

ARTICULACIÓN ENTRE LA MATEMÁTICA Y EL CAMPO DE ACCIÓN DE UN FUTURO INGENIERO DE DISEÑO DE PRODUCTO. COMPONENTES DE UN PROCESO DE MODELACIÓN MATEMÁTICA

PAULA ANDREA RENDÓN-MESA ¹, PEDRO VICENTE ESTEBAN DUARTE ²,
JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA ³

¹ Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. e-mail: paula.rendon@udea.edu.co

² Universidad EAFIT. Departamento de Ciencias Exactas. e-mail: pesteban@eafit.edu.co

³ Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. e-mail: jhony.villa@udea.edu.co

Recibido: septiembre 2015

Aprobado para publicación: junio 2016

RESUMEN

La literatura internacional reconoce la importancia de una enseñanza de las matemáticas articulada a las necesidades de formación de los futuros ingenieros. En este artículo se propone una *modelación matemática en contextos situados a la ingeniería* como una manera de promover esa articulación. Se desarrolló una investigación cualitativa en la que se analizaron las producciones orales y escritas de un conjunto de estudiantes que participaron de la elaboración de un proyecto de modelación matemática en ingeniería de diseño de producto. Los resultados sugieren que una estrategia de *modelación matemática en contextos situados a la ingeniería* debe integrar al menos cuatro aspectos, a saber: la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y los diálogos entre disciplinas; y la manera como la formación matemática debe profundizar en las relaciones que se establecen entre los diferentes modelos matemáticos y no matemáticos al crear un diseño.

Palabras clave: modelos matemáticos, modelación matemática situada a la ingeniería, educación en ingeniería, diseño de producto, articulación

ARTICULATION BETWEEN MATHEMATICS AND THE ACTION FIELD OF A FUTURE PRODUCT DESIGN ENGINEER. COMPONENTS OF A MATHEMATICAL MODELLING PROCESS

ABSTRACT

The importance of a mathematics teaching linked to the future engineers' formation needs is recognized by international literature. A mathematical modelling in contexts placed in engineering to promote such articulation is proposed in this article. A qualitative research was developed in which oral and written student reports were analyzed in order to create a mathematical modelling project in product design engineering. In this qualitative research, the articulation between mathematical knowledge and the training needs of an engineer was reported. The results suggest the importance of considering four components to mathematical modelling: contextualization, problematization, interaction with experts and dialogue among disciplines; and how mathematics education should go into depth in the relations that are established among the different mathematical and non-mathematical models to create a design.

Keywords: models, mathematical modelling, engineering, design, articulation

INTRODUCCIÓN

Durante las últimas dos décadas diversas investigaciones han estudiado la naturaleza de las actividades de pensamiento y de los conceptos matemáticos que los ingenieros usan tanto en su proceso formativo como en su futura actividad laboral (Alpers, 2010; Lesh, Hamilton, & Kaput, 2007). Dichas investigaciones reconocen la

importancia que tiene, para los estudiantes de ingeniería, aprender a crear representaciones matemáticas de contextos *reales* y que se debe proporcionar a los ingenieros en formación oportunidades para desarrollar habilidades fundamentales y crear modelos matemáticos que trasciendan una re-producción procedimental (Litzinger, Lattuca, Hadgraft, & Newstetter, 2011; Zawojewski, Diefes-Dux, & Bowman, 2008).

En la formación de un estudiante de ingeniería se considera importante incorporar experiencias de articulación entre las diferentes áreas de formación; entre ellas, la matemática y el futuro campo de desempeño profesional. En este sentido, la investigación educativa centrada en reconocer factores asociados a dicha articulación es relevante y, por tanto, la modelación matemática, el uso y análisis de modelos se han mostrado como una tendencia que aporta a la articulación entre la matemática y el campo de acción de los ingenieros (Gainsburg, 2006) y entre saberes de diferentes disciplinas (Romo-Vásquez, 2015).

Con respecto a la modelación matemática y su relación con otras áreas, Villa-Ochoa y Berrío (2015) han llamado la atención sobre la importancia de trascender los propósitos formativos meramente matemáticos y reconocer que en proyectos de modelación matemática también conviven otros saberes propios de la cultura y de los fenómenos que se modela. En concordancia con estos autores, en la investigación y en los procesos formativos, la modelación matemática debe atender varios propósitos, entre ellos, promover la comprensión y uso de ideas matemáticas; pero, sobre todo, articular esa matemática con los otros saberes requeridos por los estudiantes en los contextos en que se desenvuelven.

Para atender a las anteriores visiones, la modelación matemática debe poseer componentes que le permitan fortalecer la producción de modelos matemáticos para su interpretación y uso; pero, más allá de ello, debe también posibilitar la producción de conocimiento dentro del campo de acción de los profesionales que lo requieren (e.g. Los futuros ingenieros). En el diseño de espacios de formación en los que la modelación se articule a estos propósitos confluyen múltiples intereses, por un lado, los de las disciplinas de la matemática y de la ingeniería; y, por el otro, los intereses de los estudiantes y del campo de desempeño profesional.

La investigación de la cual se desprende este artículo se desarrolló en un espacio de formación denominado 'Modelación Matemática'. Este espacio corresponde a una asignatura que hace parte del currículo de un programa de Ingeniería de Diseño de Producto en una universidad colombiana. En particular, en este artículo se propone atender a la pregunta ¿Qué componentes deben tenerse en cuenta en la modelación matemática de tal manera que contribuya a la articulación entre la matemática y las necesidades de formación de los futuros ingenieros de diseño de producto?

La respuesta está sustentada en una estructura que recoge, en primer lugar, los antecedentes teóricos acerca de la modelación y los contextos situados; en segundo lugar, la metodología en la que se precisa el escenario de investigación, la manera como se obtuvieron y analizaron los datos; en tercer lugar los componentes que asumió la modelación matemática en los proyectos de *modelación-diseño* y, por último, las conclusiones.

ANTECEDENTES TEÓRICOS

Entre los desafíos que tiene la Educación en Ingeniería se encuentra la formación de profesionales con capacidades para proporcionar mecanismos que permitan recuperar la economía, posicionar el desempeño de la industria, y en general el mejoramiento de la calidad de vida (Sunthonkanokpong, 2011). Como una manera de atender a estos desafíos a través de la formación matemática, la literatura internacional argumenta la pertinencia de la modelación matemática de fenómenos de la ingeniería, puesto que permite involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas complejos (Diefes-Dux, Zawojewski, Hjalmarson, & Cardella, 2012) y porque promueve el uso de los modelos en situaciones auténticas (Cardella, 2010).

Gainsburg (2006) desarrolló una investigación en la que mostró que no todos los ingenieros usan la modelación matemática de la misma manera. Por ejemplo, a través de un estudio etnográfico, la investigadora pudo observar que los modelos y la modelación de los ingenieros de estructuras presentan diferencias en la identificación de fenómenos y la toma de datos, así como en la consolidación y representación de los modelos mismos. En un estudio posterior, la autora (Gainsburg, 2013) argumenta que la experiencia y las necesidades de los profesionales condicionan las maneras de hacer modelación matemática. Una vez más, se llama la atención acerca de la importancia de integrar la modelación matemática al aula y, por medio de ella, el uso de contextos para el desarrollo de una actividad matemática que promueva el aprendizaje de diversos contenidos asociados al campo específico de un ingeniero.

En concordancia con lo anterior, el aula de matemáticas debe ser un espacio en el que los estudiantes puedan generar reflexiones sobre los alcances y los roles que tienen los modelos matemáticos frente a los fenómenos de los cuales emergen y, sobre todo, frente a su rol en su desempeño profesional. Es decir, en el aula de clase, los estudiantes han de tener experiencias que les permitan comprender los modelos matemáticos, reconocer sus alcances, limitaciones y posibilidades frente a lo que se modela. En consecuencia,

el entendimiento de un modelo no se agota cuando se construye una representación, ya que el estudiante debe comprender lo que representa (Rendón-Mesa, Esteban, & Villa-Ochoa, 2015). Por tanto, el estudio de modelos y de la modelación matemática debe reconocer tanto la producción de representaciones matemáticas como los significados, los usos y demás aspectos con los que se vincula el fenómeno o situación que se estudia.

