# Geometría y lineamientos curriculares: una experiencia en la formación inicial de profesores

Leonor Camargo, Patricia Perry, Carmen Samper,
Óscar Molina, Armando Echeverry[23]

## Abstract

En este artículo compartimos una experiencia que hemos implementado para contribuir a que las ideas expuestas en los lineamientos curriculares colombianos de 1998 tengan mayor posibilidad de convertirse en realidad. Se trata de una innovación curricular en un curso de geometría plana del programa de formación inicial de profesores de matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional. La propuesta se constituye en un ejemplo del esfuerzo que hemos venido haciendo los formadores de profesores para ajustar los programas de licenciatura a las exigencias que la visión de las matemáticas escolares promovida en los lineamientos le demandan al profesor.

## Introducción

Los lineamientos curriculares propuestos en 1998, como resultado de un trabajo conjunto entre varios sectores del sistema educativo colombiano —i.e., diseñadores oficiales de políticas del sistema educativo, profesores de distintos niveles educativos, formadores de profesores e investigadores universitarios— impulsan una educación matemática muy diferente a la tradicionalmente ofrecida en las aulas escolares. Promueven una imagen de la clase de matemáticas como el lugar para que los estudiantes se involucren en la exploración de situaciones matemáticas, la comunicación oral y escrita de ideas matemáticas y la verificación, negociación y validación de éstas. En ese sentido, se espera que los estudiantes participen activamente en la construcción del conocimiento asumiendo un papel comparable con el de un matemático:

Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas para reconocer la ocasión de utilizarlos y aplicarlos; sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que una parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles soluciones. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura, que tome los que le son útiles, etcétera (MEN, 1998, p. 28).

Esta visión contrasta profundamente con las clases de matemáticas tradicionales en las que el profesor y el texto son la fuente del conocimiento matemático y quienes tienen la responsabilidad y la autoridad para validarlo. En los lineamientos se especifican algunas consideraciones sobre la gestión del conocimiento en el aula de matemáticas que, de haberse hecho realidad, deberían haber impactado la matemática escolar en esta última década. Entre ellas están:

---

1 Profesores e investigadores integrantes del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría (Æ • G) de la Universidad Pedagógica Nacional.

Consideración 1 (C1): Considerar la clase de matemáticas como una comunidad matemática en permanente interacción, en lugar de verla como una colección de individuos. (MEN, 1998, p. 29)

C2: Enfocar la atención en procesos de razonamiento, generales o relacionados con los dominios específicos de las matemáticas, en lugar de centrar el trabajo en el conocimiento de procedimientos rutinarios. (MEN, 1998, p. 35)

C3: Privilegiar como contexto para el hacer matemático escolar la resolución de problemas, en lugar de imaginar la matemática como un cuerpo de conocimientos y procedimientos aislados. (MEN, 1998, p. 29)

C4: Responsabilizar al estudiante de los procesos de validación compartiendo con él la búsqueda de evidencias y justificaciones, en lugar de considerar que el profesor es el único poseedor de la verdad. (MEN, 1998, p. 31)

C5: Reconocer el impacto de las tecnologías informáticas en el desarrollo del currículo. (MEN, 1998, p. 29)

En este artículo no pretendemos evaluar el grado de impacto de estas ideas en las aulas de matemáticas sino compartir una experiencia que, como formadores de profesores, hemos implementado para contribuir a que las ideas expuestas en los lineamientos tengan mayor posibilidad de convertirse en realidad. Se trata de una innovación curricular en un curso de geometría del programa de formación inicial de profesores de matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional. Desde nuestro punto de vista, la propuesta es un ejemplo de cómo se puede generar, en las aulas en donde los futuros profesores aprenden matemáticas, un ambiente que les permita experimentar un acercamiento a las matemáticas que esté en consonancia con el cambio de paradigma respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas impulsado en los lineamientos.

Tenemos como premisa que si los lineamientos curriculares imponen a los profesores la tarea de

C6: Crear situaciones problemáticas que permitan al alumno explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; estimular representaciones informales y múltiples y, al mismo tiempo, propiciar gradualmente la adquisición de niveles superiores de formalización y abstracción (MEN, 1998, p. 32)

ellos deben haber tenido una aproximación similar en su propio aprendizaje de las matemáticas, pues así tal aproximación se convierte en referente para su futuro desempeño profesional. Conscientes de esta responsabilidad, vimos la necesidad de transformar el énfasis dado tradicionalmente a los primeros cursos de la licenciatura en matemáticas, en el área de geometría. Estos cursos ofrecían a los estudiantes espacios para aprender un cierto contenido geométrico.

