

*TRABAJO DE GRADO ASOCIADO AL INTERÉS PROFESIONAL DEL ESTUDIANTE*

**CATÁLOGO DESCRIPTIVO DE MATERIALES Y RECURSOS DIDÁCTICOS DEL  
DMA-UPN PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**


YESID ANTONIO ANGARITA RAMIREZ  
2009240064  
BIBIANA PALACIOS CORREA  
2010140074

LYDA CONSTANZA MORA MENDIETA  
Profesora Departamento de Matemáticas U.P.N.

**PROFESORA ASESORA**

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
BOGOTÁ, D.C

2015

 UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL <small>Escuela de Pedagogía</small>	<b>FORMATO</b>	
	<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE</b>	
<b>Código: FOR020GIB</b>	<b>Versión: 01</b>	
<b>Fecha de Aprobación: 10-10-2012</b>	<b>Página 2 de 51</b>	

<b>1. Información General</b>	
<b>Tipo de documento</b>	TRABAJO DE GRADO
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
<b>Título del documento</b>	Catálogo descriptivo de materiales y recursos didácticos del DMA-UPN para la enseñanza de las matemáticas.
<b>Autor(es)</b>	Angarita Ramírez, Yesid Antonio; Palacios Correa, Bibiana.
<b>Director</b>	Mora Mendieta, Lyda Constanza.
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2015. 52 p.
<b>Unidad Patrocinante</b>	Universidad Pedagógica Nacional
<b>Palabras Claves</b>	MATERIAL DIDÁCTICO, RECURSOS EDUCATIVOS, VIDEO EDUCATIVO, ENSEÑANZA PRIMARIA, ENSEÑANZA SECUNDARIA, CONOCIMIENTOS ARITMÉTICOS.

<b>2. Descripción</b>
<p>El trabajo de grado que se propone es dirigido a docentes en formación y en ejercicio, en particular de Licenciatura de Matemáticas. Su fin es presentar un catálogo descriptivo de los materiales y recursos didácticos con los que cuenta el Laboratorio de Didáctica del Departamento de Matemáticas (DMA) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN), de manera tal que se potencie el aprovechamiento de estos mismos en niños y jóvenes, para el aprendizaje de las Matemáticas.</p> <p>Lo anterior se logró gracias a la consulta e interpretación de información proveniente de fuentes escritas especializadas sobre tipos de materiales y recursos didácticos específicos para la enseñanza de las Matemáticas, además de los dos catálogos existentes en el DMA, los cuales fueron elaborados por la profesora Johana Torres en el año 2006 y por los estudiantes egresados Juan Gabriel Muñoz, Edwin Pinilla, Helena Pardo y Alexis Toro, en el año 2009 respectivamente, cabe mencionar que estos dos catálogos, el primero presenta una imagen y una descripción del material, mientras que el segundo solo presenta la imagen del material y la cantidad de ejemplares, es así que los autores de este trabajo deciden actualizar el catálogo, a través de posibles tareas que se pueden abordar con los materiales, a partir de los procesos generales en matemáticas, y de algunas fuentes bibliográficas relacionadas con los mismos.</p> <p>Finalmente se obtiene conclusiones y recomendaciones que se evidenciaron con el desarrollo del trabajo de grado y el inventario que se actualizó en el laboratorio del DMA.</p>

### 3. Fuentes

En total se utilizaron 121 páginas Web, 4 imágenes tomadas de la Web; se tuvo presente el capítulo del libro Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Capítulo IV: Recursos para el estudio de las Matemáticas; se hizo uso de una sección del artículo de Arrieta, M. (1998). *Medios materiales en la enseñanza de las Matemáticas*, Revista de Psicodidáctica (págs.107-114). Para este documento se utilizaron diez trabajos en donde se abarcan el estudio de los materiales y recursos didácticos entre ellos se encuentran GRUPO PI (2002) *Materiales Didácticos en la resolución de problemas*. En J.M. Cardenoso, E. Castro, A. J. Moreno, *Investigación en el aula de Matemáticas. Resolución de problemas*. Granada: SAEM Thales y el documento de Hernán, F y Carrillo, E. (1996). *Recursos en el aula de Matemáticas*. Editorial Síntesis. Madrid, España.

Entre los documentos más destacados están :

Arrieta, M. (1998). *Medios materiales en la enseñanza de las Matemáticas*, Revista de Psicodidáctica (págs.107-114). Recuperado el 6 de abril de 2014 en <http://www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/viewFile/275/272>

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Capítulo IV: Recursos para el estudio de las Matemáticas.

Hernán, F. y Carrillo, E. (1996). *Recursos en el aula de Matemáticas*. Editorial Síntesis. Madrid, España.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

### 4. Contenidos

Este trabajo de grado se presenta teniendo en cuenta además de la justificación y de los objetivos, una breve historia de los materiales didácticos; en el marco de referencia se encuentran los criterios de clasificación de los materiales y los recursos didácticos teniendo en cuenta su utilidad, el contenido matemático, su versatilidad, los recursos tecnológicos, se realiza una síntesis sobre los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias Matemáticas con la intencionalidad de clasificar y seleccionar las posibles tareas a pueden desarrollar con los materiales didácticos, haciendo uso de los procesos generales y algunos procesos específicos de las Matemáticas, al igual que los grados de escolaridad en los que se pueden trabajar con los mismos y finalmente se clasifican todos los materiales y recursos que hay en el laboratorio del DMA presentados ordenadamente en formatos diseñados por los autores del presente trabajo, se presentan las conclusiones, la bibliografía y finalmente los anexos (1. El catálogo actualizado, que aunque está en el cuerpo del trabajo, se ubica como anexo porque incluye el inventario y porque se constituye en el documento de consulta del Centro de Documentación de la UPN y 2. El formato diligenciado de materiales sugeridos a adquirir).

## 5. Metodología

A continuación se presenta las etapas importantes para el desarrollo de este trabajo de grado:

1. Consulta acerca de la historia de los materiales didácticos.
2. Estudio acerca de las definiciones de material didáctico, recurso didáctico, y clasificación para los materiales y recursos.
3. Estudio del currículo escolar colombiano disponible en documentos de la renovación curricular Vasco (1985), Lineamiento Curriculares para el área de Matemáticas (19998) y Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006)
4. Actualización y complementación del inventario de los Materiales y Recursos existentes en el Laboratorio de Didáctica del DMA, corroborando con los dos catálogos existentes.
5. Creación del diseño de dos formatos, uno para los Materiales y otro para los videos que constituirían el catálogo
6. Clasificación de los Materiales Didácticos y Recursos existentes y con ello, el diligenciamiento del formato para cada material y video.
7. Consolidación del catálogo descriptivo de los materiales y recursos didácticos en físico que se puede encontrar en el DMA.

## 6. Conclusiones

- Según el contenido matemático hay mayor presencia de materiales didácticos para desarrollar el Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos (por ejemplo ábaco, regletas de Cuisenaire, cubos base 10) y para el Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos (por ejemplo bloques lógicos, tangram, geoplanos), esto se debe, muy posiblemente a que históricamente los materiales eran pensados para los niños de edad preescolar, los temas de importancia según su edad e interés se orientaban en materias como Aritmética y Geometría ya que tenían relación con las demás ramas de las Matemáticas que obedecían a conceptos que eran abstractos en el momento, por ende, eran difíciles de representar.
- En relación con el Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos y el Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos los materiales didácticos son restringidos dadas las consideraciones de la anterior conclusión (conceptos abstractos), es así que para suplir la carencia de materiales didácticos tangibles, en la actualidad se enfocan en el uso de Software como por ejemplo R, Excel, Derive, SPSS, Fathon, Staphgraph entre otros.
- Cuando se hizo el inventario de los videos existentes en el DMA, se evidenció que hay videos educativos relacionados con conceptos de las Matemáticas, sin embargo, es así que valdría la pena:
  - (i) Producir videos específicos para la enseñanza de las Matemáticas, en lo posible, asociados al contexto colombiano. La Universidad Pedagógica Nacional UPN debería liderar este tipo de producción bibliográfica.
  - (ii) Copiar los videos de las series Más por Menos, Ojo Matemático, Universo Matemático, entre otros. Para que los docentes en formación o en ejercicio tengan acceso a los discos compactos y los puedan presentar a sus estudiantes, esto es pensado en contextos que no tienen acceso a Internet.

- El Departamento de Matemáticas debe estar a la vanguardia con el uso de las TIC, haciendo uso—o produciendo— de material digital y audiovisual como por ejemplo apps; para ello se sugiere comprar o general contactos para adquirir los contenidos educativos digitales para computadores y dispositivos móviles ofrecidos por el Grupo Gedes de la Universidad del Quindío (ver en el formato materiales para adquirir), quienes producen aplicaciones interactivas diseñadas para desarrollar el pensamiento matemático en niños y jóvenes.

<b>Elaborado por:</b>	Angarita Ramírez, Yesid Antonio; Palacios Correa, Bibiana.
<b>Revisado por:</b>	Lyda Constanza Mora Mendieta

<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	10	05	2015
--	----	----	------

## Tabla de contenido

1.	Introducción.....	7
2.	Objetivos .....	8
2.1.	Objetivo General .....	8
2.2.	Objetivos Específicos .....	8
3.	Metodología.....	8
4.	Breve historia de los materiales didácticos .....	11
5.	Marco de referencia.....	15
5.1.	Criterios de clasificación de los materiales y recursos .....	16
5.1.1.	Según su utilidad .....	16
5.1.2.	Según su contenido matemático .....	17
5.1.3.	Según su versatilidad.....	17
5.1.4.	Materiales didácticos e Informáticos.....	18
5.2.	Recursos didácticos .....	19
6.	Lineamientos Curriculares y Estándares Básico de Competencias Matemáticas.....	20
6.1.	Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos .....	21
6.2.	Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos .....	21
6.3.	Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas .....	22
6.4.	Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos.....	22
6.5.	Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos .....	23
7.	Procesos generales en las Matemáticas .....	25
8.	Catálogo de Materiales y Recursos Didácticos. ....	29
8.1.	Clasificación del catálogo .....	30
Material Didáctico.....	31	
Recurso Didáctico .....	32	
Video .....	33	
9.	Conclusiones .....	34
10.	Bibliografía.....	37
11.	Anexos.....	46
11.1.	Formato para solicitud de compra de material didáctico-UPN .....	46

## 1. Introducción

A partir de la experiencia en las prácticas de inmersión y en el transcurso de algunos cursos de la línea de Didáctica de la Licenciatura en Matemáticas, surge la necesidad, de hacer una búsqueda exhaustiva de Material Didáctico que enriquezca las prácticas pedagógicas de los docentes en formación o en ejercicio. Por lo general, el maestro en formación de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) busca el material existente en el Laboratorio de Didáctica del Departamento de Matemáticas, pero al dirigirse allí encuentra dos catálogos con información no tan completa; es decir, estos presentan las siguientes características el primer catálogo elaborado por la profesora Johana Torres en el año 2006, está organizado por ramas de la matemática y cada material cuenta con una breve descripción y algunos posibles tareas a realizar con el mismo, mientras que el segundo catálogo fue diseñado por los estudiantes egresados de la Licenciatura Juan Gabriel Muñoz ,Edwin Pinilla ,Helena Pardo y Alexis Toro en el año 2009, el cual está organizado en orden alfabético y por cantidad de ejemplares.

Es así que se pretende complementar y enriquecer dichos catálogos bajo las siguientes características: un origen del material en caso de que exista, descripción del material indicando la cantidad de piezas (fichas o componentes), tipo de material en el que está elaborado (madera, plástico), colores y forma, también se mencionará los posibles procesos matemáticos que se privilegian y algunos procesos específicos que son híbridos de los generales, algunas posibles tareas que se pueden desarrollar con el material manteniendo relación con los procesos generales como específicos.

Finalmente se presentaran algunas páginas web relacionadas con dicho material estas páginas tendrán documentos relacionados con el material como artículos, tesis, presentaciones cortas, talleres o juegos interactivos.

Por lo tanto con este trabajo se pretende re-conocer el Material Didáctico existente en el DMA, en aras de que el profesional egresado o docente en formación tenga la capacidad de propiciar un mejor aprendizaje y pueda involucrarse en proyectos educativos e investigativos, cuyo fin sea contribuir a elevar la cultura matemática de sus estudiantes a través del uso de materiales didácticos que medien el aprendizaje.

**Arrieta (1998)**, señala que el estudio del Material Didáctico es importante para un profesor porque con este se facilita la comprensión y la comunicación, se favorece la visualización, motivación y una actitud positiva hacia las Matemáticas. Por ende, es ideal que los profesores conozcan un buen número de materiales para utilizarlos en su vida profesional, con el fin de que estos recursos terminen convirtiéndose en una herramienta, para la construcción del conocimiento.

Por lo anterior, con este trabajo se busca enriquecer el conocimiento del futuro profesor de matemáticas y actualizar el catálogo de materiales existentes en el DMA, haciendo una presentación más detallada sobre el material, y una propuesta de otros materiales que valga la pena adquirir.

## **2. Objetivos**

### **2.1. Objetivo General**

Poner a disposición de los docentes en formación y en ejercicio, en particular quienes se desempeñan en el campo de la Educación Matemática, un catálogo descriptivo actualizado de los Materiales Didácticos con los que cuenta el Laboratorio de Didáctica del Departamento de Matemáticas de la UPN, incluyendo para algunos materiales enlaces virtuales, de manera tal que se potencie el aprovechamiento de estos mismos en niños y jóvenes durante la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

### **2.2. Objetivos Específicos**

- Consultar e interpretar información proveniente de fuentes escritas especializadas sobre tipos de Materiales Didácticos específicos para la enseñanza de las Matemáticas.
- Complementar y ampliar los posibles usos de los Materiales Didácticos disponible en el centro de documentación del DMA, a través de los cinco pensamientos en matemáticas establecidos en Lineamientos y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y posibles procesos matemáticos que se pueden desarrollar con los mismos.

## **3. Metodología**

Para el desarrollo de este trabajo de grado, se tomó como referencia la historia de los Materiales Didácticos, para tener un primer panorama de la manera como surgieron; posterior a ello se realizó un estudio acerca de las definiciones de Material Didáctico, recurso didáctico y términos asociados a los mismos, consultando bibliografía centrada en el tema, con el fin de hacer un cuadro comparativo para diferenciar entre recurso y material, constituyéndose esto en la parte inicial del trabajo.

Con los resultados anteriores se hizo una búsqueda, en documentos especializados, sobre materiales o recursos didácticos; con el fin de reconocer diferentes criterios de clasificación para los Materiales y Recursos; organizándolos a partir de aspectos como utilidad, tipo de contenido matemático y versatilidad. Acompañado de esa búsqueda se obtuvo también, como parte de la clasificación, los recursos tecnológicos, identificando un conjunto de herramientas pedagógicas que sirve para enriquecer el aprendizaje –matemático– de los estudiantes, arrojando una variada distribución de medios tecnológicos; por esto se vio necesario entonces hacer búsquedas en la Web, para determinar la disponibilidad de productos que reunieran las características deseadas, como son, ordenadores, software didáctico, tutoriales, medios audiovisuales, videos y objetos virtuales de aprendizaje (OVA), para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas. Una vez buscada la información se establecieron como criterios mínimos:



- Ser diseñado con intencionalidad pedagógica.
- Su posible utilización en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.
- Su accesibilidad y poca necesidad de una configuración especial en el computador para su instalación y utilización.

