práctica de formación docente, de manera que rompa con el rol pasivo de los docentes y en su lugar se promueva un profesional crítico capaz de comprender los cambios y adaptarse a ellos (OREALC/UNESCO, 2006). Al respecto incluir la investigación en la formación inicial puede ser un medio que propicie el desarrollo profesional y promueva al profesor como un actor capaz de adaptarse a los cambio, construir lo necesario y responder a las necesidades que la sociedad y el sistema le demanda. Sin embargo, la investigación en la formación inicial de futuros profesores de ciencias o en particular de la matemática, es poco frecuente y además poco valorada (Solís-Espallargas, Escriva & Rivero, 2015).

El segundo aspecto, se toma de las aportaciones de investigaciones en la línea de formación docente, más que aspectos teóricos, nos focalizamos en los métodos que han permitido conocer; las concepciones, creencias, conocimientos profesional deseable o los tipos de conocimientos que los docentes deberían tener (Moreno & Azcárate, 2013; Crespo & Micelli, 2013; Sosa & Ribeiro, 2015; Godino, 2009), rescatamos como fundamental aquellos que propician la reflexión sobre la práctica docente (Parada & Pluinage, 2014), el análisis de su quehacer docente de forma crítica (Climent, Romero-Cortés, Carrillo, Muñoz-Catalán & Contreras, 2013) y consideramos impórtate gestionar la problematización de los saberes matemáticos escolares (Reyes & Cantoral, 2014) en la formación inicial del profesor de matemáticas.

Así se desarrolló una investigación con estudiantes de un curso de metodología de la enseñanza de las matemáticas I y II, cuyo trabajo se concreto, desarrollo y reporto en los meses finales de cada curso a modo de trabajo final. La pregunta que motivo esta exploración fue ¿cómo incluir un resultado de investigación en Matemática Educativa en la formación de profesores de Matemáticas de manera que este pueda trascender en su práctica docente?. En concreto exploramos ¿cómo incluir una categoría de modelación escolar en las prácticas docentes?. Así consideramos necesario propiciar una reflexión en torno a sus saberes matemáticos, su quehacer profesional y analizar un ejemplo específico de su futura práctica docente, la planeación de una clase.

Nuestro tercer aspecto, fue el instrumento fundamental en el estudio, aquel que provocó la problematización del saber matemático escolar (Reyes & Cantoral, 2014), una categoría de modelación para la matemática de la escuela (Méndez & Cordero, 2014) para tratar situaciones específicas, aquí se reporta el caso de la integral definida (Tocto & Méndez, 2015).

## ■ ELEMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS

Desde la formación inicial consideramos algunos elementos que la UNESCO (OREALC/UNESCO, 2006) encontró importantes en el análisis de modelos innovadores de la formación inicial de

docentes que realizo en países seleccionados de América Latina y Europa: 1. *El planteamiento de una nueva relación dialéctica entre la teoría y la práctica*, es decir en nuestra exploración nos dimos a la tarea de dar conocer metodologías para el diseño de actividades matemáticas como la ingeniería didáctica (Artigue, 1995) enfatizando en la realización de un diseño y la exploración de este; 2. *Fomentar la investigación en la formación inicial de docentes como una manera de reorientar la reflexión y la mejora de la docencia*, nuestro labor fue, una vez que se exploró el diseño propiciamos la fase de reflexión sobre este, tanto en el alcance de sus objetivos como en el rol que ellos tuvieron; 3. *Fomentar un enfoque transdisciplinar*, la actividad promovió enlazar elementos de la matemática y la física como medio contextual para el diseño; 4. *Combinar una formación generalista de base, con una especialización final*, en este sentido no es solo formar matemáticamente sino como profesional de la matemática educativa; 5. *Impulsar procesos de construcción social*, para esto se gestiono actividades que les hicieran vivir procesos de construcción de saberes matemáticos y reflexionar sobre los procedimientos que emergen en estas construcciones, para ello la categoría de modelación escolar (Méndez, 2013) fue eje; 6. *Aprovechar las potencialidades de las tecnologías de la información y la comunicación para flexibilizar la oferta*, se aprovecho el Facebook para mantener un grupo abierto, en donde se comentarían dudas o compartiera información para el desarrollo de sus actividades.