En la literatura existe diversidad de formas de hacer modelación en las clases de matemáticas; entre ellas, *Word Problems* (Gerofsky & Thomas, 1997; Greer, 1997; Verschaffel, Van Dooren, Greer, & Mukhopadhyay, 2010) o enunciados verbales donde la solución implica la aplicación de algoritmos matemáticos a partir de los datos que se proporcionan en el enunciado (Villa-Ochoa, 2015). También la modelación por proyectos (Araújo, 2009; Borba & Villarreal, 2005; Villa-Ochoa & Berrío, 2015) que se asume como una propuesta dinámica que pone en diálogo diversas áreas con el ánimo de formular, resolver y validar una solución a un problema o fenómeno y la modelación de contextos auténticos (Kaiser & Schwarz, 2010) considerados como situaciones que permiten al estudiante experimentar, comprender y solucionar problemáticas con utilidad de las matemáticas y los modelos. A pesar de que el adjetivo *auténtico* pretende llamar la atención sobre el tipo de experiencias que los estudiantes deben vivir, no es claro como este tipo de modelación se articula a las necesidades que demanda la formación de profesionales en diferentes ámbitos.

Con base en lo anterior, en la investigación de la cual se deriva este artículo se usó el adjetivo *situado* para evidenciar una relación más fuerte entre las necesidades de formación matemática y la formación en ingeniería; en particular la atención de las demandas de la sociedad y la cultura en ámbitos locales y globales. Tales necesidades conllevan al reconocimiento de prácticas propias de los profesionales en los ámbitos que se mencionan y que pueden vincularse a comunidades escolares (Arrieta & Ulloa, 2009). Vincular prácticas situadas en el proceso formativo de los ingenieros exige que, además del profesor responsable de apoyar la formación en el aula, se integren otros especialistas en la problemática.

Así pues, una modelación matemática *situada* debe propiciar oportunidades para que la formación matemática de los ingenieros se aproxime a una experiencia que esté en correspondencia con contextos propios del tipo de ingeniería. Es decir, en una perspectiva en la cual se propicie un conocimiento a través de experiencias que se base en la construcción conjunta del conocimiento entre

compañeros, profesores o expertos en el campo y se suplan demandas adicionales del campo profesional y, por lo tanto, se evite la retención memorística y descontextualizada de la matemática (Paz, 2007).

Como se argumentará más adelante, la modelación matemática en la perspectiva del Aprendizaje Situado (Clancey, 1993; Johri & Olds, 2011; Lave & Wenger, 1991) posibilita que la matemática tenga otros sentidos para los estudiantes y al mismo tiempo se perciba el papel coherente, significativo y propositivo con relación a la cultura y la solución de las situaciones propuestas de tal forma que se disminuya la brecha que se reporta entre las prácticas matemáticas intra y extraescolares.

En coherencia con el Aprendizaje Situado, la modelación matemática debe caracterizarse por promover la participación de los estudiantes en experiencias prácticas que correspondan a la manera como se desarrollan las actividades propias de su futuro campo profesional; por ejemplo, prácticas de la Ingeniería de Diseño de Producto. Una segunda característica se relaciona con la vinculación de contextos situados; es decir, contextos en los que la relación entre la realidad, la matemática y el campo de acción es explícitamente fuerte. Una tercera característica tiene relación con las potencialidades que permiten desarrollar en los estudiantes, la capacidad de reflexionar, analizar, tomar decisiones y desenvolverse en experiencias que se relacionan con su futuro campo de acción.

Bajo esta perspectiva lo que se pretende es que la modelación matemática permita a los estudiantes integrar contextos particulares con conocimientos del campo para que se relacionen con la matemática sin dejar de lado la cultura que determina la práctica de acción de este tipo de ingenieros.

METODOLOGÍA

Para dar respuesta a la pregunta de investigación, este artículo se propone presentar y discutir algunos de los componentes que pueden considerarse en una modelación matemática situada en relación con las necesidades de formación de los ingenieros de diseño de producto. Este propósito implicó que los investigadores centraran la atención en los reportes de los estudiantes; es decir, en los documentos escritos que realizaron cuando se desenvolvían en el ambiente natural de clase. Por tal razón, la investigación fue de corte cualitativo con un enfoque fenomenológico-hermenéutico. Según Patton (2005) el enfoque fenomenológico-hermenéutico permite entender el significado que tienen los eventos (experiencias, prácticas, actos, sucesos) con el ánimo de

alcanzar cierta comprensión de la realidad estudiada. En esta investigación, la manera en que los estudiantes ven el mundo y el significado que le atribuyen a los contextos de diseño es lo que en estudio se constituye como *realidad*.

El contexto

Desde 2006 en la Universidad EAFIT (Medellín-Colombia) se viene implementando una asignatura que recibe el nombre de Modelación Matemática. La asignatura tiene como propósito preparar al estudiante en la observación, el análisis y la construcción de productos para responder a las necesidades de un usuario. A partir de la comprensión de conceptos matemáticos se espera proporcionar a los estudiantes herramientas básicas para que las integren a su entorno y las relacionen con elementos del diseño (EAFIT, 2006). En este sentido, se consideró que, en su proceso formativo, los estudiantes de primer semestre de Ingeniería de Diseño de Producto, deben identificar situaciones en las que sea necesario el diseño de algún nuevo producto. Para ello, la modelación matemática se propone como alternativa que permite al estudiante alcanzar un bagaje conceptual más allá de los desarrollos algorítmicos, lo cual requiere que los estudiantes de este programa de ingeniería reconozcan no solo las formas geométricas que determinan sus diseños, las ecuaciones o expresiones funcionales particulares y las características específicas del producto (área, perímetro, entre otros), sino también la manera como la matemática apoya sus necesidades de formación.

Las necesidades de formación establecidas en el perfil de estos profesionales orientan al estudiante para reconocer los factores y variables que definen una propuesta en la cual se conjugan el usuario, el diseño y el contexto. En este sentido, se pretendió que tanto estudiantes como profesores deben generar procesos de reflexión, sistematización e investigación a través de la modelación matemática. Para atender a estos requerimientos, la asignatura tuvo que rediseñarse e integrar los componentes de la modelación matemática que se reportan en este artículo de tal manera que se pudiera superar el tratamiento artificial que daban los estudiantes a las matemáticas en relación con el diseño de producto (Rendón-Mesa et al, 2013; Rendón-Mesa y Esteban, 2013).

Producción de los registros

Para reconocer los componentes que pueden vincularse con un proceso de modelación matemática situada que atienda a las necesidades de formación del Ingeniero de Diseño de Producto, en la asignatura de Modelación Matemática se recopilaron los reportes escritos de los estudiantes

en diversos períodos académicos (semestres) en los que se implementó la asignatura. La primera producción de registros se realizó durante el primer semestre de 2013. En ese período la asignatura estuvo estructurada a partir de la enseñanza de temas matemáticos y del desarrollo de un proyecto de diseño por parte de los estudiantes. Las temáticas que hacía parte de la asignatura eran: áreas y volúmenes, operaciones con polinomios, fracciones aritméticas y algebraicas, ecuación de la línea recta, funciones y cónicas. Por su parte, el proyecto de diseño consistía en la producción de una réplica de un objeto en la cual los estudiantes debían identificar elementos matemáticos que se consideraban en el diseño. El desarrollo del proyecto se fundamentaba en la indagación libre, es decir, en la búsqueda abierta de ideas de diseño en las cuales el docente no daba ningún tipo de especificaciones. Dado el uso ‘artificial’ de la matemática en estos proyectos se realizaron cambios a partir del segundo semestre de 2013.

