

UN ESTUDIO CUANTITATIVO DEL CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO DEL MAESTRO DE MATEMÁTICAS Y SU “SABER ACTUAR” EN EL AULA

María D. Cruz Quiñones, Mourat Tchoshanov, Osiel Ramírez, Sergio Flores

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez (México), University of Texas (El Paso, EUA)

maria.cruz@uacj.mx, mouratt@utep.edu, osiel.ramirez@uacj.mx, seflores@uacj.mx

Palabras clave: El conocimiento del maestro, el saber actuar, análisis correlacional, tipo cognitivo del conocimiento matemático del maestro

Key words: Teacher content knowledge, knowing-to act, correlational analysis, cognitive type of the Mathematical teacher content knowledge.

RESUMEN: El objetivo de este estudio fue medir el conocimiento del contenido matemático del maestro de secundaria y su relación con el “saber actuar” del maestro. La pregunta de investigación es: ¿Qué tan asociados están los tipos cognitivos del conocimiento matemático con el “saber actuar” del maestro? Un estudio correlacional se desarrolló para establecer la relación entre estos dos tipos del conocimiento del maestro. Dos encuestas se aplicaron a 70 maestros de secundaria en la frontera norte de México. Una encuesta mide el conocimiento del contenido matemático del maestro (TCKS) y la otra examina el “saber actuar” (KtAS) del maestro.

ABSTRACT: The purpose of this study was to measure the content knowledge of mathematics middle school teachers and seek for its association with their “knowing-to act”. The research question is: to what extent are the cognitive type of mathematical content knowledge associated with the “knowing-to act” of middle school teachers? The correlational study was conducted to look for the association between these two kinds of teacher knowledge. Two surveys were administered to 70 middle school teachers in a border city between Mexico and the United States. The Teacher content knowledge survey measures the mathematical content knowledge of the teachers. The knowing-to act survey measures the “knowing-to act” of the participating teachers.

■ CONTEXTUALIZANDO EL PROBLEMA

El conocimiento del maestro es un tema fundamental para la enseñanza, aprendizaje y cultura. El proceso de enseñanza y aprendizaje es un aspecto crítico para moldear la cultura de las personas. Por lo tanto, enfocarse en componentes de este proceso como lo es el conocimiento del maestro es relevante para el campo educativo. Debido a que el conocimiento del maestro tiene un impacto en el aprendizaje de los estudiantes, investigar acerca del conocimiento del maestro es una línea de investigación digna y valiosa de estudiar. En los últimos 25 años, un creciente número de estudios enfocados a investigar el conocimiento del maestro han sido desarrollados (Shulman, 1986; Taylor, 2011; Tchoshanov, 2011).

Sin embargo, el conocimiento del maestro es muy amplio e incluye diferentes tipos de conocimiento. El análisis y la clasificación de los diferentes tipos de conocimientos que un maestro debe tener para enseñar matemáticas efectivamente es relevante para los maestros, los programas de formación docente, investigadores educativos y las autoridades educativas que crean y promulgan políticas y/o reformas educativas. Las clasificaciones y conceptualizaciones del conocimiento del maestro permitirán a maestros frente a grupo o estudiantes-maestros (estudiante que estudia para ser docente) estar conscientes del conocimiento que se necesita tener como conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas. Basándose en investigaciones enfocadas a esta línea de investigación, autoridades educativas y programas de formación docente podrán tomar decisiones acerca de cómo los maestros deben estar preparados para ayudar a sus estudiantes a aprender matemáticas.

En el área de la matemática educativa, investigadores han estudiado cierto tipos del conocimiento del maestro y sus componentes (An, Kulm, y Wu, 2004; Davis y Simmt, 2006; Tchoshanov, 2011). Algunas categorizaciones del conocimiento del maestro en matemáticas son: el conocimiento del contenido matemático del maestro (Tchoshanov, 2011); el conocimiento pedagógico del contenido (An et al., 2004); el conocimiento del currículo de matemáticas (Ball, Thames, and Phelps, 2008; Shulman, 1986); el “saber actuar” (Mason, 1998); entre otras. La compleja naturaleza del conocimiento matemático para la enseñanza de matemáticas pone a prueba a investigadores educativos a investigar y definir con precisión cada tipo del conocimiento del maestro. Además, las interacciones entre estos tipos de conocimiento del maestro son cruciales como parte del conocimiento base para la enseñanza de las matemáticas. Es por ello, que investigadores han reconocido la importancia de esta línea de investigación y se han enfocado en estudiar algunas de las interacciones entre tipos de conocimiento (An et al., 2004; Koehler y Mishra, 2009). Por lo tanto, más investigación es necesaria acerca de la naturaleza de las interacciones entre tipos de conocimiento matemático del maestro. Adicionalmente, saber qué tipos de conocimientos tienen una influencia directa en la práctica docente puede ayudar a mejorar los programas de formación docente y las prácticas de la enseñanza de matemáticas. Esta investigación provee argumentos a los programas de formación docente y a las autoridades educativas para tomar decisiones importantes acerca de lo que los maestros necesitan saber para enseñar matemáticas en una manera efectiva.