El profesor presentaba un sistema axiomático específico, con base en un texto. Los estudiantes debían aprender de manera individual, axiomas, definiciones y teoremas a la vez que intentaban elaborar demostraciones imitando los esquemas de demostración ejemplificados por el profesor, con ejercicios tomados del libro. Este énfasis difícilmente permitía generar una visión de las matemáticas y del aula de matemáticas como la que pretenden los lineamientos curriculares; tampoco, desarrollar una visión clara y pertinente sobre los procesos que se han de promover en la escuela, específicamente en el dominio geométrico.

Acerca del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, los lineamientos curriculares invitan a un trabajo centrado en el desarrollo del sentido espacial y en el desarrollo del razonamiento geométrico. Con relación al primero sugieren enfocar la atención en

C7: el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales (MEN, 1998, p. 56) y con relación al razonamiento geométrico sugieren llevar a cabo un trabajo que tome en cuenta que “este sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales” (MEN, 1998, p. 58). Se alerta a los profesores sobre la orientación de la didáctica clásica de la geometría euclidiana pues, según se expresa en los lineamientos, ésta no parece dirigida hacia lo que se consideran como los logros más importantes del estudio de la geometría, como son:

C8: la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, **la formulación y discusión de conjeturas,** jugar con los diseños y teselaciones del plano y sus grupos de transformaciones, la propuesta de geometría activa, que parte del juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, y a la expresión externa de esos sistemas conceptuales a través de múltiples sistemas simbólicos. (MEN, 1998, p. 59. El subrayado es nuestro)

Bajo esta perspectiva, nos preguntamos: ¿Cómo reorientar los programas de geometría en la universidad de tal suerte que éstos contribuyan a la formación de profesores competentes para llevar a cabo las ideas expuestas en los lineamientos, y a la vez les permitan enfrentar las exigencias del contexto matemático formal de su carrera universitaria?

A continuación damos a conocer algunos detalles de la innovación con la que hemos dado respuesta a este interrogante. Comenzamos con el enfoque teórico sobre el que ésta se apoya; después exponemos características de la innovación; y, para terminar, aludimos al posible impacto de la experiencia en la implementación de las ideas propuestas en los lineamientos.

## Características de la innovación curricular

### Fundamento teórico que orienta la innovación

En esta sección, esbozamos las ideas teóricas que han sustentado y guiado el rumbo de la innovación.

El concepto de demostración que hemos desarrollado incluye un proceso y un producto y, en esa medida, se relaciona con las consideraciones C6 y C8 señaladas en la introducción. Como proceso, la demostración —i.e., actividad demostrativa— está constituida por las acciones que sustentan la producción de una justificación; estas acciones generalmente comienzan con la exploración de una situación para buscar regularidades, pasan por la formulación de conjeturas y la respectiva constatación de la verdad del hecho geométrico enunciado, y posteriormente se concentran en la búsqueda y organización de ideas que conformarán la demostración como producto. Ésta se refiere a un argumento de índole deductivo, fundamentado en un sistema teórico de referencia del que puede hacer parte el enunciado demostrado[24]. En ese sentido coincidimos con investigadores (Hanna, 2000; Mariotti, 2006) que consideran la demostración como una actividad primordial del quehacer matemático e impulsan su aprendizaje en cualquier nivel educativo.

La actividad demostrativa permite a los matemáticos, remover dudas sobre la certeza de ciertos enunciados y organizarlos deductivamente con el objeto de darles validez dentro de un sistema teórico. Dado que los principios y reglas de deducción los establece un grupo humano específico, decimos que la actividad demostrativa es de carácter sociocultural, que está condicionada por el contexto en donde se lleva a cabo y por el dominio específico al interior del cual se está actuando (Alibert y Thomas, 1991;

2 En Camargo, Samper y Perry (2006) se precisa y se ilustra lo que entendemos por las diferentes acciones de la actividad demostrativa.

Hoyles, 1997; Radford, 1994; Godino y Recio, 2001; Mariotti, 2006). En particular, en las matemáticas escolares, si pretendemos que los estudiantes asuman un papel semejante al de los matemáticos, los argumentos que dan validez a los enunciados, a partir del establecimiento de relaciones lógicas, pueden flexibilizarse, en mayor o menor grado, para dar cabida a diferentes tipos de explicaciones, acordes con las exigencias sociales, el conocimiento y la madurez matemática de los estudiantes.