De la literatura sobre formación inicial, concordamos con Llinares (1990) y García, Azcárate y Moreno (2006), en que uno de los elementos determinantes en las prácticas profesionales de los profesores es la forma en cómo ellos conocen la matemática escolar y sus concepciones con respecto a su aprendizaje, y la naturaleza misma de las matemáticas. Por tal motivo, la etapa de formación inicial y, a mi consideración, en las unidades de aprendizaje que correspondan a metodologías, didáctica y/o Investigación son cruciales para incluir a nuestros estudiantes para profesor en la reflexión sobre sus saberes matemáticos, las formas de aprender-enseñar matemáticas, la función y valoración de los instrumentos de aprendizaje y el análisis de sus prácticas docentes en relación a las producciones que propiciaron.

En este primer acercamiento seguimos cuatro fases a lo largo de dos unidades de aprendizaje (figura 1); La primera fase promovió como una de las tareas del curso, realizaron actividades específicas de diseño y análisis, sobre alguna temática de cálculo, siguiendo las fases de la teoría de situaciones didácticas y se realizo un previo de esta actividad siguiendo una de las fases de la ingeniería didáctica. En la segunda fase los estudiantes fueron partícipes de una puesta en escena de situaciones de modelación, los diseños fueron de corte Socioepistemológico y uno de ellos trato sobre la integral indefinida (Tocto & Méndez, 2015), con los estudiantes se discutió; sus producciones matemáticas, los objetivos de cada situación, el eje de los diseños es decir la modelación escolar, el rol de los actores en el desarrollo del diseño y, grosso modo, los elementos teóricos que sustentaban la categoría. La tercera fase fue dar a conocer algunos métodos de recolección y análisis de datos cualitativos que permitieron validar el diseño y reflexionar sobre la práctica docente para esto nos enfocamos principalmente en el análisis de vídeos de clase (Climent, *et.al.*, 2013), esto con el objetivo de que ellos rediseñaran o diseñaran su primera versión de actividad matemática para después ejecutar la ingeniería didáctica y validar el diseño, el trabajo culminó en un reporte escrito y una presentación oral en algún evento de la comunidad de matemática educativa, la cual podría ser: la Jornada Científico Estudiantil que realiza nuestra Unidad Académica, el Congreso Nacional de la Sociedad Matemática, la Escuela de Invierno en

Matemática Educativa y/o la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, todo esto porque en dichos eventos las propuestas son evaluadas y validadas por personas externas a quienes realizamos este proyecto.

Figura 1.

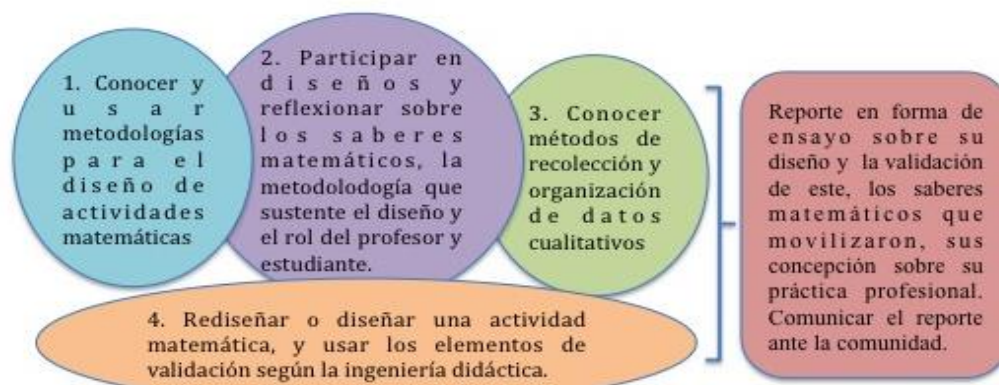


Figura 1. Esquema general de las fases del proyecto

Los aspectos teóricos para la formación inicial de profesores son diversos pero coincidimos con Freudenthal (1991, citado en Alsina, 2010) quien argumentaba que el conocimiento sobre la práctica educativa tiene que ser un conocimiento creado por las personas en formación y no un conocimiento creado anteriormente por terceros y transmitido por ellos. De tal modo, que es determinante incluir a quien se forma, en el desarrollo de sus conocimientos y cómo él puede provocarlos, esto va a llevar a problematizar sus saberes matemáticos y didácticos, en concordancia con esto estuvieron planeadas nuestras fases.

