ESTRATEGIAS QUE USAN LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO AL ENFRENTARSE POR PRIMERA VEZ A PROBLEMAS DE COMBINATORIA SIMPLE

HÉCTOR ALONSO BELTRÁN FRANCO
LUISA FERNANDA PARRADO VELÁSQUEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ D.C.
2012

ESTRATEGIAS QUE USAN LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO AL ENFRENTARSE POR PRIMERA VEZ A PROBLEMAS DE COMBINATORIA SIMPLE

HÉCTOR ALONSO BELTRÁN FRANCO
LUISA FERNANDA PARRADO VELÁSQUEZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Especialista en Educación Matemática

"Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos".

Asesora
INGRITH YADIRA ÁLVAREZ ALFONSO
Magister en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ D.C.
2012

Nota de Aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bogotá, D.C., 2012

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Titulo del documento	Estrategias que usan los estudiantes de grado octavo al enfrentarse por primera vez a problemas de combinatoria simple
Autor(es)	Beltrán Franco, Héctor Alonso; Parrado Velásquez, Luisa Fernanda
Director	Alvarez Alfonso, Ingrith Yadira
Publicación	Bogotá, D.C., 2012. 55 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Combinatoria simple, estrategias.

2. Descripción
Trabajo de grado que se propone para realizar una indagación con el fin de identificar las estrategias usadas por los estudiantes de grado octavo sin instrucción, al momento de enfrentarse a situaciones de combinatoria simple, con el fin de que estas sean relevantes para el docente a la hora de diseñar unidades didácticas y planificar la intervención en el aula al abordar la combinatoria. Para el desarrollo de esta indagación fue necesaria la revisión de documentos institucionales, nacionales e internacionales que ayudaron a plantear el problema y unos objetivos que conllevaron a guiar el proceso de indagación, presentando un marco de referencia concerniente a la combinatoria simple e investigaciones relacionadas a las estrategias usadas por estudiantes con y sin instrucción en combinatoria. De esta manera se utiliza la metodología cualitativa en cuatro fases: la formulación, el diseño, la gestión y el cierre para dar un lineamiento. Por último se presentan las conclusiones que arroja la indagación que permiten evidenciar el cumplimiento de los objetivos.

3. Fuentes
Bustos L. (2012) *Análisis De Estrategias De Resolución De Problemas Combinatorios En Grado Noveno.* Tesis de grado obtenido no publicada. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia. English, L. (2007). Children's strategies for solving two and three dimensional combinatorial problems. En: Leder, Gilah C. and Forgasz, Helen J., (Eds) Stepping stones for the century: Australasian mathematics education research. Sense Publishers, The Netherlands, Sense Publishers, The Netherlands, pp. 139 – 156. Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, Colombia. En http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf. Revisado el 20 de Febrero de 2012. Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia. En http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf. Revisado el 20 de Febrero de 2012.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C. y Godino, J. (1996). Razonamiento Combinatorio En Alumnos De Secundaria. Educación Matemática, vol. 8. España.

Roa, R., Batanero, C., Godino, J. (2003). Estrategias Generales y Estrategias Aritméticas en la Resolución de Problemas Combinatorios. Educación Matemática, agosto año/vol. 15, número 002. Santillana, Distrito Federal México, pp. 5 – 25.

Sandoval, C. (1996). Modulo Cuatro. Investigación Cualitativa. Programa de Especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social.

4. Contenidos

El trabajo de grado presenta el siguiente contenido:

Planteamiento del problema
Se observa que el pensamiento aleatorio debe ser un componente necesario del plan de estudios, puesto que es fundamental en el campo de las matemáticas y además es evaluado en pruebas nacionales, por lo que surge la necesidad de abordar el cálculo combinatorio por primera vez en estudiantes de educación básica, de esta manera surge el cuestionamiento acerca de ¿qué estrategias usan los estudiantes de grado octavo al enfrentarse por primera vez a problemas de combinatoria simple?.

Justificación
Es importante realizar esta indagación, ya que como docentes de matemáticas se pueden extraer beneficios si se trabaja a partir de los conocimientos previos que tienen los estudiantes, para generar nuevos instrumentos accesibles en el proceso enseñanza aprendizaje de la combinatoria.

Objetivos
Se establece como objetivo principal caracterizar las estrategias que utilizan los estudiantes de grado octavo al enfrentarse por primera vez a problemas de combinatoria simple.
De igual manera se presentan unos objetivos específicos que permiten alcanzar el objetivo principal.

Marco de referencia
En esta sección se presenta el respaldo teórico utilizado en la indagación, el cual se tuvo en cuenta para plantear tanto el problema de indagación como las situaciones problemas presentadas a los estudiantes en la prueba diagnostica y las categorías (estrategias) a revisar, según los objetivos planteados.

Metodología de la indagación
Para la metodología de indagación se tiene en cuenta el trabajo desarrollado por Sandoval (1996), quien presenta las opciones metodológicas para adelantar una investigación social, presentando los elementos tales como: la formulación, el diseño, la gestión (ejecución) y el cierre de procesos de investigación social catalogados como cualitativos.

Conclusiones
Después de desarrollar la indagación es pertinente identificar algunas de las conclusiones encontradas que son de utilidad para posteriores investigaciones o simplemente para evidenciar el cumplimiento de los objetivos propuestos, por lo tanto estas conclusiones son tomadas de las diferentes fases desarrolladas y los resultados obtenidos.

5. Metodología
La metodología de indagación que se desarrolla es la investigación social, que genéricamente se ha llamado cualitativa, bajo cuatro fases: *Fase de formulación:* Se inicio con el planteamiento de qué es lo que se va a indagar, permitiendo dar pautas para el planteamiento del problema de indagación y los objetivos a desarrollar. Además se toman las problemáticas que se evidencian en los planteles educativos entorno al pensamiento aleatorio, buscando un marco teórico y de antecedentes que respalden el desarrollo de la indagación. *Fase de diseño:* Se desarrolla el plan a seguir en la indagación, se diseña el instrumento que se va a tener en cuenta para cumplir con los objetivos propuestos por medio de una prueba diagnóstica. *Fase de Gestión:* Se describe la implementación práctica en el aula de clase y la gestión de los procesos de recolección de datos para su análisis, mediante la prueba diagnóstica, la cuál se realiza por medio de un taller con tres situaciones: una de selección, una de partición y una de colocación. *Fase de cierre:* Se sistematiza la información recolectada, describiendo las diferentes estrategias o soluciones presentadas por los estudiantes para resolver las situaciones, teniendo en cuenta el sistema de categorías o hipótesis establecidas, además de enunciar otras soluciones diferentes encontradas.

6. Conclusiones
El concepto de estrategia no fue descrito en el marco teórico debido a que se tenía confusión si los diagramas de árbol, listados y enumeraciones eran considerados como estrategias de solución, lo cual llevo a los autores a realizar una revisión teórica de la misma, concluyendo de esta manera, modos posibles de actuar del estudiante conforman un conjunto de métodos, de los cuales el estudiante desarrolla según la complejidad de los problemas. Se evidenció que los estudiantes presentan dificultades en la interpretación de enunciados relacionados al conteo y al establecer conclusiones a partir de los resultados obtenidos. Para los problemas de selección y partición la estrategia más utilizada por los estudiantes es el odómetro, puesto que listar todas las posibles combinaciones tomando fijo alguno de los elementos pueden evidenciar el resultado en vez de generalizar. Se puede evidenciar que para los tres tipos de problemas: selección colocación y partición es utilizada por los estudiantes la estrategia de ensayo y error ya sea errónea o correctamente puesto que como no existe ninguna instrucción previa ellos asumen que para generar posibles combinaciones o permutaciones, según el tipo de problema, no es necesario tener en cuenta ningún parámetro.

Elaborado por:	Beltrán Franco, Héctor Alonso; Parrado Velásquez, Luisa Fernanda
Revisado por:	Alvarez Alfonso, Ingrith Yadira

Fecha de elaboración del Resumen:	02	11	2012

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

Si se analiza el impacto que ha generado la llamada “globalización”, se puede notar que realmente en todo el mundo se ha creado la necesidad de ver el entorno desde un punto de vista mucho más amplio, lo cual requiere de un cambio no solo en aspectos sociales, económicos y culturales, sino con mucha más importancia un cambio significativo en la educación, comprendiendo esta última como el medio por el cual los seres humanos pueden adquirir aptitudes que les permitan ser interpretativos, críticos y capaces de analizar la información que presentan los medios de comunicación (radio, televisión e internet).

En consecuencia y teniendo en cuenta que la probabilidad es una ciencia asociada a la matemática que permite el desarrollo crítico al exigir un esfuerzo analítico para comprender los datos presentados, y entendiendo a su vez que los resultados varían dependiendo del contexto bajo el cual se analicen los mismos, se plantea la combinatoria como un campo que desarrolla en los estudiantes la capacidad de analizar la información y de establecer una posición frente a esta, involucrándolos al contexto en el que se desarrollan.

Es por tanto que la presente indagación se establece después de observar que realmente en la actualidad no se da la importancia que los estándares y lineamientos nacionales establecen para abordar la combinatoria en las instituciones educativas, generando una necesidad en los autores de identificar los procesos empleados por los estudiantes al enfrentarse a problemas de combinatoria simple, donde se espera encontrar pautas que puedan ser utilizadas posteriormente para abordar con los estudiantes este campo.

Para llevar a cabo esta indagación se desarrolla una metodología cualitativa retomada de la investigación de Sandoval (1996) donde se identifican básicamente cuatro fases para el desarrollo de la misma, entre las cuales se encuentran: la formulación, el diseño, la gestión y el cierre, dándole un lineamiento una serie de pasos a la misma.

Por tanto, teniendo en cuenta esta metodología primeramente se hace una revisión teórica del tema a abordar en consecuencia se plantea un problema de indagación que nos lleva a cumplir unos objetivos relacionando todo el proceso a seguir con el cual se busca caracterizar las estrategias utilizadas por medio del desarrollo de una actividad diagnóstica .

Antes de llevar a cabo la actividad diagnóstica se establecen ciertas hipótesis para caracterizar las estrategias que usan los estudiantes frente a situaciones de tipo combinatorio simple, dichas hipótesis son el resultado de algunas investigaciones que han permitido el desarrollo de una cultura estadística en estudiantes universitarios y de educación básica.

Luego se presenta el plan de acción dentro del aula de clase para el desarrollo de la actividad diagnóstica en la fase de diseño, donde se tienen en cuenta parámetros como el tiempo, recursos necesarios, entre otros, para hacer la aplicación de dicha actividad y sus posterior descripción de la información recolectada.

A partir de dicha recolección de la información, se procede a comparar los resultados obtenidos con las estrategias establecidas como hipótesis de solución, por medio de la descripción de los procederes de los estudiantes a los cuales se les aplico la prueba diagnóstica.

Por último se presentan las conclusiones que dan cuenta del proceso desarrollado por los indagadores y los estudiantes frente a la propuesta de indagación enmarcando las estrategias presentadas por los estudiantes frente a los problemas combinatorios simples y que dan evidencia del cumplimiento de los objetivos establecidos.

De esta manera es importante encontrar un sentido al desarrollo de la presente indagación la cual se titula: *Estrategias que usan los estudiantes de grado octavo al enfrentarse por primera vez a problemas de combinatoria simple,* donde además de dar pautas para la labor como docentes permite optar el título de Especialista en Educación Matemática.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En los últimos años se han desarrollado investigaciones en Educación Matemática dando un lugar significativo a la estadística y a la probabilidad, las cuales han permitido reconocer la importancia y el requerimiento de desarrollar una cultura estadística en los estudiantes de la educación básica, siendo entonces importante el proceso social de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006).

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) proponen procesos generales presentes en toda actividad matemática, entre los que se encuentran *"…formular, plantear y resolver problemas a partir del entorno, utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para expresar ideas matemáticas, dominar algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera eficaz*…*"*(p.76), procesos que buscan llevar al estudiante a ser matemáticamente competente a través del desarrollo del pensamiento lógico matemático. Desde este punto de vista los estándares sugieren tener en cuenta, para abordar el pensamiento aleatorio en los grados octavos y novenos, la aplicación de técnicas de conteo, lo cual se plasma en el estándar: *"calcula probabilidades de eventos simples usando métodos diversos (listado, diagramas de árbol, técnicas de conteo)"* (MEN, 2006), promoviendo que el estudiante desarrolle una actitud crítica.

Por otra parte, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) expresan, sin que se mencione específicamente los problemas de tipo combinatorio, que "*los docentes deben considerar situaciones reales para introducir conceptos aleatorios, susceptibles a cambios y de resultados inesperados e imprevisibles…*", (MEN, 1998), por tanto no es necesario presentar o desarrollar técnicas o algoritmos al momento que se orienta por primera vez a los estudiantes en el aula.

De acuerdo a lo anterior, se observa que el pensamiento aleatorio debe ser un componente necesario del plan de estudios, puesto que es fundamental en el campo de las matemáticas y además es evaluado en pruebas nacionales (pruebas SABER), en las cuales se valora la interpretación, la comparación, el planteamiento de problemas y justificación de razonamientos entorno al componente aleatorio.

De esta manera se empieza a generar la inquietud de qué tanto se ha abordado el pensamiento aleatorio en los planteles educativos, más exactamente, qué papel tiene la combinatoria en el desarrollo del pensamiento aleatorio. Esto ha llevado a hacer una revisión de documentos institucionales de donde laboran los docentes que están desarrollando la indagación, tales como el Proyecto Educativo Institucional [PEI] y el plan de estudios, identificando de esta manera que en los últimos cinco años (2007 – 2011) no se han desarrollado actividades o tareas entorno al pensamiento aleatorio, bien sea por la poca formación por parte del docente en esta área o porque la intensidad horaria asignada a la estadística o probabilidad es poca o nula, en concordancia con lo manifestado por Fernández (2008) en su estudio acerca del conocimiento estadístico y probabilístico de profesores de educación básica y media.

Llegando a este punto es necesario realizar una revisión teórica que permita identificar los posibles procederes de estudiantes en situaciones de combinatoria. De esta manera, autores como Roa, Batanero, Godino (2003) y Bustos (2012), han realizado investigaciones en educación estadística, con estudiantes que han recibido algún tipo de instrucción respecto a la combinatoria, permitiendo evidenciar las diversas estrategias que ellos utilizan al momento de enfrentarse a problemas de tipo combinatorio simple.

