ACTIVIDADES DIDÁCTICAS PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS, USANDO TECNOLOGÍA

José Luis Soto Munguía, Ana Guadalupe del Castillo Bojórquez
Universidad de Sonora, México
jlsoto@mat.uson.mx, acastillo@mat.uson.mx

Palabras clave: GeoGebra, espacios de trabajo geométrico, geometría dinámica

Key words: GeoGebra, geometrical working spaces, dynamic geometry

RESUMEN: Se reporta aquí el diseño de una secuencia de actividades didácticas sobre la noción de proporcionalidad, dirigida a profesores de matemáticas de secundaria en servicio. Para el diseño se ha usado la metodología ACODESA y algunos principios de la Educación Matemática Realista, pero teóricamente está enmarcado en la Teoría de Espacios de Trabajo Geométrico. La secuencia es compatible con la reforma educativa en curso en nuestro país y utiliza GeoGebra para aproximar áreas y distancias reales sobre mapas tomados de https://maps.google.com. Se reportan algunos resultados preliminares de la aplicación de la secuencia a un grupo de futuros profesores de matemáticas.

ABSTRACT: It is reported here the design of a didactic sequence for the study of the notion of proportionality, aimed to secondary mathematics teachers in service. For the sequence design it has been used ACODESA methodology and some principles from Realistic Mathematics Education, but it is mainly theoretically framed on Geometrical Working Spaces. The sequence is consistent with the current educational reform in our country and uses GeoGebra to approximate actual areas and distances on maps taken from https://maps.google.com. Some preliminary results of sequence application in a group of future mathematics teachers are reported.

INTRODUCCIÓN

En México, la educación básica está integrada por tres niveles educativos: el preescolar (3 a 5 años), la escuela primaria (6 a 11 años) y la secundaria (12 a 15 años). Entre los años 2004 y 2011 se promovió la reforma de la educación básica, que en el caso de las matemáticas de la escuela secundaria, en donde se enmarca el presente trabajo, ha culminado con un nuevo plan de estudios, nuevos programas para los cursos y nuevos enfoques de enseñanza (SEP, 2011).

Como en otras experiencias, el gran reto de la reforma es la modificación de las prácticas docentes, que en este caso pareciera mayor si se toma en cuenta la escasa o nula participación que los profesores han tenido en su formulación y en sus orientaciones. A cuatro años de la aprobación formal de los cambios curriculares, no se observan modificaciones sustanciales en estas prácticas. Las causas que llevan a la resistencia del profesor para cambiar sus prácticas, son muy diversas y hacer un análisis de ellas no está entre los propósitos del presente trabajo, que está centrado solamente en el diseño de actividades didácticas, tarea que el profesor desarrollará "diseñando situaciones de aprendizaje centradas en el estudiante; generando situaciones motivantes y significativas para los alumnos" (SEP, 2011, p. 64).

Una de nuestras preocupaciones es el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como recursos didácticos, que son ampliamente recomendadas en el documento que institucionaliza la reforma para la matemática de secundaria (SEP, 2011), pero se elude lo que significa el uso concreto de las TIC en la clase de matemáticas. En la Guía para el Maestro, por ejemplo, hay un capítulo dedicado al *desarrollo de habilidades digitales* y se ofrecen cinco ejemplos de situaciones de aprendizaje, pero en ninguno de ellos están incorporadas las TIC. A lo más que se llega es a recomendar en uno de ellos "incluir actividades con los materiales educativos digitales que ofrece HDT, para ello se sugiere identificarlos en los portales federal y de aula Explora" (SEP, 2011, p. 104). HDT son las siglas del programa federal llamado Habilidades Digitales para Todos, cuya aplicación ha enfrentado dificultades de diversos tipos; los mismos responsables del programa admitían en el año 2012, que: "Se pudo constatar una configuración de interpretaciones las cuales se han basado en la desconfianza y la incredulidad hacia el Programa HDT y, también, hacia las instancias y personas que lo impulsan." (SEP, 2012, p. 108).

Podemos decir en síntesis que, a pesar de la insistencia institucional sobre la incorporación de nuevas tecnologías al salón de clases; el pizarrón, el lápiz y papel siguen siendo las herramientas más usadas en el trabajo cotidiano de las aulas de matemáticas. Mientras los profesores no cuenten con propuestas de tecnologías concretas, para usar en temáticas específicas, la tecnología seguirá posponiendo su arribo a las aulas mexicanas.