Durante el segundo semestre de 2013 la asignatura atendió los mismos ambientes de aprendizaje: el desarrollo de las seis temáticas y la ejecución del proyecto de diseño. Sin embargo, para el caso del proyecto, se integraron dos nuevos componentes: *la contextualización y la problematización*. El primero de estos componentes se relacionó con la comprensión de los estudiantes sobre situaciones reales, de manera tal que estudiaran fenómenos y resolvieran problemas con relación al futuro campo de acción. Dado el carácter de la investigación, la contextualización permitió que el proceso formativo ofreciera a los estudiantes el estudio de situaciones en las cuales no existe un algoritmo predeterminado para su solución y que, además, su presentación no se agotara en una expresión verbal que provee una mínima información extra-matemática (Muñoz, Londoño, Jaramillo, & Villa-Ochoa, 2014; Beswick, 2011) donde el estudiante analizaba y referenciaba la actividad matemática-ingenieril en el aula de clase.

El segundo componente que se vinculó fue la *problematización* que consistió en un continuo cuestionamiento sobre los usos, problemas, fenómenos, características del producto que se diseñó y el *rol funcional* de las matemáticas en ese proceso. Los estudiantes debían valorar estos aspectos y argumentar la manera como ellos estaban presentes en su proceso de diseño. Como parte del proyecto de diseño los estudiantes consolidaron soluciones para las problemáticas que identificaron al contextualizar; sin embargo, las soluciones no se discutieron o analizaron a la luz de la experiencia profesional o conceptual. La necesidad de que la idea de diseño se validara llevó a considerar la vinculación de expertos en diseño y en otras áreas del conocimiento para el siguiente período académico.

A lo largo del primer semestre de 2014, los estudiantes contaron con la asesoría de expertos en diversas áreas para fundamentar las ideas de diseño que fueron propuestas en los proyectos. En este sentido, los profesores de diseño y los expertos de diversos campos se convirtieron en elemento relevante para el proceso de consolidación del diseño por la experiencia tanto teórica como práctica que podían brindar a los estudiantes. Además, los profesores de diseño ayudaron a concebir la formación matemática de los estudiantes a la luz de *contextos situados*; es decir, de situaciones propias del campo de diseño de producto que permitieran al estudiante reflexionar frente al saber y el actuar más que en temáticas enunciadas en párrafos anteriores.

El apoyo de los profesores de diseño y de otras áreas posibilitó que durante el primer semestre del 2015, la formación matemática se transformara de tal manera que recreara las prácticas profesionales en diseño de producto. Al mismo tiempo, el proyecto de diseño contó, además de *la contextualización y la problematización*, con el continuo acompañamiento de los profesores de la asignatura Proyecto I y de la asignatura de Modelación Matemática. Según el plan curricular, las dos asignaturas se desarrollan en el mismo semestre lo que posibilitó que el proyecto de diseño se convirtiera en un producto común que se valoró en ambas asignaturas. En ese sentido, dejó de ser solo un proyecto de diseño en el que se observaban ideas matemáticas para convertirse en un proyecto de *modelación-diseño* en el que ambos procesos se desarrollaron en simultáneo acorde con las necesidades identificadas en un usuario. Las transformaciones que sufrió la asignatura en cada semestre (Figura 1) dieron lugar a reconocer, en los reportes de los estudiantes, elementos fundamentales para el proceso de modelación matemática en la formación de un ingeniero.

SEMESTRE	CURSO DE MM	
	FORMACIÓN MATEMÁTICA	PROYECTO DE DISEÑO
2013-1	La organización de los contenidos en siete temáticas	Modelación a través de proyecto Indagación libre
2013-2	La organización de los contenidos en siete temáticas	Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización
2014-1	La organización de los contenidos en siete temáticas	Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización + Asesoría de expertos
2014-2	La organización de los contenidos en siete temáticas	Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización + Asesoría de expertos + Trabajo conjunto con profesores de Diseño
2015-1	Organización diferente de los contenido	Tareas de modelación
		Modelación a través de proyecto Indagación libre + Problematización + Asesoría de expertos

Figura 1. Transformaciones curriculares del curso de Modelación Matemática

Análisis de los reportes escritos de los estudiantes

Los reportes se asumieron como los documentos escritos en los que los estudiantes “Describen su proceso [de modelación] y pueden incluir el planteamiento de sus conjeturas hasta las estrategias de validación del resultado. Hacen explícitos los intentos de solución, los argumentos por los cuales llegaron a ellos y sus resultados” (Suárez, 2000).

El análisis de los reportes escritos se hizo a través de la identificación de componentes matemáticos y de diseño y de sus interrelaciones. En todo momento el análisis incluyó una valoración de los usos que los estudiantes hacían de los modelos matemáticos tanto en el desarrollo de las temáticas como en la ejecución de los proyectos de *modelación-diseño*. Para reconocer los aportes de *la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas* se buscó en los diferentes reportes evidencias de cómo a partir de esos componentes se atendía al carácter funcional de las matemáticas en el diseño de productos que respondía a las necesidades de un usuario. Finalmente, se hizo una triangulación entre los hallazgos a lo largo de los diferentes períodos académicos, los sustentos teóricos y de los reportes de los diferentes grupos de estudiantes. A continuación se presentan algunos de los proyectos que desarrollaron los estudiantes durante los períodos académicos descritos y los componentes que se vincularon a la modelación matemática.

EL DESARROLLO DE PROYECTOS Y LOS COMPONENTES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Como se enunció en el apartado anterior, el análisis se realizó a partir de los reportes que los estudiantes hicieron de sus proyectos de modelación. A raíz de dicho análisis se describirán los componentes de la modelación y la manera como fueron presentados en los proyectos.

Un primer reporte se relacionó con un proyecto de diseño que desarrollaron los estudiantes durante el primer semestre de 2013. Ellos plantearon, a partir de una indagación libre al entorno, el rediseño de una linterna con la intención de que fuera más estética, simple, funcional para la comodidad del usuario e intentaron que se diferenciara de las demás linternas en cuanto a la distribución de los botones de funcionamiento. Para consolidar dicha distribución realizaron el proceso de definición formal y para ello se apoyaron en la geometrización (Figura 2) que sugiere Velásquez (2007) y los dibujos en Render¹ (Figura 3).

¹ Render es un término usado para referirse al proceso de generar una imagen 3D con proyección de luz.

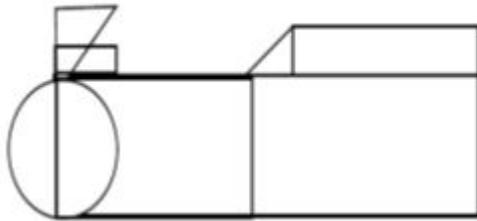


Figura 2. Geometrización de la linterna



Figura 3. Render de linterna

Para este grupo de estudiantes el rediseño de la linterna se sustentó a partir de modelos icónicos y en correspondencia con sus propios planteamientos. Las distribuciones de figuras geométricas fueron suficiente para garantizar que la linterna tuviera un nuevo diseño. Sin embargo, tales representaciones no sustentaron los requerimientos funcionales referentes al cómo funciona la linterna. Además, los modelos matemáticos que utilizaron los estudiantes para describir la forma de la linterna nuevamente actuaron de manera artificial, pues en el sentido de Rendón-Mesa y Esteban (2013) y Rendón-Mesa, Esteban y Villa-Ochoa (2013), los estudiantes sólo se limitaron a describir la presencia de figuras geométricas, describir sus atributos (áreas, perímetros, pendiente, etc.), pero alejados de su uso y pertinencia para el diseño del producto.

Aunque fueron evidentes los vínculos que establecieron con los objetos, estos vínculos aún no eran producto de reflexiones, discusiones y valoraciones frente al rol de la matemática en dichos productos. Para los estudiantes el rediseño se limitó a la configuración de la forma, por tal motivo fue necesario incluir al proceso de diseño la contextualización y la problematización. Es decir, procurar que los estudiantes pudieran soportar una idea de diseño a partir de situaciones que vivenciaron y comprendieron y

por tanto, consolidaran un producto a partir de la necesidad que en dicha circunstancia se delimitó.