Como ya se hizo notar el trabajo de la combinatoria cobra importancia en la educación básica tanto a nivel nacional como internacional, por lo que surge la necesidad de abordar el cálculo combinatorio por primera vez en estudiantes de educación básica, específicamente en grados octavos[1], siendo importante para ello identificar los saberes previos de los mismos y su manera de abordar situaciones problema relacionados con la combinatoria simple, propósito de la actividad diagnóstica (Guerrero, Sánchez y Lurduy, 2005), con el fin de usar y que sean relevantes para el docente a la hora de diseñar unidades didácticas y planificar la intervención en el aula al momento de abordar los nociones de combinatoria simple, por lo que surge el cuestionamiento acerca de ¿qué estrategias usan los estudiantes de grado octavo al enfrentarse *por primera vez* a problemas de combinatoria simple?

---

[1] Por ser el grado asignado en la institución educativa a los autores de la presente indagación.

2. JUSTIFICACIÓN

Las instancias de realización profesional del profesor egresado de la Especialización en Educación Matemática, recae en el aspecto escolar, siendo un objeto de actuación de éste la enseñanza y aprendizaje de saberes propios de la matemática, en relación con los saberes y procedimientos sociales de los individuos cuya formación es propósito.

Es por ello que este trabajo es pertinente para la continuidad de la instancia de realización profesional, porque se fundamenta en la exploración de las diversas estrategias a las que dieran lugar los estudiantes de grado octavo en el momento de resolver problemas de tipo combinatorio simple, cuya caracterización y análisis pueden ser resultados de utilidad para posteriores indagaciones, puesto que se han identificado dichas estrategias, las cuales son asociadas a saberes previos de los estudiantes.

Además, en la actualidad el currículo de matemáticas favorece el desarrollo de la estadística y la probabilidad, como lo mencionan los *Lineamientos Curriculares* (MEN, 1998,).

> "*La teoría de la probabilidad y su aplicación a los fenómenos aleatorios (…) de alguna manera logra dominar y manejar acertadamente la incertidumbre, que tiene como consecuencia que el poseer el manejo de la estadística favorezca el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, etc., y aún más han permitido el desarrollo al interior de la misma Matemática*".

Es por tanto pertinente ésta indagación ya que desde un aspecto cognitivo potencia en el estudiante el desarrollo del pensamiento crítico, permitiendo hacer reflexiones de las operaciones mentales puestas en juego al momento de solucionar cualquier tipo de problema matemático, dejando a un lado el proceso algorítmico, dando paso a un verdadero análisis; que de igual manera le permite identificar su forma de pensar, de actuar, su manera de expresarse, basados en las reflexiones propias de su aprendizaje, siendo este análisis fundamental para el desarrollo de la creatividad y el razonamiento lógico.

De igual manera es importante, ya que como docentes de matemáticas se pueden extraer beneficios si se trabaja a partir de los conocimientos previos que tienen los estudiantes, para generar nuevos instrumentos accesibles en el proceso enseñanza aprendizaje de la combinatoria, como dice Fernández (2001) citado en Terán, Severino, Mignone, Martin y Molina (2009), *"…los profesores también pueden extraer beneficios pedagógicos y metodológicos si conocen las*

concepciones previas a la formación estadística (aunque sean incorrectas) que poseen los alumnos…”.
Del mismo modo es importante generar esta indagación en el campo de la combinatoria, porque es una necesidad de la sociedad avanzar en el desarrollo de competencias matemáticas en ambientes de aprendizaje constituidos por situaciones problemas que permiten complejizar los niveles de competencia. (MEN, 2006). En este sentido como lo menciona Shaughnessy (1992*)* citado en Terán, et.al. (2009) *“…los profesores deben familiarizarse con las concepciones estocásticas preexistentes de los alumnos antes de enseñar los conceptos matemáticos y estadísticos y que para ello es necesario realizar más investigaciones sobre estos aspectos…”.*

Por otra parte, el trabajo es conveniente para los docentes, ya que realizar estudios basados en la solución de problemas implicaría cambios en las concepciones de aprendizaje, enseñanza y evaluación. (MEN, 2006); al momento de abordar con los estudiantes algún tema, porque la metodología puede adaptarse no solo al contexto de los mismos sino también a los saberes que se identifican como previos en ellos.

Finalmente los aspectos anteriormente mencionados por los que se considera que esta indagación es pertinente, conveniente e importante encontrando relación no solo con la labor docente sino también con el papel tomado en la misma como indagadores, puesto que se busca dar respuesta a un problema y se espera que los resultados apunten a los objetivos posteriormente propuestos.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar las estrategias que utilizan los estudiantes de grado octavo al enfrentarse por primera vez a problemas de combinatoria simple.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Proponer una actividad diagnóstica que permita evidenciar el uso de estrategias en la solución de problemas de combinatoria simple en estudiantes de grado octavo.

- Establecer una serie de hipótesis que permitan caracterizar el procedimiento de los estudiantes frente a la actividad diagnóstica establecida.

- Implementar la actividad diagnóstica para recoger información sobre los procedimientos que realizan los estudiantes a la hora de resolver situaciones de combinatoria simple

- Sistematizar la información recogida en la actividad diagnóstica, bajo un sistema de categorías establecido desde los referentes teóricos acerca de las estrategias al solucionar problemas de combinatoria simple.

- Contrastar las hipótesis establecidas con las soluciones presentadas por los estudiantes en el desarrollo de la actividad diagnóstica.

4. MARCO DE REFERENCIA

En esta sección se presenta el respaldo teórico utilizado en la indagación, el cual se tuvo en cuenta para plantear tanto el problema de indagación como las situaciones problemas presentados a los estudiantes en la prueba diagnóstica y las categorías a revisar, según los objetivos planteados.

Para empezar es necesario hacer una revisión teórica acerca de lo que se entiende por combinatoria, además de las clases de problemas de combinatoria junto con las operaciones aritméticas y técnicas de conteo asociadas al cálculo combinatorio.

Para desarrollar la indagación propuesta, es necesario revisar algunas investigaciones que muestran las estrategias utilizadas en la solución de problemas combinatorios, de esta manera se revisan documentos como los de Roa, Batanero y Godino (2003), English (2007) y Janáčková y Janáček (2006), quienes establecen unas estrategias generales usadas en todo proceso de resolución de problemas matemático y otras estrategias usadas por los estudiantes de secundaria y universitarios en el trabajo propio de la combinatoria.

Por último se considera indispensable revisar, investigaciones aplicadas a estudiantes con y sin instrucción en combinatoria simple, si se tiene en cuenta que este punto es significativo en el desarrollo de esta indagación, que a la vez permitirá que se formule una metodología de indagación y una metodología de aula pertinente.

4.1 PROBLEMAS COMBINATORIOS SIMPLES

Aunque es difícil dar una definición precisa de la combinatoria y además resumir en pocas palabras sus números campos de aplicación, en esta indagación se entiende la combinatoria como lo plantean Navarro-Pelayo, Batanero y Godino (1996) “el arte […] que nos enseña a enumerar todos los modos posibles en que un número dado de objetos puede mezclarse y combinarse de manera que estemos seguros de que no hemos omitido ninguno de los posibles”.

Por otro lado, los problemas combinatorios son aquellos que se resuelven con operaciones combinatorias los cuales se pueden clasificar de acuerdo a la cantidad de operaciones que se necesite efectuar para resolverlos, entre los que están:

- *Problemas combinatorios simples*: Los que se resuelven mediante una sola operación combinatoria.

- *Problemas combinatorios compuestos*: Los que se resuelven aplicando más de una operación combinatoria.

Entre las operaciones combinatorias se encuentran las permutaciones, variaciones y las combinaciones (Navarro-Pelayo, Batanero y Godino, 1996):

- *Variaciones*: Se define las variaciones como el número de formas de colocar *n* objetos diferentes en *m* celdas distintas (es irrelevante si la colocación es ordenada o no).

- *Combinaciones:* Se define como el número de formas de colocar *n* objetos indistinguibles en *m* celdas distintas.

- *Permutaciones:* Se definen como un caso particular de las variaciones. El número de formas diferentes en que se puede ordenar un número finito de objetos.

Paralelamente, los problemas de combinatoria se basan en la identificación de esquemas de representación implícitos en los problemas, es así como los enunciados de los problemas combinatorios simples, como lo menciona Roa (2000) citando a Dubois (1984), se clasifican en tres tipos: de selección, colocación y partición:

a) *Selección* de una muestra a partir de un conjunto de objetos. Cuando se piden enumerar o contar las diferentes muestras de tamaño dado que pueden formarse a partir de un conjunto inicial.

b) *Colocación* de objetos en casillas (cajas, celdas o urnas). Cuando se pide enumerar o contar las diferentes ordenaciones entre dos conjuntos de objetos.

c) *Partición* en subconjuntos de un conjunto de objetos. Cuando se pide clasificar los elementos de un conjunto inicial en un número dado de subconjuntos incompatibles, de modo que la clasificación sea exhaustiva, es decir, mencionar todas las posibilidades existentes de dicha clasificación.

La distinción entre estos tipos, es relevante a la hora de realizar el cálculo combinatorio que permite determinar el número de configuraciones y ordenaciones de los elementos de un conjunto finito, sin recurrir a la numeración directa.

Es por ello pertinente describir las reglas u operaciones de carácter aritmético, siendo necesario recalcar que los estudiantes de ésta indagación no tienen instrucción en combinatoria y por tanto pueden no reconocer las operaciones combinatorias asociadas a las situaciones y de esta circunstancia nace el hecho de que puedan generar soluciones a partir del recuento y la enumeración directa (Roa, Batanero, Godino, 2003):

- *Regla de la suma: Esta es utilizada cuando un conjunto de configuraciones combinatorias se determina con la unión de un número de subconjuntos mutuamente excluyentes (…) Cuando el sujeto no recuerda formulas y trata de generar un modelo, el uso de la regla de la suma es adecuado.*

- *Regla del producto: mediante la cual el estudiante hace la construcción de productos cartesianos de conjuntos de elementos un número dado de veces, (…) para calcular el número de ordenaciones del conjunto.*

4.2 ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN A PROBLEMAS DE COMBINATORIA

Es importante revisar las estrategias para la solución de problemas combinatorios simples con el fin de identificar y comprender las posibles soluciones que dan los estudiantes de octavo grado cuando se enfrentan por primera vez a un problema de este tipo, tomando como referencia la investigación de Roa, Batanero y Godino (2003), donde son identificados los errores cometidos por los estudiantes de nivel universitario al resolver problemas combinatorios, y quienes a la vez utilizan estrategias tales como: traducir el problema a otro equivalente, fijar variable y por último la descomposición en subproblemas (esta última es utilizada para problemas compuestos, de partición y colocación). Estrategias aritméticas como la regla de la suma y regla del producto. Cabe anotar que la presente indagación tiene un enfoque distinto al expuesto por Roa, Batanero y Godino (2003) debido a que los estudiantes de esta indagación no tienen alguna instrucción o acercamiento a conceptos de combinatoria.

Ahora veamos, los problemas de combinatoria, al igual que muchos problemas de matemáticas, se pueden resolver con el empleo de estrategias básicas generales entre las cuales se encuentran (Roa, Batanero y Godino, 2003):

- *Traducción del problema en otro equivalente:*

En esta estrategia lo que se busca es que el estudiante resuelva el problema presentado comparándolo alternamente con la solución de otro problema del mismo tipo ya trabajado, desarrollándolo de manera similar. Esta estrategia es considerada correcta "*si el estudiante reformula el problema, cambiando el* *contexto o la naturaleza de los elementos que intervienen, convirtiéndolo en otro problema con idéntica estructura combinatoria*” (Roa, Batanero y Godino, 2003).

- *Fijar variable:* Entendida como la necesidad de fijar un elemento entre aquellos que se requiera permutar o combinar, y listar todas aquellas posibilidades que puedan aparecer con ese primer elemento fijo, luego recurrir a fijar otro de los valores de la variable para proceder de la misma manera, de tal forma que se garanticen todas las ordenaciones o combinaciones que exija el problema.

Las conclusiones que esta investigación arroja es que la gran mayoría de estudiantes no reducen la complejidad del problema combinatorio, en tanto que la estrategia más utilizada para resolver problemas de partición y colocación, es la traducción del problema a otro equivalente, pero además los estudiantes usan el fijar variables para los problemas con gran cantidad de datos. Por lo anterior, los resultados que obtienen Roa, Batanero y Godino (2003), cuestionan los métodos que existen actualmente en la enseñanza de la combinatoria en España, permitiendo ayudar al estudiante a usar otras herramientas que van más allá de dominar algoritmos, de tal manera que también puedan plantear y resolver problemas creativamente por medio de la práctica.

Por otra parte, desde el artículo presentado por English (2007) se evidencian los resultados de una investigación dirigida a caracterizar las estrategias espontáneas que usan niños de 7 a 12 años para resolver problemas combinatorios y cómo esas estrategias cambian luego de tener experiencia en la solución de problemas.
De entre las estrategias identificadas por English (2007) se tomaron:

- *Ensayo y error*: está relacionada con generar organizaciones de “distintos de todas las maneras”, en donde no se tiene en cuenta cada procedimiento sistemáticamente limitando las posibilidades de formar nuevas combinaciones.

- *Patrón llamado odómetro*: manera de formar las diferentes combinaciones a partir de un mismo elemento, en otras palabras, agota un elemento al combinarlo con los otros, realizando todas las combinaciones posibles y de esta manera agotar todas las posibilidades.

A partir de la investigación realizada por Janáčková y Janáček (2006) surgieron algunas estrategias de las cuales para esta indagación se tendrá en cuenta la siguiente:

- *Estrategia de Principio Constante*: en el progreso de las respuestas se mantiene fijo uno o varios elementos en la misma posición para generar todas las posibles permutaciones cambiando los demás (*la posición es tal que si un elemento no se cambia, toda la permutación será idéntica a la anterior permutación que se considere*).

Llegando a este punto en el cual se han considerado varias investigaciones y por ende varias estrategias, permite que se puedan presentar diversas de ellas en las soluciones de los estudiantes en la presente indagación.

De acuerdo a lo anterior, a continuación se presenta una tabla que resume las estrategias que podrían ser usadas en cada tipo de problema y la operación aritmética asociada para posteriormente determinar las situaciones que serán trabajadas con los estudiantes de grado octavo.