PROPÓSITOS Y REFERENCIAS TEÓRICAS

En el presente trabajo reportamos una secuencia de actividades didácticas acorde con los lineamientos de la RIEB, o por lo menos con algunas de sus recomendaciones importantes, a saber:

a) La enseñanza debe centrarse en el estudiante, lo cual obliga a la inclusión en el diseño de formas específicas de gestión en el aula, que den cuenta de lo que significa en la práctica este enfoque. (véase SEP, 2011, p. 64).

b) La reforma plantea que los alumnos debieran ser "capaces de resolver situaciones problemáticas que les plantea su vida y su entorno" (SEP, 2011, p. 62). Esto exige que los contextos de las actividades resulten convincentes para los estudiantes, si queremos que se despierte en ellos el interés por resolver la situación problemática.

c) El diseño de actividades debe aprovechar la potencia de las TIC, no solamente para enriquecer los contextos, sino además porque resulta una herramienta valiosa para resolver los problemas y reflexionar sobre los conceptos matemáticos (véase SEP, 2011, p. 67)

Para el diseño se ha considerado como referencia teórica, la noción de Espacio de Trabajo Geométrico (ETG), definida por Kuzniak (2013) como "[un espacio] organizado para asegurar el trabajo de personas resolviendo problemas geométricos". La actividad a desarrollar en estos espacios, puede concebirse en dos dimensiones: la epistemológica y la cognitiva. En la primera, se contemplan tres características de la actividad geométrica, a saber:

a) Un espacio real y local, integrado por objetos concretos.

b) Un conjunto de artefactos tales como instrumentos de dibujo o software.

c) Un marco teórico de referencia basado en definiciones y propiedades.

En la segunda se incluyen tres procesos cognitivos relacionados con la actividad geométrica:

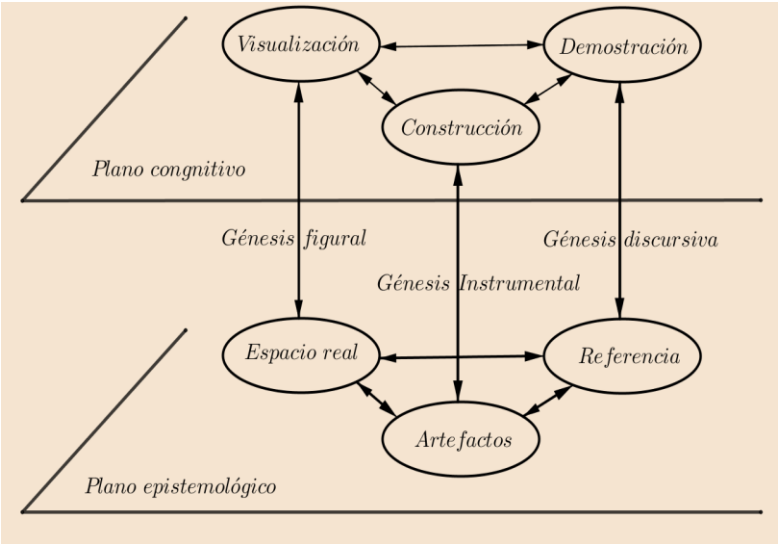
a) El proceso de visualización, conectado a la representación de los objetos del espacio real, mediante la génesis figural.

b) El proceso de construcción, que involucra el uso de artefactos (regla, compás, software, etc.) a través de la génesis instrumental.

c) El proceso deductivo que conduce a la demostración y que está basado en el marco teórico de referencia.

En la Figura 1, se representan con planos las dimensiones cognitiva y epistemológica y los elementos que integran cada uno de ellos, así como las relaciones que guardan entre sí.

Figura 1.



Para entender, clarificar y organizar los resultados de la actividad geométrica, Kuzniak toma de Kuhn (1971) la noción de *paradigma*, entendida como el conjunto de creencias, concepciones, reglas, etc., que una comunidad científica comparte.

Aunque Kuzniak se refiere a tres paradigmas geométricos, describiremos aquí solamente el primero de ellos, porque es el de mayor interés en este trabajo.

El paradigma de la Geometría Natural (Geometría I)

En este paradigma predominan los objetos reales y sus características, que pudieran no distinguirse bien de los objetos geométricos. Sus fuentes de validación son estos objetos reales y los argumentos usados para apoyar una proposición podrían ser experimentales, aunque esto no excluye los argumentos deductivos. Aquí lo más importante es presentar argumentos convincentes, aunque no estén basados en sistema axiomático alguno. Es válido entonces usar las mediciones con instrumentos como reglas graduadas o transportadores, las características observadas en los trazos con regla y compás, los resultados obtenidos cortando o doblando dibujos sobre papel. Se trata en síntesis de una geometría cuya naturaleza es empírica y tiene su origen histórico en la resolución de problemas prácticos y en los métodos desarrollados para resolverlos.