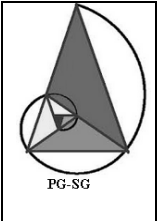
Con estos insumos, se procedió a realizar una descripción detallada de los cinco pensamientos que se establecen en los Estándares Básicos de Competencia Matemática del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), realizando una descripción de los mismos. Realizando de manera paralela unos cuadros que contienen, la diferencia entre pensamiento y sistemas, cuál es su intencionalidad y cuáles son los temas que se abordan en Matemáticas; esto a fin de clasificar y seleccionar las posibles tareas que se pueden desarrollar con Materiales Didácticos específicos al igual que los grados de escolaridad en los que se pueden trabajar con los mismos.

Después se realizó una búsqueda relacionada con los procesos generales en Matemáticas, los cuales son los que se privilegian y potencializan el uso de los materiales o recursos didácticos, para ello se buscaron fuentes como los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (2006), y los Lineamientos Curriculares (1998).

Posterior a ello se revisó, completó y actualizó el inventario de los Materiales y Recursos existentes en el Laboratorio de Didáctica del DMA, corroborando con los dos catálogos existentes, esto se hizo con el fin de saber con qué Materiales Didácticos y Recursos se contaba realmente e identificar qué materiales didácticos sería pertinente adquirir para ampliar y enriquecer el catálogo; por consiguiente se realizó la actualización del inventario para lo cual se diseñó una tabla en donde se incluye nombre del material, estado (bueno/malo), recomendaciones y número ejemplares.

Al tenerse los referentes teóricos y el inventario, se diseñaron dos formatos que ayudarán a constituir el catálogo, uno para los Materiales y Recursos didácticos y el otro para los videos, buscando incluir elementos que fueran de interés para los maestros en formación o en ejercicio que en su momento visiten el Laboratorio de Didáctica del DMA. Las plantillas que se utilizaron se describen a continuación con su correspondiente descripción:

Para los materiales y recursos didácticos:

NOMBRE DEL MATERIAL O RECURSO		
<p><b>Clasificación del material según su utilidad<sup>1</sup>:</b> Se indica si el material es</p> <p>Pre- Instruccional Co- Instruccional Post-Instruccional Atendiendo a los referentes teóricos.</p>	<p><b>Pensamiento o pensamientos matemáticos</b> que se potencian, esto se da según la versatilidad que tenga el material didáctico<sup>1</sup>.</p>	<p><b>Logo asociado al pensamiento y sistema<sup>1</sup></b>, en la parte inferior de cada uno se escribe las siglas según el tipo de pensamiento matemático. Estos logos fueron diseñados por los autores del trabajo y son :</p>
<p><b>Imagen:</b> Es la fotografía del material que se está describiendo (tomada de los materiales y recursos del Laboratorio de Didáctica de las</p>	 <p>PG-SG</p>	<p>Pensamiento Geométrico y Sistemas Geométricos</p>

<sup>1</sup> Este aspecto no se considera para los Recursos Didácticos.

Matemáticas del DMA).		 PN-SN	Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.
		 PV-SAA	Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos.
		 PM-SM	Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas.
		 PA-SD	Pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos.
<p><b>EDADES:</b> Se ubican las edades para las cuales va dirigido el material según las indicaciones del mismo revisión de documentos o experiencias de los autores del presente trabajo.</p>		<p><b>GRADOS:</b> Se ubican los grados de la escolaridad colombiana para los cuales va dirigido el material según las edades y las tablas elaboradas en el trabajo respecto a pensamientos y sistemas establecidos por el MEN (2006), además de las experiencias de los autores del presente trabajo.</p>	
<p><b>ORIGEN:</b> Hace referencia a la historia del material didáctico o en otras ocasiones al creador del material, solo cuando se halló información al respecto.</p>		<p><b>DESCRIPCIÓN:</b> Se indica la cantidad de piezas (fichas o componentes), tipo de material en el que está elaborado (madera, plástico), colores, forma, instrucciones de uso, entre otros elementos. No siempre se incluyen todos estos elementos debido a la importancia o al espacio disponible en el formato.</p>	
<p><b>PROCESOS MATEMÁTICOS QUE SE PRIVILEGIAN:</b> Se proponen los procesos matemáticos que pueden abordarse con el uso del material, principalmente a partir de los insumos conceptuales con los cuales se contaba y las experiencias de los autores de este trabajo.</p>	<p><b>POSIBLES TAREAS:</b> Se proponen, de manera breve, posibles tareas o ejercicios que podría llevar a cabo el docente o maestro en formación, al utilizar el material; se relacionan con los <b>procesos matemáticos que privilegia</b> el material.</p>		
<p><b>PÁGINAS WEB RELACIONADAS CON EL MATERIAL DIDÁCTICO:</b> Se presentan algunos enlaces consultados por los autores de este trabajo con el fin de invitar, a quien consulte el catálogo, a buscar opciones que permitan complementar el trabajo pedagógico con el material. Tales enlaces van acompañados de íconos que representan tesis, páginas Web, juegos interactivos, entre otros, así:</p> <p>: Documentos relacionados, como: artículos, tesis, presentaciones cortas etc.</p> <p>: Talleres, guías de trabajo, planeaciones que se pueden realizar con el material didáctico.</p> <p>: Juegos interactivos con los cuales puede usarse el material o versión en línea del material disponible en versión física.</p> <p>: Enlaces en donde se encuentra variadas actividades para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas utilizando el material que se presenta.</p> <p><b>§:</b> Páginas Web en donde se puede comprar el material didáctico, para que el docente adquiera y amplíe su “ludoteca matemática” o la de su institución.</p>			

Posterior a ello se inició con la clasificación de los materiales didácticos y recursos existentes y con ello, el diligenciamiento del formato para cada material, realizando un estudio minucioso a través de la búsqueda de actividades que se puedan desarrollar con el mismo.

Antes de dar paso a la sistematización de los videos existentes en el DMA, se hizo una revisión de los mismos para proceder a realizar su respectiva clasificación, obteniendo en la observación, videos como conferencias, estudio de casos, clases, investigación de aula, encuentros, conversatorios, películas y paneles.

La siguiente estructura corresponde al formato de los videos:

<b>NOMBRE DEL VIDEO</b>	
<b>Video donado:</b> Se entiende que el video ha sido obsequiado al Laboratorio de Didáctica de las Matemáticas de la UPN.	<b>Video Comprado:</b> Son aquellos videos que la Universidad ha adquirido a través de algún pago.
<b>Duración del video:</b> Se toma en cuenta el fragmento de tiempo desde que inicia el video hasta que finaliza.	
<b>Participantes:</b> Se presentan los autores o participantes que aparecen en cada video y la fecha de edición del mismo.	<b>Clasificación del video:</b> Se indica si el video está dirigido a la formación de profesores o a los estudiantes teniendo en cuenta la edad.
<b>Descripción del video:</b> Se realiza una síntesis del tema que se trata, con el fin de proporcionar un panorama que permita el reconocimiento del video cuando sea necesario.	

Después de lo anterior se obtuvo el formato institucional correspondiente a “compra de insumos” y se diligenció conforme a la propuesta de materiales o recursos a adquirir.

#### 4. Breve historia de los materiales didácticos

El origen del material didáctico se puede situar en la tradición filosófica empirista de los siglos XVII y XVIII. Para los empiristas el conocimiento tiene su origen en los sentidos y toma algunas ideas expuestas por Comenius (1592-1670): *"No hay que describir los objetos, sino mostrarlos. Es preciso presentar todas las cosas, en la medida en que sea factible, a los sentidos correspondientes; que el alumno aprenda a conocer las cosas visibles, los sonidos por el oído, los olores por el olfato..."*<sup>2</sup>

Pero fue Rousseau (1712-1778) quien expuso las ideas bases de lo que llama “aprendizaje por experimentación” y “educación sensorial”

Sin embargo, los primeros que llevaron a la práctica estas ideas empiristas fueron dos médicos franceses: Jean Itard (1774-1836) y Edouard Séguin (1812-1880), quienes se dedicaron a la educación de niños con discapacidad, fundamentalmente niños sordos. Ambos trabajaron en el hospicio de Bicetre y desarrollaron un método basado en el trabajo con materiales didácticos para llegar al conocimiento educando los sentidos: *"A fin de desarrollar el tacto en un niño que no percibe ideas, basta a menudo con proporcionarle cuerpos para palpar, sin que pueda él distinguídos de otro modo que no sea por el tacto"*<sup>3</sup>. Para ello utilizaron: líquidos calientes y fríos, líquidos astringentes, emolientes, etc., cuerpos resistentes y elásticos, cuerpos rugosos, lanosos,

<sup>2</sup>González, J. (2010). Didáctica de la Matemática: Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales.(pág 2).

<sup>3</sup>González, J. (2010). Didáctica de la Matemática: Recursos, Material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales.(pág 2).

vellosos, sedosos, lisos, cuerpos, pesados, ligeros, etc. Por su parte, el alemán Friedrich Fröbel (1782-1850), también heredero de la filosofía de Rousseau, desarrolló un método educativo basado en el juego con un material didáctico distribuido en distintas cajas a las que les llamó dones (Ver figura 1)



Figura 1. Done de Fröbel<sup>4</sup>

El primer don está formado por pelotas de lana de diferentes colores, porque para este pedagogo la esfera es el primer material con el que el niño debe tener contacto, el segundo don está formado por la esfera, el cubo y el cilindro; el tercero por un cubo que se puede dividir en ocho partes iguales para realizar juegos de construcción y de descomposición, para iniciar procesos generales de análisis y síntesis, el cuarto, el quinto y el sexto suponen diferentes descomposiciones del cubo pero a diferencia del tercero, los objetos son distintos, el cuarto don: 8 bloques diferentes; el quinto don: 27 cubos (21 cubos enteros, 3 cubos divididos por la diagonal y 3 cubos divididos en cuartos); el sexto don: el cubo dividido en 27 bloques (18 bloques enteros, 6 bloques divididos cada uno de ellos en dos cuadrados, 3 bloques divididos cada uno en dos torres).

Sin embargo, cabe mencionar que la italiana María Montessori (1870-1952) continuó con el trabajo de Séguin, aplicándolo a niños en educación infantil y jardines de infancia; muchos de los materiales didácticos que actualmente fabrica la industria del juguete se deben a esta pedagoga. Así, entre los materiales propuestos por Montessorise destacan, entre otros:

1. *Regletas de distintos tamaños*, que posteriormente desarrolló el Belga Cuisenaire y el pedagogo inglés Gattegno (creador también del geoplano) para la enseñanza de la Aritmética elemental.
2. *Material para trabajar los sistemas de numeración*, este material formado por perlas, pilas de perlas en forma de bastones, cuadrados de 10 bastones y cubos de 10 cuadrados (figura 2). Este material fue desarrollado y ampliado por el psicólogo y matemático inglés Z. P. Dienes, a quien también se le atribuye el material conocido como “bloques lógicos”, pensado para desarrollar las estructuras lógicas estudiadas por J. Piaget, como es el caso de la clasificación, seriación, correspondencia, conservación, entre otras.

<sup>4</sup> Imagen tomada de: <http://merylalper.com/2012/03/> recuperada 8 de abril del 2015



Figura 2. Cubos base diez<sup>5</sup>

3. *Materiales para la geometría*, como rompecabezas geométricos están (uno más actualizado pero asociado a esta idea es el rompecabezas que se usa para probar el teorema de Pitágoras), los encajables para reconocimiento de formas geométricas, cuerpos geométricos, torres encajables, etc.

Más adelante Emma Castelnuovo (1913-2014), especialista en Educación Matemática y conocedora de los trabajos de Montessori, desarrolló una metodología basada en la construcción del conocimiento matemático mediante el uso de material didáctico. A esta autora se le atribuyen los siguientes materiales.

1. *Varillas móviles* para trabajar las figuras planas, cálculo de áreas y perímetros, figuras isoperimétricas e isométricas.
2. *Geoespacio*, con los que se estudia las secciones planas de los poliedros clásicos.

Es importante resaltar que en Europa en la época de los años 80, el equipo EAIH del laboratorio de Leibniz, en Grenoble, Francia, diseñó un programa que facilitara trabajar la teoría de grafos. Unos años más tarde, se pensó en un programa que permitiera crear, modificar y manipular figuras geométricas, así que se creó el Cabri-Geomtre el cual fue desarrollado por el investigador Jean-Marie Laborde y con la colaboración de Frank Bellemain.

En cuanto a los aportes tecnológicos que se han dado a nivel nacional se destaca el Grupo Gedes (Grupo de Estudio y Desarrollo de Software) de Universidad del Quindío. Inicia en el año 1991 gracias a los desarrollos de este equipo académico, algunos materiales didácticos ya se encuentran “computarizados”, ellos propician el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y jóvenes haciendo uso de las TIC.

Para ello han venido desarrollando investigaciones en Educación Matemática, enfocados o enmarcados en:

1. Diseño, desarrollo y evaluación de Software educativo.
2. Diseño, desarrollo y validación de estrategias pedagógicas.
3. Diseño, desarrollo y validación de materiales escritos de soporte a lo anterior.

En la actualidad el grupo Gedes continúa trabajando en esta dirección creando applets para tabletas, que son utilizadas en diversas instituciones del Departamento del Quindío. En la (tabla 1) se presenta applets con su correspondiente objetivo y el pensamiento asociado.

Secuencia didáctica	Objetivo	APPS
Pensamiento Geométrico y Visualización espacial (Métrico)	Potenciar el desarrollo del pensamiento geométrico y	Geoplano, Coordenadas enteras, Tamgram, Torres de Hanói.

<sup>5</sup> Imagen tomada de: <http://www.tecnoedu.com/JuegosDidacticos/detES/10714.php> recuperada el 8 de abril de 2015

	desarrollar la visualización espacial.	
Pensamiento Numérico	Consolidar el sistema de numeración posicional.	Computador de Papy, Yupana, Duelo de Operaciones, Esquemas Aritméticos.
Pensamiento Estadístico	Desarrollar habilidades en el manejo e interpretación de datos estadísticos	Estadística Básica.
Pensamiento Variacional	Desarrollar habilidades en la interpretación visual de fórmulas algebraicas	Álgebra Geométrica.

**Tabla 1.** (Presentación de los applets)

Más adelante a mediados del año 1999 el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en las escuelas de Colombia, da a conocer el proyecto del Baúl de Jaibaná ( figura 3) que estuvo a cargo del Doctor Jaime Niño Díaz.