El objetivo de este estudio fue medir el conocimiento del contenido matemático del maestro de secundaria y su relación con el “saber actuar” del maestro. La pregunta de investigación es: ¿Qué tan asociados están los tipos cognitivos del conocimiento matemático con el “saber actuar” del maestro?

■ MARCO TEÓRICO

Esta investigación se fundamenta en el modelo del conocimiento del maestro desarrollado por Shulman (Shulman, 1986 y 1987). Shulman (1986) distinguió tres categorías del conocimiento del maestro: a) conocimiento del contenido; b) conocimiento pedagógico del contenido; y c) conocimiento de la currículum. Él definió el conocimiento del contenido como “la cantidad de organización del conocimiento como tal en la mente del maestro” (Shulman, 1986, p.9). Esta categoría de conocimiento incluye tres tipos cognitivos de conocimiento matemático (Tchoshanov, 2011): el tipo cognitivo 1 (se refiere al conocimiento del contenido matemático del maestro sobre hechos, datos, y procedimientos); el tipo cognitivo 2 (es el conocimiento de conceptos y conexiones matemáticas); y el tipo cognitivo 3 (conocimiento de modelos matemáticos y generalizaciones).

El tipo cognitivo 1 es el conocimiento que requiere la memorización y aplicación de reglas, datos y algoritmos básicos de matemáticas para resolver procesos rutinarios. Por ejemplo la memorización de la regla de la división de fracciones. El tipo cognitivo 2 es diferente del conocimiento del tipo 1 en el sentido de que este tipo se enfoca en el entendimiento conceptual de las matemáticas a través del incremento de cantidad y calidad de las conexiones entre procedimientos matemáticos e ideas. Por ejemplo, un maestro que sea capaz de desarrollar una historia o problema contextual a partir de una división de fracciones.

El tipo cognitivo 3 es el conocimiento más teórico: este tipo de conocimiento requiere probar conjeturas, generalizar, demostrar teoremas, etc. Por ejemplo, más de la mitad de los maestros encuestados tuvo dificultades para responder correctamente a la siguiente pregunta: “¿La siguiente proposición es verdadera? (si a , b , c , y d son números enteros positivos): $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.”

Problemas como este requieren un tipo diferente de conocimiento. A este tipo de conocimiento se le llama conocimiento de modelos y generalizaciones. Doerfler (1991), Presmeg (1997) y otros investigadores exploraron este tipo de conocimiento y sus componentes así como la relación entre la generalización y los diferentes modos de representación.

El otro tipo de conocimiento analizado en esta investigación fue el “saber actuar”. El “saber actuar” es el proceso donde “el conocimiento que permite a la gente actuar creativamente en vez de solo reaccionar a un estímulo como si fuera un comportamiento entrenado” (Mason and Spence, 1999, p.136) emerge. De acuerdo a Mason y Spence (1999), existe una ausencia del “saber actuar” que conlleva a los maestros de matemáticas a no ser capaces de responder creativamente en el momento aun cuando ellos posean el conocimiento del contenido matemático y pedagógico.

Considerando el trabajo de Mason y Spence (1999), se utiliza el término “saber actuar” como el “conocimiento activo que es presente en el momento que se requiere” (p.135). Mason y Spence (1999) mencionan que este constructo depende de la estructura de la atención en el momento, en otras palabras, “saber actuar” depende de lo que uno está consciente. También fueron identificadas por Mason y Spence (1999) diferentes formas del saber que son el enfoque central de la educación institucionalizada. Estas formas del saber son: el “saber-que” (knowing-that) que se refiere al conocimiento de los hechos; el “saber-como” (knowing-how) que se refiere al conocimiento de las técnicas y procedimientos; y el “saber-porque” (knowing-why) que significa tener la capacidad de

explicar los fenómenos y las acciones” (Mason y Spence, 1999, p.137). Estas tres formas del saber constituyen el “saber-acerca de” (knowing-about).

La naturaleza de las interacciones de estas formas del saber es compleja. Se puede identificar que el “saber-como” es influenciado directamente por el “saber-que”, el “saber actuar” depende del “saber-como”, y el “saber-porque” incluye el “saber-que” y el “saber-como” (Mason y Spence, 1998).