Tipo de Problema	**Estrategia /Autor (Año)**	**Operación combinatoria y aritmética asociada**
Selección	• Ensayo y Error. English (2007) • Patrón odómetro. English (2007)	• Regla de la suma • Combinación
Partición	• Ensayo y Error. English (2007) • Patrón odómetro. English (2007)	• Combinación • Regla de la suma
Colocación	• Ensayo y Error. English (2007) • Traducir el problema en otro equivalente. Roa, Batanero y Godino (2003) • Fijar Variable. Roa, Batanero y Godino (2003) • Principio constante. Janáčková y Janáček (2006)	• Regla de la suma • Regla del producto • Variación sin repetición

Tabla 1. Estrategias a retomar en la indagación

Aunque algunos problemas pueden resolverse por más de una operación combinatoria y una estrategia, se precisa que serán problemas de combinatoria simple, de tal manera que el estudiante que no ha recibido alguna instrucción pueda generar sus propios argumentos.

4.3 NIÑOS SIN INSTRUCCIÓN EN COMBINATORIA SIMPLE

Para ésta indagación es necesario aclarar a qué se refiere cuando se habla de estudiantes con instrucción y además de revisar investigaciones que muestren si los razonamientos de los estudiantes con y sin instrucción son homogéneos o heterogéneos, es por esto que se tiene en cuenta la investigación realizada por Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino (1996), la cual muestra la aplicación de una

prueba para evaluar los conocimientos de estudiantes de los niveles de básica secundaria con y sin instrucción sobre combinatoria (simple y compuesta).
En esta investigación concluyen que tanto los estudiantes con instrucción en combinatoria como los estudiantes sin instrucción, tuvieron gran dificultad en resolver los problemas propuestos, inclusive para valores pequeños. Como conclusión presentan que “los alumnos con instrucción mostraron una falta de razonamiento recursivo, el cual les hubiese permitido escribir todas las configuraciones o calcular su número sin enumerarlas. En el grupo de alumnos sin instrucción previa no hubo gran diferencia de dificultad” Navarro-Pelayo, Batanero, y Godino, (1996).

La presente indagación está enfocada a estudiantes que no han tenido algún estudio o trabajo con la combinatoria y por tanto no han explorado problemas combinatorios, en otras palabras, son estudiantes sin instrucción, que diferencian de los estudiantes con instrucción que ya han estudiado y trabajado en clase el tema de la combinatoria (Roa, Batanero y Godino, 2003).

5. METODOLOGÍA DE INDAGACIÓN

Para la metodología de indagación se tiene en cuenta el trabajo desarrollado por Sandoval (1996), quien presenta las opciones metodológicas para adelantar una investigación social, que genéricamente se ha llamado cualitativa, en otras palabras, su intención es presentar los principales elementos de la formulación, el diseño, la gestión (ejecución) y el cierre de procesos de investigación social catalogados como cualitativos, los cuales permiten hacer formulaciones de tipo comprensivo y en otros casos explicativos.

Puesto que los diferentes momentos de la metodología de investigación cualitativa admiten que el docente tenga un contacto directo con los estudiantes, ésta se va a usar para identificar las estrategias que usan los estudiantes de grado octavo al dar solución a problemas de tipo combinatorio simple, y así poder realizar las correspondientes interpretaciones. Por tanto el equipo que realiza la indagación es abierto implicando la no exclusión de los datos y los puntos de vista distintos de los estudiantes (Sandoval, 1996).

De esta manera, inicialmente se plantean los momentos metodológicos a tener en cuenta; primero está la formulación de qué es lo que se va a hacer, luego el diseño o preparación de un plan de acción de cómo se adelantará la indagación, seguido de una gestión asumiendo la necesidad de tener un contacto directo con los estudiantes mediante la aplicación de una actividad diagnóstica, y por último la fase del cierre buscando sistematizar y reportar los resultados del trabajo propuesto. (Sandoval, 1996).

5.1 FASE DE FORMULACIÓN

Esta fase inició con el planteamiento de qué es lo que se va a indagar, permitiendo dar pautas para el planteamiento del problema de indagación y los objetivos a desarrollar.

Paralelamente, es fundamental tomar las problemáticas que se evidencian en los planteles educativos entorno al pensamiento aleatorio, también es indispensable buscar un marco teórico y de antecedentes que respalden el desarrollo de la indagación.

A continuación se presenta la tabla 2, que muestra la búsqueda de información que permitió sustentar y desarrollar la propuesta de indagación, la descripción de la actividad desarrollada y los documentos trabajados.

<table>
<tr><th>ACTIVIDAD</th><th colspan="3">TIPO DE DOCUMENTO</th></tr>
<tr><td>Revisión de documentos para el planteamiento del problema</td><td colspan="3">• Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia.
• Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, Colombia. p. 47 – 49.
• Proyecto Educativo Institucional [PEI].</td></tr>
<tr><td>Búsqueda de antecedentes que respalden el problema planteado</td><td colspan="3">Tesis:
• Bustos (2012)
• Roa (2000)
Artículos:
• English (2007).
• Janáčková y Janáček (2006).
• Navarro-Pelayo, Batanero y Godino (1996).
• Roa, Batanero y Godino (2003).
• Guerrero, Sánchez y Lurduy (2005).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Revisión de marco teórico de utilidad en la indagación.</td><td>Estrategias</td><td>Metodología de indagación</td><td>Metodología de aula</td></tr>
<tr><td>Tales como:
• Traducir el problema a otro equivalente
• Fijar variables
Roa, Batanero y Godino (2003)

• Ensayo y error
• Patrón odómetro
English (2007)

• Principio constante
Janáčková y Janáček (2006)</td><td>Elementos como:
• Formulación
• Diseño
• Gestión (ejecución)
• Cierre
Sandoval (1996)</td><td>Aplicación de Prueba diagnóstica desarrollada:

• Individualmente
• Se toman fotos.
• No intervención por parte del docente en lo referente a las estrategias y desarrollo de la prueba.</td></tr>
</table>

Tabla 2. Actividades y documentación en fase de formulación

Los resultados que arroja ésta primera etapa están relacionados, como se mencionó anteriormente, con la búsqueda de argumentos que permitan identificar si los estudiantes al no tener alguna teorización de combinatoria, emplean las mismas estrategias de solución a problemas de combinatoria simple, que los descritos por las investigaciones realizadas en estudiantes con preparación en la misma, de esta manera se quiere caracterizar las estrategias bajo un sistema de categorías establecidas desde estos referentes teóricos, para esto son tomados cada uno de los tipos de problemas combinatorios como son: selección, partición y colocación; asociando las estrategias que pueden utilizar los estudiantes al enfrentarse a las situaciones propuestas.

5.2 FASE DE DISEÑO

En esta fase como se mencionó, se desarrolla el plan a seguir en la indagación; por lo tanto se hace indispensable, como primera medida, diseñar el instrumento que se va a tener en cuenta para cumplir con los objetivos de la indagación, tomando como referencia la metodología usada en otras investigaciones sobre combinatoria.

De igual manera, es necesario que por medio de indagaciones y observaciones previas se identifique el contexto de los temas que les gusta a los estudiantes a los que se les aplicará dicho instrumento; siendo esto útil al momento de formular los enunciados de las situaciones a trabajar, por lo que se realizo una actividad exploratoria para reconocer los gustos por algunos temas, tales como: el fútbol, el baloncesto, el tenis; además de acertijos, juegos de suspenso y de estrategia.

Después del reconocimiento de los temas de interés se diseñan las tres situaciones que se presentan a los estudiantes, abarcando así los tipos de problemas combinatorios simples (uno de selección, uno de partición y uno de colocación), conllevando a establecer un sistema de categorías o hipótesis que permiten sistematizar la información recolectada.

5.2.1 Sistema de categorías o hipótesis de estrategias a usar por los estudiantes

De acuerdo a lo planteado anteriormente, en las tablas 3, 4 y 5 se establecen un sistema de categorías o hipótesis de las estrategias tomadas en la indagación, mencionadas en la tabla 1, que pueden ser usadas por los estudiantes, las cuales permitirán caracterizar los procederes de los mismos al solucionar las diferentes situaciones planteadas.

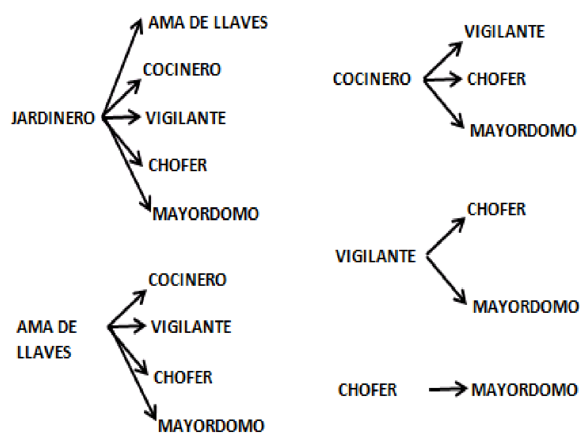
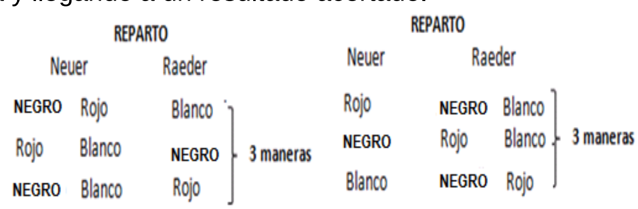
<table>
<tr><th>SITUACIÓN DE SELECCIÓN</th><th>HIPÓTESIS DE ESTRATEGIAS A USAR POR LOS ESTUDIANTES</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Un detective está investigando un crimen ocurrido en una mansión. Se sabe que dicho crimen fue cometido por dos personas y entre los sospechosos se encuentran el jardinero, el cocinero, el ama de llaves, el vigilante, el chofer y el mayordomo. ¿De cuántas maneras posibles puede el detective seleccionar los dos posibles implicados?</td><td>Ensayo y Error:
• 1.1. *El estudiante toma indistintamente cualquiera de los sospechosos y forma parejas sin tener en cuenta un determinado orden y sin prestar atención a los elementos seleccionados y da por terminado el problema cuando cree tener todas las combinaciones posibles.[2]
• 1.2. El estudiante hace las combinaciones sin algún orden ni parámetro y da por terminado el problema cuando verifica que dichas combinaciones no están repetidas llegando a las 15 posibles.</td></tr>
<tr><td>Odómetro: el estudiante fija uno de los sospechosos (da valor a la variable) y lo combina de manera ordenada con cada uno de los otros posibles implicados, por ejemplo fija al cocinero y establece las 5 posibles combinaciones de éste con los otros, por lo cual pueden surgir estas dos posibilidades:
• 1.3. *Generaliza erróneamente suponiendo que por cada uno de los 6 implicados, hay 5 posibles parejas, para un total de 30 combinaciones de sospechosos, haciendo uso de la regla del producto o la regla de la suma, contando doble vez algunas de las parejas hechas.
• 1.4. Generaliza dándose cuenta que al fijar un segundo sospechoso, no debe repetir la pareja que había formado cuando identifica las posibles combinaciones con el primer sospechoso que tomó, continúa con este procedimiento hasta completar las 15 posibles combinaciones, como se muestra a continuación y usa la regla de la suma.

</td></tr>
</table>

Tabla 3. Situación de selección con sus hipótesis de solución

[2]Las estrategias marcadas con asterisco se considera erróneas para la situación planteada.

<table>
<tr><th>SITUACIÓN DE PARTICIÓN</th><th>HIPÓTESIS DE ESTRATEGIAS A USAR POR LOS ESTUDIANTES</th></tr>
<tr><td>El presidente del equipo Bayern Munich quiere repartir 3 camisetas de colores: una negra, una roja y una blanca entre sus dos arqueros: Manuel Neuer y Lucas Raeder. ¿De cuántas maneras pueden repartirse las camisetas teniendo en cuenta su color, sabiendo que los dos arqueros reciben por lo menos una camiseta?</td><td>El estudiante realiza la repartición dos camisetas - una camiseta, por lo que puede aplicar las siguientes estrategias
Ensayo y error:
• 2.1.*Hace las tres posibles combinaciones de camisetas sin darse cuenta que puede hacerlo de forma análoga para el otro arquero. Concluyendo así el problema.


• 2.2. Hace las seis combinaciones posibles, pero sin tener en cuenta un procedimiento sistemático, haciendo los repartos de manera análoga para los dos arqueros, utilizando la regla de la suma y llegando a un resultado acertado.


Odómetro:
• 2.3. *El estudiante reparte las tres camisetas entre los arqueros, fija uno de los colores y hace las combinaciones posibles con los otros dos colores de camisetas sin darse cuenta que lo puede hacer de la misma manera con el otro arquero.

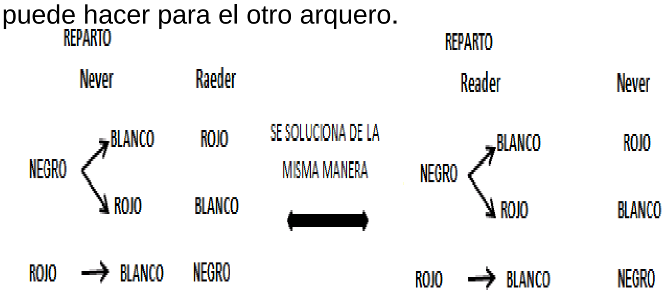

• 2.4. Cuando el estudiante reparte las tres camisetas entre los arqueros, fija uno de los colores y hace las combinaciones posibles con los otros dos colores de camisetas, de tal manera que puede hacer las 3 combinaciones y de la misma manera lo puede hacer para el otro arquero.

</td></tr>
</table>

Tabla 4. Situación de partición con sus hipótesis de solución

<table>
<tr><th>SITUACIÓN DE COLOCACIÓN</th><th>HIPÓTESIS DE ESTRATEGIAS A USAR POR LOS ESTUDIANTES</th></tr>
<tr><td>El capitán del equipo de baloncesto del curso 803 necesita asignar las tres posiciones (armador, poste y centro) que le hacen falta para los juegos intercursos 2012. Dentro de los opcionados para cubrir estas posiciones están: José, Armando, Víctor y Fernando. ¿De cuántas maneras el capitán puede asignar estas posiciones?</td><td>Ensayo y Error:
• 3.1. *El estudiante a cada jugador le asigna las tres posiciones a la vez y no se da cuenta que un jugador solo debe ocupar una posición y de esta manera multiplica las 3 posiciones por los 4 estudiantes, encontrando que hay 12 posibles maneras para asignar las posiciones.
• 3.2. El estudiante lista las 24 posibles maneras de asignar las posiciones sin tener en cuenta algún parámetro.