Figura 3 .Baúl de Jaibaná<sup>6</sup>

La elaboración de este proyecto se inició con la capacitación de docentes de Matemáticas a cargo del grupo de docentes de ASPROED (Asociación de profesionales procalidad de la Educación); de allí surgió el proyecto de aula con el “ABACO” donde se aprendió a manejar el ábaco como la más sencilla de las calculadoras; evaluando como beneficioso este proyecto apareciendo más adelante y mejor estructurado el Baúl de Jaibaná (el dador de la sabiduría el que posee el conocimiento), los materiales que contiene responden a cinco prioridades de la escuela: Apoyo a las habilidades de lectura, escritura y comunicación, desarrollo del pensamiento matemático, desarrollo del pensamiento científico, formación democrática y respeto por la diversidad étnica y cultural.

En cuanto a las Matemáticas se refiere, el desarrollo del proyecto tiene contenidos como conversión de un número del sistema decimal a cualquier base y viceversa, explicación científica de las operaciones matemáticas en base 10, especialmente la suma y la resta y explicación científica de las operaciones matemáticas en diferentes bases, la traslación sofisticada de materiales didácticos tangibles a una versión interactiva tales como los bloques lógicos, tangrams, series de colores en el juego de flash Simón que también desarrolla la memorización, entre otros.

Actualmente se puede apreciar la gama de materiales didácticos para la enseñanza de las Matemáticas y con versiones mejoradas como los contadores; ahora se utilizan objetos más sofisticados que las piedras o semillas como: animal counts o conecting people, también hay varias

<sup>6</sup><http://www.slideboom.com/presentations/92224> Recuperado el 20 de abril del 2015

versiones de cubos soma (block by block con tarjetas) o tangram de diferentes formas y materiales (shape by shape).

Hoy por hoy se busca propiciar la actividad lúdica como parte de la actividad matemática en el aula; en este sentido, es pertinente mencionar y dar a conocer una serie de actividades tipo olimpiadas Matemáticas<sup>7</sup> que se han implementado en la educación secundaria que incluye diferentes contenidos matemáticos como son: **Gymkhana Matemática**, este es un proyecto de innovación y responsabilidad social educativa organizada en Aragón, España por las Fundaciones Talento Matemático y Científico, patrocinador de MATHLEAGUE y la Fundación CANFRANC. Consta de siete (7) pruebas de matemáticas, ciencias y habilidades diversas, cada una de las actividades propuestas pueden ser motivo de curiosidad hacia procedimientos y métodos matemáticos, que se pueden llevar al aprendizaje de las matemáticas, porque permite desarrollar las habilidades para resolver problemas y fortalecer una actitud positiva hacia las Matemáticas.

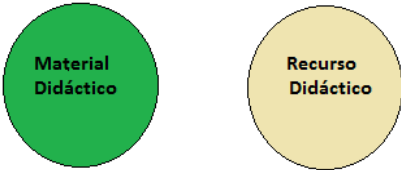
En la actualidad hay entidades que producen material especializado para la enseñanza de las Matemáticas como: Nardil creaciones didácticas, Galileo Didácticos, Dpensar piensa y aprende.

A modo de conclusión, lo que se ha tratado de hacer desde los inicios es adaptar situaciones de las Matemáticas hacia el aprendizaje, para responder a las necesidades, gustos e intereses de los niños y jóvenes así como a los requerimientos de los docentes y de las políticas educativas nacionales o internacionales.

## 5. Marco de referencia

El marco de referencia es distribuido de la siguiente forma: definición e interpretación de los términos *material didáctico* y *recurso didáctico* según varios autores, criterios de clasificación, estudio de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006).

Para el desarrollo del marco de referencia, se consultaron diferentes fuentes bibliográficas relacionadas con el tema de interés. A partir de esta consulta, se encontraron diferencias y relaciones entre los dos términos antes citados, las cuales se exponen en la siguiente (Tabla 2), presentando además de la “definición” correspondiente, los autores que las exponen y una interpretación gráfica de tales definiciones, elaborada por los autores de este documento.

AUTOR(ES)	DEFINICIÓN	INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LA RELACIÓN ENTRE MATERIAL DIDÁCTICO Y RECURSO DIDÁCTICO
Carretero, Coriat y Nieto (1955) citados en Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). Casallana (1988) citada	<b>Recurso didáctico:</b> Material no diseñado específicamente, para el aprendizaje de un concepto o un procedimiento determinado. (No diseñado con fin educativo). Ejemplo: Compás o videos. <b>Material Didáctico:</b> Material	

<sup>7</sup><http://secundariasgenerales.tamaulipas.gob.mx/wp-content/uploads/2013/11/JUEGOS-MATEM%C3%81TICOS.pdf> Recuperado el 20 de abril del 2015

en Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011).	construido con fin educativo. Una de sus características es la versatilidad. Ejemplos: Geoplanos, dados, bloques lógicos.	
Cañadas, M.; Durán, S.; Ceacero, S.; Gallardo, J.; Manuel, J.; Martínez, M.; Peñas, M.; Villarraga, M.; José Luis Villegas, J. (2002)	Los <b>Recursos Didácticos</b> se convierten en <b>Materiales Didácticos</b> cuando el docente los utiliza con una finalidad didáctica en el aula de clase.	
Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1988).	Los <b>Materiales Didácticos</b> agrupan todos aquellos objetos, aparatos o medios de comunicación que pueden ayudar a descubrir, entender o consolidar conceptos en las diversas fases del aprendizaje.	

**Tabla 2.** Diferencia entre material y recurso didáctico

Los autores de este escrito comparten la diferenciación entre material didáctico y recurso didáctico propuesta por Carretero, Coriat y Nieto (1955) citados en Flores, P., Lupiáñez, J.L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011), para quienes, como ya se indicó, los recursos NO son diseñados específicamente para el aprendizaje de algún concepto aunque pueden ser utilizados por los docentes en las aulas de clases, como lo son: el cuaderno del estudiante, videos generales, textos, video beam, entre otros; mientras que los materiales didácticos son diseñados con fines educativos; algunos de ellos son los ábacos, los geoplanos, los bloques lógicos, las fichas de colores, etc. Así que, en este documento se utilizarán los términos **material didáctico** y **recurso didáctico** bajo esta interpretación.

### 5.1. Criterios de clasificación de los materiales y recursos

Para esta clasificación se tomó como base el libro citado por Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011)

#### 5.1.1. Según su utilidad

Unos de los criterios de los materiales didácticos es la utilidad. Con el fin de responder a la pregunta ¿para qué sirve el material? está asociado al momento de la clase en el cual se hace uso del material. Según estos dos criterios, Corbalán (1994, citado en Lupiáñez, 2011), propone lo siguiente:

- **Materiales Pre-Instruccionales:** Estos materiales se utilizan para iniciar un tema, para introducirlo, por lo cual aparecen en la introducción de una clase. Dentro de estos se tienen por ejemplo los ábacos, las regletas de **Cuisenaire**, los bloques base 10, útiles para introducción de la numeración y operaciones aritméticas
- **Materiales Co-Instruccionales:** Estos se usan durante el desarrollo de la clase, para trabajar o tratar un concepto, dentro de estos se tienen los geoplanos (al tratar tipos de figuras geométricas), los tangrams (al estudiar perímetros o áreas o fracciones), los pentominós (por ejemplo al aprender sobre transformaciones en el plano), entre otros.
- **Materiales Post-Instruccionales:** Estos materiales se utilizan para repasar algún tema ya



abordado, también para ejercitar un procedimiento, para concluir el tratamiento de un concepto. Usualmente aparecen en la parte final de la clase o al finalizar un tema. Dentro de estos se tienen los dominós algebraicos, puzzles algebraicos (o bloques algebraicos), loterías y dados numéricos.

### 5.1.2. Según su contenido matemático

Los materiales didácticos se clasifican en:

- **Contenido aritmético:** Dentro de este contenido se tienen materiales que permiten el tratamiento de temas propios de la Aritmética como la idea de número, principalmente las asociadas al Sistema de Numeración Posicional usual, como lo son las regletas de Cuisenaire, los bloques base 10, los ábacos o para el estudio de secuencias como connecting people.
- **Contenido algebraico:** Dentro de este contenido se tienen materiales que permiten relacionar contenidos propios del álgebra, tales como resolver ecuaciones de primer grado con el material de las balanzas, resolver factorizaciones de polinomios cuadráticos como lo son puzzles algebraicos, calculadoras con tecnologías CAS (System Algebraic Computational), por ejemplo Geogebra.
- **Contenido geométrico:** Este contenido está relacionado con las formas figuras que se encuentran en planos o en espacios, también se abordan temas como relaciones de semejanza y congruencia entre formas y figuras, nociones de perímetro, área y volumen, transformaciones en el plano, como reflexión, translación entre otras, para ello se usan materiales como geoplanos, tangrams, logikubos y pentominós. Algunos ejemplos de software para este contenido son: Cabri II o Cabri 3D.
- **Contenido estadístico y de probabilidad:** Para este contenido se utilizan materiales referidos especialmente a software especializado como, Fathom, SPSS, R, Sthphgraph, los cuales permiten el tratamiento de objetos matemáticos propios del análisis como la realización de gráficas, organización de conjuntos de datos, realizar rectas de regresión lineal, utilizando diferentes ventanas o la ejecución de cálculos dispendiosos que al tenerlos ya realizados permiten el desarrollo de otras habilidades matemáticas como el planteamiento de conjeturas,
- **Contenido de análisis (cálculo):** Para este contenido se utilizan materiales referidos especialmente a software especializado como Derive, Matlab, Maple, Winplot ofun Graph, los cuales permiten el tratamiento de objetos matemáticos propios del análisis como la realización de gráficas de funciones, utilizando diferentes ventanas o la ejecución de cálculos dispendiosos que al tenerlos ya realizados permiten el desarrollo de otras habilidades matemáticas como el planteamiento de conjeturas.

### 5.1.3. Según su versatilidad

Son aquellos materiales que son multifacéticos; es decir tiene un importante campo de amplitud de utilidades. De acuerdo con esta característica, los materiales se clasifican en:

- **Según la adaptación a diversos contenidos en una rama específica de las matemáticas:** Un ejemplo de este material es el geoplano, el cual permite el tratamiento de diversas temáticas

propias de la Geometría como lo son: Los segmentos, los ángulos, entre otros.

- **Según su adaptación a diversas áreas:** Un ejemplo de este tipo de materiales es el tangram, el cual se emplea tanto para el estudio de conceptos geométricos como aritméticos, o el *connecting people*, que se utiliza tanto para Aritmética como para Probabilidad.
- **Según su uso en diferentes niveles de escolaridad:** Son materiales que pueden ser utilizados en los primeros años de escolaridad o en los últimos años. Por ejemplo regletas de Cuisenaire, según Serrano, Rodríguez, Romero, y Vargas (2010) son útiles para realizar operaciones aritméticas con números naturales, sumar (agregar), restar (quitar), multiplicar (repetir) y dividir (repartir), pero las fracciones también se pueden enseñar utilizando este material, en grados de escolaridad superiores.

#### 5.1.4. Materiales didácticos e Informáticos

En la literatura consultada aparecen materiales didácticos que son a la vez de tipo informático, entre ellos están:

- **Los lenguajes de programación creados con fines didácticos:** Si bien no todos los lenguajes de programación son materiales didácticos, sí existen algunos que fueron diseñados para la enseñanza y el aprendizaje, en particular de las Matemáticas como por ejemplo en lenguaje LOGO, bastante reportado en artículos sobre educación de las Matemáticas.
- **Software didáctico:** Son adaptaciones de programas profesionales para el desarrollo de las clases. Un ejemplo es *Fathom*, un medio de aprendizaje para análisis exploratorio de datos y Álgebra, se utiliza en secundaria y en educación superior, incluye manipulación dinámica de diversas representaciones, permite trazar gráficos de puntos, de barras, trazar funciones, etc. Otro ejemplo es el programa *Clic* que se usa fundamentalmente para diseñar paquetes educativos para la etapa de educación primaria y secundaria. Otros software didácticos son *Descartes*, *Cabri* o *Geogebra*.
- **Micromundos:** Son programas de computador que permiten a los estudiantes explorar, manipular, experimentar y estudiar conceptos particulares. Entre estos micromundos se destacan los programas preparados por el NCTM o las llamadas *escenas* en *Descartes*<sup>8</sup>.
- **Tutoriales:** Se tratan de cursos<sup>9</sup> breves y de escasa profundidad, que enseña los fundamentos principales para utilizar algún tipo de producto o sistema, o para poder realizar cierta tarea.
- **Objetos virtuales de aprendizaje “OVA”:** Es un material de aprendizaje tecnológico que permite adquirir un conocimiento específico y desarrollar competencias a partir de un propósito educativo y formativo.
- **Videos didácticos:** Son materiales audiovisuales que se crean con un propósito de enseñanza. Entre los videos educativos se encuentran colecciones como *Más por Menos*, *Donald* en el país de las matemáticas, *Ojo Matemático*, *Universo Matemático*, entre otros. Los videos se pueden

---

<sup>8</sup>Para ampliar esta idea se puede consultar: [http://recursosotic.educacion.es/descartes/web/presentacion/nippe\\_descartes\\_web.html](http://recursosotic.educacion.es/descartes/web/presentacion/nippe_descartes_web.html)

<sup>9</sup> Para ampliar esta idea se puede consultar: <http://www.julioprofe.net/p/calculo.html>,  
<http://www.aprendematematicas.org.mx/tutoriales.html>

clasificar en **curriculares**, los cuales son enfocados a una asignatura en específico, y los videos de **educación**, aquellos que tienen una intencionalidad didáctica, cuyo objetivo es el de ser específicamente diseñados con la idea de enseñar<sup>10</sup>.

- **Enlaces específicos para la enseñanza de las Matemáticas:** Entre los enlaces que usualmente se usan para la enseñanza de las Matemáticas se encuentra la Biblioteca Nacional de manipuladores virtuales (creado por el National Council Teaching of Mathematics)<sup>11</sup>, también existen otros materiales de matemáticas para primaria<sup>12</sup> o algunos materiales de matemáticas interactivos y de tipo manipulativo<sup>13</sup>.

## 5.2. Recursos didácticos

Como ya se ha mencionado, los recursos didácticos son materiales que no fueron creados con un fin educativo, pero que pueden utilizarse para ello, se podría citar en este caso materiales como: piedras, palillos, semillas, chaquiras,...tan utilizados por los profesores, de primaria sobre todo.

Dentro de este tipo de recursos didácticos están también los llamados recursos tecnológicos, según Godino, Batanero y Font (2004) utilizan esta expresión y realizan la clasificación que se presenta en este documento. Incorporada en este escrito tanto en los materiales didácticos como en los recursos didácticos; al respecto, se considera que estos no deben reemplazar las intuiciones y comprensiones básicas; al contrario, se deben usar de manera amplia y responsable, con el fin de enriquecer el aprendizaje de los estudiantes, en este caso, el matemático, por medio de la imágenes que presentan nociones matemáticas, lo cual facilita la organización, el análisis de los datos, la representación gráfica y el cálculo de manera eficiente y precisa. Además los estudiantes pueden centrarse en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas.