■ METODOLOGIA

El diseño metodológico de la investigación es de índole cuantitativo. Un estudio correlacional se desarrolló para establecer la asociación entre estas dos categorías del conocimiento del maestro. Para ello se adaptó y tradujo una encuesta que mide el conocimiento del contenido matemático del maestro de secundaria. Este instrumento es llamado “la encuesta del conocimiento del contenido del maestro” (TCKS). Así mismo, se utilizó otro instrumento llamado “la encuesta del saber actuar del maestro” (KtAS). Estas encuestas se aplicaron a 70 maestros en la frontera norte de México y Estados Unidos. Los maestros tuvieron 2 horas para responder a ambos instrumentos. Una hora y media fue designada para la encuesta TCKS y media hora para la encuesta KtAS.

Muestra

Los participantes de este estudio fueron 70 maestros de matemáticas de secundaria. Todos los maestros estaban dando al menos una clase de matemáticas a nivel secundaria. La muestra fue conformada por maestros de 26 secundarias públicas.

El 56% de los maestros fueron hombres y el resto fueron mujeres. El 62.5% de los maestros estaban impartiendo clase en un solo grado. El resto daba clases a 2 o más grados de secundaria. Adicionalmente, el 20.9% de los maestros tienen menos de 6 años de experiencia docente, mientras que el 22.5% de los maestros tienen entre 7 y 13 años de experiencia. El 14.5% de los maestros de matemáticas de este estudio tienen entre 14 y 20 años de experiencia. El porcentaje de maestros con más de 20 años de experiencia fue el 41.9%.

Instrumentos

La “Encuesta del Conocimiento del Contenido del Maestro” (TCKS) mide el conocimiento del contenido matemático del maestro. Esta encuesta consiste de 33 preguntas de los temas de algebra, probabilidad y estadística, sentido numérico, geometría y medida. Las preguntas o ítems son de opción múltiple. Diez preguntas miden el conocimiento de tipo cognitivo 1 (conocimiento de hechos, datos y procedimientos). El conocimiento de tipo cognitivo 2 (conocimiento de conceptos y conexiones) es medido por 13 ítems. Otros diez ítems miden el conocimiento de tipo cognitivo 3 (conocimiento de modelos matemáticos y generalizaciones). Esta encuesta es internamente consistente y fue validada utilizando el coeficiente de Cronbach .839 (Tchoshanov, 2011).

La “Encuesta del Saber Actuar” (KtAS) fue desarrollada para medir el “saber actuar” del maestro de matemáticas de secundaria. Esta encuesta consta de 11 ítems. Cada ítem es una situación de clase. A estas situaciones de clase se les llamo situaciones KtA. Las situaciones KtA son aquellas donde el “saber actuar” del maestro se pone a prueba y este aparece o no aparece. En cada ítem, se le pregunta al maestro que haría primero en una específica situación. El maestro debe ordenar del 1 al 5 las cinco opciones dadas en cada ítem. Cada opción es una acción que el maestro haría

en esa situación. El maestro debe escribir el 1 a la opción que el haría primero, el 2 a su segunda opción y así sucesivamente.

■ RESULTADOS Y DISCUSION

Para el análisis de los datos, se removieron 6 participantes. Cinco de ellos porque fueron considerados como extremos y un participante no se dio cuenta de los ítems de la última página de la KtAS, por lo tanto no los contestó y fue removido del análisis. La muestra incluyó a 64 maestros.

Después del análisis de los datos, los resultados muestran que no existe correlación entre conocimiento matemático del contenido del maestro que fue medido por la encuesta TCKS y su “saber actuar” examinado por medio de la encuesta KtAS (coeficiente de Pearson $r(64)=.17$, $p>.05$). En otras palabras, el conocimiento del contenido matemático que un maestro posea no es una indicación de que el maestro sabe actuar en el momento durante la enseñanza de matemáticas. Como Mason y Spence (1999) mencionan, el conocimiento del contenido matemático es parte del “saber-acerca de” que es el conocimiento acumulado que se puede ser adquirido, pero esto no significa que pueda ser utilizado en un situación de clase como las situaciones consideradas en este estudio como “situaciones del saber actuar” (situaciones KtA).