Principio Constante:
• 3.3. El estudiante fija un jugador en la misma posición y genera las 6 posibles permutaciones que se pueden hacer con los otros tres jugadores en las posiciones faltantes y de esta manera generaliza de forma correcta, que este mismo procedimiento se puede hacer con los otros tres jugadores aplicando la regla del producto (6 permutaciones por 3 jugadores) para obtener las 24 maneras de asignar las posiciones.
ARMADOR POSTE CENTRO
JOSE → ARMANDO → VICTOR
JOSE → ARMANDO → FERNANDO
JOSE → VICTOR → ARMANDO
JOSE → FERNANDO → ARMANDO
JOSE → VICTOR → FERNANDO
JOSE → FERNANDO → VICTOR
• 3.4. El estudiante mantiene fijo dos jugadores cada uno en la misma posición y genera nuevas permutaciones con los otros dos jugadores en la posición faltante, haciendo este mismo procedimiento con todos los jugadores hasta encontrar las 24 formas de asignar las posiciones, sin llegar a generalizar.
ARMADOR POSTE CENTRO
JOSE → ARMANDO → VICTOR
JOSE → ARMANDO → FERNANDO
VICTOR → JOSE → ARMANDO
VICTOR → JOSE → FERNANDO
ARMANDO → FERNANDO → VICTOR
ARMANDO → FERNANDO → JOSE

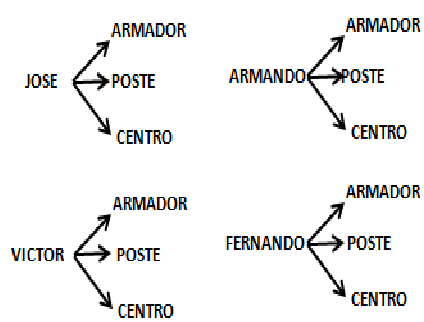
Este es un ejemplo de cómo los estudiantes generan sus 24 permutaciones.

Traducir el problema en otro equivalente:
• 3.5. *El estudiante de los cuatro jugadores toma tres y no hace todas las posibles permutaciones en las tres posiciones porque a cada jugador le asigna una posición de manera que en dos arreglos no se repite la misma posición, resultándole tres arreglos en cada grupo (4 grupos de 3 jugadores) y de esta manera aplica la regla del producto obteniendo así las 12 maneras de asignar las posiciones.</td></tr>
</table>

- **3.6.** El estudiante, de los cuatro jugadores toma tres y hace todas las posibles permutaciones en las tres posiciones, concluyendo que se puede hacer de seis maneras diferentes, luego identifica que hay cuatro formas diferentes de armar grupos de tres jugadores, por lo tanto identifica que por cada grupo de tres jugadores saldrían las mismas seis configuraciones por lo tanto suma cuatro veces las seis permutaciones llegando así a las 24 maneras de asignar las posiciones, en pocas palabras el estudiante aplica la regla de la suma, al sumar las seis permutaciones de los cuatro grupos de tres jugadores.

Fijar Variable:

- **3.7. ***El estudiante fija cada jugador (valor de la variable) y le asigna las tres posiciones sin tener en cuenta las otras dos posiciones asignadas a los otros dos jugadores, listando todas las posibles asignaciones y luego aplica la regla del producto para obtener las 12 posibles maneras de asignar las posiciones.



- **3.8.** El estudiante fija un jugador en la misma posición y hace las posibles permutaciones para asignar las tres posiciones faltantes, luego fija otro jugador siguiendo el mismo procedimiento y esto lo hace con los dos jugadores restantes, aplicando la regla de la suma y de esta manera obtener los 24 arreglos posibles para asignar las posiciones.

Tabla 5. Situación de colocación con sus hipótesis de solución

Otro de los métodos que utilizan los estudiantes sin instrucción para llegar a la solución de estas situaciones de combinatoria simple, y que no fueron descritas como hipótesis en las tablas 3, 4 y 5, son los *elementos ostensivos*, entendidos como los recursos lingüísticos y gráficos para representar u operar con los problemas y objetos involucrados (Godino, 2003), entre los cuales se encuentran: notaciones, enumeraciones, uso de listas, diagramas de árbol, etc. (Roa, 2000). Para Roa (2000) estos elementos ostensivos y las estrategias de solución conforman un conjunto de métodos, que los estudia por separado manifestando el vínculo entre estrategia y método (Bustos 2012), por esta razón se hace la aclaración que aunque estos elementos ostensivos pueden ser usados por los estudiantes, no serán objeto de análisis del presente trabajo, puesto que el estudio es sobre las estrategias.

Después de generar las hipótesis, se presenta en la tabla 6, la manera de cómo se desarrollará la actividad diagnóstica y los aspectos que se tendrán en cuenta al momento de llevarla al aula.

ASPECTO	**DESCRIPCIÓN**
Tipo de Prueba Diagnóstica	Taller
Objetivo	Orientar a los estudiantes de tal manera que puedan escribir o esbozar todos los posibles razonamientos que hagan respecto a la solución de cada situación propuesta describiendo todo el proceso y argumentando sus procederes.
Recursos a utilizar	- 3Hojas,cada hoja con una situación propuesta por separado. - Lápiz, borrador, colores, no calculadora (por cumplir con los objetivos).
Modo de trabajo en el aula	Individual. 3 Hojas, cada hoja con una situación propuesta por separado. Se dejan 20 minutos para que el estudiante trabaje en cada situación (Anexo 1, 2 y 3).
Tiempo	2 horas institucionales (110 min) en el que se incluye el tiempo de llamado de lista, orden del curso y socialización de algunos procedimientos hechos en el taller.
Papel del docente	- Observar sin intervenir, el proceder de los estudiantes. - Registrar (videos o fotos), algunos argumentos o procesos que realicen los estudiantes.

Tabla 6. Aspectos a tener en cuenta en la Prueba Diagnóstica

Luego de describir algunos aspectos relevantes del trabajo con la actividad diagnóstica en el aula (tabla 6), al igual que se presentaron las situaciones y las hipótesis de estrategias a usar por los estudiantes en cada situación (tabla 3, 4 y 5), se da por terminada esta fase de diseño, dando paso a la fase de gestión de manera que se pueda recoger la información necesaria para cumplir con los objetivos propuestos.

5.3 FASE DE GESTIÓN

En esta fase se describe la implementación práctica en el aula de clase y la gestión de los procesos de recolección de datos para su análisis, mediante la prueba diagnóstica, de acuerdo a lo planeado en la fase anterior.

Es necesario que se verifique en todo momento el orden y la disciplina en el aula, en donde no esté de pie ningún estudiante mientras se realiza la actividad. De igual manera el docente a cargo no debe contestar a preguntas que surjan durante el desarrollo de la misma, de modo que la información recolectada refleje sólo los argumentos de los estudiantes. Por lo cual se presenta el siguiente protocolo de la sesión desarrollada.

Protocolo

Condiciones Iníciales:
Se da la bienvenida a los estudiantes y se llama a lista, se organizó el curso por filas de manera que cada una de las situaciones presentadas se desarrollaran individualmente; estas situaciones fueron realizadas por 62 estudiantes de grado octavo, indicándoles que todos los razonamientos y procesos que hicieran para solucionar cada situación fueran plasmados en la hoja que se les iba a entregar.

Desarrollo de la actividad:
Antes de entregar el material de trabajo a los estudiantes se les aclaró que no se iban a contestar preguntas con relación a las situaciones, sino que éstas las deberían solucionar usando sus saberes previos. Se entregó a cada estudiante la primera situación y se determinó 20 minutos para abordarla, pero durante el desarrollo de la misma algunos estudiantes terminaron en menos tiempo del establecido y por esta razón se decidió recoger la primera situación a los estudiantes que terminaban y seguidamente se le entregaba la segunda situación, y de igual manera pasó con la tercera situación.

Luego de recoger las tres situaciones a todos los estudiantes, quedó un tiempo, y en éste se socializó parte de la solución de la primera situación (del detective), la cual se hizo en el tablero con la participación de estudiantes, a continuación se presenta parte del dialogo con los estudiantes:

> *Profesor: ¿qué tal estuvo la actividad?, ¿difícil o fácil?, cuéntenme…*
> *Estudiante1: esa vaina estuvo muy "trinca" [refiriéndose al problema]*
> *Estudiante 2: no…¡estaba fácil!, sólo tenía que multiplicar los seis sospechosos por dos, porque tenían que escoger dos de los 6"*
> *Profesor: ¿Están de acuerdo con los argumentos del compañero?*

Estudiante 3: no… porque yo tuve en cuenta que los sospechosos no se repitieran (…) [no se entiende lo que dice] por eso es que no me dio 12 sino que con las parejas que hice me salieron más, me salieron 15.
Estudiante 4: a mí también me salieron 15, yo cogí al jardinero con cada uno de los otros y luego al coger al cocinero… ¿si era ese?... O el que fuera y no lo cogí con jardinero porque ya los había escogido antes…

Dado que no alcanzo el tiempo para terminar la discusión de forma general, se dejó como tarea que los estudiantes desarrollaran nuevamente las situaciones en casa para que en la próxima clase se continuará con la socialización de las mismas.

5.4 FASE DE CIERRE

Al tener claro la problemática a abordar, el diseño de las actividades y la forma de gestionarlas en el aula, se busca la manera de sistematizar el conjunto de los datos recolectados, para poder categorizar las estrategias utilizadas, tomando las hipótesis establecidas en la tabla 3.

Los resultados obtenidos en el estudio son analizados con el fin de evidenciar si la indagación cumplió con los objetivos y de esta manera identificar las estrategias que usan los estudiantes sin instrucción para resolver problemas de combinatoria simple.

A continuación se presenta el análisis de las estrategias usadas por los estudiantes al resolver las tres respectivas situaciones, teniendo en cuenta el orden de las hipótesis presentadas en las tablas 3,4 y 5; éstos análisis están acompañados de algunas evidencias gráficas, además se muestran otras soluciones presentadas por los estudiantes que no se contemplaron en las hipótesis y que no muestran un argumento matemático.

5.4.1 Descripción de estrategias para la situación de selección

Recordando la situación 1: Un detective está investigando un crimen ocurrido en una mansión. Se sabe que dicho crimen fue cometido por dos personas y entre los sospechosos se encuentran el jardinero, el cocinero, el ama de llaves, el vigilante, el chofer y el mayordomo. ¿De cuántas maneras posibles puede el detective seleccionar los dos posibles implicados?

Hipótesis 1.1.Ensayo y error erróneamente

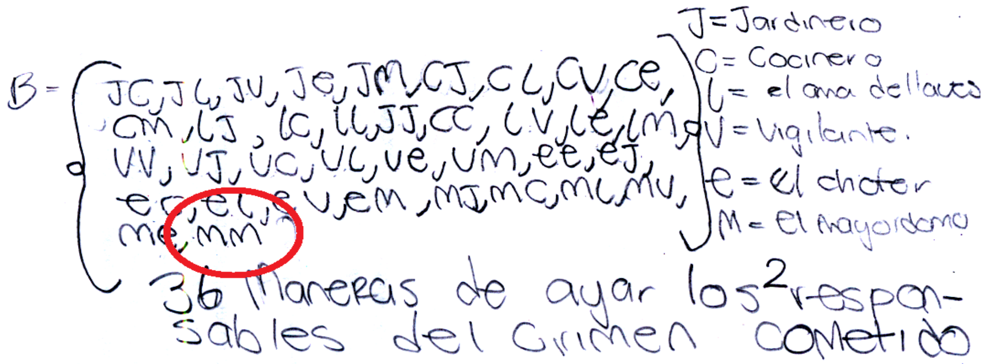


Figura 1**.** Evidencia estrategia ensayo y error "erróneo" para selección

Cinco estudiantes tomaron sospechosos sin tener en cuenta un orden de como los tomaba, llevándolo a cometer errores como combinar un sospechoso con él mismo, evidenciando de esta manera la estrategia de ensayo y error de manera incorrecta. Termina la situación cuando cree haber hecho todas las combinaciones posibles obteniendo así diversas maneras erróneas de seleccionar los implicados. Se resalta en la figura lo anteriormente mencionado.

Hipótesis 1.2. Ensayo y error correctamente

Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación.