Si bien es cierto que la actividad matemática misma no forma parte del ETG, también es cierto que el diseño de estas actividades determinan las características del ETG, porque el diseño tiene que hacer referencia a los objetos geométricos, los artefactos, las referencias teóricas, las maneras como se usarán todos estos elementos y el establecimiento “a priori” de cómo se producirán las diferentes génesis. Si un ETG se concibe como un espacio de interacción social en el que los participantes trabajan individualmente o en grupo, estas interacciones deberán sistematizarse en el diseño, pero la teoría de los ETG no es tan específica, de aquí la necesidad de contar con una metodología para el diseño. En el presente trabajo, hemos tomado la metodología ACODESA (Hitt, 2007) como base para el diseño y la hemos complementado con algunos de los principios generales de la Matemática Realista (RME por sus siglas en Inglés), específicamente los tres siguientes:

El *Principio de Realidad*, que se refiere tanto al desarrollo de las habilidades para aplicar la matemática en la resolución de problemas de la vida real, como al uso de situaciones problema como punto de partida en la enseñanza de la matemática. (véase Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, 2014, p. 523).

El *Principio de Interactividad*, que identifica el aprendizaje de la matemática como una actividad social, en la que deben favorecerse las discusiones grupales y en pequeños grupos, para que los estudiantes tengan oportunidades de compartir sus estrategias e invenciones con sus compañeros (véase Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, 2014, p. 523).

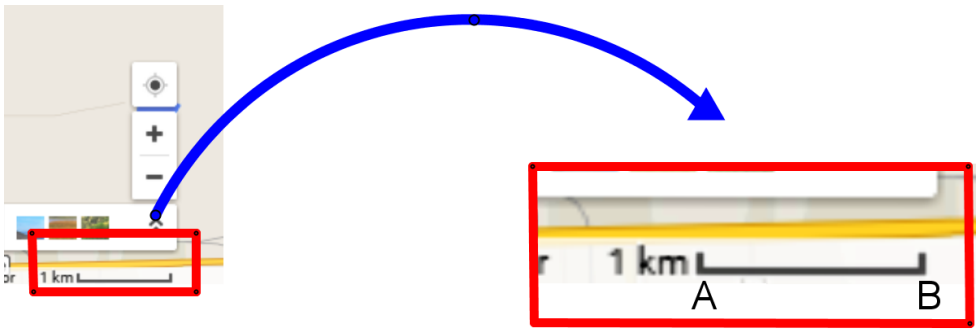
El *Principio de Reinvención Guiada*. De acuerdo con este principio, si los estudiantes pueden matematizar su propia actividad, entonces pueden reinventar sus resultados matemáticos bajo la guía del profesor o del material instruccional diseñado para ello. Por lo tanto, los estudiantes deben experimentar el aprendizaje de la matemática como un proceso similar al proceso que permitió a los matemáticos inventar sus resultados (Bakker, 2004, pp. 6-7).

SECUENCIA DE ACTIVIDADES DESARROLLADA

Se describe aquí una secuencia de actividades dirigidas a profesores de secundaria en servicio, que ha sido diseñada conforme las consideraciones teóricas y metodológicas mencionadas en el apartado anterior. El propósito es el estudio de la noción de proporcionalidad en este nivel escolar. En lo que se refiere al uso de las TIC, el diseño combina Internet con el software GeoGebra. Las situaciones problema usadas como punto de partida, están dadas en el contexto de la aproximación de distancias y áreas sobre los mapas interactivos en línea proporcionados por el sitio https://maps.google.com. La secuencia está pensada para que los profesores jueguen el rol de aprendices durante su desarrollo, para posteriormente entrar al análisis didáctico cambiando su rol al de profesores. Las actividades dedicadas al análisis didáctico no están reportadas aquí. Se ofrece a continuación una breve descripción de las actividades que integran la secuencia.

Actividad 1. Esta es una actividad de familiarización con el contexto, se trata de que los profesores discutan por equipo, lo que significa la referencia que muestran los mapas de Google en la esquina inferior derecha. Esta referencia es un segmento denominado en las actividades como el segmento AB (ver Figura 2).

Figura 2.



La actividad se realiza con lápiz, papel y regla graduada. Se trata de medir en centímetros el segmento AB y calcular el número por el que debe multiplicarse la medida de AB, para obtener la medida real, representada por este segmento.

Actividad 2. Se proponen aquí las tareas de estimar el área y el perímetro de una isla (Isla del Tiburón) usando el mapa impreso de la isla, un cordel de algodón y una cuadrícula trazada sobre una mica transparente. La actividad también se desarrolla por equipos y al final se comparan los diferentes métodos usados, los resultados obtenidos y se somete a la discusión de todo el grupo por qué unos métodos conducen a mejores estimaciones que otros.