En correspondencia con Niemeyer (2006), durante el segundo semestre de 2013 se pretendió que los estudiantes lograran una apropiación conceptual a partir de la comprensión y delimitación de una situación y los resultados que respecto a ella propusieron. Fue durante este semestre cuando la profesora y los estudiantes en sus diversos equipos problematizaron sus diseños, entre ellos: *la estabilidad* de una silla, *la ampliación de área de iluminación* de una lámpara, *formas de determinar el equilibrio* de una mesa, *el ahorro de espacio* con una silla, entre otros proyectos.

Al analizar el registro de un grupo de estudiantes se reconoció que ellos problematizaron el diseño en relación con las necesidades que atendería el objeto diseñado; por ejemplo, se preocuparon por una silla que se ajustara no sólo a terrenos planos sino que, por el contrario, se adaptara a cualquier superficie y, por tanto, fuera posible mejorar la adaptabilidad de dicho objeto y, entre tanto, reducir el costo de producción al disminuir material. Bajo estas preconcepciones, ellos se plantearon las siguientes preguntas: ¿Cómo se puede generar un sistema de apoyo que mejore la estabilidad de una silla en las diferentes superficies? ¿Cómo influye el número de patas de una silla en su estabilidad? Con estas preguntas los estudiantes indagaron conceptos como: equilibrio, punto de apoyo, relaciones proporcionales, ergonomía, entre otros y aportaron de manera teórica a la consolidación del nuevo diseño.

En la idea de rediseño expuesta por los estudiantes existió una preocupación por atender los requerimientos contextuales que para este caso se relacionan con el usuario y el utilizar una silla en cualquier superficie; al mismo tiempo, tuvieron en cuenta requerimientos funcionales que correspondieron con la estabilidad y los costos de producción. En este sentido, los estudiantes hicieron uso de conocimientos matemáticos, de diseño y de otras áreas para responder de manera articulada a las intenciones que plantearon. Las conceptualizaciones alrededor del área del futuro campo de acción adquirieron sentido a partir de la experiencia y del saber acumulado gracias a la cultura (Brown, Collins, & Duguid, 1989).

Los estudiantes establecieron como alternativa una silla con tres patas (Figura 4) que fuera estable en diferentes superficies. Ellos asociaron el funcionamiento de la silla con el de un trípode porque consideraron que era una manera de distribuir el peso en cualquier superficie.

Además, sustentaron tal modificación con el principio de la geometría euclidiana que indica que por tres puntos se determina un plano.



Figura 4. Render de linterna

Para solucionar el problema de la estabilidad se valieron de la composición geométrica de dicho objeto; es decir, describieron las partes con figuras geométricas e indicaron que estaba compuesta por dos cuerpos geométricos: un prisma regular para el espaldar y otro para el asiento y tres cilindros que conformaban las patas. Ellos hallaron el volumen del espaldar y asiento a partir del modelo $V_{prisma\ rectangular} = x * y * z$, en el que x , y , z son las dimensiones de los lados del prisma y para calcular el volumen de las patas se valieron de la expresión $V_{cilindro} = \pi r^2 * h$. Con el uso de tales modelos matemáticos y estimación de magnitudes que se asociaron al volumen, los estudiantes justificaron la estabilidad en relación con la capacidad. Sin embargo, este procedimiento muestra que no hay coherencia entre el fenómeno que se estudia y las matemáticas que emplearon.

Dicho proceder de los estudiantes indicó que, pese a la contextualización y la problematización en el rediseño alrededor de la silla de tres patas, se utilizaron modelos matemáticos para estimar el volumen y modelos no matemáticos para presentar los requerimientos formales de la propuesta. No se logró que tales condiciones se fusionaran y mostraran de manera articulada para la consolidación del rediseño.

Todo lo anterior condujo a que se involucrara un tercer componente al proceso de modelación matemática, el cual se llamó *interacción con expertos*. Este componente tuvo como uno de sus propósitos que la experiencia aportara tanto en la consolidación como en la materialización de las ideas de diseño por parte de los estudiantes. A manera

de ejemplo, durante el año 2014, los estudiantes tomaron como punto de referencia una lámpara y reconocieron las formas geométricas que componen este tipo de objeto (Figura 5) y otros aspectos que se vinculan con el área de iluminación. Ellos buscaron diferentes modelos de lámparas y analizaron cuál sería el más conveniente para tener la relación de luminosidad y proporción adecuada en un espacio determinado.

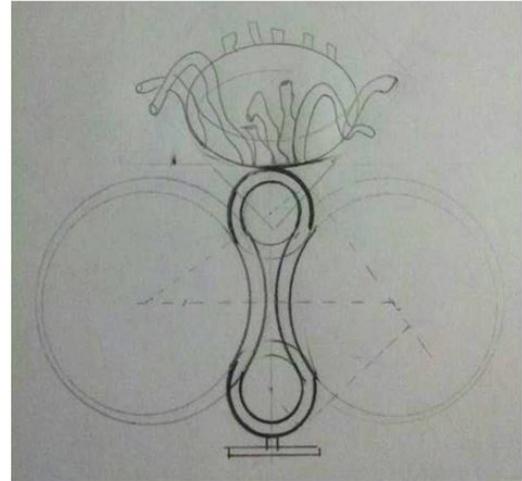


Figura 5. Geometrización de la lámpara

Al diseñar la nueva lámpara (Figura 6), según los estudiantes, “disminuyeron el volumen de la base con unas cavidades en el medio y aumentaron el flujo luminoso”. Determinaron que la forma elíptica permitía que la proyección de la luz fuera más intensa ya que todos los rayos emitidos convergen a la misma dirección y que el color blanco contribuía a la proyección y emisión de manera más fluida. Los estudiantes pretendieron que el nuevo diseño de lámpara abarcara más área y, por lo tanto, lograra ser más eficiente sin dejar de lado la funcionalidad y la estética.

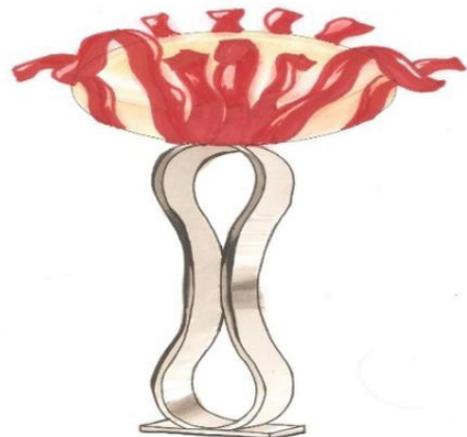


Figura 6. Modelo icónico de la lámpara

Al mismo tiempo ellos quisieron que su producto tuviera un diseño vanguardista y minimalista; hicieron hincapié en el hecho de que el nuevo diseño no perdiera eficiencia y lo describieron de la siguiente forma:

[...] El nuevo diseño de la lámpara tiene como forma característica la un disco unido con la silueta de un cono, esto repetido a cada lado, de manera que se trata de un concepto en el que predominan las curvas; para que tenga estabilidad y pueda apoyarse tiene un prisma rectangular de poca de altura que sería lo que estaría a ras del suelo. La pieza principal es una elipse en cuyo interior se encuentra la bombilla de la lámpara, la elipse tiene un gran tamaño ya que es fundamental para el diseño y para que se propague más luz. Como elemento decorativo y proporcionando más formas, a esta elipse se le une una serie de prismas en forma de curvas entrelazadas de diferentes alturas y longitudes (Reporte de un grupo de estudiantes, 2014).