Hipótesis 1.3. Odómetro erróneamente

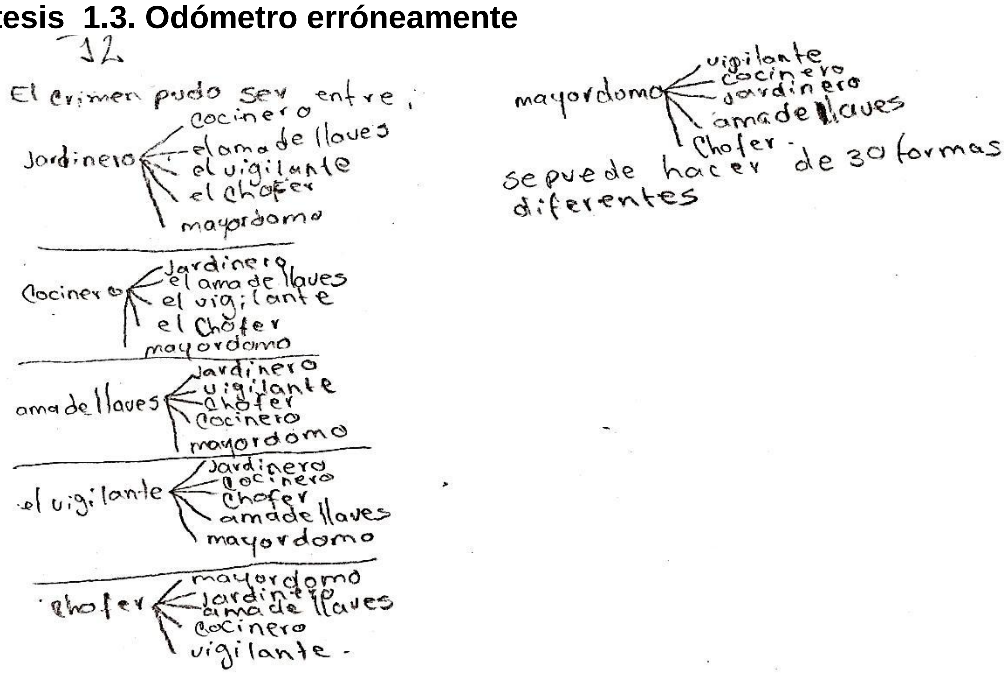


Figura 2. Evidencia 1 estrategia odómetro "erróneo" para selección

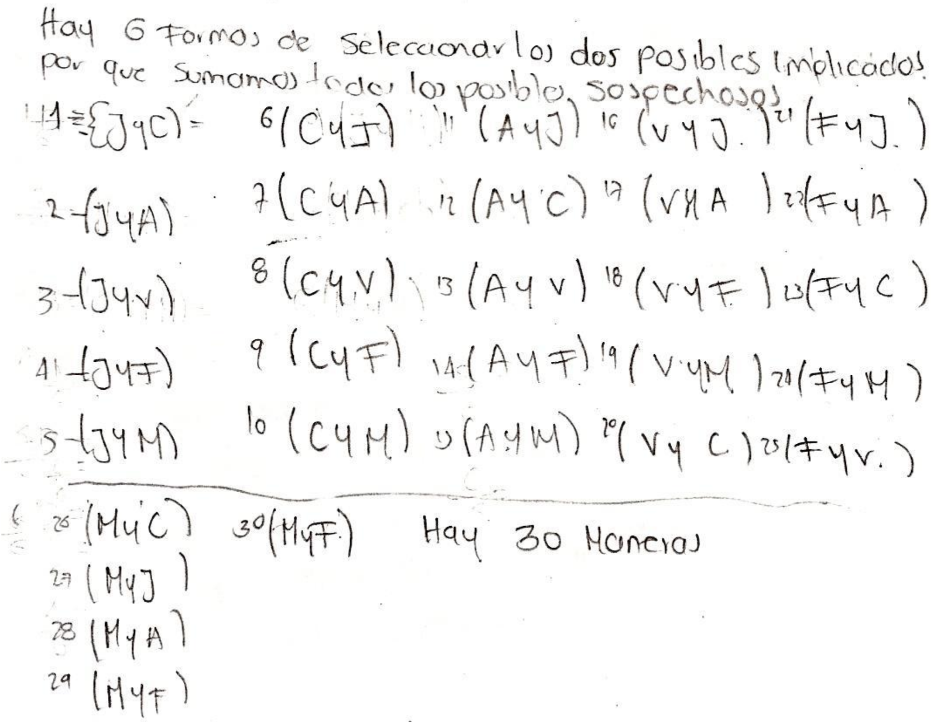


Figura 3. Evidencia 2 estrategia odómetro “erróneo” para selección

Diez estudiantes hacen las combinaciones posibles fijando uno de los sospechosos en cada una de las ordenaciones realizadas sin darse cuenta que están repitiendo algunas parejas y por tanto al aplicar la regla de la suma el conteo resultante es erróneo.
Esta estrategia es presentada con ayuda de listado como se evidencia en la figura 2 y 3.

Hipótesis 1.4. Odómetro correctamente

Veintiún estudiantes fijan uno de los sospechosos (asigna uno de los valores a la variable) y lo combina con los demás implicados, luego toma el segundo sospechoso y lo combina con los demás teniendo en cuenta que no se repita ninguna pareja, haciendo este proceso exhaustivamente con los demás sospechosos, y por último aplica la regla de la suma concluyendo que son 15 posibles maneras de seleccionar los implicados.

Se muestran dos maneras de solucionarlo al aplicar la estrategia:

- El estudiante hace un listado como guía para la solución, el cuál se muestra en la figura 4.

Porque si son 2 implicados y hay 6 sospechosos entonces pueden haber 15 probabilidades y son:

Jardinero y Cocinero
Jardinero y Ama de llaves
Jardinero y Vigilante
Jardinero y Chofer
Jardinero y Mayordomo
Cocinero y Ama de llaves
Cocinero y Vigilante
Cocinero y Chofer
Cocinero y Mayordomo
Ama de llaves y Vigilante
Ama de llaves y Chofer
Ama de llaves y Mayordomo
Vigilante y Chofer
Vigilante y Mayordomo
Chofer y Mayordomo

Figura 4. Evidencia 1 estrategia odómetro “correcto” para selección

- El estudiante asigna números a los posibles sospechosos y hace una notación conjuntista, como se puede evidenciar en la figura 5.

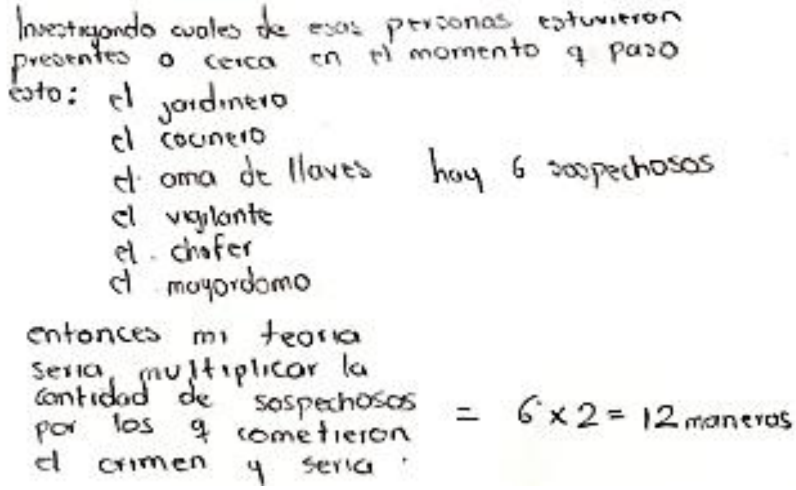
$S\{1,2,3,4,5,6\}$

$F_1\{1,2\}$ $F_6\{2,3\}$ $F_{11}\{3,5\}$
$F_2\{1,3\}$ $F_7\{2\ 4\}$ $F_{12}\{3,6\}$
$F_3\{1,4\}$ $F_8\{2,5\}$ $F_{13}\{4,5\}$
$F_4\{1,5\}$ $F_9\{2,6\}$ $F_{14}\{4,6\}$
$F_5\{1,6\}$ $F_{10}\{3,4\}$ $F_{15}\{5,6\}$

hay 15 maneras de combinar a los 2 sospechosos

Figura 5. Evidencia 2 estrategia odómetro “correcto” para selección

Otras soluciones no contempladas en las hipótesis

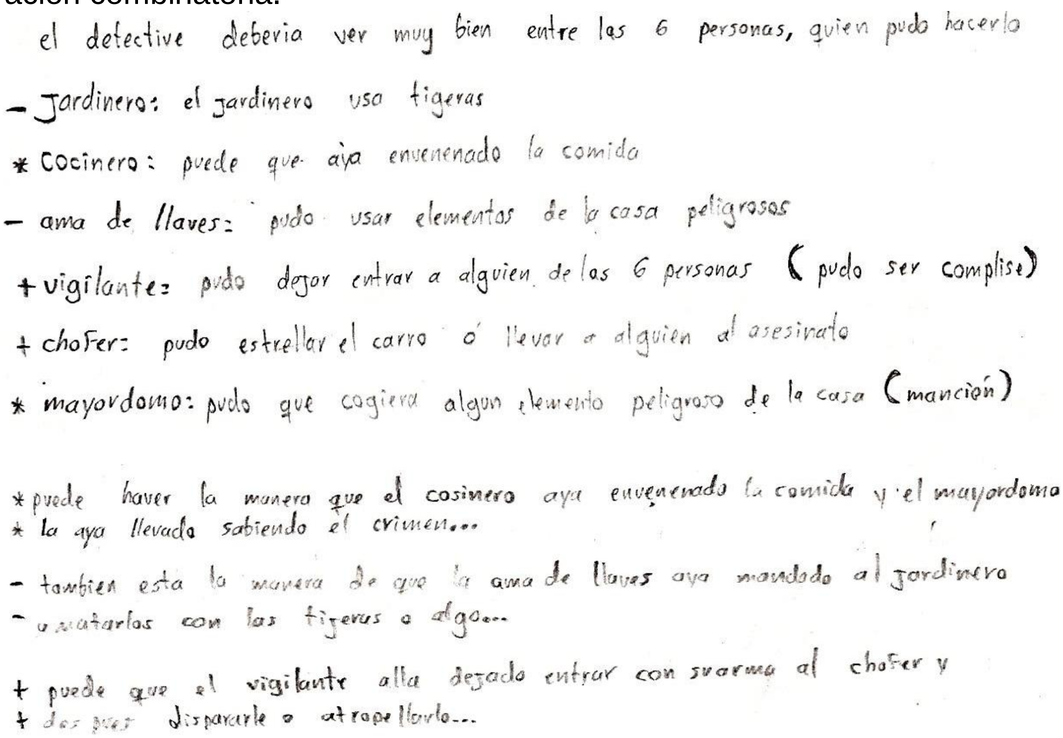


Investigando cuales de esas personas estuvieron presentes o cerca en el momento q paso esto: el jardinero
el cocinero
el ama de llaves hay 6 sospechosos
el vigilante
el chofer
el mayordomo

entonces mi teoria seria multiplicar la cantidad de sospechosos por los q cometieron el crimen y seria = $6 \times 2 = 12$ maneras

Figura 6. Evidencia 1 de otros métodos de solución para selección

Cuatro estudiantes obtienen el resultado a partir del uso de la regla del producto, tomando los seis sospechosos multiplicándolos por los dos que cometieron el crimen, encontrando 12 maneras de seleccionarlos, cometiéndose el error al no reconocer que cada sospechoso se combina con todos los demás y no solo con dos. Esta no se toma como una estrategia puesto que la regla del producto es una operación combinatoria.



el detective deberia ver muy bien entre las 6 personas, quien pudo hacerlo

- Jardinero: el jardinero usa tigeras
* Cocinero: puede que aya envenenado la comida
- ama de llaves: pudo usar elementos de la casa peligrosos
+ vigilante: pudo dejar entrar a alguien de las 6 personas (pudo ser complise)
+ chofer: pudo estrellar el carro ó llevar a alguien al asesinato
* mayordomo: pudo que cogiera algun elemento peligroso de la casa (mansión)

* puede haver la manera que el cosinero aya envenenado la comida y el mayordomo
* la aya llevado sabiendo el crimen...

- tambien esta la manera de que la ama de llaves aya mandado al jardinero
- a matarlos con las tijeras o algo...

+ puede que el vigilante alla dejado entrar con suarma al chofer y
+ despues dispararle o atropellarlo...

Figura 7. Evidencia 2 otros métodos de solución para selección

Veintidós estudiantes no le dieron un argumento matemático a la situación y además no lo resolvieron, como se puede evidenciar en la figura 7, ellos se centraron en el contexto del problema dándole mayor importancia a los personajes allí nombrados y su labor, algunos trataron de resolver la situación por ejemplo mencionando que era importante observar el lugar del asesinato, determinar causas, identificando lugar y causa de la muerte, revisando las cámaras de seguridad si existían, entre otros argumentos que no muestran una solución concreta a la situación evidenciándose de esta manera que para algunos estudiantes tener en cuenta el contexto generó distracción.

5.4.2 Descripción de estrategias para la situación de partición

Recordando la situación 2: El presidente del equipo Bayern Munich quiere repartir3 camisetas de colores: una negra, una roja y una blanca entre sus dos arqueros: Manuel Neuer y Lucas Raeder. ¿De cuántas maneras pueden repartirse las camisetas teniendo en cuenta su color, sabiendo que los dos arqueros reciben por lo menos una camiseta?

Hipótesis 2.1. Ensayo y error errónemante
Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación.

Hipótesis 2.2. Ensayo y error correctamante
Diecisiete estudiantes hacen las 6 combinaciones correctas pero no tiene un procedimiento sistemático, como se muestra en la figura 8 hacen listados o tabla como se observa en la figura 9, mostrando las combinaciones posibles.

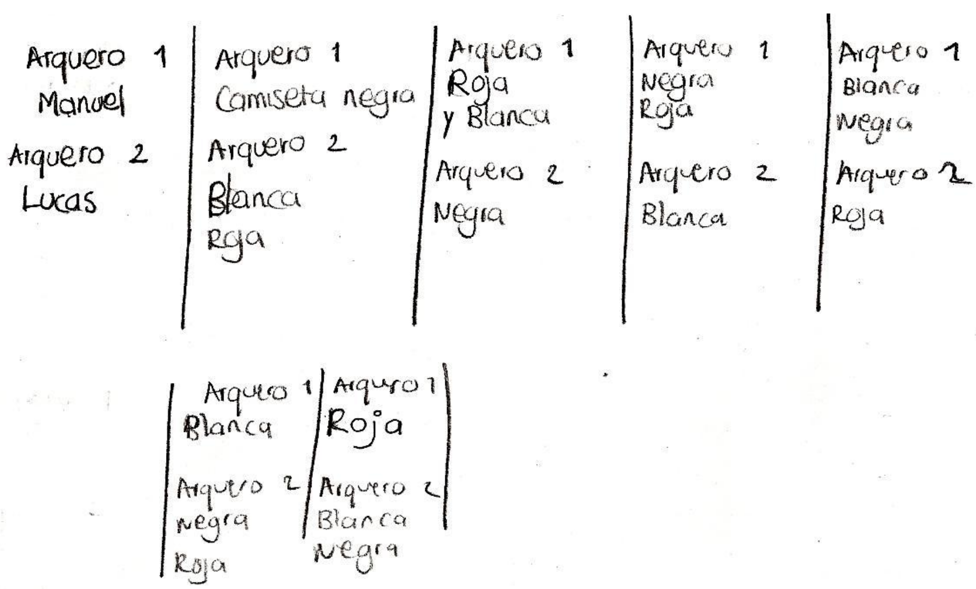


Figura 8. Evidencia 1 estrategia ensayo y error “correcto” para partición

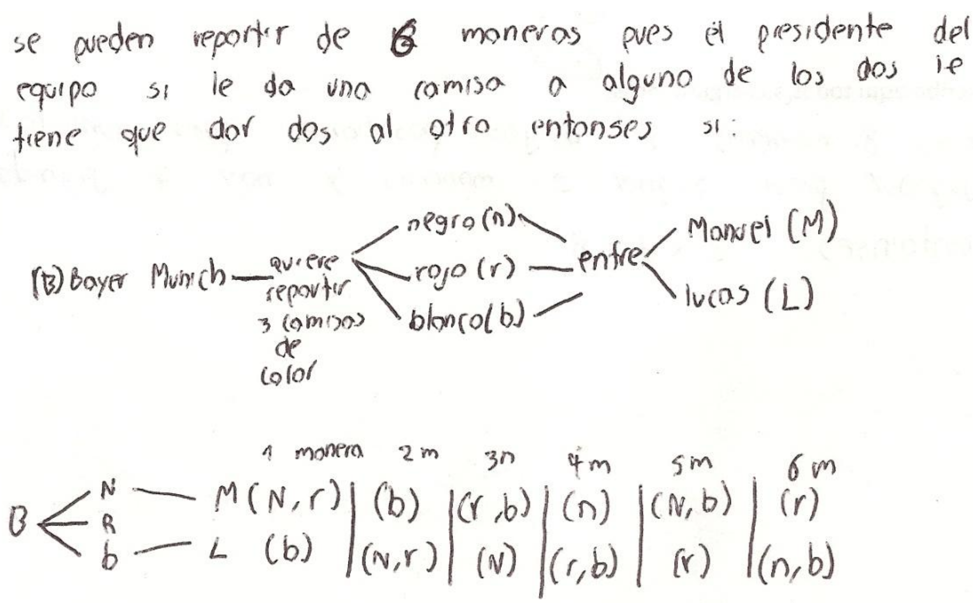


Figura 9. Evidencia 2 estrategia ensayo y error “correcto” para partición

Hipótesis 2.3. Odómetro erróneamente
Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación de partición

Hipótesis 2.4. Odómetro correctamente
Cinco estudiantes fijan un jugador y un color para realizar las combinaciones posibles con los otros dos colores de camisetas haciéndolo de igual manera para los dos arqueros, obteniendo así las 6 posibles formas de repartir las camisetas. Mostrando el uso de la estrategia del odómetro de una manera correcta.
En las figuras 10 y 11 se puede evidenciar la solución dada.