Actividad 3. Se aprovecha aquí la capacidad de GeoGebra para "insertar" imágenes en la vista gráfica, construyendo luego figuras en esta vista, que puedan ser medidas directamente con el software. Se trata de "montar" las figuras apropiadas usando las herramientas directas de GeoGebra, para aproximar áreas de superficies y longitudes de trayectorias. La actividad se realiza por equipos y luego se comparan los resultados y la eficiencia de los métodos usados.

Actividad 4. Con esta actividad se cierra la secuencia; el propósito aquí es institucionalizar un método general que permita calcular en un mapa las distancias reales e identificar los conceptos matemáticos presentes en él. Se pide a los profesores que describan la manera como aproximarían una distancia *b* sobre la superficie geográfica, si el segmento AB tiene una medida *a* sobre el plano. Las descripciones serán contrastadas y refinadas en el equipo, para comparar finalmente las producciones de cada equipo, en una discusión grupal.

CONCLUSIONES

La noción de proporcionalidad está presente en toda la currícula matemática de la escuela secundaria en México y la secuencia de actividades presentada aquí no pretende agotar los diversos ángulos con los que se aborda su estudio. Desde el punto de vista de la teoría de los ETG, es claro las actividades están planteadas todas en el Paradigma de la Geometría 1, lo cual es una limitación con respecto a la profundidad con la que la noción se está abordando. A pesar de que el diseño podría incorporar el uso de las TIC desde la primera actividad, hemos atendido la recomendación de ACODESA para incluir el uso de materiales manipulables en las primeras actividades, principalmente por el tipo de representaciones que pueden generarse en este ambiente y por el contraste que puede hacerse posteriormente con el uso de las TIC.

La metodología ACODESA ha respondido bien a las características que hemos propuesto para las actividades diseñadas, principalmente en lo que se refiere a la sistematización de las interacciones en el aula y a los propósitos que establece para estas interacciones, mientras que los principios que hemos tomado de la RME han resultado un buen complemento metodológico para mantener las actividades dentro de los márgenes establecidos en la reforma que está en curso en nuestro país. En general la combinación de estas herramientas metodológicas nos han permitido avanzar en la construcción de un ETG, cuya teoría no prescribe el uso de metodologías específicas de diseño de actividades.

Aunque la secuencia completa de actividades no ha sido experimentada, las primeras tres han sido propuestas a un grupo de futuros profesores de matemáticas y los resultados han resultado alentadores. Al respecto del contexto en el que está planteada la situación problema, tomada como base para el diseño, les ha parecido de interés y suficientemente convincente para introducir el estudio de proporcionalidad. Las actividades 2 y 3 han generado diferentes métodos de aproximación y la comparación de estos métodos ha resultado enriquecedora. Las aproximaciones logradas con ayuda de GeoGebra han sido bastante aceptables; en el caso específico del área de la Isla del Tiburón, en la que ha sido posible comparar la aproximación al área con el dato oficial, el error cometido no rebasa el 2%.

Diremos por último que el ETG propuesto está ubicado en las génesis figural e instrumental, dentro del esquema de la Figura 1 y aunque tenemos elementos sobre cómo se desarrollan estas génesis al aplicar la secuencia de actividades, esta es una parte del estudio que requiere un análisis más cuidadoso, tanto con respecto a las diversas representaciones que se generan, como con respecto a las manifestaciones concretas en las que se manifiesta la génesis instrumental.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bakker, A. (2004). *Design research in statistics education: On symbolizing and computer tools*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Hitt, F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. En M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éditeurs), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage. conception et usages, regards croisés* (pp. 65-88). Éditorial Hermes.

Kuhn, T. (1971). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: FCE.

Kuzniak, A. y Vivier, L. (2009). A french look on the greek Geometrical Working Space at secundary school level. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello (Eds.) *Proceeding of CERME 6* (pp. 686-695), Lyon, France: Institut National de Recherche Pédagogique.

Kuzniak, A. (2013). Teaching and learning Geometry and beyond. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. Mariotti (Eds). *Proceeding of CERME 8* (pp. 33-49). Ankara, Turkey: Middle East Technical University.

SEP. (2011). *Programas de estudio 2011. Guía para el Maestro. Educación Básica. Secundaria*. Matemáticas. México: SEP.

SEP. (2012). Programa: Habilidades Digitales para Todos, *Libro Blanco 2009 -2012*. México: Sep. Disponible en web: http://sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/2959/5/images/LB%20HDT.pdf (Acceso 13-08-2015).

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 521-525). Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.