Otro elemento que se considero es el análisis del discurso pues este favorece la interacción social y una mejor predisposición de los estudiantes al aprendizaje matemático (Alsina, 2010). Así cuando se estudia a la formación inicial de profesores de matemáticas, la reflexión sobre la experiencia profesional constituyendo al desarrollo de conocimiento matemático y pedagógico de los profesores, pues le permite reconocer elementos puntuales sobre su práctica docente y esto lleva a modificar sus esquemas sobre la enseñanza (Parada & Pluvina, 2014).

En esta exploración tratamos de articular los elementos citados anteriormente considerando que esto permitiría la problematización de saberes matemáticos (Reyes & Cantoral, 2014) y podría dar pie a nuevas prácticas docentes, esquemas sobre el rol del profesor y formas de desarrollar conocimiento.

El medio que permitió problematizar los saberes matemáticos es una categoría de modelación para la matemática escolar, la cual se nombro categoría de modelación escolar (Méndez, 2013), esta funciona como el argumento que organiza patrones de comportamientos involucrando las condiciones iniciales o criterios de una situación específica, favoreciendo la constitución de conocimientos matemáticos. Los elementos principales de esta categoría son; la experimentación o experiencia evocada de donde se obtienen o tienen sentido los datos expresados en gráficas o tablas numéricas, las cuales al ser usadas para describir o analizar comportamientos locales y globales de lo estudiado se transforman en un modelo, además al querer predecir a corto o largo

plazo (o aproximar a un valor específico) promueve la formulación de expresiones algebraicas o analíticas siendo estas un conjunto que simboliza las condiciones iniciales y el comportamiento general de la situación estudiada. Todo esto se hace tangible en los diseños de situación, y para la experiencia que reportamos se usó esta categoría de modelación escolar para provocar el desarrollo de argumentos sobre la integral definida desde el uso de las gráficas.

En este escrito comparto el caso de Manuel un estudiante de la licenciatura en Matemáticas, con perfil en Matemática Educativa. Quien realizó una exploración de su diseño con jóvenes de la licenciatura de matemáticas de primer año.

### ■ RESULTADOS Y REFLEXIONES

Los resultados que comparto fueron analizados en dos direcciones; desde el profesor en formación y desde mi rol como docente-investigador.

#### Desde el profesor en formación

Desde la experiencia de Manuel, su trabajo final consistió en elaborar un diseño de una situación de aprendizaje tomando en cuenta a la modelación escolar como marco referencial (Méndez & Cordero, 2014) para provocar los usos de gráficas- elementos numéricos - analíticos que resignificarán la integral definida.

De tal manera que Manuel rediseñó una situación basada en el diseño de Tocto y Méndez (2015), con el objetivo de que los participantes desarrollarán argumentos de la integral definida mediante el análisis local de las gráficas y la caracterización de su comportamiento por intervalos. Estos argumentos podrían ser expresados mediante la modelación de los datos gráficos, aplicando nociones de geometría analítica y cálculo. O bien mediante el uso del área bajo la curva, estudiando principalmente el uso de las nociones más que la “correcta aplicación de estas”.

El diseño planteó el análisis de una situación que consiste en el llenado de dos tambos que son colocados debajo del canal de una casa (Figura 2), uno en la ciudad Taxco de Alarcón y otro en Iguala de la Independencia. Y se proporcionan gráficas que muestra el incremento por minuto del llenado de los tambos en un día lluvioso por un periodo de una hora, y desde el análisis de estas se pide responder a seis preguntas.