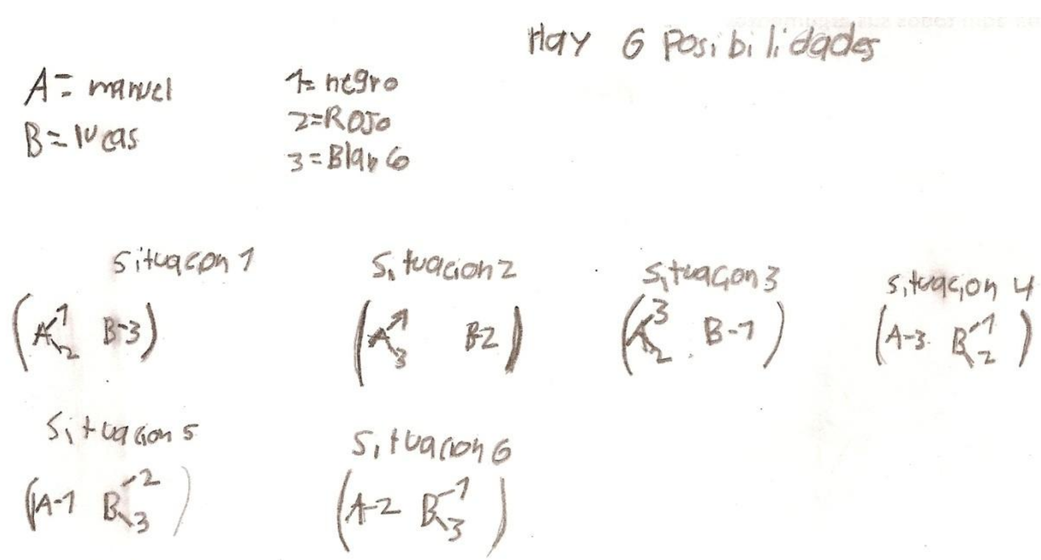


Figura 10. Evidencia 1 estrategia odómetro “correcto” para partición

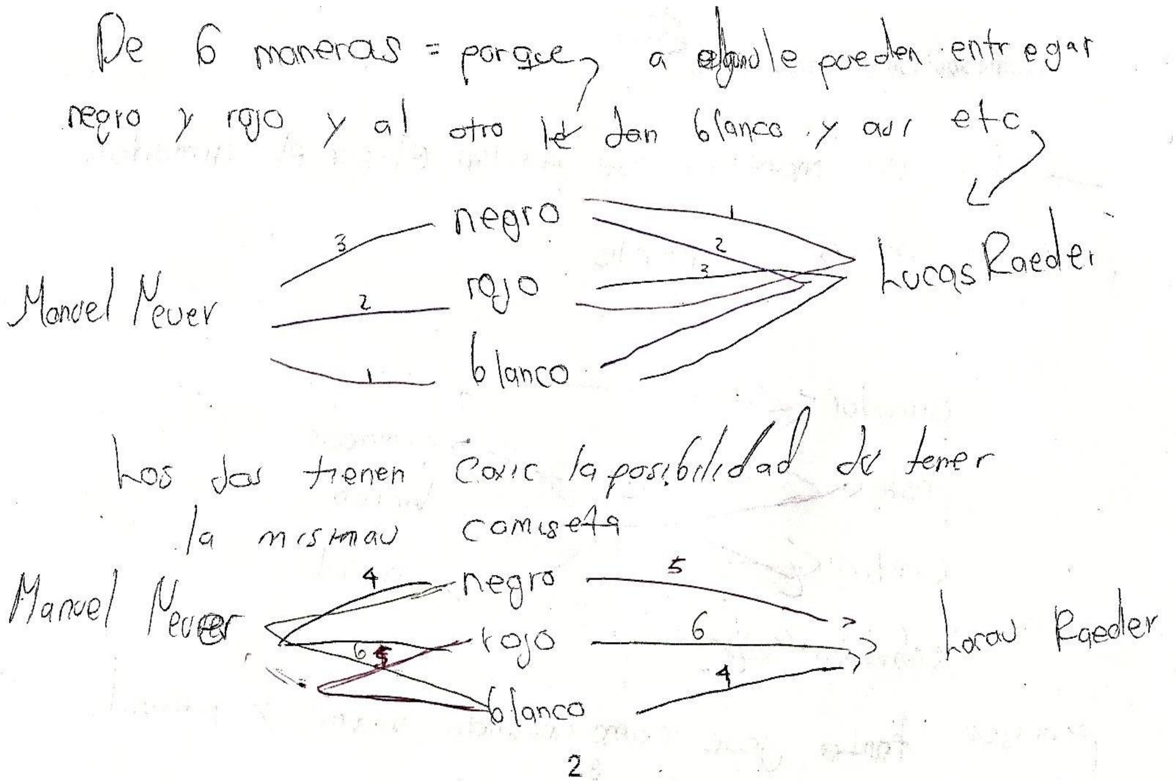


Figura 11. Evidencia 2 estrategia odómetro “correcto” para partición

Otras soluciones no contempladas en las hipótesis

Catorce de los estudiantes asumen que como son tres camisetas y dos arqueros las posibles maneras de combinar las camisetas es multiplicando 3 camisetas por 2 arqueros, por lo que encuentran 6 maneras, se puede observar que aunque la respuesta es correcta, se comete el error al no reconocer que los dos arqueros no quedan con un número igual de camisetas y solo aplican la regla del producto, además esta solución no es tomada como una estrategia sino un método al aplicar una operación combinatoria.

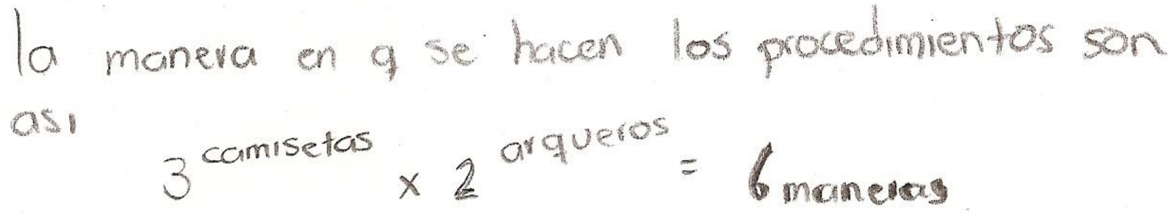


Figura 12. Evidencia 1 de otros métodos de solución para partición

Siete de los estudiantes asumen que cada arquero debe tener al menos una camiseta y al no encontrar una repartición equitativa buscan una alternativa diferente, por ejemplo entregar la camiseta que sobre a un jugador del equipo o guardarla de repuesto por si a algún jugador se le olvida.
Esta solución se da porque la repartición es asociada por los estudiantes como un reparto equitativo, entonces una camiseta para cada arquero y sobra una, como se muestra en le figura 13.

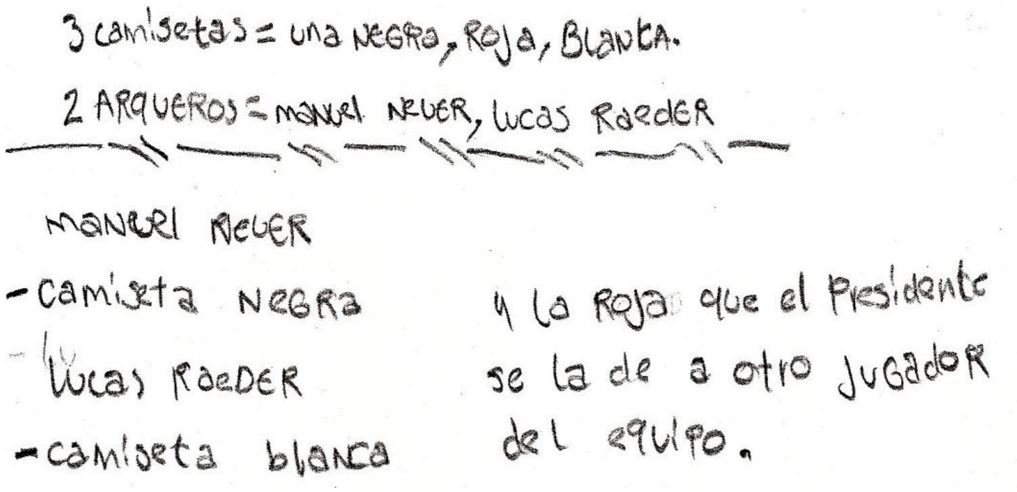

3 camisetas = una NEGRA, Roja, Blanca.
2 ARQUEROS = manuel NEUER, lucas Raeder
Manuel Neuer
- camiseta NEGRA
Lucas Raeder
- camiseta blanca
y la Roja que el Presidente se la de a otro jugador del equipo.

Figura 13. Evidencia 2 de otros métodos de solución para partición

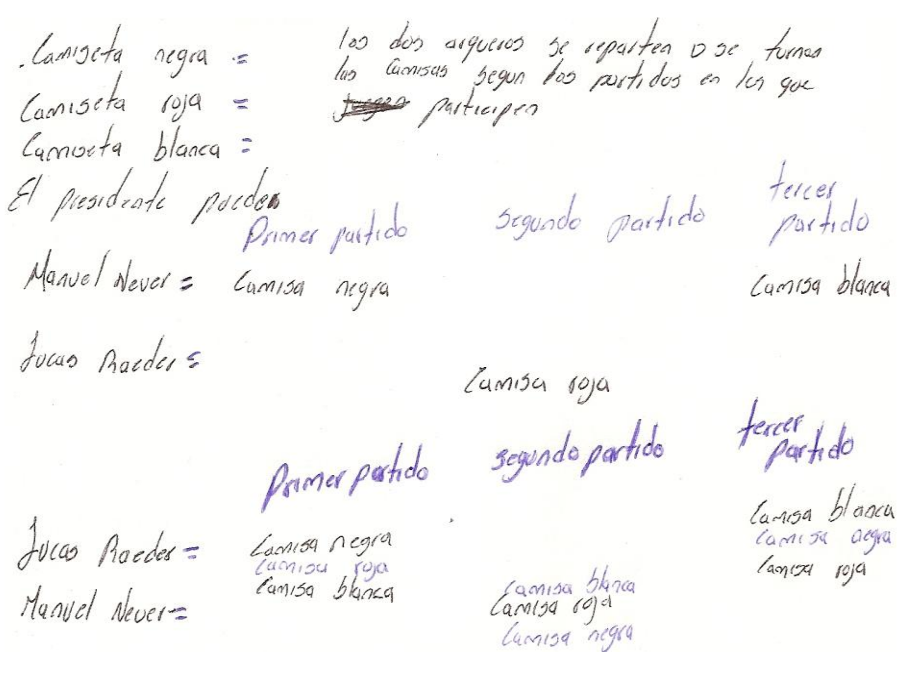

Camiseta negra =
Camiseta roja =
Camiseta blanca =
los dos arqueros se reparten o se turnan las camisas segun los partidos en los que ~~juegan~~ participan
El presidente puede
Primer partido / Segundo partido / tercer partido
Manuel Never = Camisa negra / Camisa blanca
Lucas Raeder = Camisa roja
Primer partido / segundo partido / tercer partido
Lucas Raeder = Camisa negra, Camisa roja, Camisa blanca / Camisa blanca, Camisa roja, Camisa negra / Camisa blanca, Camisa negra, Camisa roja
Manuel Never =

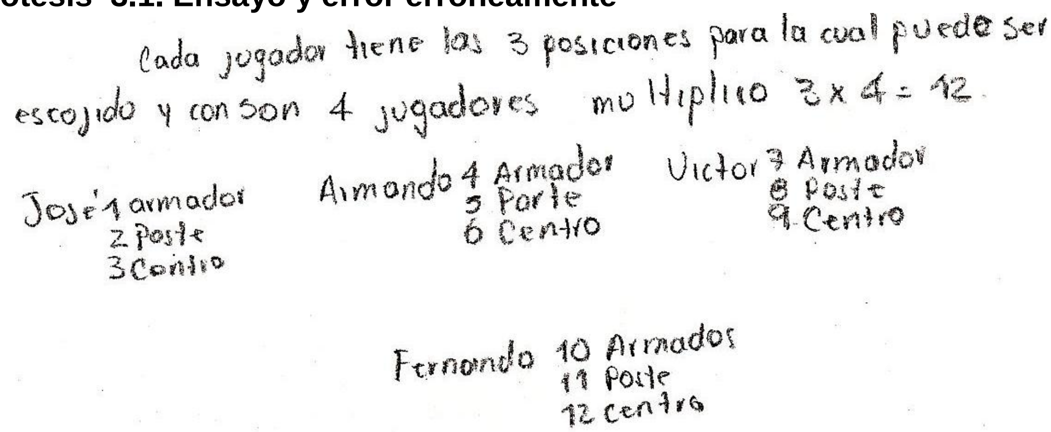
Figura 14. Evidencia 3 de otros métodos de solución para partición

Diecinueve estudiantes no le dieron un argumento matemático a la situación y además no lo resolvieron, sino que se centraron en el contexto del problema dándole mayor importancia a los personajes allí nombrados y su labor. Como por ejemplo turnarse las camisetas por partido, dando la camiseta al que mas tenga goles por partido, entre otros, como se puede evidenciar en la figura 14.