Dentro de los recursos tecnológicos se destacan:

- **Los Lenguajes de programación:** Son muchos los lenguajes de programación que se han creado, entre ellos están: Visual Basic, Java, C++ o Scratch; los cuales muchas veces son utilizados con fines didácticos para producir material didáctico.
- **Software de uso general:** Como por ejemplo las hojas de cálculo, **Excel, Lotus, R**, etc., las cuales brindan un amplio espectro de posibilidades en la enseñanza de conceptos estadísticos proporcionalidad, funciones, etc.
- **Videos:** Como se indicó anteriormente, hay videos didácticos y otros que no tienen el interés de lograr algún aprendizaje específico, entre ellos están los videos de **divulgación cultural**, cuya finalidad es la de presentar aspectos relacionados con determinadas formas culturales o los videos de **carácter científico**, que se basan con los contenidos relacionados con el avance de la ciencia y la tecnología o bien se explican fenómenos de tipo físico, químico o biológico.
- **Medios audiovisuales:** Son soportes que, aunque son habituales en actividades cotidianas fuera de las aulas, también pueden constituir una fuente importante de actividades para el profesor de

---

<sup>10</sup>Para ampliar esta idea se puede consultar: <http://www.ice.upm.es/wps/jlbr/Documentacion/QueEsVid.pdf>

<sup>11</sup> Para ampliar esta idea se puede consultar: <http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html#juegos>

<sup>12</sup> Para ampliar esta idea se puede consultar: <https://esp.brainpop.com/matematicas/seeall/>

<sup>13</sup> Para ampliar esta idea se puede consultar: <http://i-matematicas.com/blog/>

matemáticas refiriéndonos en este caso, por ejemplo el video beam, view screen entre otros.

- **Calculadoras:** Las calculadoras son dispositivos que fueron creados inicialmente para ayudar a la realización de cálculos de tipo aritmético; en la actualidad se cuenta con calculadoras especializadas que permiten representar funciones, hacer cálculos sofisticados como derivadas o integrales, programar o explorar cuestiones propias de la geometría.

## 6. Lineamientos Curriculares y Estándares Básico de Competencias Matemáticas.

Para la elaboración del catálogo es importante tener en cuenta los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares básico de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), debido al aporte que estos mismos generan en la clasificación de los materiales y recursos didácticos.

Los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (MEN, 1998) que propuso el Ministerio de Educación Nacional (MEN) son directrices generales sobre el currículo y presentan la filosofía del área. Por su parte, los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006) que están fundamentados en los lineamientos, son más precisos ya que, para cada nivel de grado presentan Estándares de Competencias distribuidos en Pensamientos y Sistemas. Es importante resaltar que tanto Lineamientos como Estándares toman como punto de partida los avances logrados en la Renovación curricular, uno de los cuales es la socialización de un diálogo acerca del Enfoque de Sistemas propuesto por Vasco (1985). Entre los sistemas que se propusieron en la Renovación curricular están: Los sistemas numéricos, los sistemas geométricos, los sistemas métricos, los sistemas de datos y finalmente el sistema algebraico y analítico.

De acuerdo con los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (1998), el currículo se debería organizara través de los procesos generales, los conocimientos básicos y los contextos, a fin de formar un todo como se muestra en la (tabla 3)

PROCESOS GENERALES	CONOCIMIENTOS BÁSICOS	CONTEXTOS
<p>Se refieren a los procesos existentes en la actividad matemática, los considerados son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razonamiento</li> <li>• Resolución y planteamiento de problemas</li> <li>• Comunicación</li> <li>• Modelación</li> <li>• Elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento.</li> </ul>	<p>Son procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático en relación con sistemas propios de las Matemáticas. Los conocimientos básicos están relacionados con:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pensamiento numérico y sistemas numéricos</li> <li>• Pensamiento espacial y sistemas geométricos</li> <li>• Pensamiento métrico y sistemas de medidas</li> <li>• El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos</li> <li>• Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos</li> </ul>	<p>El contexto se relaciona con los ambientes que rodean al estudiante y dan sentido a las matemáticas que aprenden, también se propone que los procesos generales se desarrollen en dichos contextos, es decir situaciones que se relacionan con:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones problema propias de la matemática.</li> <li>• Situaciones problema de la vida cotidiana.</li> <li>• Situaciones problema relacionadas a otras ciencias, como la biología, la química, entre otras.</li> </ul>

**Tabla 3.** Forma de Organización del currículo

## 6.1. Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

Según los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), **el pensamiento numérico** es más general que el sentido numérico, es así que este se basa en la comprensión del significado de los números y de la numeración, el significado de las operaciones y las relaciones entre los números, y diferentes técnicas de cálculo y estimación. A su vez se relaciona con las magnitudes y las medidas, los cuales son la base para comprender mejor los procesos generales en la parte numérica, no obstante la parte numérica exige dominar paulatinamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías, los cuales son la estructura, para los diferentes sistemas numéricos que se abordan en la escolaridad.

El pensamiento numérico incluye tres aspectos básicos (Tabla 4) los cuales son:

COMPRENSIÓN DE LOS NÚMEROS Y DE LA NUMERACIÓN	COMPRENSIÓN DE LAS OPERACIONES	TÉCNICAS DE CÁLCULO Y ESTIMACIÓN
La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los alumnos de los significados de los números, y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar y agrupar.	Según Dickson (1991); Rico, 1987; Mcintosh,1992 (citado en MEN, 1998, p. 30) mencionan que para construir el significado de las diferentes operaciones se tienen en cuenta aspectos relacionados con: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas.</li> <li>• Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones.</li> <li>• Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones.</li> <li>• Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones.</li> </ul>	<i>“La finalidad de los cálculos es la resolución de problemas. Por lo tanto, aunque el cálculo sea importante para las matemáticas y para la vida diaria, la era tecnológica en que vivimos nos obliga a replantear la forma en que se utiliza el cálculo hoy día. Hoy casi todos los cálculos complejos los hacen las calculadoras y los computadores. En muchas situaciones de la vida diaria, las respuestas se calculan mentalmente o basta con una estimación, y los algoritmos con lápiz y papel son útiles cuando el cálculo es razonablemente simple”</i> (NCTM, 1989 citado en MEN, 1998 Pág- 56).

**Tabla 4.** Aspectos básicos del Pensamiento Numérico

## 6.2. Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos

En los **sistemas geométricos** se hace énfasis en el desarrollo del **pensamiento espacial**, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y además se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Los **sistemas geométricos** se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos

espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales.

En los **sistemas geométricos** se incorpora toda la parte de la Geometría a través de la exploración, con el propósito de estudiar las figuras planas, los sólidos, líneas, etc., destacándose relaciones como perpendicularidad, congruencia y semejanza, transformaciones en el plano.

### 6.3. Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas

**El pensamiento métrico** se centra en la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso de los **sistemas métricos** o de medidas en diferentes situaciones, que pueden ser de la vida real o no. Algunos *conceptos y procedimientos* Lineamientos Curriculares para las matemáticas (MEN, 2006-Pág-63)<sup>14</sup> relacionados con este pensamiento son:

- *La construcción de los conceptos de cada magnitud.*
- *La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.*
- *La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.*
- *La apreciación del rango de las magnitudes.*
- *La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.*
- *La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.*
- *La asignación numérica.*
- *El papel del trasfondo social de la medición.*

Los **sistemas métricos** se centran en el estudio del sistema métrico decimal, de la mano del sistema internacional (SI) de medidas, en estos sistemas se expresa el resultado de medir longitudes, áreas, volumen de cuerpos, capacidad de un recipiente, el peso y masa de un objeto, el tiempo entre otros.

### 6.4. Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos

El **pensamiento aleatorio** se basa en la toma de decisiones en situaciones de azar, de riesgo, es decir en situaciones en las cuales a veces no se tiene información confiable, en las que muchas veces no es posible predecir lo que va a suceder con seguridad. Además este pensamiento ayuda a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución muy certera (clara y segura).

También se estudian algunos conceptos de la estadística que sirven para interpretar modelos de la realidad. Se inicia con la recolección de datos, su organización en tablas de frecuencia, su representación en diagramas, etc. Se hace análisis de los datos recogidos y tabulados mostrándose lo que se puede decir de ellos y cómo pueden compararse, estudiándose al final de las medidas de tendencia central como son la media, la moda y mediana y en la secundaria completándose con las

---

<sup>14</sup> Lineamientos curriculares para matemáticas. MEN. Bogotá, pág. 63.

medidas de dispersión (varianza, desviación típica muestral, desviación típica poblacional, covarianza, coeficiente de correlación de Pearson).

Además se propone ejercitar la lectura crítica acerca de informes estadísticos comerciales y financieros que aparecen en las revistas especializadas y en los periódicos a fin de ser analizados.

## 6.5. Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

El **pensamiento variacional** abarca y comprende el reconocimiento, la percepción, la identificación, el reconocimiento de patrones, la generalización y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que el pensamiento variacional va de la mano del pensamiento numérico, espacial, de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico, debido a que los sistemas algebraicos *“requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos (en particular, del sistema de los números reales, fundamentales en la construcción de las funciones de variable real), geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional”*<sup>15</sup> (MEN 1998).

En el sistema analítico se propone la utilización de las funciones, las gráficas y las tablas para modelar situaciones de cambio, también se incorporan temas de álgebra, y que en realidad son solo el manejo de ciertas expresiones para las funciones reales o sus valores. A través de la función lineal se cubren temas como la proporcionalidad y todas sus aplicaciones. Paralelamente a las funciones se van estudiando las ecuaciones e inecuaciones.

A continuación se muestran unas tablas que sintetizan la descripción de cada pensamiento, el sistema asociado a la luz de los EBCM y los LCM del MEN y los posibles temas que se pueden abordar para cada uno.

PN	SN	TEMAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprensión de los números y de la numeración</li> <li>• Comprensión del concepto de las operaciones.</li> <li>• Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Números Naturales</li> <li>• Números Enteros</li> <li>• Números Racionales</li> <li>• Números Irracionales</li> <li>• Números Reales</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjunto de los números naturales y sus operaciones.</li> <li>• Orden en los números naturales.</li> <li>• Sistema posicional (Unidades, Decenas, Centenas...)</li> <li>• Conjunto de los números enteros y sus operaciones.</li> <li>• Orden en los enteros.</li> <li>• Conjunto de los números racionales y sus operaciones.</li> <li>• Orden en los racionales.</li> <li>• Conjunto de los números reales y sus operaciones.</li> <li>• Orden en los reales.</li> <li>• Relaciones entre raíces y coeficientes.</li> </ul>

<sup>15</sup>Lineamientos curriculares para matemáticas. MEN. Bogotá.

		<ul style="list-style-type: none"> <li>Múltiplos, divisores.</li> </ul>
--	--	---

**Tabla 5. Pensamiento Numérico (PN) y Sistemas Numéricos (SN)**

PG	SG	TEMAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio de los cuerpos, superficies y líneas.</li> <li>Estudio de las figuras geométricas como un todo global.</li> <li>Estudio de las componentes de las figuras geométricas y de sus propiedades básicas.</li> <li>Estudio de las figuras mediante la ordenación de sus propiedades y argumentos informales para justificar sus clasificaciones.</li> <li>Estudio de las transformaciones de las figuras geométricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio de las figuras planas.</li> <li>Estudio de los sólidos.</li> <li>Relaciones de paralelismo, perpendicularidad, congruencia y semejanza.</li> <li>Transformaciones en el plano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciones espaciales.</li> <li>Líneas abiertas y cerradas.</li> <li>Sólidos geométricos regulares.</li> <li>Concepto de simetría.</li> <li>Rectas paralelas y perpendiculares.</li> <li>Noción de perímetro.</li> <li>Áreas de figuras planas.</li> <li>Estudio de los cuadriláteros.</li> <li>Polígonos regulares e irregulares.</li> <li>Movimientos en el plano.</li> <li>Teorema de Pitágoras.</li> <li>Congruencia y semejanza.</li> <li>Cónicas.</li> <li>Circunferencia y círculo.</li> </ul>

**Tabla 6. Pensamiento Geométrico (PG) y Sistemas Geométricos (SG)**

PM	SM	TEMAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>La construcción de la magnitud</li> <li>Comprender el proceso que existe al realizar conversión entre magnitudes.</li> <li>La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.</li> <li>Destrezas para la estimación de magnitudes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio del sistema métrico decimal de la mano del sistema internacional (SI).</li> <li>Desarrollo de habilidades para hacer estimaciones perceptuales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mediciones de tiempo.</li> <li>Sistema internacional de medidas de longitud (SI).</li> <li>Áreas en (<math>m^2</math>)</li> <li>Unidades de tiempo (horas, minutos, días, meses entre otros).</li> <li>Unidades de longitud (sistema métrico decimal).</li> <li>Unidades de área.</li> <li>Unidades de volumen y capacidad en varios sistemas.</li> <li>Relación entre volumen y capacidad.</li> <li>Conversiones entre magnitudes.</li> </ul>

**Tabla 7. Pensamiento Métrico (PM) y Sistemas de Medidas (SM)**

PA	SD	TEMAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Permite buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura.</li> <li>Estudio de la probabilidad y los fenómenos aleatorios</li> <li>Estudio de la estadística para explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Recolección de datos y organización de los mismos en tablas de frecuencia, representación en diagramas.</li> <li>Realizar conjuntos de datos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Graficas de barras.</li> <li>Recolección de datos.</li> <li>Tabulación y representación de datos.</li> <li>Análisis de recolección de datos.</li> <li>Promedio.</li> <li>Frecuencias absolutas, relativas (porcentuales, fraccionarias).</li> <li>Diagrama circular, barras, pictogramas.</li> <li>Medidas de tendencia central (media, moda, mediana, cuartiles, deciles, percentiles)</li> <li>Muestreo.</li> </ul>



<p>correlaciones, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, reinterpretar los datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciona lo no determinista, múltiples respuestas, toma de decisiones.</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>Escalas de medición</li> <li>Medidas de dispersión (máximo, mínimo, rango, rango intercuartílico).</li> <li>Técnicas de conteo.</li> <li>Noción de probabilidad.</li> <li>Probabilidad condicional.</li> </ul>
---	--	---

**Tabla 8.** Pensamiento Aleatorio (PA) y Sistemas de Datos (SD)

PV	SAA	TEMAS
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprende el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos.</li> <li>Estudio del álgebra en su sentido simbólico, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilización de las funciones, gráficas y tablas para modelar situaciones de cambio.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Relaciones de orden.</li> <li>Representación en la recta numérica de los subconjuntos del conjunto de los números reales.</li> <li>Funciones crecientes y decrecientes, correlación.</li> <li>Funciones lineales.</li> <li>Razones y proporciones.</li> <li>Representación gráfica de las funciones lineales.</li> <li>Ecuaciones lineales.</li> <li>Sistemas de ecuaciones.</li> <li>Funciones cuadráticas.</li> <li>Gráficos de las funciones cuadráticas.</li> <li>Discriminante.</li> <li>Funciones exponenciales, racionales e irracionales.</li> <li>Sucesiones y series.</li> </ul>

**Tabla 9.** Pensamiento Variacional (PV) y Sistemas Algebraicos y Analíticos (SAA)

## 7. Procesos generales en las Matemáticas

Los procesos generales hacen parte de la organización en el Currículo de Matemáticas. Estos procesos se contemplan en los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas del MEN (2006) y en los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (1998). Estos procesos son: Razonamiento, Formulación, Tratamiento y Resolución de Problemas, Modelación; Comunicación; y Formulación, Comparación y Ejercitación de procedimientos. Cabe resaltar que en la tabla que se presenta a continuación se muestra cada uno de los procesos generales con una breve descripción y algunas acciones que pueden llevarse a cabo que se pueden desarrollar con los estudiantes (Tabla 10).