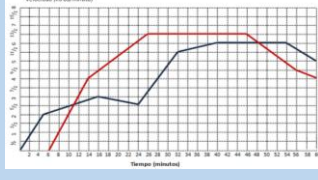
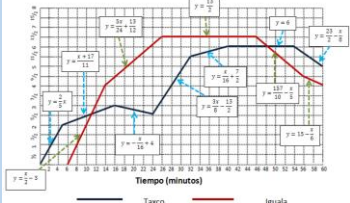
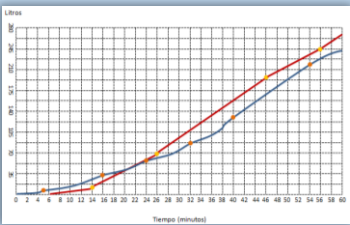
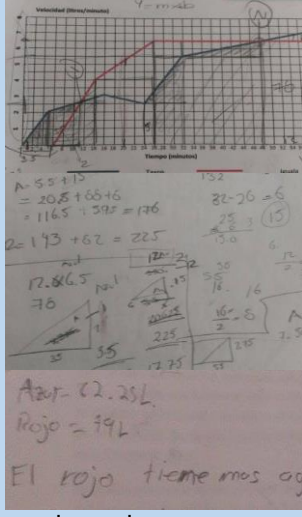
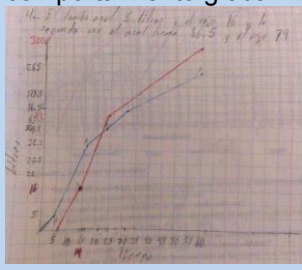
**Figura 2.** Canal de agua



Para Manuel, la evaluación del diseño fue; este logró provocar el análisis de la situación de manera que se comprende la importancia de las condiciones iniciales de la situación, la valoración de los comportamientos locales y provocar en los participantes los usos de sus saberes hasta la construcción



de los modelos de funciones lineales y constantes. Agrego a su informe final una tabla que muestra; el diseño, lo que el esperaba que los participantes hicieran y lo que realmente sucedió, a continuación tomo algunos elementos de la tabla original de Manuel

Lo que planteó	Lo que esperaba	Lo que aconteció
 <p>Según las gráficas, 1. ¿en algún momento los recipientes se llenaran a la misma velocidad?, si es así, ¿cuántos litros tendrá cada tambor?, 2. “a los 26 minutos ¿qué tambor tiene más agua?”, 3. “¿en algún instante los tambos tendrán el mismo contenido de agua? si es así, ¿cuántos litros tendrá?”, 4. “¿cuántos litros de agua tendrá cada tambor desde que por primera vez tienen la misma velocidad de llenado hasta la segunda vez que tienen la misma velocidad?” 5. “expresa en una gráfica la forma en la cual se fueron llenando los tambos” y 6. “¿qué tambor se llenó más?”.</p>	 <p>Si usaban sus saberes escolares esperaba que identificarán las funciones a trozos de la gráfica, y después calcularan la integral definida, por ejemplo para la pregunta 2, si se calcula la suma de las integrales definidas de las funciones de Taxco: <math>\int_0^5 \frac{2}{5}x dx + \int_5^{16} \left(\frac{x+17}{11}\right) dx + \int_{16}^{24} \left(-\frac{x}{16} + 4\right) dx + \int_{24}^{26} \left(\frac{3x}{8} - \frac{13}{2}\right) dx = 60 \frac{1}{4}</math> Después se calcula la suma de las integrales definidas de las funciones de Iguala: <math>\int_6^{14} \left(\frac{x}{2} - 3\right) dx + \int_{14}^{26} \left(\frac{5x}{24} + \frac{13}{12}\right) dx = 68 \frac{1}{6}</math> Entonces hasta el minuto 26 el tambor de Iguala se ha llenado más que el de Taxco. La otra opción es que se calculará por aproximación con el área bajo la curva de cada sesión. Con respecto a la respuesta 5, se pretendía que la gráfica expresará los comportamientos globales.</p> 	<p>Usaron la noción de área bajo la curva para calcular litros.</p>  <p>con lo cual se aproximaron a los resultados esperados. Sin embargo fueron más semejantes las gráficas que expresaron el comportamiento global.</p> 