5.4.3 Descripción de estrategias para la situación de colocación

Recordando la situación 3: El capitán del equipo de baloncesto del curso 803 necesita asignar las tres posiciones (armador, poste y centro) que le hacen falta para los juegos intercursos 2012. Dentro de los opcionados para cubrir estas posiciones están: José, Armando, Víctor y Fernando. ¿De cuántas maneras el capitán puede asignar estas posiciones?

Hipótesis 3.1. Ensayo y error erróneamente


Cada jugador tiene las 3 posiciones para la cual puede ser escojido y con son 4 jugadores multiplico 3 x 4 = 12.

José 1 armador
2 Poste
3 Centro

Armando 4 Armador
5 Porte
6 Centro

Victor 7 Armador
8 Poste
9 Centro

Fernando 10 Armados
11 Poste
12 centro

Figura 15. Evidencia estrategia ensayo y error "erróneo" para colocación

Diecinueve estudiantes aplican la regla del producto, multiplicando las tres posiciones a asignar por los cuatro jugadores disponibles, obteniendo 12 posibles maneras de asignar las posiciones. La respuesta es incorrecta puesto que utilizando esta operación combinatoria no se encuentran las 24 posibles asignaciones; se puede observar que utilizan listados para mostrar la solución

Hipótesis 3.2. Ensayo y error correctamente
Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación.

Hipótesis 3.3. Principio constante fijando un jugador
Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación.

Hipótesis 3.4. Principio constante fijando dos jugadores
Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación.

Hipótesis 3.5. Traducir el problema a otro equivalente erróneamente

Cuatro estudiantes, toman tres de los cuatro jugadores y no hacen todas las posibles permutaciones en las tres posiciones (armador, poste y centro) sino que fijan los jugadores y asignan las posiciones, resultándole tres arreglos en cada uno de los cuatro grupos, luego aplica la regla de la suma obteniendo así 12 maneras de asignar las posiciones, siendo esto incorrecto puesto que en cada arreglo sacan un jugador arbitrariamante.

Los estudiantes usan un listado para presentar las diferentes permutaciones.

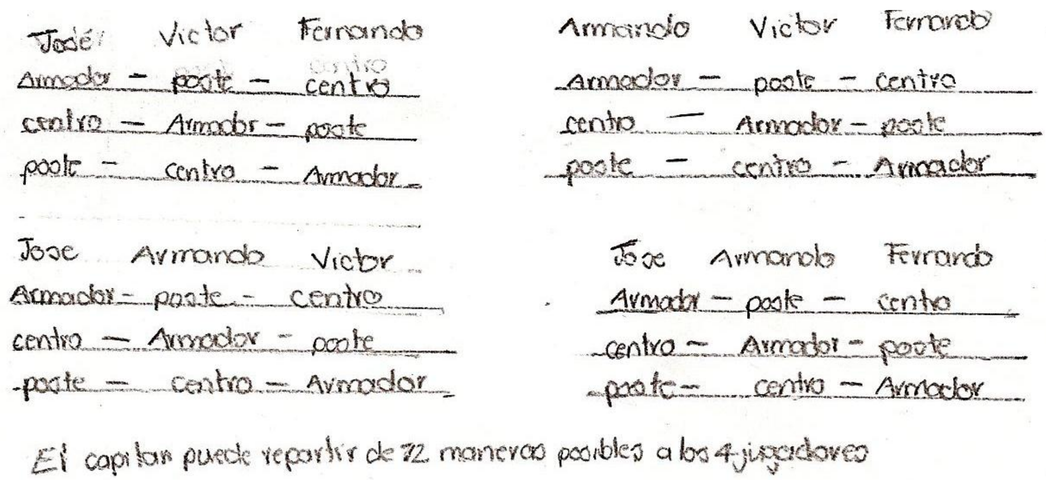


Figura 16. Evidencia de traducir el problema a otro equivalente erróneamente.

Hipótesis 3.6. Traducir el problema a otro equivalente correctamente

Dos estudiantes toman de los cuatro jugadores tres y les asigna las diferentes posiciones, luego de esto se da cuenta que puede generalizar utilizando la regla del producto, encontrando las 24 maneras de asignar las posiciones. Como lo expresa en la parte inferior de su hoja: “Son 24 porque hay 4 personas y 3 posiciones y hay 6 formas de repartirse”.

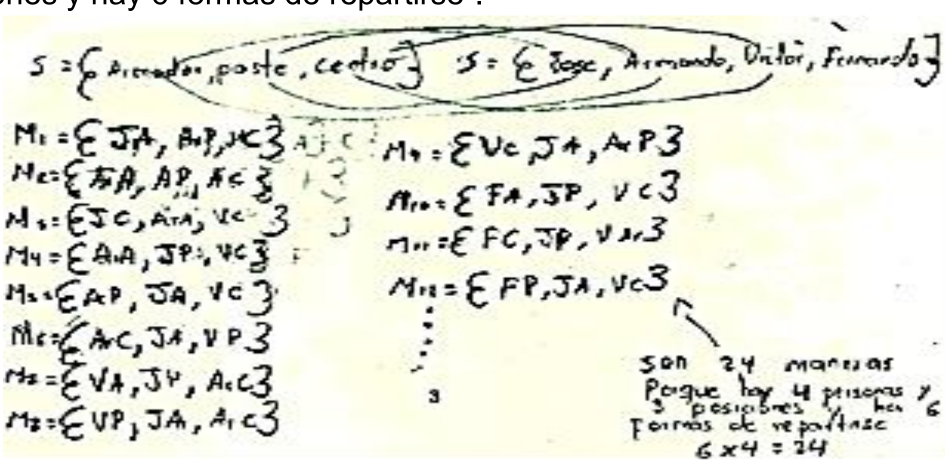


Figura 17. Evidencia estrategia traducir el problema “correcto” para colocación

Hipótesis 3.7. Fijar variable erróneamente

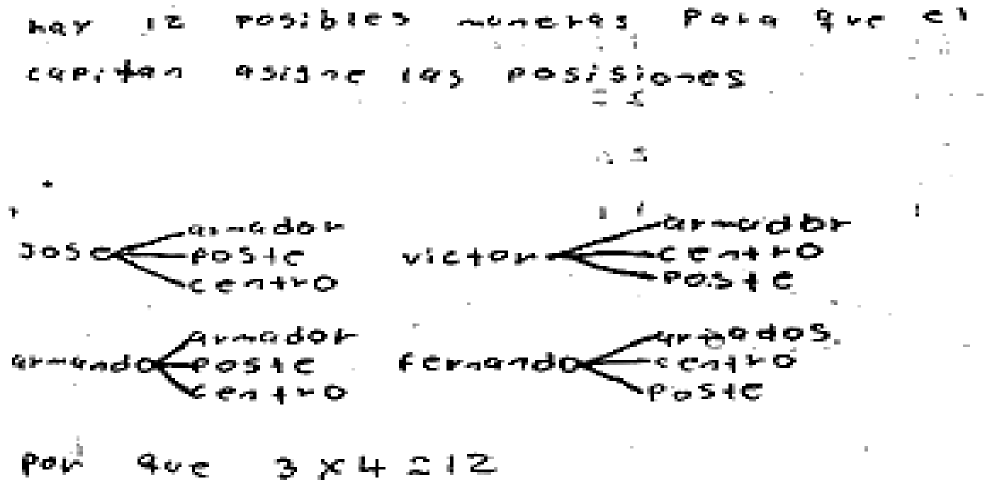


Figura 18. Evidencia estrategia fijar variable “erróneo” para colocación

Nueve estudiantes fijan como valor de la variable los jugadores y a cada uno le asigna las tres posiciones sin tener en cuenta que dos de estas posiciones deben ser asignadas a otros dos jugadores diferentes y de esta manera aplica la regla del producto, al multiplicar las tres posiciones por los cuatro jugadores obteniendo 12 posibles maneras de asignar las posiciones. Esto es incorrecto puesto que ellos no asumen que las posiciones son ocupadas al mismo tiempo, por lo tanto no se puede llegar a las 24 maneras posibles de asignar las posiciones. Para evidenciar su respuesta usan una lista como método gráfico.

Hipótesis 3.8. Fijar variable correctamente

Ningún estudiante aplica esta estrategia para solucionar la situación.

Otras soluciones no contempladas en las hipótesis

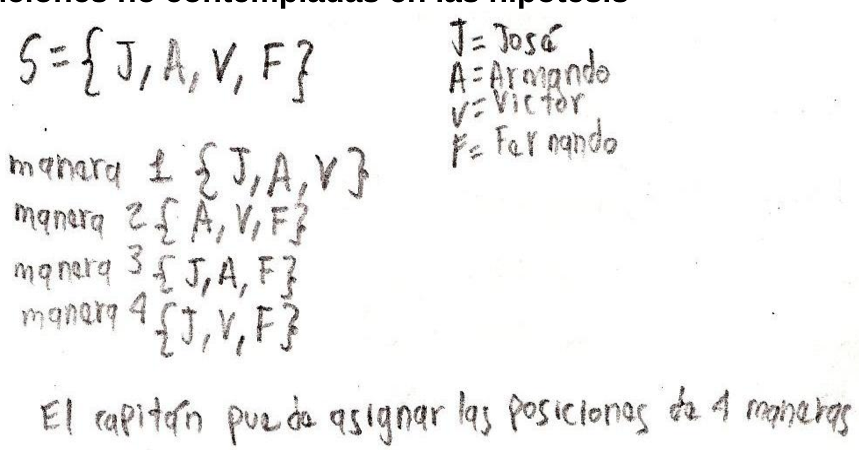


Figura 19. Evidencia 1 de otros métodos de solución para colocación

Siete estudiantes toman tres de los cuatro jugadores y asignan las tres posiciones omitiendo al cuarto jugador, o simplemente lo dejan en la banca, entonces no pueden encontrar las 24 posibles asignaciones como se puede evidenciar en la figura 19.

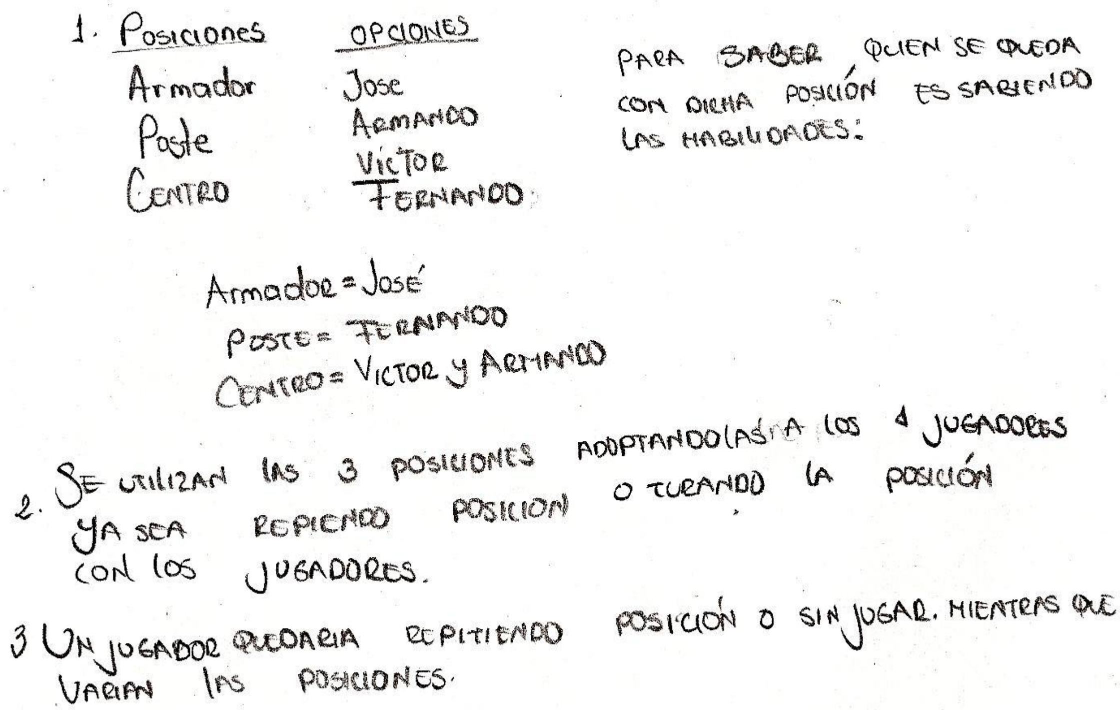


Figura 20. Evidencia 2 de otros métodos de solución para colocación

Veintiún estudiantes no le dieron un argumento matemático a la situación y además no lo resolvieron, sino que se centraron en el contexto del problema dándole mayor importancia a los personajes allí nombrados y su labor, ellos asumen que las asignaciones pueden ser por físico de cada jugador, por aptitudes en el momento de jugar, por medio de una rifa, por resultados obtenidos en partidos anteriores entre otros, sin llegar a una solución que estuviera contemplada dentro de las hipótesis. Aquí de igual manera se puede notar que entrar en un contexto cercano a los estudiantes género distracción.

5.4.4 Caracterización de estrategias usadas por los estudiantes

Después de identificar y describir las estrategias que utilizaron los estudiantes para resolver las tres situaciones propuestas de acuerdo a las hipótesis contempladas, se procede a presentar esta información en las tablas 6, 7 y 8, que permiten visualizar de manera resumida la cantidad de estudiantes que usaron las diferentes estrategias establecidas en las hipótesis así como las que no estuvieron contempladas y el porcentaje de participación de cada una.

Estrategias en situación de selección	**Frecuencia**	**Porcentaje**
Ensayo y Error Erróneo	5	8%
Ensayo y Error correcto	0	0%
Odómetro erróneo	10	16%
Odómetro correcto	21	34%
otras soluciones con argumento matemático	4	6%
otras soluciones sin argumento matemático	22	35%
TOTAL	62	100%

Tabla 7. Resultados generales de la situación de selección.

En la tabla anterior y a partir de las descripciones hechas, se observa que los estudiantes sin instrucción en combinatoria aunque no reconocen la estrategia del odómetro alcanzan un razonamiento que les permite identificar las combinaciones entre elementos y que este se facilita fijando uno de dichos elementos, aun cuando no lo hacen de manera sistemática, logrando deducir que en las combinaciones el orden en que se toman los elementos no importa. Por otro lado algunos estudiantes aun cuando fijan los elementos no logran distinguir que las combinaciones hechas eran iguales puesto que se repetían los elementos. Al mismo tiempo otros estudiantes trataron de dar un argumento matemático sin ser correcto, tal vez porque al ver valores dentro de la situación aplicaban la regla del producto.