A partir de la problematización, en este caso, se identificaron aspectos susceptibles de ser mejorada e intentaron atender las condiciones del diseño que se relacionaran con el concepto de luminosidad. Con el apoyo de un profesor de Física indicaron que la luz es la sensación producida en el ojo humano por las ondas electromagnéticas. El experto en el tema explicó a los estudiantes qué era la luz, su forma de propagación y ejemplificó varios fenómenos. Por otro lado, consultaron a un profesor de óptica, quien les indicó que al igual que todos los movimientos ondulatorios, las ondas electromagnéticas se caracterizan por la longitud de onda y por la frecuencia. Para efectos del trabajo que se llevó a cabo, los estudiantes establecieron que la longitud de onda la definiría por C , T el período, y f la frecuencia. Los estudiantes le informaron al experto su idea para generar un nuevo diseño y el cuestionamiento que intentaban responder. El profesor les indicó la importancia de establecer la longitud de onda (ecuación 1) y el flujo luminoso.

$$\lambda = C * T = C \div f \quad (1)$$

Los diálogos e interacciones de los estudiantes con los expertos permitieron reconocer que el flujo luminoso no se distribuye de manera uniforme y que disminuye si se deposita polvo y otras sustancias sobre la lámpara. A partir de esta comprensión del contexto, los estudiantes consultaron diferentes modelos coherentes con la luminosidad y calcularon el valor más óptimo. Los estudiantes reconocieron como condiciones del contexto el uso de una bombilla de LED nueva, asumieron que la

lámpara iluminaría un cuarto oscuro de 2.88m de largo, 2.83m de ancho y 2.26m de alto, y por último hallaron el flujo luminoso, número de luminarias y número de fotones emitidos con el ánimo de conocer cómo podía la nueva lámpara abarcar mayor área de iluminación. El flujo luminoso y volumen de la habitación fue formulado así:

$$Volumen = 2,88m \times 2,83m \times 2,26m = 18,419904m^3 \quad (2)$$

Y la luminiscencia:

$$Luz = \frac{Volumen}{2} = \frac{18,419904m^3}{2} = 9,209952m^3 \quad (3)$$

Que indica el nivel de iluminación del medio. Establecieron que la superficie luminar era igual a:

$$S = 2,88m \times 2,83m = 8,1504m^2 \quad (4)$$

Este proceso de matematización y uso de modelos llevó a los estudiantes a conocer el coeficiente de utilización y de mantenimiento y la relación entre el “flujo luminoso” recibido por un cuerpo y el emitido por la fuente, y por tanto, definirlo. Por último, calcularon el número de fotones emitidos y compararon una bombilla convencional con una bombilla LED para percibir si existen diferencias entre las fuentes de luz (Tabla 1).

Tabla 1. Comparación de los fotones emitidos Bombilla convencional vs Bombilla LED

<p>*Bombilla convencional:</p> $E = h * v = h \frac{C}{\lambda}$ $P = 200w$ <p>N= número de fotones emitidos por unidad de tiempo</p> $N h \frac{C}{\lambda} = 200$ $N = \frac{200\lambda}{hc} = \frac{200 * 12,40^{-7}}{6,6 * 10^{-34} * 3 * 10^8} = 1,2 * 10^{20} \text{ fot/s}$
<p>*Bombilla LED:</p> $E = h * v = h \frac{C}{\lambda}$ $P = 200w$ <p>N= número de fotones emitidos por unidad de tiempo</p> $N h \frac{C}{\lambda} = 200$ $N = \frac{7\lambda}{hc} = \frac{7 * 12,40^{-7}}{6,6 * 10^{-34} * 3 * 10^8} = 4,242 \text{ fot/s}$

Los estudiantes al hacer uso de tales modelos físicos, matemáticos y de diseño, reflexionaron acerca de cómo el concebir la necesidad de mayor luminosidad para un usuario en espacios determinados, que se asumieron en este caso como parte de la contextualización y la problematización, les permitió reconocer, al lado de expertos, cómo las matemáticas se vinculaban con otros campos de saber (en este caso la física) e interactuaron y dieron garantías al funcionamiento de un objeto. Ellos demostraron tener comprensión sobre los principios básicos con los que funciona una lámpara y usaron los modelos para representar los fenómenos físicos que se relacionan con la luminosidad y proponer un diseño para mejorar la eficiencia luminosa de una lámpara al atender los principios mencionados.

En el primer semestre de 2015 se incorporaron contextos en los que se plantearon necesidades que se relacionaron con el futuro campo de acción de un Ingeniero de Diseño de Producto. El cuarto registro que se analizó tuvo que ver con la fabricación de un empaque del cual se daba el plano (Figura 7) para elaborar en cartón industrial. El tamaño de un pliego de este material es de $100\text{cm} \times 70\text{cm}$. Los estudiantes, de acuerdo a la información, debieron determinar la cantidad de empaques se realizaban por pliego.

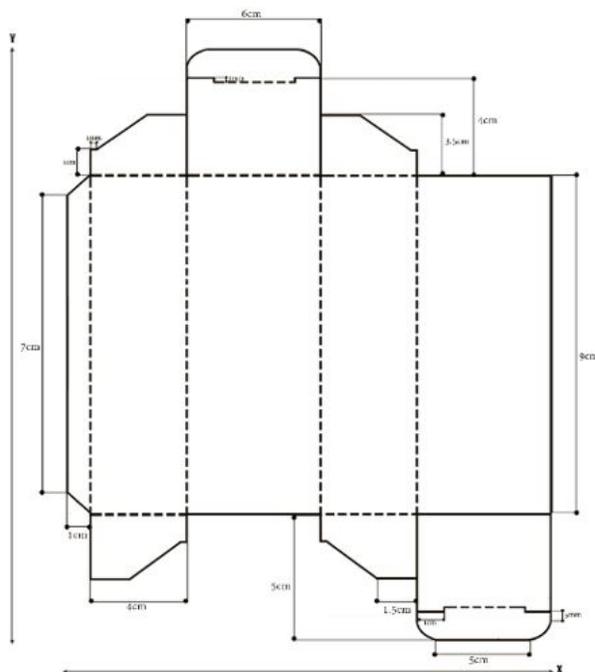


Figura 7. Plano de empaque de un producto

Para determinar dicha cantidad los estudiantes realizaron acciones e iniciaron el proceso con la construcción a escala real del empaque y, a partir de la lectura del plano, el cálculo del volumen y la superficie del empaque. Luego, ellos sobrepusieron el plano del empaque y optimizaron el área del pliego para su fabricación; a partir de ello consideraron dos posibilidades: *apilar los empaques de acuerdo con la forma u organizarlos enmarcados por rectángulos*. La primera posibilidad los llevó a considerar el ordenamiento del espacio, de tal manera que, al agruparlos, se aprovechara su forma. Tal situación les llevó a reflexionar sobre las dimensiones del empaque de tal manera que indicaron:

Mientras analizábamos bien las medidas descubrimos que la parte superior del empaque empataba con la de abajo, ahorrándose una importante cantidad de material en dichos espacios, para encontrar la cantidad de empaque que cabe en el pliego consideramos la primera fila con los 19cm correspondientes en el sentido vertical, pero a partir de la segunda se le restan los 5cm de la parte superior que ya se han contado. Empecemos buscando la cantidad de empaque en la primera fila del sentido horizontal:

Los 0.33cm sobran, ya que tienen que ser medidas completas, seguimos el procedimiento restandole a la fila vertical los 19cm del primero y lo que nos dé lo dividimos por 14cm que nos quedan hacia abajo.

$$100\text{cm} - 19\text{cm} = 81\text{cm}$$

$$\# \text{empaques} = \frac{81\text{cm}}{14\text{cm}} = 5,7$$

Ahora para encontrar la cantidad total de empaque, le sumamos al resultado anterior 1 (que le habíamos quitado) lo que nos da 6 (despreciando 0,7cm) y ya solo nos queda multiplicar el resultado horizontal por el vertical (Reporte de un estudiante, 2015).

La segunda posibilidad que los estudiantes contemplaron se relacionó con organizar los empaques a partir del rectángulo que generaba las dimensiones ($19\text{cm} \times 21\text{cm}$). Se revisó la distribución del empaque en el pliego de manera horizontal y vertical y se acomodaron los empaques de forma simétrica y de manera regular (Figura 8). Reconocieron que se aprovechaba de manera más eficiente el material que si se acomodaba de forma rectangular (Figura 9).