De la tabla anterior noten cómo pone él en juego sus saberes sobre integral definida, aunque cabe mencionar que cuando él estuvo en el rol de estudiante realizando el diseño de Tocto (Tocto & Méndez, 2015) no usó esto sino el área bajo la curva, lo cual nos deja ver que aún sigue privilegiando los argumentos tradicionales por sobre los funcionales. Durante su exploración del

diseño, se sorprendió cuando a los participantes les fue más útil el cálculo del área por sobre la integral definida, pero comprendió que entonces hace falta “algo” más para tratar esto. Además, el mismo reflexionó sobre lo que este trabajo le dejó:

*...lo puedo decir es que logre fortalecer mis conocimientos, además de que me ha servido como una plataforma para realizar investigaciones futuras...*

*... logre obtener experiencia en el proceso de enseñanza – aprendizaje mediante el uso de actividades de aprendizaje...*

### ■ DESDE MI ROL DE PROFESOR-INVESTIGADOR

El desarrollo del proyecto me permite asentar que incluir a la investigación en la formación inicial permite a los jóvenes reconocer sus fortalezas y debilidades con respecto a sus saberes matemáticos, comprender en el uso las metodologías y valorar su práctica profesional. Además el diseño de una situación de aprendizaje formulado por ellos resulta ser un reflejo de sus saberes matemáticos, su comprensión teórica-metodológica.

Otro punto importante y motivante para los jóvenes es lograr tener un proyecto que compartir a la comunidad, es decir, esto los hace sentirse parte de la comunidad de matemáticos educativos.

En determinante voltear la mirada a la formación inicial de profesores de matemáticas, pues es cuando se quiere o se puede incluir elementos de la investigación en los programas de estudio. Es decir se requiere planear un proyecto de investigación con elementos específicos a problematizar desde un conjunto de unidades de aprendizaje, más que un seminario final de tesis, se requiere de un trabajo transversal a su trayectoria académica.

Agradecimientos. Se agradece al programa para el desarrollo profesional docente, para el tipo superior, por el financiamiento al proyecto "Modelación escolar y la construcción social de conocimiento matemático" con folio UAGRO-PTC-052.

### ■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alsina, A. (2010). El aprendizaje reflexivo en la formación inicial del profesorado: un modelo para aprender a enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, 22, (1) 149-166.
- Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En P. Gómez (Ed.) *Ingeniería Didáctica en educación matemática* (pp. 33-59). Una empresa docente & Grupo editorial Iberoamérica, México
- Crespo, C. & Micelli, M. (2013). Representaciones y creencias de futuros docentes sobre la matemática. *Revista Premisa*, 15(59), 3-20.
- Climont, N., Romero-Cortés, J., Carrillo, J., Muñoz- Catalán, M. & Contreras L. (2013). ¿Qué conocimiento y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula?. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 16 (1), 13-36.
- García, L., Azcárate, C, & Moreno, M. (2006). Creencias, concepciones y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9 (1), 85-116.

- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de educación Matemática*, 20, 13-31.
- Llinares, S. (1990). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 92-101.
- Méndez, M. (2013). *Desarrollo de red de usos del conocimiento matemático: la modelación para la matemática escolar*. (Tesis no publicada de doctorado). Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Méndez, M. y Cordero, F. (2014). La modelación. Un eje para la red de desarrollo de usos. En Lestón, P. (Ed.). *Acta latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 27, (1603-1610). México, DF: Colegio de Matemáticas Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Moreno, M. & Azcárate, C. (2013). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias*, 21 (2), 265-280.
- OREALC/ UNESCO. (2006). *Modelos innovadores en la formación inicial docente*, en J. Murrillo (Coord.). Chile. ISBN: 956-8302-57-3
- Parada, S. & Pluvillage F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17 (1), 83 -113.
- Reyes, D. & Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático. *Bolema*, 28(48), 360-382.
- Solís - Espallargas, C., Escrivá, I. & Rivero, A. (2015). Una experiencia de aprendizaje por investigación con Cajas negras en formación inicial de maestros. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* 12(1), 167-177, 2015.
- Sosa. L. & Ribeiro, M. (2015). El conocimiento profesional como característica distintiva de profesionalización docente en la formación de profesores. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa, Educación*. Periodo: Enero – Junio. 1-19.
- Tocto, M. & Méndez, M. (2015). Modelación y la emergencia de la integral. En R. Flores (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18, 914-920. México, DF: Colegio de Matemáticas Educativa A.C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.