Estrategias en situación de partición	**Frecuencia**	**Porcentaje**
Ensayo y Error Erróneo	0	0%
Ensayo y Error correcto	17	27%
Odómetro erróneo	0	0%
Odómetro correcto	5	8%
otras soluciones con argumento matemático	14	23%
otras soluciones con repartición equitativo	7	11%
otras soluciones sin argumento matemático	19	31%
TOTAL	62	100%

Tabla 8. Resultados generales de la situación de partición

En la tabla 7, se puede identificar que los estudiantes en los problemas de partición y cuando los parámetros son pocos se les facilita, ya que primero hacen un reparto y luego realizan las posibles combinaciones en los repartos establecidos, en algunos casos sin tener un orden y en otros fijando uno de los elementos. Cabe aclarar que algunos estudiantes toman la repartición como algo equitativo aun cuando la cantidad de elementos no lo permite.

Estrategias en situación de colocación	Frecuencia	Porcentaje
Ensayo y error erróneo	26	42%
Ensayo y Error correcto	0	0%
Principio constante fijando uno	0	0%
Principio constante fijando dos	0	0%
Traducción del problema erróneo	4	6%
Traducción del problema correcto	2	3%
Fijar variable erróneo	9	15%
Fijar variable correcto	0	0%
otras soluciones sin argumento matemático	21	34%
TOTAL	62	100%

Tabla 9**.** Resultados generales de la situación de colocación

En la tabla 8, se puede apreciar que en la situación de colocación los estudiantes presentan mayor dificultad que las situaciones anteriores (selección y partición) debido a que la cantidad de ordenaciones posibles es mayor, porque al colocar un elemento en una sola posición los demás elementos deben ocupar de manera simultánea las posiciones sobrantes, siendo esto relevante a la hora de hacer las diferentes ordenaciones y al no ser esto interpretado por los estudiantes los lleva a resolver de manera errónea la situación.

Se encuentra otra dificultad puesto que al establecer una ordenación, en el momento de cambiar de lugar uno de sus elementos, estas ordenaciones dejan de ser iguales a diferencia de lo que se presenta en la combinación, aspecto que no fue tenido en cuenta por los estudiantes al momento de generalizar su argumento, aunque para otros estudiantes esto fue notable para llegar a la respuesta correcta.

De igual manera se observa que una gran parte de los estudiantes en las tres situaciones presentadas no dieron un argumento matemático y además no resolvieron el problema ya que centraron su atención en el contexto más no en las maneras de hacer las posibles ordenaciones de los elementos.

6. CONCLUSIONES

Después de desarrollar la indagación es pertinente identificar algunas de las conclusiones encontradas que son de gran utilidad para posteriores investigaciones o simplemente para evidenciar el cumplimiento de los objetivos propuestos, por lo tanto estas conclusiones son tomadas de las diferentes fases desarrolladas y los resultados obtenidos.

En cuanto a la actividad diagnóstica, es necesario hacer una prueba piloto que permita identificar los posibles errores y/o falencias existentes en la interpretación por parte de los estudiantes, de tal manera que se pueda modificar esta actividad y permita cumplir con mayor eficiencia los objetivos planteados.

El concepto de estrategia no fue descrito en el marco teórico debido a que se tenía confusión si los diagramas de árbol, listados y enumeraciones eran considerados como estrategias de solución, lo cual llevo a los autores a realizar una revisión teórica de la misma, concluyendo de esta manera, modos posibles de actuar del estudiante conforman un conjunto de métodos, de los cuales el estudiante desarrolla según la complejidad de los problemas.

De esta manera se evidenció que los estudiantes sin instrucción al momento de resolver problemas de combinatoria simple, usan como principal recurso los elementos ostensivos, de los cuales usan con mayor frecuencia los listados, las enumeraciones y las tablas. Estos elementos no fueron tomados y caracterizados como estrategia de solución, puesto que conforman entre sí un conjunto de métodos de solución a problemas de combinatoria (Roa, 2000), cabe señalar que estos elementos ostensivos como métodos pueden tener una relación con el uso de algunas de las estrategias ya descritas, puesto que al encontrar la solución a una situación se puede tomar la estrategia del odómetro evidenciándola desde un listado o una enumeración, que aparece como un recurso necesario para clarificar la estructura del problema o para tratar de hallar la solución. Distintos autores que han estudiado la solución de los problemas combinatorios tales como Navarro-Pelayo, Batanero y Godino (1996) y Roa (2000) muestran que estas soluciones requieren el empleo de recursos o elementos ostensivos para visualizar la estructura de un problema combinatorio.

De igual manera en la revisión teórica se encuentran diversas estrategias presentes en la solución a situaciones de combinatoria, de las cuales no se tuvieron en cuenta todas ellas, sino que se tomaron las que posiblemente podrían usar los estudiantes sin instrucción y que aplicarán a la combinatoria simple, sirviendo de esta manera para establecer las hipótesis de solución.

Al implementar la actividad diagnóstica, se evidenció que la tarea de buscar los temas que más les llamaba la atención a los estudiantes, en el momento de presentar las situaciones a resolver se convierten en un distractor, puesto que por ser un tema por muchos conocido, se centraban en el contexto de cada situación y de sus personajes y no presentaban un argumento matemático como se quería; por lo que se considera realmente importante antes de realizar una actividad diagnóstica, abordar temas como técnicas de conteo de tal manera que los distractores encontrados en el contexto de las situaciones puedan ser obviados.

Al contrastar las estrategias utilizadas por lo estudiantes de grado octavo con las hipótesis establecidas se obtuvo:

- Para los problemas de selección y partición la estrategia más utilizada por los estudiantes es el odómetro, puesto que listar todas las posibles combinaciones tomando fijo alguno de los elementos pueden evidenciar el resultado en vez de generalizar.

- Para solucionar problemas de colocación es utilizada la estrategia de traducir el problema en otro equivalente; puesto que como los parámetros de esta situación son relativamente grandes los estudiantes ven pertinente hacer el problema más sencillo y generalizar por medio de la regla del producto. Además de usar la estrategia fijar variables pero de una manera errónea.

- Se puede evidenciar que para los tres tipos de problemas: selección colocación y partición es utilizada por los estudiantes la estrategia de ensayo y error ya sea errónea o correctamente puesto que como no existe ninguna instrucción previa ellos asumen que para generar posibles combinaciones o permutaciones, según el tipo de problema, no es necesario tener en cuenta ningún parámetro.

- Se evidenció que los estudiantes presentan dificultades en la interpretación de enunciados relacionados al conteo y para establecer conclusiones a partir de los resultados obtenidos.

Las estrategias usadas por los estudiantes sin instrucción de grado octavo con los cuales se desarrolló la presente indagación, según el tipo de problema, se pueden visualizar en la siguiente figura.

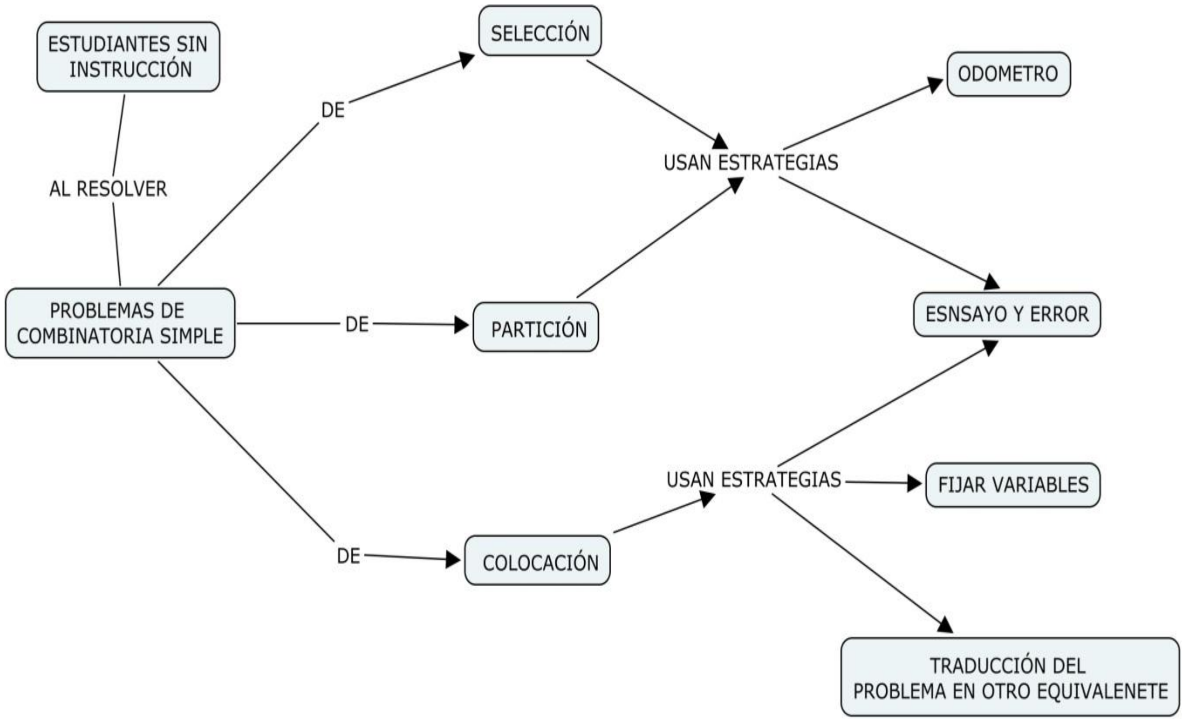


Figura 21 .Estrategias generales de estudiantes sin instrucción en combinatoria simple.

BIBLIOGRAFÍA

Bustos L. (2012) *Análisis De Estrategias De Resolución De Problemas Combinatorios En Grado Noveno.* Tesis de grado obtenido no publicada. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

English, L. (2007). Children's strategies for solving two and three dimensional combinatorial problems. En: Leder, Gilah C. and Forgasz, Helen J., (Eds) Stepping stones for the century: Australasian mathematics education research. Sense Publishers, The Netherlands, Sense Publishers, The Netherlands, pp. 139 – 156.

Fernández, F., Sarmiento, B. y Soler, N. (2008). Conocimiento Estadístico y Probabilístico de Profesores de Educación Básica y Media. Informe de Investigación DMA 014-06. Centro de Investigaciones (CIUP).

Godino, J. (2003). Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática. Universidad de Granada, España.

Guerrero, F., Sánchez, N. y Lurduy, O. (2005). La Práctica Docente a Partir del Modelo DECA y la Teoría de las Situaciones Didácticas. Enseñanza de las ciencias, 2005. Número extra. VII congreso.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, ICFES (2012). Presentación de exámenes. En: http/www.icfes.gov.co/exámenes/pruebas-saber/que-se-evalua. Revisado el 20 de Febrero de 2012.

Janáčková, M., Janáček, J. (2006). A classification of strategies employed by high school students in isomorphic combinatorial problems.TMME, vol. 3, no. 2.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá, Colombia. En http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf. Revisado el 20 de Febrero de 2012.

Ministerio de Educación Nacional (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia. En http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf. Revisado el 20 de Febrero de 2012.

Navarro-Pelayo, V., Batanero, C. y Godino, J. (1996). Razonamiento Combinatorio En Alumnos De Secundaria. Educación Matemática, vol. 8. España.

Roa, R. (2000). Razonamiento Combinatorio en Estudiantes con Preparación Matemática Avanzada. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.

Roa, R., Batanero, C., Godino, J. (2003). Estrategias Generales y Estrategias Aritméticas en la Resolución de Problemas Combinatorios. Educación Matemática, agosto año/vol. 15, número 002. Santillana, Distrito Federal México, pp. 5 – 25.

Sandoval, C. (1996). Modulo Cuatro. Investigación Cualitativa. Programa de Especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social.

Terán, T., Severino, L., Cuciarelli, L., Mignone, C., Martin, N., Molina, G. (2009). La importancia de la educación estadística. Instituto de investigaciones teóricas y aplicadas de la escuela de estadística. Decimocuartas jornadas "Investigaciones en la facultad" de Ciencias económicas y estadística, (2009).

ANEXO 1. SITUACIÓN DE SELECCIÓN

Nombre de la Institución
Área de matemáticas

ANALIZA LAS SIGUIENTES SITUACIONES

NOMBRE: ______________________________ GRADO: _OCTAVO___

Resuelve la situación planteada a continuación. Escriba detalladamente el proceso que realizó para la solución.

Situación 1

Un detective está investigando un crimen ocurrido en una mansión. Se sabe que dicho crimen fue cometido por dos personas y entre los sospechosos se encuentran el jardinero, el cocinero, el ama de llaves, el vigilante, el chofer y el mayordomo. ¿De cuántas maneras posibles puede el detective seleccionar los dos posibles implicados?

Escriba aquí todos sus argumentos.

ANEXO 2. SITUACIÓN DE PARTICIÓN

Nombre de la Institución
Área de matemáticas

ANALIZA LAS SIGUIENTES SITUACIONES

NOMBRE: ________________________________ GRADO:_OCTAVO___

Resuelve la situación planteada a continuación. Escriba detalladamente el proceso que realizó para la solución.

SITUACIÓN 2

El presidente del equipo **Bayern Munich** quiere repartir 3 camisetas de colores: una negra, una roja y una blanca entre sus dos arqueros: Manuel Neuer y Lucas Raeder. ¿De cuántas maneras pueden repartirse las camisetas teniendo en cuenta su color, sabiendo que los dos arqueros reciben por lo menos una camiseta?

Escriba aquí todos sus argumentos.

ANEXO 3. SITUACIÓN DE COLOCACIÓN

Nombre de la Institución
Área de matemáticas

ANALIZA LAS SIGUIENTES SITUACIONES

NOMBRE: ______________________________ GRADO: _OCTAVO___

Resuelve la situación planteada a continuación. Escriba detalladamente el proceso que realizó para la solución.

SITUACIÓN 3

El capitán del equipo de baloncesto del curso 803 necesita asignar las tres posiciones (armador, poste y centro) que le hacen falta para los intercursos 2012. Dentro de los opcionados para cubrir estas posiciones están: José, Armando, Víctor y Fernando. ¿De cuántas maneras el capitán puede asignar estas posiciones?

Escriba aquí todos sus argumentos.