Al adoptar una visión de actividad demostrativa como la mencionada, atendemos a dos funciones primordiales de la demostración matemática en el ámbito educativo (de Villiers, 1990; Hanna, 1996; Mariotti, 2006): por un lado, promover la comprensión del contenido matemático implicado tanto en los enunciados de los teoremas como en sus justificaciones y, por otro lado, apuntar a la validación de dichos enunciados, en el marco de un sistema teórico en construcción. Generalmente la primera función es marginada por muchos profesores y por esa razón no impulsan la actividad demostrativa en sus clases.

En consonancia con la consideración C1, bajo la influencia del enfoque sociocultural del aprendizaje, tan en boga en la actualidad, entendemos que *aprender* es poder participar cada vez de manera más genuina, autónoma y relevante. En particular, *aprender a demostrar* se refiere a participar en la actividad demostrativa mediante la cual se desarrolla el curso. La generación de ambientes de tal naturaleza requiere de una planeación cuidadosa relacionada con las tareas matemáticas, la interacción social que se promueva y los recursos disponibles.

## Propósito y objetivos del curso

El propósito del curso *Geometría Plana* es generar para los estudiantes un espacio y una oportunidad de aprendizaje de la demostración en geometría euclidiana plana no sólo desde el punto de vista disciplinar de las matemáticas, sino también desde el punto de vista de su futuro ejercicio profesional, de cara a las reformas curriculares propuestas en los lineamientos curriculares colombianos en 1998.

## Objetivo general

Se pretende que los estudiantes aprendan a demostrar y amplíen su visión de la demostración y del papel que ésta tiene como actividad fundamental del quehacer matemático y como recurso de comprensión y de argumentación, ligado a las prácticas culturales de diversas comunidades en donde se usan las matemáticas.

## Objetivos específicos

Se pretende que los estudiantes

- Comiencen a formarse una idea de lo que es un sistema axiomático y de lo que significa trabajar dentro de tal sistema.
- Adviertan que además de la validación de un enunciado, la demostración tiene como funciones la explicación del mismo, el vínculo de éste con otros enunciados en una organización y la comunicación de ideas.
- Ganen confianza en su capacidad de explorar con miras a formular conjeturas.
- Ganen confianza en su capacidad de justificar fundamentados en una teoría.

## Contenido

Con respecto al contenido geométrico del curso los temas incluidos son: relaciones entre puntos, rectas, planos, ángulos, propiedades de triángulos y cuadriláteros y relaciones de congruencia entre triángulos. Debido al enfoque metodológico no se alcanzan a tratar propiedades de la circunferencia ni la semejanza de triángulos, que son temas usuales de un curso de geometría; en este caso, el tiempo didáctico transcurre mucho más lentamente que si se les presentara a los estudiantes el sistema axiomático ya hecho y ellos sólo tuvieran que aprender teoremas y reproducir esquemas de demostración (de Villiers, 1986).

## Enfoque metodológico

Con respecto a la gestión del contenido geométrico sí hay cambios drásticos que se fueron consolidando[25] a través de las diferentes versiones del curso. En armonía con las consideraciones C3, C4, C6 y C8 formuladas en los lineamientos curriculares, ni el profesor ni el libro de texto son la fuente de donde se toma el contenido que se estudia. Tampoco hay una forma fija de secuenciar el tratamiento de los distintos elementos teóricos que se consideran y una cantidad considerable de los enunciados que se demuestran son formulados por la comunidad de la clase, en calidad de conjeturas provenientes de las producciones de los estudiantes al resolver problemas propuestos por el profesor.

Todas las demostraciones que se hacen en el curso también son realizadas por los estudiantes con el apoyo, en mayor o menor grado, del profesor. Las definiciones se introducen para satisfacer una necesidad manifiesta de precisar de qué objeto geométrico se ha comenzado a hablar; para hacerlo, por un lado, se parte de la imagen conceptual que los estudiantes tienen del objeto, y por otro, se hace un análisis centrado en el papel de cada condición dentro de la definición. En ocasiones, algunos hechos geométricos son incorporados de manera legítima al sistema axiomático porque el grupo advierte la necesidad de demostrarlos para poder usarlos en el proceso de demostración de algún teorema.