Cabe resaltar que dentro de los procesos generales se harán mención de uno procesos específicos, los cuales mantienen relación con los procesos generales.

PROCESOS	DESCRIPCIÓN	ACCIONES A TRABAJAR
<p><b>Razonamiento, Tiene que ver con:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Dar cuenta del cómo y del porqué</li> </ul>	<p>En este proceso se entiende por razonar es decir la acción de ordenar ideas en la mente y llegar a una conclusión, que se va</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estimular a los estudiantes a explorar y comprobar</li> <li>Observar, relacionar y comparar</li> </ul>

PROCESOS	DESCRIPCIÓN	ACCIONES A TRABAJAR
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dar argumentos para exponer ideas, más que memorizar reglas y algoritmos.</li> <li>• Utilizar y seleccionar estrategias de distintos tipos de razonamiento y métodos de prueba.</li> </ul> <p>Algunos de los procesos específicos que se privilegian en este proceso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Generalizar</li> <li>➤ Clasificar</li> <li>➤ Comparar</li> <li>➤ Visualizar</li> <li>➤ Interpretar</li> <li>➤ Conjeturar</li> </ul>	<p>desarrollando gradualmente llegando a una demostración, debe estar presente en el trabajo matemático del estudiante y por ende este debe articular cada una de las actividades matemáticas.</p> <p>Estimulando este proceso se facilitara establecer e investigar conjeturas, matemáticamente desarrollan y evalúan argumentos y demostraciones matemáticas, con todo esto los estudiantes deben ver y sentir que las matemáticas si tienen sentido.</p>	<p>información, estableciendo semejanzas y diferencias.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Describir, analizar y sintetizar información.</li> <li>• Aplicar sus conocimientos a nuevas situaciones.</li> <li>• Analizar diferentes alternativas para una situación.</li> <li>• Tomar decisiones y buscar soluciones a los problemas, sobre la base de un análisis previo de la situación.</li> <li>• Generar resultados y técnicas ingeniosas.</li> <li>• Distinguir propiedades: esenciales, suficientes.</li> <li>• Identificar el concepto</li> <li>• Definir, clasificar, deducir propiedades.</li> </ul>
<p><b>Resolución y Planteamiento de problemas. Tiene que ver con:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas que surgen de las matemáticas y en otros contextos.</li> <li>• Aplicar y adaptar estrategias apropiadas para resolver problemas.</li> <li>• Monitorear y reflexionar sobre los procedimientos.</li> </ul> <p>Algunos de los procesos específicos que se privilegian en este proceso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Construir</li> <li>➤ Modelar</li> </ul>	<p>A partir de la resolución de problemas plantear algunas situaciones que permitan desarrollar una actitud mental perseverante e investigadora, desplegando una serie de estrategias para resolver, encontrar, verificar e interpretar los resultados.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Provocar en los niños la reflexión sobre sus razonamientos durante el proceso de resolución de problemas.</li> <li>• Desarrollar este proceso en los niños para adquirir hábitos de persistencia, curiosidad y confianza al enfrentar situaciones nuevas.</li> <li>• Considerar la posibilidad de distintas alternativas para resolver un problema.</li> <li>• Plantear posibles soluciones, ensayar, construir y sobre las nuevas hipótesis, hasta lograr una solución válida.</li> <li>• Analizar si el resultado es correcto o no.</li> </ul>

PROCESOS	DESCRIPCIÓN	ACCIONES A TRABAJAR
<p><b>Comunicación</b> <b>Tiene que ver con:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organizar y consolidar el pensamiento matemático.</li> <li>• Utilizar este proceso para expresar con precisión ideas matemáticas.</li> <li>• Analizar y evaluar el pensamiento matemático y estrategias que exponen los demás.</li> </ul> <p>Algunos de los procesos específicos que se privilegian en este proceso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Conjeturar</li> <li>➤ Visualizar</li> </ul>	<p>La comunicación matemática es un camino para acompañar y refinar ideas matemáticas, estas ideas se convierten en objetos de reflexión, discusión, rectificación etc.</p> <p>La comunicación debe incluir argumentos matemáticos y racionales, con este proceso en que las ideas matemáticas son exploradas desde múltiples perspectivas se ayuda a los participantes a precisar sus razonamientos y hacer conexiones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Motivar a los estudiantes a hacer preguntas y expresar aquellos que no se atreven a declarar.</li> <li>• Crear en los niños el hábito de hacer observaciones y conjeturas para así formular preguntas, reunir y evaluar esa información.</li> <li>• Idear mecanismos para que los niños puedan producir y presentar argumentos contundentes y decisivos.</li> <li>• Dominar el vocabulario básico para una adecuada expresión matemática, incluyendo el manejo pertinente de los signos y símbolos.</li> <li>• Hacer cálculos mentales y expresar verbalmente la solución del problema.</li> </ul>
<p><b>Modelación o Conexiones</b> <b>Tiene que ver con:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar las representaciones para modelar e interpretar los fenómenos físicos, sociales y matemáticos</li> <li>• Seleccionar, aplicar, traducir entre representaciones matemáticas para resolver problemas</li> </ul> <p>Algunos de los procesos específicos que se privilegian en este proceso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representar</li> <li>➤ Reconocer</li> <li>➤ Visualizar</li> <li>➤ Interpretar</li> <li>➤ Conjeturar</li> <li>➤ Seriar</li> <li>➤ Modelar</li> </ul>	<p>La modelación o construcción de modelos como proceso que conduce la situación problemática real a un modelo matemático.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar las matemáticas específicas en un contexto general.</li> <li>• Formular y visualizar un problema en diferentes formas.</li> <li>• Transferir un problema de la vida real a un problema matemático o viceversa.</li> <li>• Representar una relación con una fórmula.</li> <li>• Observar la realidad para representarla en un modelo matemático coherente.</li> <li>• Reconocer, describir y crear patrones.</li> <li>• Analizar y representar relaciones mediante gráficos, tablas, reglas etc.</li> </ul>
<p><b>Elaboración, Comparación y Ejercitación de procedimientos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrollar diferentes cálculos, usando instrumentos como calculadoras o computadoras.</li> <li>• Reconocer y aplicar las matemáticas en</li> </ul>	<p>El aprendizaje de procedimientos o el modo de saber hacer es importante facilitando aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana, estos conocimientos se refiere a las acciones, a las destrezas, técnicas, usos y aplicaciones diversas de distintos contenidos matemáticos, resaltando en el estudiante la</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer y aplicar las propiedades de las distintas operaciones, particularmente en el ejercicio del cálculo mental.</li> <li>• Saber seleccionar el procedimiento más adecuado para resolver un problema, de acuerdo con la operación que se solicita.</li> <li>• Decidir la pertinencia de determinada operación, en función del problema a resolver.</li> </ul>

PROCESOS	DESCRIPCIÓN	ACCIONES A TRABAJAR
<p>contextos fuera de las matemáticas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Crear y utilizar este proceso para organizar, registrar y comunicar las ideas matemáticas.</li> </ul> <p>Algunos de los procesos específicos que se privilegian en este proceso son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Generalizar</li> <li>➤ Construir</li> <li>➤ Reconocer</li> <li>➤ Clasificar</li> <li>➤ Comparar</li> <li>➤ Ejercitar</li> <li>➤ Contar</li> <li>➤ Ordenar</li> <li>➤ Seriar</li> <li>➤ Operar</li> </ul>	<p>capacidad de enfocar y resolver las propias actuaciones de manera hábil e independiente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realizar estimaciones</li> <li>• Reconocer, comprender y aplicar adecuadamente un concepto.</li> <li>• Conocer y aplicar los principios procedimentales de un caso en particular.</li> <li>• Consolidar la noción de un concepto matemático con sus diversas funciones: nombrar, escribir, contar, ordenar y medir.</li> </ul>

**Tabla 10.** Descripción de los procesos generales en matemáticas.

Como se ve en los procesos generales anteriores, aparecen otros procesos más específicos relacionados, que valen la pena precisar, los cuales se utilizarán también en las fichas técnicas de los materiales y recursos didácticos, algunos de estos son:

- **Representar:** Es presentar una idea matemática a través de dibujos, símbolos, códigos etc.
- **Generalizar:** proceso en que se induce de lo particular, se identifican características comunes y se extienden a un contexto más amplio.
- **Construir:** Elaborar estructuras a partir de una combinación de diversos conceptos.
- **Reconocer:** Distinguir de los demás objetos o cosas por sus características o rasgos.
- **Clasificar:** Es un actividad matemática, en el que cada elemento ocupa el lugar que le corresponde. Tiene que ver con agrupar, reunir o categorizar elementos en relación a uno o más criterios establecidos por ejemplo (color, tamaño, etc.)
- **Comparar:** Establecer un paralelo entre diferencias y similitudes, entre distintos elementos.
- **Ejercitar:** Se refiere a repetir un algoritmo o procedimiento.
- **Contar:** Es establecer una relación entre los elementos de una colección (Palabra(s)- Número(s)) para esto se requiere conocer la serie numérica o parte de ella, establecer la relación biunívoca entre los elementos a contar y la relación es entre los símbolos a contar.
- **Ordenar:** Establecer una relación de orden atendiendo a características específicas o según su correspondencia, por seriación o conservación del objeto matemático que se esté abordando.
- **Visualizar:** Es el conjunto de procesos y habilidades de los sujetos para formar, trazar y manipular imágenes mentales o físicas, usándolas efectivamente a fin de establecer relaciones entre objetos matemáticos. (Arcavi, 1999; Duval, 1999; Carrión, 1998)
- **Modelar:** Es el proceso de presentar ideas y relaciones matemáticas mediante objetos,

ilustraciones, gráficas, ecuaciones, u otros métodos.

- **Interpretar:** Consiste en analizar la información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento (Campo de las matemáticas), lo cual se hace a partir de las experiencias previas y de los conocimientos que tiene el estudiante.
- **Operar:** Se entiende por combinar números o expresiones matemáticas aplicando algunas reglas para llegar a obtener un resultado.
- **Conjeturar:** Según Álvarez, I., Ángel, L., Carranza, E. y Soler, M. (2014) *“Es el proceso que constituye el mecanismo por medio del cual se formulan afirmaciones acerca de las propiedades de determinados objetos o las relaciones que se dan entre éstos, a partir de ciertas observaciones, exploraciones, ensayos o experimentos sobre dichos objetos”* (Pág. 2)
- **Seriar:** Establecer un orden jerárquico, ya sea por ciertos atributos como por ejemplo el tamaño (pequeño/grande, grande/pequeño), por color (azul, amarillo, verde), o por otras características.

En conclusión con la iniciativa de contribuir al desarrollo integral de los estudiantes, el Ministerio de Educación Nacional, ha propuesto mejorar el Currículo en Matemáticas, a fin que de ellos asuman nuevos retos, por tanto basados en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), se propone Matemáticas que propicie aprendizajes de mayor alcance, de manera tal que no solo se haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos, sino que el aprendizaje esté ligado al desarrollo de procesos generales.

Cabe resaltar que en cuanto a los contextos, estos se enfocan en las relaciones entre las matemáticas, en situaciones de la vida cotidiana y en aplicaciones en otras ciencias, en cuanto a los dos último estos no se tuvieron en cuenta debido a que fue de gran dificultad relacionar los materiales y recursos didácticos, a estos dos tipos de contextos.

## 8. Catálogo de Materiales y Recursos Didácticos.

Existen dos versiones preliminares a este catálogo de Materiales y Recursos didácticos, una elaborada por la profesora Johana Andrea Torres Díaz, en el año 2006, la cual hace parte del documento del Laboratorio del DMA, está organizado por ramas de la matemática y cada material cuenta con una descripción.

La segunda versión fue diseñada por los egresados Juan Gabriel Muñoz, Edwin Pinilla, Helena Pardo y Alexis Toro, en el año 2009, en el marco de su práctica inicial, este catálogo está organizado en orden alfabético y por pensamientos.

Esta versión del catálogo fue elaborada por los estudiantes Yesid Antonio Angarita Ramírez y Bibiana Palacios Correa, bajo la asesoría de la profesora Lyda Constanza Mora Mendieta, en el primer semestre del año 2015. Este catálogo se actualizó a fin de informar a los profesores en ejercicio y en formación, sobre las posibles tareas que se pueden desarrollar con los Materiales y Recursos Didácticos, relacionadas con los procesos generales y específicos en matemáticas; además, se incluyeron algunas fuentes bibliográficas relacionadas con cada material didáctico,

tales como: tesis, talleres, guías, juegos interactivos, los cuales buscan constituirse en apoyo para los profesores, a fin que sean llevados al aula de clase, y sean implementados con sus estudiantes.




### **8.1. Clasificación del catálogo**

El presente catálogo se divide en tres secciones con su respectiva clasificación que se presenta por medio de formatos.


La primera sección corresponde a los Materiales y Recursos didácticos que contempla el nombre del material, la descripción, el origen, la utilidad, edad y grado a la que es dirigido, el pensamiento asociado, procesos matemáticos que se privilegian, posibles tareas y páginas Web relacionadas con el Material o Recursos Didáctico. La segunda sección corresponde a los videos, se observa entonces el nombre del video, la duración, participantes, clasificación (si es para la enseñanza de los docentes o aprendizaje de los estudiantes) y la descripción. Finalmente se presenta el inventario actualizado de los materiales existentes en el laboratorio del DMA, para ello se diseñó una tabla en donde se incluye nombre del material, estado (bueno/malo), recomendaciones y cantidad de ejemplares existentes, además de la lista de materiales que se proponen que se podrían adquirir con su respectiva justificación, indicando el porqué se deben comprar estos materiales.

A continuación se presenta un ejemplo de un Material Didáctico, de Recurso Didáctico y de un video. Para consultar el catálogo versión 2015-1, se puede acceder a este documento en el centro de documentación del Departamento de Matemáticas.