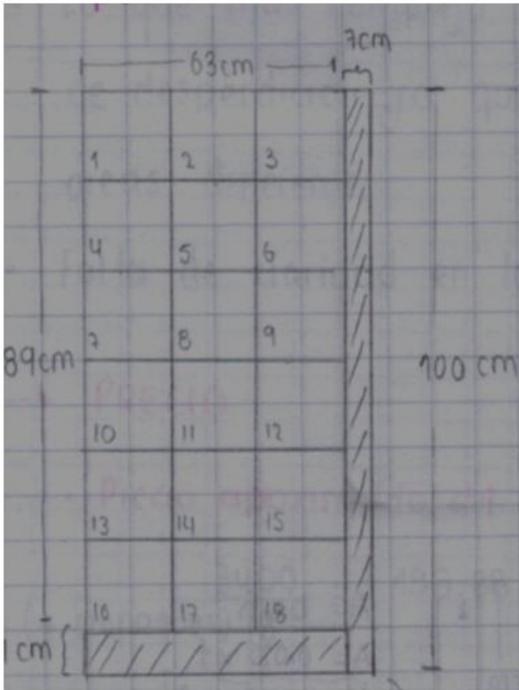


Figura 8. *Empaques apilados en pliego*

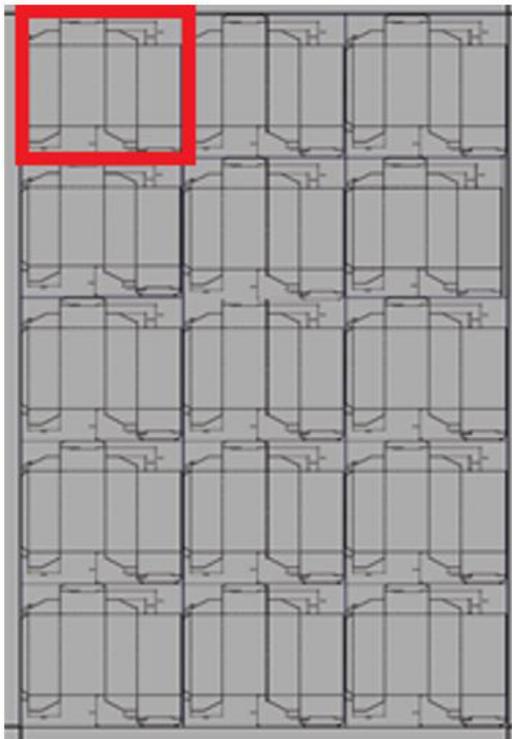


Figura 9. *Empaques organizados de manera rectangular*

Los estudiantes hicieron uso de modelos matemáticos para estimar las superficies y consideraron condiciones frente al posicionamiento espacial en el cartón. Además, fueron más allá de procedimientos algorítmicos y, con los modelos no

matemáticos, consolidaron las representaciones icónicas que permitió definir la solución planteada en el contexto situado al campo del diseño.

DISCUSIÓN

A través del análisis del primer reporte se observó un uso artificial y desarticulado de la matemática en los procesos de creación de un diseño, las características de este uso convergen con los hallazgos de Rendón-Mesa y Esteban (2013). Cualquier ingeniero requiere comprender los contextos y, para los ingenieros de diseño de producto, esto significa reconocer problemas que sean susceptibles de ser atendidos a través del diseño de un producto e identificar las necesidades de refinamiento de éste con el fin de mejorar la experiencia de sus usuarios. Podría indicarse que los estudiantes del primer registro usaron los modelos icónicos para reconocer las formas que podrían describir la linterna pero no para analizar su funcionamiento, ergonomía, costo u otros aspectos en los que el diseño se apoya de la matemática para lograr un mejor producto. De acuerdo con los registros, puede indicarse que los estudiantes vincularon modelos al proceso de diseño (geometrización y definición del prototipo) que sólo cumplían con una función de representación de la forma. No se generaron reflexiones acerca de cómo se solucionaba el aspecto estético o funcional al usar tales formas de representación, como era su propósito. Si bien, debe existir una preocupación por la composición figurativa en la transformación de un objeto, éste no es el único aspecto. Es necesario que los estudiantes comprendan qué deben rediseñar, cuál sería una transformación eficiente, cómo funciona el objeto y las formas que lo constituyen, entre otros.

El análisis del primer reporte permite reconocer la necesidad de que los ingenieros en formación profundicen en su comprensión de los aspectos en que el producto se encuentra en el contexto; es decir, más allá de la forma, los estudiantes de Ingeniería de Diseño de Producto deben reconocer necesidades de los usuarios que los motiven a consolidar una propuesta de diseño. Esta situación exige ampliar las visiones frente a una situación particular y reconocer en los modelos aspectos que van más allá de la representación figurativa. Por lo anterior, se ratifica la necesidad de que los estudiantes, en sus prácticas de formación, integren el estudio de los fenómenos con problemas propios del campo de formación, donde los modelos utilizados permitan una sinergia entre la formación matemática y el aprendizaje del campo ingenieril (Espinosa, 2008; Hudson, 2008).

En el segundo reporte, los estudiantes usaron los modelos para responder a la intención de generar un cambio en el

número de patas de una silla, de tal forma que se permitiera la estabilidad en cualquier superficie y se redujera la cantidad de materia prima. Los estudiantes identificaron las necesidades del objeto con el ánimo de generar soluciones. Las necesidades se materializaron en preguntas continuas que orientaban el tipo de diseño que se requería; este continuo cuestionamiento frente a la utilidad del producto en relación con las necesidades que emergía del contexto fue un aspecto clave para caracterizar *la problematización*. Esa problematización hecha por los estudiantes fue motivada en las continuas valoraciones y cuestionamientos que promovía la profesora a lo largo del desarrollo de los proyectos. En el segundo reporte, *la problematización* promovió el ajuste de varios aspectos con los cuales el objeto podía funcionar de manera eficaz y estética.

Si bien en la literatura se expone la necesidad de que los estudiantes de ingeniería reconozcan aspectos generales de un contexto para comprenderlo (Gómez, 2005; Mendible & Ortiz, 2003), al mismo tiempo se plantea la importancia de que trasladen las generalidades aprendidas a su campo de acción y, por lo tanto, reconozcan particularidades para hallar la solución a situaciones propuestas (Wedelin, Adawi, Jahan, & Andersson, 2015). En este sentido, la problematización de las acciones de los diseñadores en un contexto situado del campo de acción de estos profesionales permite un reconocimiento, por parte de los estudiantes, de aspectos que son susceptibles de ser mejorados y de soluciones más óptimas para un rediseño. Tales aspectos se relacionan con los requerimientos formales y funcionales de un objeto (Rendón-Mesa, 2016). En el segundo reporte se evidenció el reconocimiento de una problemática y conceptos tanto del diseño como de la matemática que se articulan entre sí. Sin embargo, a pesar de que los estudiantes lograron una comprensión frente al contexto situado, no usaron los modelos matemáticos para comprender las relaciones entre los aspectos intrínsecos y extrínsecos del objeto; en el ejemplo, sólo consideraron solucionar la estabilidad a partir del cálculo de la capacidad.

Este segundo reporte permitió evidenciar que *la problematización* no es un aspecto suficiente para que los modelos tengan sentido en relación con lo que se modela. Si bien los estudiantes se relacionaron con contextos cercanos a su campo de saber, como es el rediseño de una silla, y problematizaron un aspecto estético y funcional respecto al sistema de apoyo o a la cantidad de patas necesarias, no lograron determinar cómo establecer la estabilidad de la silla para cualquier tipo de terreno. Esta situación mostró la necesidad de *vincular a expertos* como una manera de profundizar en las comprensiones y relaciones entre producto y el contexto y también en el conocimiento de

otras características, propiedades y estrategias que pueden considerarse en el proceso de diseño. Las relaciones entre expertos en una disciplina y los estudiantes amplían los referentes conceptuales y pone en diálogo diversos campos de saber, puesto que, como lo indican Lave y Wenger (1991), las experiencias que enmarcan las prácticas de formación procuran que los estudiantes no sólo reconozcan una circunstancia o contexto susceptible de ser modelado matemáticamente, sino que sea admisible la solución que se propone referente a la problemática que se identifica.