## Las tareas que se proponen a los estudiantes

Los problemas propuestos a los estudiantes se constituyen en elemento central de la innovación y son objeto de un cuidadoso diseño por parte del grupo de investigación. No se proponen esporádicamente ni tampoco con el propósito de complementar lo que ordinariamente se hace en el curso; son, en cambio, parte del medio didáctico que organiza el profesor para el aprendizaje de los estudiantes. Así, los estudiantes viven una experiencia como la que se propone en la consideración C3. Casi siempre se trata de situaciones que involucran a los estudiantes en una actividad demostrativa completa, es decir, ellos tienen que comenzar por generar conjeturas (ver consideración C6) que, luego de ser verificadas y aceptadas por la comunidad como tales, son validadas dentro del sistema axiomático con el que cuentan. En otras ocasiones, se trata de situaciones en las que tienen que aplicar elementos del sistema axiomático consolidado hasta el momento para hacer una construcción y justificarla. Y en otras situaciones, que pueden requerir más de una sesión de clase los estudiantes vivencian la ampliación del sistema axiomático, en torno a un núcleo temático, al participar en la organización de los elementos teóricos que han producido.

Consideramos que esta forma de gestionar el contenido es uno de los elementos de la innovación que desafían de manera más fuerte la tradición de la enseñanza de las matemáticas que propende por la presentación de los contenidos organizada en términos de relaciones establecidas desde el saber matemático y no desde el punto de vista de la construcción del conocimiento de los estudiantes.

## La interacción social en la clase

La *interacción social* en el aula entre profesor y estudiantes y entre estudiantes es un factor imprescindible del aprender a demostrar, pues es en la comunicación de ideas, en el análisis crítico de

3 Se pueden encontrar detalles del desarrollo curricular del curso en su primera versión y, en particular, de la gestión del contenido, en Perry, Camargo, Samper y Rojas (2006). El tratamiento de cuadriláteros fue el modelo inspirador del tratamiento de todos los demás temas en la última versión del curso.

éstas, en la argumentación —entendida como manifestación del proceso de razonamiento— como surgen las afirmaciones y justificaciones necesarias para construir colectivamente una demostración (ver consideraciones C1, C2 y C4). El papel del profesor como guía de este proceso es fundamental pues es él —como experto de la comunidad de la clase (ver consideración C4) — quien puede dirigir el rumbo del proceso hacia el uso de términos, símbolos, normas de funcionamiento y formas de expresión propias de la práctica de la demostración en cada nivel.

Al iniciar el curso, el profesor explicita y vela por el cumplimiento de normas sociales relacionadas con la participación de los estudiantes en la actividad matemática desarrollada en el curso (i.e., *toda contribución es importante; la participación es esencial para generar ideas útiles, aunque sean erróneas, no apropiadas para el problema en cuestión o apropiadas*) y de normas sociomatemáticas relacionadas con la validación del conocimiento matemático que circula en la clase (i.e., *dar el por qué de toda afirmación que se haga* o *usar en las demostraciones sólo aquellas afirmaciones que se han validado dentro del sistema*). En un contexto de tal naturaleza, tanto el profesor como los estudiantes contribuyen a la constitución interactiva de situaciones que invitan a demostrar y se enfrentan a ellas como eventos de carácter social e individual (Goos, 2004; Graven, 2004; Martín y Mc Crone, 2005; Mariotti, 2000). Gradualmente, a medida que avanza el desarrollo del curso, el profesor transfiere la responsabilidad a los estudiantes quienes comienzan a sentirse cómodos haciendo demostraciones y controlan el cumplimiento de las normas planteadas[26].

Para dar una idea del tipo de interacción al que nos estamos refiriendo, veamos parte de la trayectoria de una discusión matemática que tuvo lugar en la primera versión del curso cuando los estudiantes tenían entre manos la responsabilidad de encontrar una vía para la demostración del recíproco del *teorema del triángulo isósceles* que establece que "Si en el triángulo *ABC* se tiene que el ángulo *A* es congruente con el ángulo *B* entonces el segmento *AC* es congruente con el segmento *BC*"[27]. Inicialmente algunos estudiantes formularon propuestas que se analizaron, pero no fueron aceptadas por el grupo (Perry, Samper, Camargo, Echeverry y Molina, 2007). Algunas de ellas fueron:

**Fabio** propuso trazar la bisectriz del ángulo *C* y demostrar la congruencia de los triángulos formados, usando el criterio lado-ángulo-lado. **Carolina** rechazó la propuesta porque lo que se quería demostrar, precisamente, era que el segmento *AC* era congruente con el segmento *BC*. por lo tanto, esa congruencia no se tenía.