## Material Didáctico

ÁBACO		
<b>Pre- Instruccional</b>	<b>NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS</b>	
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p><b>Imagen 1.</b></p> </div> <div style="text-align: center;">  <p><b>Imagen 2.</b></p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  <p><b>Imagen 3</b></p> </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div><b>EDADES:</b> 3 años en adelante</div> <div><b>GRADOS:</b> Preescolar en adelante</div> </div> <p><b>ORIGEN:</b> Es uno de los instrumentos más antiguos del cálculo que fue adaptado por muchas culturas. Se desconoce la fecha exacta de su origen. En la edad antigua el hombre utilizaba diferentes objetos para realizar sus cuentas. Se cree que los hombres primitivos utilizaban líneas elaboradas en polvo, sobre las cuales colocaban piedras, y estas las movían sobre las líneas. Algunos de los ábacos más antiguos son: Sorobán (Imagen 3) y el Suan- Pan. No obstante, desde el campo educativo también se han creado otros ábacos destinados a la enseñanza de las matemáticas principalmente desde la escuela de Montessori (Imágenes 1 ábaco abierto –Imagen 2 ábaco cerrado).</p> <p><b>DESCRIPCIÓN:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ábaco abierto (Imagen 1): Constituido por 10 fichas (verdes, amarillas, azules y rojas) en cada barra (4 barras), las cuales representan los órdenes de las cifras de los números. Las fichas se pueden extraer o insertar dentro de las barras representando unidades de cada orden.</li> <li>-Ábaco cerrado (Imagen 2): Constituido por 10 alambres horizontales cada uno de los cuales tiene 10 cuentas (blancas, amarillas, verdes, azules y rojas) que pueden moverse de un lado a otro.</li> <li>-Ábaco Sorobán (Imagen 3): consta de 15 barras paralelas de forma vertical, en la parte superior hay una cuenta con un valor de cinco unidades y en la parte inferior hay cuatro cuentas que representan una unidad, manejando la base 10.</li> </ul>	
	<p><b>PROCESOS MATEMÁTICOS QUE SE PRIVILEGIAN</b></p> <p><b>Procesos Generales:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Modelación o conexiones</li> <li>● Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.</li> </ul> <p><b>Procesos específicos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representar, operar, contar.</li> </ul>	<p><b>POSIBLES TAREAS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representar, interpretar, leer y simbolizar un número dado.</li> <li>➤ Efectuar algoritmos de las operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación.)</li> <li>➤ Contar sobre el ábaco para reconocer la necesidad de construcción de unidades de orden superior: paso a la decena, a la centena, unidades de mil por ejemplo.</li> <li>➤ Composición y descomposición de números.</li> </ul>
	<p><b>PÁGINAS WEB RELACIONADAS CON EL MATERIAL DIDÁCTICO</b></p> <p>📖 <a href="http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7127/2/125682.pdf">http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7127/2/125682.pdf</a> Recuperado el 11 de febrero de 2015</p> <p>📄 <a href="http://eib.sep.gob.mx/abacos/manualsoroban.pdf">http://eib.sep.gob.mx/abacos/manualsoroban.pdf</a> Recuperado el 27 de febrero de 2015</p> <p>🖨 <a href="http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2005/34/abacontador.html">http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2005/34/abacontador.html</a> Recuperado el 11 de febrero de 2015</p> <p>💰 <a href="http://www.nardil.es/index.php?page=shop.product_details&amp;category_id=&amp;product_id=135&amp;option=com_virtuemart&amp;Itemid=13">http://www.nardil.es/index.php?page=shop.product_details&amp;category_id=&amp;product_id=135&amp;option=com_virtuemart&amp;Itemid=13</a> Recuperado el 26 de abril de 2015.</p>	

## Recurso Didáctico

CALCULADORA TI-92		
	<b>EDADES:</b> 11 años en adelante	<b>GRADOS:</b> Secundaria
	<b>ORIGEN:</b> Desconocido	
	<b>CARACTERÍSTICAS:</b> Es un recurso didáctico que permite a los docentes y estudiantes, realizar actividades matemáticas a través de una calculadora, que les permite explorar, crear y ejercitar y reforzar temas propios de las Matemáticas. Es una herramienta, muy útil para la exploración y la visualización de ciertos objetos matemáticos, además cuenta con aplicaciones para: estadística, geometría, cálculo.	
<b>PROCESOS QUE SE PRIVILEGIAN EN LOS ESTUDIANTES</b> <b>Procesos generales</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comunicación</li> <li>• Razonamiento</li> </ul> <b>Procesos específicos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Conjeturar, visualizar</li> </ul>	<b>POSIBLES TAREAS</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Hacer cálculos numéricos</li> <li>➤ Resolver ecuaciones</li> <li>➤ Representar funciones en expresiones algebraicas, mediante tablas o gráficas.</li> <li>➤ Hacer construcciones geométricas</li> <li>➤ Organizar conjuntos de datos</li> <li>➤ Realizar histogramas de frecuencia, dado un conjunto de datos organizados</li> <li>➤ Hallar rectas de regresión lineal</li> </ul>	



Algunos de los videos que tiene actualmente el Laboratorio de Didáctica del Departamento de Matemáticas se clasifican en películas, panel, conferencias, estudios de caso, clases, investigaciones de aula, conversatorios, encuentros, sin embargo es importante resaltar que algunos de los videos en su gran mayoría no tienen una presentación ni un final, por lo tanto se desconoce la fecha de publicación, el título de las conferencias, paneles etc.

## Video

<b>SIMPOSIO SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN MEDIA</b>	
<b>Video Donado:</b> <input checked="" type="checkbox"/>	<b>Video Comprado:</b> <input type="checkbox"/>
<b>Duración del video Aproximadamente:</b> 135 minutos (2 videos)	
<b>Participantes:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Marta Torrado</li> <li>• José Antonio Gómez</li> <li>• Julio Mosquera</li> </ul>	<b>Clasificación del video:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Video para la formación de docentes.</li> </ul>
<b>Descripción del video: Panel</b> Panel que invita al rescate de la Geometría en los currículos escolares, se invita a la reflexión de los docentes de matemáticas de primaria y secundaria, cuando abordan conceptos de geometría, allí se hace un énfasis en el tratamiento que se le deben dar a ciertos temas de esta asignatura, de tal forma que sean de fácil entendimiento para los estudiantes. Algunos aspectos relevantes que se abordan son: <ul style="list-style-type: none"> <li>• No dejar de lado la geometría, debido a que esta se excluye en los programas de matemáticas en los grados de escolaridad.</li> <li>• Reflexión sobre las clases de Geometría, debido a que no se debe dejar para el último periodo del año electivo, siempre debe estudiarse en cada periodo académico.</li> <li>• Asumir actitudes responsables en cuanto al aprendizaje de los estudiantes por parte de los docentes, lo cual permitirá que si se trabaja con exigencia y esmero, se pueden tener buenos resultados en matemáticas.</li> </ul>	

## 9. Conclusiones

Presentamos a continuación los aportes de este trabajo en relación con los objetivos propuestos.

- Al hacer la clasificación de los materiales didácticos dada su utilidad, se aprecia que hay un fuerte uso de material Pre-instruccional que dependen del propósito que tenga el docente para luego pasar al uso de material Co-instruccional como por ejemplo los ábacos, las regletas de Cuisenaire, los bloques base 10, entre otros; esto se debe al tipo de tarea y actividad ya que con el material Pre-instruccional los niños exploran y ellos se aprenden el valor de cada ficha a través del juego libre. Al hacer el paso al uso como material Co-instruccional ya se realiza el desarrollo de conocimiento, conceptos por ejemplo con las regletas Cuisenaire se realizan operaciones como la suma-resta.
- Según el contenido matemático hay mayor presencia de materiales didácticos para el Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos (ejemplo ábaco, regletas de Cuisenaire, cubos base 10) y para el Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos (ejemplo bloques lógicos, tangram, geoplanos), esto se da muy posiblemente porque históricamente los materiales eran pensados para los niños de edad preescolar, los temas de importancia según su edad e interés se orientaban en materias como Aritmética y Geometría ya que tenían un efecto mayor en relación con las demás ramas de las Matemáticas que comprendían conceptos que eran abstractos en el momento, por ende eran difíciles de representar.
- En relación con el Pensamiento aleatorio y Sistemas de datos y el Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos, los materiales didácticos son restringidos dadas las consideraciones de la anterior conclusión (conceptos abstractos), es así que para suplir la carencia de materiales didácticos, en la actualidad se enfocan en el uso de Software como por ejemplo R, Excel, Derive, otros
- En cuanto al Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas, al realizar la descripción de los materiales didácticos del laboratorio del DMA, se observa que no hay instrumentos que faciliten el aprendizaje para realizar estimaciones y resolver cálculos de magnitudes (instrumentos de medida en general) que potencialice el pensamiento métrico y el estudio de los sistemas de medidas; se considera que el estudio de la medida es importante en el currículo de matemáticas debido a su practicidad en muchos aspectos de la vida diaria. Es así que es indispensable adquirir: cinta o rueda métrica (medir magnitudes/longitud), recipientes-graduados (volumen-densidad), dinamómetro (fuerza/peso), cronómetros (tiempo), termómetros (temperatura), entre otros.
- Con la realización de este trabajo se evidenció que no hay material didáctico para la enseñanza y aprendizaje del Cálculo, es así que se hace un fuerte uso en los recursos tecnológicos (software). Nuestro desafío como profesionales de la enseñanza de las Matemáticas es incluir la idea de estudiar la factibilidad de crear material manipulativo para la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo debido a que no se cuenta con material concreto específico para la enseñanza y

aprendizaje de un concepto; esto es necesario ya que la idea es suplir la necesidad teniendo en cuenta que hay contextos en los que es difícil tener acceso a un computador.

- Teniendo en cuenta la versatilidad de los materiales dada la adaptación a diversos contenidos en las Matemáticas se destaca el geoplano, ábaco, bloques lógicos. Según su adaptación a diversas áreas se encuentra el tangram, connecting people, fraccionarios circulares y los hexagonales. Según su uso en varios niveles de escolaridad teniendo en cuenta que se pueden usar tanto en preescolar hasta secundaria sobresalen: el ábaco (dado que hay varios tipos), dados (teniendo en cuenta sus versiones: poliedros regulares, con operaciones y demás), bloques lógicos y los geoplanos.
- Se pudo evidenciar que al hacer la actualización del inventario se encontró un gran bagaje de materiales didácticos, los cuales se usan para temas de Aritmética, por ejemplo para efectuar algoritmos de operaciones entre números naturales ( $\mathbb{N}$ ), se encuentra los ábacos, las yupanas, los bloques base 10 y las regletas de Cuisenaire, para abordar el concepto de valor posicional, se tienen por ejemplo el ábaco, animal counters, connecting people; para abordar fracciones como parte de todo esta los plásticos circulares, los plásticos hexagonales, fraction factory, mobus y fractions circle rings set of 3; en el caso de secuencias se puede trabajar con chaquiras, fichas de parqués, bloques lógicos, magnetic color squares, lacer link and learning with, plastic disk for lacing, patterns for multicolored bead.
- En Geometría, para abordar el concepto de áreas y perímetros están los pentominos, geoplano, tangram, fraccionarios hexagonales, bloques lógicos, para trabajar teselados están también los bloques lógicos, deluxe plastic pattern blocks y magnetic patterns block.
- En cuanto a Álgebra para abordar temas como ecuaciones lineales esta la balanza algebraica; para representar una función o coordenadas en el plano se encuentra la batalla de puntos; en cuanto a factorización de polinomios y productos notables esta el álgebra Geométrica de Tiles.
- En cuanto a Estadística y Probabilidad se puede abordar o hacer registro de datos mediante el material, connecting people y animal counters, dado que hay varios materiales con los cuales se pueden plantear tareas relacionadas con conteo y probabilidad.
- Inicialmente se pensaba que el material didáctico tangible era aquel que se podía manipular físicamente, pero al hacer la clasificación de los materiales encontramos páginas Web donde se encuentra materiales didácticos como los que hay en el DMA, pero en versión virtual, esto se debe al progreso que ha tenido la Tecnología de la Información y la Comunicación TIC, presentando entonces otra idea de manipulación ahora virtual e interactiva.
- Durante el desarrollo del trabajo se pudo dar cuenta que hay material didáctico que es popularizado ya que son antiguos como el tangram, regletas de Cuisenaire, pero hay otros materiales como por ejemplo los zomatool, reflect it patterns o escalera de bases, los cuales no

se han divulgado; es por eso que una de las tareas de los docentes es diseñar actividades para satisfacer y complementar el uso adecuado de estos y otros materiales.

- Se piensa que la utilización de material didáctico dentro del aula es útil ya que es una herramienta de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas, pero no se trata de utilizar material didáctico sin ningún fundamento, al contrario es importante tener en cuenta que como en cualquier otro tipo de actividad que se realice en el aula, debe ser algo programado y con un objetivo claro y una posterior reflexión con los niños o jóvenes de la actividad llevada a cabo.

Es por esto que nos acogemos a la idea de Velasco (2012), partiendo de 4 puntos claves como:

1. El docente: La formación didáctica del docente y sus concepciones sobre la matemática y su aprendizaje influyen notablemente a la hora de decidir la conveniencia de utilizar un determinado material. Es por esto que el profesor que tenga como objetivo prioritario provocar en sus estudiantes experiencias matemáticas justificará la necesidad de emplear material didáctico.
2. El estudiante: El interés y la motivación de los estudiantes son factores que también influyen en la decisión de emplear materiales didácticos. Aunque con el uso de los materiales didácticos se puede mejorar las actitudes hacia las matemáticas.
3. La institución: La cultura escolar del mismo son factores que pueden llegar a plantear dificultades importantes al profesor interesado en utilizar recursos y materiales didácticos en el aula. El docente necesita apoyo de la institución. Por tanto, las decisiones del profesorado van a estar condicionadas por la cultura escolar en el que desempeña su labor.
4. Estrategia: Es una habilidad innovadora que embellece la presentación de un concepto matemático que debe tenerse en cuenta a la hora de planear una actividad para que esta sea enriquecedora.

## **OTRAS CONSIDERACIONES**

- Vale la pena construir material de apoyo para el docente con el fin que lo conozca y sepa usarlo en el aula de clase.
- Sería pertinente dotar el laboratorio del DMA con material producto de profesores colombianos por ejemplo el trabajo del profesor Hernando Acevedo Rios y las docentes Viviana Salazar-Sandra Milena Jiménez en sus trabajos proponen material para enseñar álgebra, dichos diseños son versiones mejoradas del material álgebra tiles.
- Los software existentes en el centro de documentación están archivados en disquetes y no es posible rescatar la información que estos contienen y los que se hallan en la Biblioteca Central son de difícil acceso debido al protocolo de derechos de autor, por lo cual es necesario rescatar este material teniendo en cuenta la políticas establecidas por la biblioteca . Esta recomendación sería pertinente y productiva para el Departamento de Matemáticas.
- Generar jornadas para la divulgación de materiales existentes en el DMA-UPN y ofrecer talleres (por ejemplo en la Jornada del Educador Matemático) a los docentes en formación y en ejercicio

para que conozcan y aprendan el uso de los materiales didácticos y que propongan estrategias metodológicas haciendo uso de los mismos.