En el tercer registro se reconoció que las interacciones entre los estudiantes y expertos en diversos temas permitieron una comprensión tanto de los contextos como de las soluciones que los estudiantes propusieron a sus problemáticas. El establecimiento de diálogos entre diversos campos de saber es una característica que aportó al mejoramiento de los diseños de los productos. En el ejemplo presentado en este artículo, el mejoramiento del diseño de una lámpara permitió establecer, entre los estudiantes y los expertos, consideraciones para el análisis de condiciones que faciliten identificar la importancia de los diálogos entre disciplinas. Además, pone de relieve aquellos procesos y circunstancias que dan lugar a la articulación de conocimientos, qué características tienen estas acciones, qué papel juegan los contextos del diseño, cómo se validan las soluciones, cómo emergen y se desarrollan diferentes modos de representar los objetos, cómo intervienen las interacciones entre los sujetos que se vinculan en este proceso (Alagia, Bressan, & Sadovsky, 2005).

En el cuarto registro se percibió cómo las acciones llevaron a considerar los contextos en términos más vivenciales. Se profundizó en actividades en las cuales el uso de modelos matemáticos y no matemáticos se articuló y conjugó con el conocimiento matemático y el ingenieril con el ánimo de responder a las necesidades de los usuarios y a las pretensiones del campo laboral, como lo manifiesta el perfil profesional en la triada propuesta entre usuario, contexto y objeto. Vincular *contextos situados* permitió considerar condiciones diversas para solucionar las problemáticas propuestas. El adjetivo *situado* permitió centrar la atención en las prácticas de los ingenieros que diseñan productos y no en vincular tareas estereotipadas o de enunciados verbales con el fin único de introducir un contenido matemático o desarrollar habilidades para la representación matemática (Villa-Ochoa, 2015). Más allá de ello, se promovieron acciones para que los estudiantes diseñaran productos al articular conocimientos matemáticos y de su ingeniería. En el cuarto registro presentado en este artículo (cantidad de empaques que pueden producirse en un pliego de cartón industrial) los estudiantes relacionaron la distribución

espacial de un empaque con nociones de área y perímetro. Aunque la relación entre el área pliego y el área del empaque puede establecerse matemáticamente, lo que se privilegió fue la ubicación del empaque como unidad; es decir, para definir la cantidad de empaques los estudiantes consideraron que el área no depende de las dimensiones, sino de la acomodación en el pliego de cartón industrial.

La vinculación de contextos *situados* posibilitó que los estudiantes representaran una relación con el futuro campo de acción y reconocieran cierta cercanía de prácticas que realiza el Ingeniero de Diseño de Producto. Podría indicarse que vincular este tipo de contextos a la formación permitió a los estudiantes reflexionar, analizar y tomar decisiones para movilizar experiencias y la conceptualización matemática asumiera sentido y significado en relación con la práctica experiencial (Dos Santos & Mates, 2008; Hennig, M., Mertsching, B., & Hilkenmeier, F., 2015; Johri & Olds, 2011).

Frente a la situación descrita, podría indicarse que el contexto situado incluyó aspectos que se analizaron en los demás registros de forma integrada y permitió considerar nuevas acciones sobre la manera en que se enseña y aquello que se enseña, con el ánimo de que la formación de un ingeniero deje de percibirse como un proceso de instrucción y, por el contrario, se asuma como instancias donde es posible dinamizar a partir de la cultura y transformar las perspectivas de la modelación (Albertí, Amat, Busquier, Romero, & Tejada, 2013; Cardella & Atman, 2004; Johri & Olds, 2011; Kent & Noss, 2002). La vinculación de dichos componentes al aula permite que la modelación matemática haga referencia a prácticas matemáticas que se encuentran insertas en contextos que responden a particularidades de un campo de formación, ya que genera una concepción diferente; es decir, bajo esta dinámica la modelación matemática no concibe dos mundos disyuntos, sino que asume la matemática, los modelos y lo modelado como contextos en una sola relación. Por lo tanto, se brindan herramientas al estudiante de ingeniería para la sistematización de la experiencia, como lo enuncian Serres, González, Cadiz, y Torres (2012), que para el caso de la Ingeniería de Diseño de Producto se relacionan con la configuración de patrones, relaciones espaciales del objeto, manipulación del objeto, proporciones, escala, entre otros.

CONCLUSIONES

Considerar una relación más cercana entre la matemática y la *realidad* es una concepción propia en la formación de ingenieros. Aunque este proceso investigativo se basó en un curso de primer semestre para estudiantes de Ingeniería

de Diseño de Producto, es necesario tener presente los retos que implican atender la formación de un ingeniero. En otras palabras, los resultados ofrecen perspectivas sobre aspectos que deben considerarse en un ambiente de modelación matemática para que el uso de los modelos se dé de manera consciente y cobre sentido en la formación matemática de los ingenieros.

Los resultados presentados en este artículo se convierten en evidencia de que existen casos en los que *la contextualización, la problematización, la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas* en relación con lo situado permiten que los estudiantes sean capaces de trascender rutinas y tomar control sobre su manera de concebir el mundo para solucionar las situaciones que se les presenten e involucrar situaciones y experiencias referentes a la cultura del campo de acción, que para esta investigación, se relacionaron con el diseño de producto.

La *contextualización* ofrece significados al futuro campo de acción; es decir, ayuda al estudiante a que, por medio del uso de los contextos, soporte una idea de diseño, reconozca acciones que en un futuro debe y puede implementar y alcance diferenciaciones conceptuales que le permitan comprender asuntos relacionados con su formación. Es decir, si bien la contextualización se relaciona con el uso del contexto, deber reconocerse un sentido a sus actuaciones, un significado a las prácticas en el campo de acción, donde el estudiante que actúa demuestra tal apropiación frente a lo que desarrolla. De la misma manera la problematización posibilita que el estudiante consolide diseños de producto, explore y estudie relaciones matemáticas del campo de formación. Por su parte, *la interacción con expertos y el diálogo entre disciplinas* generan aportes que fortalecen el proceso de creación y diseño de un producto.

De acuerdo con los resultados obtenidos, es importante abordar la modelación matemática con mayor profundidad como un ambiente en el que se articulen los conocimientos propios del campo de formación de un ingeniero (y quizás de otros profesionales) y las matemáticas. Como se mostró en el tercer y cuarto reporte, es posible generar ambientes de modelación matemática en los que los estudiantes puedan considerar modificaciones en sus maneras de proceder matemáticamente frente a las problemáticas de su campo de acción profesional, a partir de la vinculación de los cuatro componentes descritos.

En este sentido, la modelación matemática es una herramienta que armoniza con las necesidades de formación de los Ingenieros de Diseño de Producto; es decir, va más allá de la producción de representaciones matemáticas.

Vista de esa manera, se pone de relieve el interés para que los estudiantes reconozcan los aspectos que fundamentan la consolidación de un diseño, y el rol funcional de la matemática en dicha consolidación.

Observar tales dinámicas hace necesario profundizar en las relaciones que se establecen entre los diferentes modelos matemáticos y no matemáticos que emergen en el proceso de creación de un diseño. Un ambiente de modelación matemática en el aula promueve un conocimiento más profundo y una mejor transferencia de conceptos matemáticos en otros campos, el fortalecimiento de diversas habilidades profesionales y la comprensión de las dinámicas matemáticas y no matemáticas para la creación de un diseño.