Adicionalmente, Mason y Spence (1999) consideran que más que solo conocimiento matemático es necesario para que un maestro sea capaz de actuar efectivamente en el momento requerido. “Saber- acerca de” es considerado como un conocimiento estático que una persona puede poseer, pero eso no significa que ese conocimiento pueda ser utilizado para actuar o accionar creativamente en una situación particular. También Skemp (1979) hizo esta distinción. Él distinguió entre tener conocimiento acerca de algo y ser capaz de utilizarlo como una técnica en una nueva situación o en el momento necesario. Por lo tanto, como se puede observar la ausencia de correlación entre el conocimiento del contenido matemático medido por la encuesta TCKS y el “saber actuar” examinado por la encuesta KtAS fue previamente identificada en la revisión bibliográfica y en el marco teórico, y ahora es también fundamentada por los resultados de este estudio.

En el análisis correlacional también se examinó la correlación entre cada tipo cognitivo de conocimiento del contenido matemático del maestro y el “saber actuar”. Los resultados muestran que no existe correlación entre el tipo 1 y 2 con el “saber actuar” respectivamente ($r(64)=.13$, $p>.05$; $r(64)=.0001$, $p>.05$). Sin embargo, se encontró que el tipo cognitivo 3 (conocimiento de modelos y generalizaciones matemáticas) está correlacionado significativamente con el “saber actuar” del maestro ($r(64)=.27$, $p<.05$). Esta correlación estadísticamente significativa se obtuvo con el puntaje de los ítems del tipo cognitivo 3 (T3) del conocimiento del contenido matemático y el puntaje de la encuesta del “saber actuar” (KtAS). Este resultado es clasificado como una correlación de efecto mediano de acuerdo a la interpretación de r^2 recomendada por los estándares de Cohen (1988). Lo que nos indica que maestros que tienen más conocimiento de modelos matemáticos y generalizaciones son más capaces de pensar en cómo actuar de una manera deseable durante la enseñanza de matemáticas que los maestros con un conocimiento limitado de modelos matemáticos y generalizaciones.

Mason y Spence (1999) mencionan que “saber actuar” es menos factible cuando no se tiene conocimiento. Como el “saber actuar” es el proceso donde el conocimiento es mandado llamar para

ser utilizado en el momento requerido, si no existe conocimiento, entonces, no puede ser mandado llamar. En este estudio, los resultados reportan que los maestros que tienen un conocimiento más fuerte acerca de modelos matemáticos y generalizaciones (tipo cognitivo 3) fueron los que mejor pensaron como actuar de una manera deseable durante su enseñanza que los maestros con un conocimiento limitado de modelos matemáticos y generalizaciones.

Este resultado agrega a la discusión que los maestros que tengan un conocimiento matemático que les permita generar y probar conjeturas, hacer generalizaciones, y probar teoremas, entre otras habilidades, tienen más posibilidad de “saber actuar” en el momento. Es importante señalar que para ser capaz de generar conjeturas y poder probarlas, cierto conocimiento procedural y conceptual es requerido. De acuerdo con Tchoshanov (2011) el tipo cognitivo 3 del conocimiento del contenido matemático del maestro requiere que el conocimiento y razonamiento del maestro sea capaz de generalizar enunciados matemáticos, diseñar modelos matemáticos, hacer y probar conjeturas, y probar teoremas. De aquí que los puntajes obtenidos en la encuesta del “saber actuar” (KtAS) fueron generalmente más altos cuando los maestros tenían un más alto conocimiento de los modelos matemáticos y generalizaciones (T3).

■ REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- An, S. Kulm, G., y Wu, Z. (2004). The pedagogical content knowledge of middle school mathematics teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.
- Ball D., Thames, M., y Phelps G.(2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioural sciences*. Hillsdale, NJ:Lawrence Erlbaum Associates.
- Davis, B., y Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293–319.
- Doerfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen, & J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching*. Dordrecht: Kluwer.
- Koehler, M. J. y Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- Mason, J. (1998). Enabling Teachers to be Real Teachers: Necessary Levels of Awareness and Structure of Attention. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(3), 243-267.
- Mason, J. y Spence, M. 1998, Towards a Psychology of Knowing-To, En C. Kanen, M. Goos, y E. Warren (Eds.) *Teaching Mathematics in New Times: Proceedings of Mathematics Education Research Group of Australasia 21*, 1, (pp. 342-349). Gold Coast, Sydney: MERGA.
- Mason, J. y Spence, M.(1999). Beyond mere knowledge of mathematics: The importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1), 135-161.

- Presmeg, N. C. (1997). Generalization using imagery. En L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors and images* (pp. 299–312). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Skemp, R. R. (1979). *Intelligence, learning and action – A foundation for theory and practice in education*. New York, NY: Wiley.
- Taylor, C. (2011) *Facilitating the development of elementary prospective teachers' PCK: A case study of a mathematics teacher educator's actions and purposes* (Doctoral dissertation). University of Missouri, Columbia, Missouri.
- Tchoshanov, M. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 76, 141-164