- Motivar a los docentes a elaborar y ampliar sus conocimientos sobre materiales didácticos de una forma permanente para incrementar y mejorar el desempeño profesional en el proceso de enseñanza y aprendizaje y por consiguiente aumentar la base de datos del laboratorio del DMA.
- El Departamento debe actualizarse o ponerse al día para estar a la vanguardia con el uso de las TIC, haciendo uso de apps, para ello se sugiere comprar los contenidos educativos digitales para computadores y dispositivos móviles ofrecidos por el Grupo Gedes.  
(Ver formato materiales para adquirir), aplicaciones interactivas diseñadas para desarrollar el pensamiento matemático.
- Cuando se hizo el inventario de los videos existentes en el DMA, se evidenció que hay videos educativos relacionados con conceptos de las Matemáticas, sin embargo, es así que valdría la pena
  - (i) Producir videos específicos para la enseñanza de las Matemáticas, en lo posible, asociados al contexto colombiano. La Universidad Pedagógica Nacional UPN debería liderar este tipo de producción bibliográfica.
  - (ii) Copiar los videos de las series Más por Menos, Ojo Matemático, Universo Matemático, entre otros. Para que los docentes en formación o en ejercicio tengan acceso a los discos compactos y los puedan presentar a sus estudiantes, esto es pensado en contextos que no tienen acceso a Internet.
- Sería importante que los videos existentes en el Laboratorio de Matemáticas, fueran editados por algún estudiante, dado que la gran mayoría son muy útiles y valen la pena editarlos, a fin de mejorar la calidad del sonido e imagen.

## 10. Bibliografía

A Touch Of Class Teacher Supply. (2015). *Catálogo de materiales para Matemáticas*.

Administración Nacional de Educación Pública Uruguay. (2010). *Dados y fracciones*. Recuperado de [http://www.uruguayeduca.edu.uy/repositorio/prorazona/recursos/jue\\_fra/dados\\_y\\_fracciones.html](http://www.uruguayeduca.edu.uy/repositorio/prorazona/recursos/jue_fra/dados_y_fracciones.html)

Adrada, S.I (1988). [Tienda online]. *Juguetes de madera: Insertables de figuras geométricas*. Recuperado de [http://www.adrada.es/guarderia/juguetes\\_madera.html](http://www.adrada.es/guarderia/juguetes_madera.html)

Alemán, R., Jornet, E. (2011). *La fascinante matemática de los nudos*. Números, Revista de didáctica de las Matemáticas.V76.47-54 Marzo. Recuperado de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Volumen\\_76.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/76/Volumen_76.pdf)

AliExpress (2010). [Tienda online]. Puzzles de alambre. Recuperado de

<http://es.aliexpress.com/popular/wire-brain-teasers.html>

AliExpress (2010). [Tienda online]. *Plastic disk for lacing*. Recuperado <http://es.aliexpress.com/premium/category/204003587.html?d=n&catName=math-toys&CatId=204003587&isViewCP=y>

AliExpress (2010). [Tienda online]. *Dados poliédricos*. Recuperado de <http://es.aliexpress.com/w/wholesale-rpg-dice.html>

Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J.M. (1988). *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.

Álvarez, I., Ángel, L., Carranza, E., Soler, M. (2014). Actividades matemáticas: Conjeturar y Argumentar. NÚMEROS, 85, 76.

Álvarez, J. (2011). *Pentominós*. Recuperado de [http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales\\_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/pentominos/actividad.html](http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/geometria/poligonos/pentominos/actividad.html) Recuperado el 12 de febrero de 2015

Amazon. (1996) [Tienda online]. Hexagram Weights Set of 54. Recuperado de <http://www.amazon.com/Hexagram-Weights-Set-LER-4292/dp/B000URFT3G>

Arcavi, A. (1999). The role of visual representations in the learning of mathematics. En: Proceedings of the Twenty First Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Ohio: Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education Columbus, OH. Vol 1, 55-80.

Arrieta, M. (1998). *Medios materiales en la enseñanza de las Matemáticas*, Revista de Psicodidáctica (págs.107-114). Recuperado el 6 de abril de 2014 en <http://www.ehu.es/ojs/index.php/psicodidactica/article/viewFile/275/272>

Autism-Products. (2010). [Tienda online]. Supplying Pieces to Solve the Puzzle: Learning Advantage Inc Counting Links. Recuperado de [http://www.autism-products.com/Learning\\_Advantage\\_Inc\\_Counting\\_Links\\_1000\\_Pcs\\_p/1285314.htm%20Recuperado%20el%203](http://www.autism-products.com/Learning_Advantage_Inc_Counting_Links_1000_Pcs_p/1285314.htm%20Recuperado%20el%203)

Ayala, N. (2008). Construcciones Geométricas con regla y compás. Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. Instituto Superior Fundación Suzuki. Recuperado de <https://www.google.com.co/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF8#q=dialnet+programa+para+usar+regla+y+compas&spell=1>

Balbuena. (2006). Las torres de Hanói y el mandato de Brahma. Sigma, Revista de Didáctica de las Matemáticas. V28.83-94. Mayo. Recuperado de <http://matesymas.es/jm/materiales/hanoi/hanoi.pdf>

- Berenguer, L., Cobo, B., Flores., Izquierdo. Miembros del grupo la X .(2005). *Taller de puzzles de alambre*. Recuperado de [http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Propuestas/1.PuzzlesAlambre\\_GrupoLaX.pdf](http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Propuestas/1.PuzzlesAlambre_GrupoLaX.pdf)
- Blanco, C., Otero, T. (2005). Geometría con papel (Papiroflexia matemática).Recuperado de <http://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3tf/1/cblanco.pdf>
- Bolt, B. (1988). Aún más actividades Matemáticas. Editorial Labor S.A. Barcelona, España.
- Cañadas, M.C., Durán, F., Gallardo, S., Martínez., Santaolalla, M.J., Peñas, M., Villarraga, M., Villigas, J.L. (2002).Materiales didácticos en la resolución de problemas. Granada: Universidad de Granada.
- Carrasco, A., Gelpud, J., Osorio, L., Riasco, J. (2014). Diseño página Web en Wix: Una breve Presentación sobre la historia del compás. Recuperado de <http://ximena-2326.wix.com/elcompas#>
- Casa Didáctica. (2015). [Tienda online]. Sólidos rellenables. Recuperado de [http://www.ideashands.com.mx/detalles\\_Media-Esfera---Cuerpos-Geometricos-Rellenables--3295,13301,17,3.htm](http://www.ideashands.com.mx/detalles_Media-Esfera---Cuerpos-Geometricos-Rellenables--3295,13301,17,3.htm)
- Clavijo, F. (2014). Aula matemática: El cubo soma. Recuperado de <http://www.aulamatematica.com/cubosoma/>
- Copyright-jugarjuegos.com (2000-2002). Juego secuencias: Simon. Recuperado <http://www.jugarjuegos.com/juegos/flash/simon/juego.htm>
- Copyright (2015). Spil games Reserved: Shape-inlay. Recuperado de <http://www.agame.com/game/shape-inlay>
- Coriat, M. *Materiales, recursos y actividades: un panorama. En: Rico, L. La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Editorial ICE/HORSORI.* Barcelona. España.
- Domínguez, M. (1989). El uso de materiales en la enseñanza de las Matemáticas. CEP de Salamanca.
- Dpensar. (2015). Dpensar Piensa y aprende S.A.S. Recuperado de <http://dpensar.com/>
- Educación plástica (2011). Educación plastica.net. *Tangram*. Recuperado de <http://www.educacionplastica.net/Tangram3.htm>
- Eduscastur. (2014).*Balanzas interactivas*. Recuperado de [http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/recursos\\_2005/interactivos/balanza/balanza1.htm](http://web.educastur.princast.es/ies/pravia/carpetas/recursos/mates/recursos_2005/interactivos/balanza/balanza1.htm)
- F-active.com. (1998). *Battleships-General Quarters II*. Recuperado de <http://www.battleships.f-active.com/?id=4>

- Flores, P. (2002). Laberintos con alambre (estructuras topológicas-métricas). *Suma, Revista de Didáctica de las Matemáticas*. V41.29-35. Noviembre. Recuperado de <http://revistasuma.es/IMG/pdf/41/029-035.pdf>
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Flores, P. (2002). Juegos y pasatiempos matemáticos: Puzzles de alambre. [Web log post]. Recuperado de [http://www.ugr.es/~pflores/Puzzles\\_alambre.htm](http://www.ugr.es/~pflores/Puzzles_alambre.htm)
- Galileo didáctico. (2013). Laboratorios de Matemáticas. Recuperado de [http://www.sanxotec.com/customers/GalileoDidacticos/index.html#!/page\\_Portfolio](http://www.sanxotec.com/customers/GalileoDidacticos/index.html#!/page_Portfolio)
- García, J. (2004). *Ábaco horizontal contador*. Recuperado de [http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos\\_informaticos/concurso2005/34/abacontador.html](http://www.juntadeandalucia.es/averroes/recursos_informaticos/concurso2005/34/abacontador.html)
- García, A., Egea, M. (2010). Vedoque [Web log post]. Recuperado de <http://www.vedoque.com/juegos/juego.php?j=dados>
- García, C.(2015). Didaplastic: Juego de Fracciones Comunes Circulares. Recuperado de <http://www.didaplastic.com.mx/juegofracc.html>
- Gijón, G., Cantos, D., Álvarez, M., Fernández. (2006). *Números de colores: Regletas digitales*. Recuperado de <http://www.regletasdigitales.com/regletas.swf>
- Godino, J. (1998). Uso de material tangible y gráfico textual en el estudio de las Matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. *Actas do ProfMat 98. Associação de profesores de Matemática* (págs. 117-124). Guimaraes: A. M. Machado y cols.
- Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Capítulo IV: Recursos para el estudio de las Matemáticas.
- Gonzalez, M. (2010). Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria. Recuperado el 5 de abril del 2015: [http://www.gonzalezmari.es/materiales\\_infantil\\_primaria\\_y\\_ESO.Consideraciones\\_generales.pdf](http://www.gonzalezmari.es/materiales_infantil_primaria_y_ESO.Consideraciones_generales.pdf)
- González Marí, J. L. *Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos*. Recuperado el 20 de agosto de 2014.
- GRUPO PI (2002) *Materiales Didácticos en la resolución de problemas*. En J.M. Cardeñoso, E. Castro, A. J. Moreno, M. Peñas (Eds.). *Investigación en el aula de Matemáticas. Resolución de problemas*. Granada: SAEM Thales.



- Hernán, F.y Carrillo, E. (1996). Recursos en el aula de Matemáticas. Editorial Síntesis. Madrid, España.
- Iglesias, J. (1999). *Los algoritmos de la suma y de la resta a través de las regletas de Cuisenaire*. Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas. V39.3-12. Junio. Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/39/Articulo01.pdf>
- Iglesias, M. (2009). *Ideas para Enseñar El tangram en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría*. Unión, Revista de Didáctica de las Matemáticas. V17.117-126. Marzo. Recuperado de [http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union\\_017\\_014.pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2009/17/Union_017_014.pdf)
- Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico [IDEP]. (2013). *Secuencias didácticas desarrollo del pensamiento lógico Matemático*. Recuperado de <http://www.masdyp.com/clientes/idep/ida/pdf/desarrollo.pdf>
- Isaia, C., Castro, E. (2013). *Sistemas de numeración*. Universidad Nacional de Chile. Recuperado [http://www.undec.edu.ar/compat/index.php?option=com\\_docman&task=doc\\_download&gid=542&Itemid=182](http://www.undec.edu.ar/compat/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=542&Itemid=182)
- Jara, P. (2009). Alumnos Estalmat-Andalucía.Oriental.CapítuloV.31-39. Recuperado de <http://www.ugr.es/~anillos/textos/pdf/2009/EXPO-1.Geometria%20en%20una%20Reticula/Geometria%20en%20una%20Reticula-1.pdf>
- Kadar, A. (2010). Brain POP. México. Recuperado de [https://esp.brainpop.com/matematicas/seeall/La tienda del cerebro \(2013\). \[Tienda online\]. Shapebyshape](https://esp.brainpop.com/matematicas/seeall/La%20tienda%20del%20cerebro%20(2013).%20[Tienda%20online].%20Shape%20by%20shape). Recuperado de <http://cogsthebrainshop.ie/product/shape-by-shape/>
- La tienda educadora. (2007). *Distribuidor de materiales*. Recuperado de [http://tiendadelaeducadora.com.mx/product\\_info.php?cPath=38&products\\_id=937](http://tiendadelaeducadora.com.mx/product_info.php?cPath=38&products_id=937)
- Learning Resources, INC. (2011). Lacer Links and Learning with. Recuperado <http://www.learningresources.com/text/pdf/Exclusive/0257LinkNLearn.pdf>
- Learning Resources, INC., Vernon Hills, IL60061 (USA). Recuperado de <http://www.learningresources.com/text/pdf/7551book.pdf>
- Llinares, A. (2015). C.P. Pedro Brimonis: Bloques multibase. Recuperado de [http://www.educa.madrid.org/web/cp.pedrobrimonis.humanes/enseñanzas/ed\\_primaria/bloques\\_multibase.pdf](http://www.educa.madrid.org/web/cp.pedrobrimonis.humanes/enseñanzas/ed_primaria/bloques_multibase.pdf) Recuperado el 31 de Enero de 2015
- Lozano, O. (2012). Gsrmatematicas: picas y fijas. Recuperado de <http://gsrmatematicas.es/tl/PICAS-Y-FIJAS.htm> Maderandos.(2012).Juguetería Didáctica e Incensarios en Madera[Web log post].Recuperado de <http://maderandos.blogspot.com/2012/01/material-didactico-y-jugueteria.html>
- Madrigal, L. (2006). Actividades con el Soma. Recuperado de <http://www.acapta.org/htm/omcep/soma.pdf>