REFERENCIAS

- ALAGIA, H., BRESSAN, A. M., & SADOVSKY, P. (2005). Reflexiones teóricas para la educación matemática. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- ALBERTÍ, M., AMAT, S., BUSQUIER, S., ROMERO, P., & TEJADA, J. (2013). Mathematics for Engineering and Engineering for Mathematics. En A. Damlamian, J. F. Rodrigues, & R. Sträßer (Eds.), *Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (16); pp. 185–198. Springer International Publishing. Revisado de http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-02270-3_17
- ALPERS, B. (2010). Studies on the mathematical expertise of mechanical engineers. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(3); pp. 2–17.
- ARAÚJO, J. (2009). Uma Abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2); pp.55–68.
- ARRIETA, J; ULLOA, T. (2009). Los modelos exponenciales: construcción y deconstrucción. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 479-488). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 22; pp. 479–488.
- BORBA, M.C., & VILLARREAL, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation*. New York: Springer.
- BROWN, J. S., COLLINS, A., & DUGUID, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1); pp. 32–42.
- CARDELLA, M. (2010). Mathematical modeling in engineering design projects. En P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*; pp. 87–98. Springer: US.
- CARDELLA, M., & ATMAN, C. J. (2004). A qualitative study of the role of mathematics in engineering capstone design projects. En *Proceedings of the 2004 International Conference on Engineering Education-ICEE-2004*. Gainesville, FL.
- CLANCEY, W. J. (1993). Situated action: a neuropsychological interpretation response to Vera and Simon. *Cognitive Science*, 17(1); pp. 87–116. http://doi.org/10.1207/s15516709cog1701_7
- DIEFES-DUX, H. A., ZAWOJEWSKI, J. S., HJALMARSON, M. A., & CARDELLA, M. (2012). A framework for analyzing feedback in a formative assessment system for mathematical modeling problems. *Journal of Engineering Education*, 101(2); pp.375–406.
- DOS SANTOS, M. P., & MATES, J. F. (2008). The Role of Artefacts in Mathematical Thinking: A Situated Learning Perspective. En A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education* (45); pp. 179–204. Springer US. Recuperado a partir de http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-71579-7_9
- EAFIT, U. (2006). Programa de modelación matemática. Revisado de <http://www.eafit.edu.co/programas-academicos/pregrados/ingenieria-diseno-producto/acerca-programa/Paginas/que-es-idp.aspx#U5m51PmSx2A>
- ESPINOSA, D. (2008). La formación matemática en la educación superior. *El hombre y la máquina*, (31); pp. 52–62.
- GAINSBURG, J. (2006). The Mathematical Modeling of Structural Engineers. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(1); pp. 3-36.
- GAINSBURG, J. (2013). Learning to model in engineering. *Mathematical Thinking and Learning*, 15(4); pp. 259–290.

- GEROFSKY, S., & THOMAS, R. (1997). An exchange about word problems. *For the Learning of Mathematics*, 17(2); pp. 21–22.
- GÓMEZ, J. (2005). La ingeniería como escenario y los modelos matemáticos como actores. Presentado en el XVI Simposio Iberoamericano de Enseñanza Matemática. “Matemáticas para el siglo XXI.”
- GREER, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7(4); pp. 293–307. [http://doi.org/10.1016/S0959-4752\(97\)00006-6](http://doi.org/10.1016/S0959-4752(97)00006-6)
- HENNIG, M., MERTSCHING, B., & HILKENMEIER, F. (2015). Situated mathematics teaching within electrical engineering courses. *European Journal of Engineering Education*, 40(6), 683–701. <http://doi.org/10.1080/03043797.2014.1001820>
- HUDSON, B. (2008). Learning mathematically as social practice in a workplace setting. En A. Watson & P. Winbourne (Eds.), *New Directions for Situated Cognition in Mathematics Education*; pp. 287–301. Springer US. Recuperado a partir de http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-0-387-71579-7_13
- JOHRI, A., & OLDS, B. M. (2011). Situated engineering learning: bridging engineering education research and the learning sciences. *Journal of Engineering Education*, 100(1); pp. 151–185.
- KAISER, G., & SCHWARZ, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education—examples and experiences. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(1); pp. 51–76. <http://doi.org/10.1007/s13138-010-0001-3>
- KENT, P., & NOSS, R. (2002). The mathematical components of engineering expertise: The relationship between doing and understanding mathematics. En *Engineering Education 2002: Professional Engineering Scenarios 56(2)*, Londres.
- LAVE, J., & WENGER, E. (1991). *Situated learning: legitimate peripheral participation*. Cambridge University Press. Recuperado a partir de <https://books.google.es/books?id=CAVIOrW3vYAC>
- LESH, R., HAMILTON, E., & KAPUT, J. (2007). *Foundations for the future in mathematics education*. Erlbaum: Mahwah, NJ.
- LITZINGER, T., LATTUCA, L. R., HADGRAFT, R., & NEWSTETTER, W. (2011). Engineering education and the development of expertise. *Journal of Engineering Education*, 100(1); pp. 123–150.
- MENDIBLE, A., & ORTIZ, J. (2003). Modelización matemática en la formación de ingenieros. La importancia del contexto. *Enseñanza de la Matemática*; 12 al 16(extraordinario); pp. 133-150.
- MUÑOZ MESA, L. M., LONDOÑO ORREGO, S. M., JARAMILLO LÓPEZ, C. M., & VILLA-OCHOA, J. A. (2014). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (42); pp. 48–67.
- NIEMEYER, B. (2006). El aprendizaje situado: una oportunidad para escapar del enfoque del déficit. *Revista de Educación*, (341); pp. 99–122.
- PATTON, M. Q. (2005). *Qualitative Research and Evaluation Methods*. Thousands Oaks, CA: Sage Publications.
- PAZ, H. (2007). El aprendizaje situado como una alternativa en la formación de competencias en ingeniería. *Revista Educación en Ingeniería*, 2(4); pp.1–13.
- RENDÓN-MESA, P.A. (2016). *Articulación entre la matemática y el campo de acción de la Ingeniería de Diseño de Producto. Aportes de la modelación matemática*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- RENDÓN-MESA, P., & ESTEBAN, P. (2013). La modelación matemática en la ingeniería de diseño. En Y. Morales & A. Ramírez (Eds.), *Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*. República Dominicana: REDUMATE-PUCMM. Revisado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/387-483-1-DR.pdf>
- RENDÓN-MESA, P., VILLA-OCHOA, J., & ESTEBAN, P. V. (2013). La modelación matemática en la ingeniería de diseño. *Revista Científica, Especial (Educación Matemática)* 102-106. Revisado de <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/5962/7479>
- RENDÓN-MESA, P., ESTEBAN, P., & VILLA-OCHOA, J. A. (2015). La modelación matemática y su función articuladora entre saberes en la formación de un ingeniero. En A. Ruiz & P. Scott (Eds). *Matemática en las Américas*. Santo Domingo: Comité Interamericano de Educación

Matemática.

- ROMO-VÁZQUEZ, A. (2014) La modelización matemática en la formación de ingenieros. *Educación Matemática*, 25 años; pp. 314-338.
- SERRES, Y., GONZÁLEZ, G., CADIZ, R., & TORRES, C. (2012). Educación matemática para ingeniería y arquitectura: aplicaciones de la matemática en el contexto de las ciencias. *Revista de la Facultad de Ingeniería Universidad Central de Venezuela*, 27(3); pp. 021–028.
- SUÁREZ, L. (2000). El trabajo en equipo y la elaboración de reportes en un ambiente de resolución de problemas (Maestría). CINVESTAV, México.
- VELÁSQUEZ, A. (2007). Geometrización. Memorias del curso Proyecto VI. Universidad Eafit. Medellín, Colombia.
- VERSCHAFFEL, L., VAN DOOREN, W., GREER, B., & MUKHOPADHYAY, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1); pp. 9–29.
- VILLA-OCHOA, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis*, 8(16); pp.133–148. DOI: <http://dx.doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe>
- VILLA-OCHOA, J. A., & BERRIO, M. J. (2015). Mathematical modelling and culture-an empirical study. En G. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*. pp. 241-250. New York: Springer.
- WEDELIN, D., ADAWI, T., JAHAN, T., & ANDERSSON, S. (2015). Investigating and developing engineering students' mathematical modelling and problem-solving skills. *European Journal of Engineering Education*; 40(5), 557-572. <http://doi.org/10.1080/03043797.2014.987648>
- ZAWOJEWSKI, J. S., DIEFES-DUX, H., & BOWMAN, K. (2008). *Models and modeling in engineering education: designing experiences for all students*. Rotterdam: Sense Publishers.