**Reinaldo** propuso unir el punto medio *D* del segmento *AB* con el vértice *C* del triángulo y demostrar la congruencia de los triángulos *ADC* y *BDC*. **Yolanda**, con ayuda de la profesora, objetó que así se obtenía la correspondencia lado-lado-ángulo, pero ésta no era un criterio de congruencia.

**Reinaldo** propuso usar la perpendicular al segmento *AB*, por *C*, que pasa por el punto medio, *D*, del segmento *AB*. **Fabio** argumentó que la altura relativa a un lado de un triángulo no tenía que pasar por el punto medio de éste.

---

26 En Perry, Samper y Camargo (2007) hay un recuento del trabajo colaborativo de tres estudiantes para resolver una situación problema; consideramos que tal caso ilustra un tipo de interacción en el que la producción del grupo no es la reunión de las contribuciones de sus integrantes, surgidas de monólogos en voz alta, sino más bien la construcción conjunta a través del diálogo de ellos; en ese sentido, el caso representa bien una característica de la interacción social que consideramos clave para el aprendizaje de la demostración.

5 Cabe resaltar que la demostración clásica, atribuida a Pappus, de establecer la correspondencia del triángulo consigo mismo, pero intercambiando los vértices de los ángulos congruentes, generalmente no es convincente para los estudiantes.

Después de haber considerado públicamente las propuestas anteriores, y otras más, sin que ninguna fuera aceptada, los estudiantes siguieron trabajando por su cuenta. En una ronda por los puestos, el profesor advirtió que Mariela tenía una propuesta diferente a las ya planteadas, y por ello, abrió el espacio para que la estudiante la diera a conocer a todo el grupo. Mariela había construido las bisectrices de los ángulos congruentes y pretendía mostrar que los segmentos con extremos en el punto de intersección de las bisectrices y los puntos *A* y *B*, respectivamente, tenían que ser congruentes (ver Figura 2), pero no podía producir esa justificación. A partir de la construcción de esas bisectrices, Carolina pudo demostrar la congruencia de los segmentos *AX* y *BY* y de los segmentos *AY* y *BX* (*X* y *Y* son los puntos de intersección de las bisectrices construidas con los segmentos *BC* y *AC* respectivamente). Así, como lo expresó Lulú, se obtuvo la congruencia de un "pedacito" de los lados *AC* y *BC*. Al terminar la clase, el teorema quedó sin demostrar.

En la siguiente sesión, Mariela expuso ante el grupo la demostración que hizo por fuera de clase. A los ojos de los demás estudiantes, la demostración de Mariela estaba perfecta, pero el profesor puso una objeción: Mariela había justificado la congruencia de los ángulos *YBA* y *XAB* por "la definición de bisectriz"[28] lo que era una razón errónea. A partir de tal objeción, los alumnos demostraron lo que, en el curso, denominaron *teorema de la bisectriz*, otro teorema que introdujeron al sistema axiomático y que usualmente no se propone en los textos de geometría.

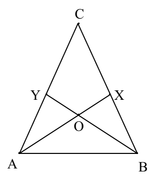


Figura 2

## El papel de la geometría dinámica

Hemos podido reconocer que el uso de la geometría dinámica puede mediar en varios asuntos que son de importancia fundamental en el aprendizaje de la demostración. Dado que los principios que se usaron en el diseño del programa Cabri se corresponden esencialmente con los postulados de la geometría euclidiana, es premisa subyacente a la innovación que por medio de la geometría dinámica es posible establecer conjeturas, sobre propiedades invariantes bajo el arrastre, con un alto grado de probabilidad de que ellas sean verdaderas en el sistema axiomático en construcción. A continuación listamos algunos principios relacionados con el ambiente de aprendizaje que promueven. En Camargo, Samper y Perry (2006; 2007) y en Perry, Samper, Camargo (2007) se puede ampliar este tema.

- Crear situaciones que dan lugar a suficientes resultados para poder construir una porción del sistema axiomático.

28 La definición de bisectriz establece que: "Si D está en el interior del ángulo BAC, y ángulo BAD es congruente con ángulo DAC, entonces el rayo AD biseca al ángulo BAC. El rayo AD se llama la bisectriz del ángulo BAC". Por su parte, el denominado teorema de la bisectriz establece que "La medida de cualquiera de los ángulos determinados por la bisectriz es igual a la mitad de la medida del ángulo original". Esta objeción puede dar idea del grado de rigor que se maneja en el curso.

- Determinar la validez de conjeturas formuladas por otros.
- Descubrir relaciones geométricas entre las partes de figuras, que se podrían involucrar en la demostración.
- Propiciar la creatividad, a través de construcciones auxiliares, para elaborar argumentos que llevan a la demostración de teoremas.

## Para terminar

Esta innovación se puede ver como una "prueba de existencia" de la posibilidad y viabilidad de diseñar estrategias para, de un lado, apoyar deliberada y sistemáticamente el aprendizaje de la demostración; y de otro lado, crear ambientes de aprendizaje que apoyen a los futuros profesores en su proceso de formarse para enfrentar los retos de la reforma curricular promulgada en los lineamientos. En ese sentido, puede llegar a ser una referencia para colegas que quieran emprender un trabajo con propósitos similares al nuestro.

Esperamos haber podido comunicar de manera significativa el espíritu que anima la innovación en la que hemos estado comprometidos. En particular, esperamos que se haya podido ver por qué consideramos que la experiencia de aprendizaje que se propicia para los estudiantes en este curso contribuye a llevar a la práctica la visión de la matemática y de la matemática escolar promovida en los lineamientos curriculares. A propósito, transcribimos comentarios de dos estudiantes de la primera versión del curso (Perry, Camargo, Samper y Rojas, 2006, p. 171):

> Si se pudiera decir en una sola palabra lo que fue este curso, diría que es demostración. Todo lo que hicimos durante todo el curso fue demostración. [...] Cada uno tiene una propuesta para solucionar un problema y no todas las soluciones son la misma y la profesora le pone cuidado a uno y lo ayuda. (Reinaldo, en entrevista al final del curso)
>
> [...] en muchas ocasiones, varios compañeros llegaron a ciertas conjeturas, después se volvieron teoremas; sin nosotros conocerlos, se llegaron a ellos o sea que nos hicieron como... investigar y analizar cosas más profundas. (Daniel, en entrevista al final del curso)

## *Bibliografía*

Alibert, D., y Thomas, M. (1991). Research on Mathematical proof. En D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (pp. 215 – 229). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. (2006). Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica. *Lecturas Matemáticas* (volumen especial), 371-383.

Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. (2007). Cabri's role in the task of proving within the activity of building part of an axiomatic system. Ponencia presentada en CERME 5, en el grupo de trabajo sobre la demostración. [En línea, fecha de consulta: 10 de febrero de 2008. Disponible en: www.lettredelapreuve.it/CERME5Papers/WG4-Camargo.pdf]

de Villiers, M. (1986). The role of axiomatisation in mathematics and mathematics teaching. Research Unit for Mathematics Education (RUMEUS). South Africa: University of Stellenbosch. http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/axiom.pdf

de Villiers, M. (1990). The role and function of proof in mathematics. *Pythagoras*, 24, 17-24.

Godino, J., y Recio, A. (2001). Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la Educación Matemática. *Enseñanza de las Ciencias, 19*(3), 405 - 414.

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education, 35*(4), 258-291.

Graven, M. (2004). Investigating mathematics teacher learning within an in-service community of practice: The centrality of confidence. *Educational Studies in Mathematics, 57*(2), 177-211.

Hanna, G. (1996). The ongoing value of proof. En L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psycholgy of Mathematics Education* (vol. I, pp. 21-34). Valencia: Universidad de Valencia.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5 -23.

Hoyles, C. (1997). The curricular shaping of students' approaches. *For the learning of Mathematics, 17*(1), 7 - 16.

Mariotti, M.A. (2000). Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 25-53.

Mariotti, M.A. (2006). Proof and proving in Mathematics Education. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 173 - 204). Rotterdam: Sense Publishers.

Martin, T., McCrone, S., Bower, M. y Dindyal, J. (2005). The interplay of teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics, 60*(1), 95-124.

MEN (1998). *Matemáticas. Lineamientos Curriculares.* Serie: lineamientos curriculares. Áreas obligatorias y fundamentales.

Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá: Fondo editorial de la Universidad Pedagógica Nacional.

Perry, P., Samper, C. y Camargo, L. (2007). Dos episodios que plasman rasgos de una comunidad de práctica en la que Cabri juega un papel clave. Ponencia presentada en Iberocabri. Próxima aparición en formato digital en: www.iberocabri.org.

Perry, P., Samper, C., Camargo, L. Echeverry, A. y Molina, O. (2007). Innovación en la enseñanza de la demostración en un curso de geometría para la formación inicial de profesores. Ponencia presentada en SIEM XVII, 19-23 de noviembre. Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, Estado de México.

Radford, L. (1994). La enseñanza de la demostración: aspectos teóricos y prácticos. *Educación Matemática*, *6*(3), 21- 36.