- Mancera, E. (1998). Matebloquemática: parte II el álgebra. Recuperado <http://marthacmosquera.webcindario.com/Mem%20Foro2/document/document%20de%20ap/matebloquematica%20II.pdf>
- Martín, R. (1999). Las regletas de Cuisenaire Actividades sobre longitud, área, perímetro y volumen. *Números*, Revista de Didáctica de la Matemáticas.V37.19-28.Marzo.Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/37/Articulo02.pdf>
- Martínez, C. (2014). Amolasmates. [Web log post].Recuperado de <http://www.amolasmates.es/segundo%20eso/mat2eso5.html>
- Matemáticas interactivas y manipulativas(2004). *Representaciones de Fracciones propias e impropias*. [web blog post].Recuperado de <http://www.i-matematicas.com/recursos0809/1ciclo/fraccionpositiva/interactivo/Representacion.htm>
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas*. Bogotá, Colombia. Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- Módulos de enseñanza de las Matemáticas. (2012).*Composición y Descomposición de Figuras en Primer Grado*. Recuperado de [https://www.youtube.com/watch?v=dFCY7s4Vcj4\\_cambiar\\_hipervínculo](https://www.youtube.com/watch?v=dFCY7s4Vcj4_cambiar_hipervínculo)
- Módulos de enseñanza de las Matemáticas. (2012). *Definición de Figura para Primer Grado*. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=OqbJz0o9KIM>
- Monsalve, L., Rangel, M. (2008). *El ábaco: Material concreto en la resolución de problemas con suma y resta* (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. Recuperado de <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7127/2/125682.pdf>
- Monsalve, O. (2013). *El origami y el doblado de papel como herramienta mediadoras para la enseñanza y el aprendizaje matemáticos*. ICEMACYC. República Dominicana. Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/39-548-2-DR-T.pdf>
- Montalvo, J. (2012). *Reciclaje digital Educativo. Diseño de un videojuego a partir de la yupana o ábaco de los Incas*. Universidad de Lima. Instituto de Investigación Científica-IDIC. Recuperado de: <http://www.yupi10.org/http://conferencia2013.consortio.edu.pe/wp-content/uploads/2014/09/4.-Montalvo.pdf>
- Montessori (2010).[Tienda online]. *Materiales educativos: Escalera Bases*. Recuperado de <http://www.montessorivivo.com/es/14-matematicas-perlas>
- Mora, L., Valero, N. (2013). *La yupana como herramienta pedagógica en la primaria*. Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado de [http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J2NH8QTM-2912G6-PZ5/yupana\\_como\\_herramienta\\_pedagogica.pdf](http://cmapspublic2.ihmc.us/rid=1J2NH8QTM-2912G6-PZ5/yupana_como_herramienta_pedagogica.pdf)

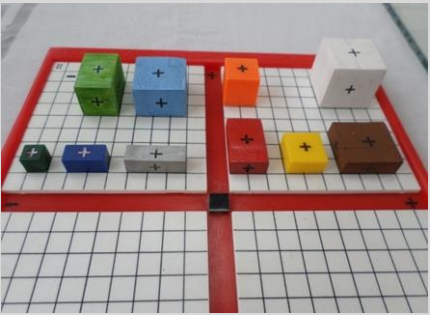
- Morales Merino, R. (2013). *Pensamiento lógico Matemático en alumnos de 6-7 años en tareas de seriaciones* (Tesis de Maestría). Universidad de Granada, España. Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/2131/1/Morales\\_R.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/2131/1/Morales_R.pdf)
- Morales Ramírez, M. (2004). *Uso de manipulativos en la enseñanza del Álgebra*. (Tesis de pregrado). Universidad Pedagógica Nacional, México, D.F. Recuperado de <http://200.23.113.59/pdf/21054.pdf>
- Nardil Creaciones Didácticas. (2015). [Tienda online]. Catálogo de Materiales didácticos. Recuperado de [http://www.nardil.es/index.php?option=com\\_virtuemart&page=shop.browse&category\\_id=0](http://www.nardil.es/index.php?option=com_virtuemart&page=shop.browse&category_id=0)
- Nardil, S.J. (2012). *Catálogo Creaciones Didácticas*. Recuperado de <http://www.nardil.es/CatalogoNardil.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council Of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Illuminations for Teaching Math*. Recuperado de <http://illuminations.nctm.org/Lesson.aspx?id=3201>
- National Council Of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Illuminations for Teaching Math: patch tool*. Recuperado de <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3577>
- National Library of Virtual Manipulatives [NLVM]. (1999). *Fracciones equivalentes*. Recuperado de [http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames\\_asid\\_105\\_g\\_4\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_105_g_4_t_1.html?from=topic_t_1.html)
- National Library of Virtual Manipulatives [NLVM]. (1999). *Patrones*. Recuperado de [http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames\\_asid\\_184\\_g\\_1\\_t\\_1.html?from=topic\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_184_g_1_t_1.html?from=topic_t_1.html)
- Pedagogía Matemática. (2012). [dme.ufro.cl/ pedmat](http://dme.ufro.cl/pedmat): Regletas de Cuisenaire. [Web log post]. Recuperado de <http://dme.ufro.cl/pedmat/images/stories/cursos/cusinier.pdf>
- Pérez, I. (2000). *Prácticas de Poliedros*. Recuperado de <http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/11-2-o-poliedros.html>
- Ph.D. Candidate in Communication at USC Annenberg. (2012). Imagen de froebelgifts. Recuperado de <http://merylalper.com/2012/03/>

- Plan Ceibal. (2010). *Centro Ceibal para el Apoyo a la Educación de la Niñez y la Adolescencia* [Web log post]. recuperado de [http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas\\_conocimiento/mat/teselacionesplano/teselados\\_regulares.html](http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/teselacionesplano/teselados_regulares.html)
- Plataforma Tecnológica Educativa de la Comunidad de Madrid (2015). Educa Madrid. *Tangram*. Recuperado [de http://www.educa.madrid.org/web/cp.pedrobrimonis.humanes/enseñanzas/ed\\_primaria/tangram.pdf](http://www.educa.madrid.org/web/cp.pedrobrimonis.humanes/enseñanzas/ed_primaria/tangram.pdf)
- Puzzles de ingenio.com [Tienda online]. (2015). *Block by block*. Recuperado de <http://www.puzzlesdeingenio.com/block-by-block-thinkfun.html>
- Ramírez Chaparro, R. (2011). Construcción de Polígonos regulares. (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/7581/1/ricardoramirezchaparro.2011.pdf>
- Real Sociedad Matemática Española. [RDME]. (2011). Herramientozome. Recuperado de [http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com\\_alphacontent&section=13&category=199&Itemid=67](http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_alphacontent&section=13&category=199&Itemid=67)
- Rey, R., Romero, F. (2010). Versió en català. *Prismas rectos*. Recuperado de <http://www.genmagic.org/mates1/prisr1c.swf>
- Rojano, T., Bonilla, M. (2013). Transferencia del aprendizaje situado de la sintaxis algebraica: ecuaciones lineales y balanza virtual. ICEMACYC. República Dominicana. Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/282-538-1-DR-C.pdf>
- Rojano. (2010). Modelación Concreta en Álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos .Números, volumen 75,5-20. Recuperado de <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/75/Apertura.pdf>
- Salazar, V., Jiménez, S., Mendieta. (2013). *Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización*. ICEMACYC. República Dominicana. Recuperado de <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/356-520-1-DR-T.pdf>
- School Mart. (2015). [Tienda online]. *Connecting people* .Recuperado de <http://www.schoolmart.com/math-with-connecting-people-gr-k-3.aspx>
- Serrano, Rodríguez, Romero, y Vargas (2010). *Fortalecimiento del pensamiento numérico mediante las Regletas de Cuisenaire*. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá.
- Shoppertom (2003). [Tienda online]. Recuperado de [http://shoppertom.com/products/Manipulatives\\_Skill\\_Building\\_1336384\\_Nest\\_And/all/all/searchResults](http://shoppertom.com/products/Manipulatives_Skill_Building_1336384_Nest_And/all/all/searchResults)

- Tejón, F. (2007). *Manual de uso del ábaco japonés Soroban*. Recuperado de <http://eib.sep.gob.mx/abacos/manualsoroban.pdf>
- The Learning Box publishes Elementary Mathematics Units for students K - 5. (1998). *Base diez*. Recuperado de <http://www.learningbox.com/Base10/BaseTen.html>
- Tiendita aula (2015). [Tienda online]. *Categoría Matemáticas*. Recuperado de <http://tiendita.cl/categoria-producto/matematica/dados/>
- Trujillo, S. (2011). *El uso de los pentaminós en la iniciación al estudio del área y el perímetro de figuras planas* (tesis de pregrado). Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia. Recuperado de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/3848/4/cb-0449490.pdf>
- Velasco, E. (2013). *Uso de material estructurado como herramienta didáctica para el aprendizaje de las matemáticas*. (Tesis de pregrado). Universidad de Valladolid E.U. de Magisterio (Segovia) Grado en Educación Primaria. Recuperado <https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/1491/1/TFG-B.114.pdf>
- Wisetime. (2010). [Tienda online]. *Pattern blocks*. Recuperado <http://www.wisetimeschoolsupplies.net/blocks-pattern.html>
- Zometool. (2015). [Tienda online]. Recuperado de <http://zometool.com/>

## 11. Anexos.

### 11.1. Formato para solicitud de compra de material didáctico-UPN


ELEMENTOS <sup>16</sup>	FOTOGRAFÍA	DESCRIPCIÓN	ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	PROVEEDOR(TELÉFONO)	Valor unitario
1. El álgebra es un juego		<p>“El Álgebra es un Juego” es un mediador instrumental; adecuado para hacer la transición entre las estructuras del pensamiento concreto a las del pensamiento abstracto, para realizar ejercicios sobre factorización, partiendo del lenguaje geométrico, para luego hacer la conversión al lenguaje simbólico</p>	<p>-Un tablero cartesiano en madera, dimensiones (21 cm×21cm), 150 fichas en madera de diferentes colores: 72 unidades, <math>18x</math>, <math>18y</math>, <math>24x^2</math>, <math>12x^3</math> y <math>6x^4</math></p>	<p>Hernando Acevedo Rios <a href="tel:8862820">tel:8862820</a> / 3136135937 Manizales</p>	<p>\$50.000</p>

ELEMENTOS <sup>16</sup>	FOTOGRAFÍA	DESCRIPCIÓN	ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	PROVEEDOR (TELÉFONO)	Valor unitario
2. Fraction Shapes 3d		<p>Permite a los estudiantes explorar las equivalencias entre fracciones, operaciones y comprensión de la fracción desde a interpretación parte - todo. Los cubos y las esferas representan las fracciones: <math>1/1, 1/2, 1/3</math> y <math>1/4</math>.</p>	<p>10 piezas de sólidos de colores amarillo, azul, naranja, rosada y roja, 5 esferas de diferente color cada una., 5 cubos de diferente color cada uno, 7.5 cm de alto. Fabricado en plástico resistente con imanes incrustados para mayor seguridad, incluye guía de actividades.</p>	<p><a href="http://www.thenaughtyseat.co.uk/magnetic-3d-fraction-shapes-3954-p.asp">http://www.thenaughtyseat.co.uk/magnetic-3d-fraction-shapes-3954-p.asp</a> Número de contacto 07003418756</p>	52.99 €
3. Sudoku		<p>Este juego está compuesto por una cuadrícula de 9x9 casillas, dividida en regiones de 3x3 casillas. Partiendo de algunos números ya dispuestos en algunas de las casillas, hay que completar las casillas vacías con dígitos del 1 al 9 sin que se repitan por fila, columna o región</p>	<p>Sudoku de madera juego de mesa de 31 * 23 * 2.5 cm y 81 fichas de madera son nueve piezas por cada número así: nueve piezas con el número 1, nueve piezas con el numero 2 etc.</p>	<p><a href="http://es.aliexpress.com/popular/sudoku-wooden-game.html">http://es.aliexpress.com/popular/sudoku-wooden-game.html</a> Esperanza 77-79/estación central, Santiago fono:(56-2)6811963</p>	15.98 €

ELEMENTOS <sup>16</sup>	FOTOGRAFÍA	DESCRIPCIÓN	ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	PROVEEDOR (TELÉFONO)	Valor unitario
4. Fracciones lineales		<p>Por su fácil manipulación permite a los estudiantes entender la interpretación que es una fracción como parte todo cómo se representan las equivalencias en fracciones comunes en la recta numérica, como decimales y como porcentajes.</p>	<p>Contenido: Base reticulada con plantilla impresa y más de 12 piezas plásticas con presentación de 1 entero a novenos. Empaque: Estuche de vinil con broche.</p>	<p><a href="http://www.didaplastic.com.mx/fracciones.html">http://www.didaplastic.com.mx/fracciones.html</a> Cecilio García No. 130 Col. Santa Martha Acatitla Tels. 5732-3466 / 5732-3433</p>	<p>\$50.000</p>
5. Cuerpos Geométricos rellenable *		<p>La comparación de los cuerpos geométricos permite a los alumnos identificar sus características y propiedades, al medirlos e identificar sus desarrollos planos pueden hacer cálculos de volumen, área lateral y total, así como el rellenarlos les facilita comprender el concepto de capacidad y calcularla</p>	<p>Contenido: 18 cuerpos geométricos en plástico cristal atóxico y una guía para el docente. Empaque: caja de cartón impresa y plastificada por colores.</p>	<p><a href="http://www.didaplastic.com.mx/geometricos.html">http://www.didaplastic.com.mx/geometricos.html</a> Cecilio García No. 130 Col. Santa Martha Acatitla Tels. 5732-3466 / 5732-3433</p>	<p>\$100000</p>



ELEMENTOS <sup>16</sup>	FOTOGRAFÍA	DESCRIPCIÓN	ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	PROVEEDOR (TELÉFONO)	Valor unitario
6. Software (Apps)*		<p>Contenidos Educativos Digitales para realizar trabajos de secuencias didácticas en las prácticas de aula.</p>	<p>Secuencia didáctica para el Pensamiento Geométrico (Apps: Geoplano, Tangram, Torres de Hanoi); Pensamiento Numérico (Apps: Computador de papy, Yupana, Esquemas Aritméticos).</p>	<p><a href="http://www.dpensar.com">www.dpensar.com</a> cel: 3218464681 contacto@dpensar.com</p>	<p>Solicitar cotización</p>
7. Videos		<p>Es una página web para estudiar matemáticas en donde se encuentran contenidos de videos, ejercicios propuestos para básica secundaria y educación superior.</p>	<p>Se podrá tener acceso a 3743 videos sobre conceptos de estudio de la Matemáticas con una duración total de 516:31:42, Una muy buena base de datos de videos para el laboratorio.</p>	<p><a href="http://matematicasbachiller.com/videos">http://matematicasbachiller.com/videos</a> <a href="http://matematicasbachiller.com/contacto">http://matematicasbachiller.com/contacto</a></p>	<p>Un día €5 Una semana €10 Un mes €20 Un año €25 Dos años €35 Tres años €40</p>

ELEMENTOS <sup>16</sup>	FOTOGRAFÍA	DESCRIPCIÓN	ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	PROVEEDOR (TELÉFONO)	Valor unitario
8. Recipientes graduados*		<p>Los recipientes graduados son instrumentos que facilitan el aprendizaje sobre capacidad y volumen para que se potencialice el Pensamiento métrico y Sistemas de medidas</p>	<p>Set de 5 o más recipientes de vidrio de Borosilicato. Este vidrio contiene bórax entre sus ingredientes fundamentales, junto con sílice y álcali. Destaca por su durabilidad y resistencia a los ataques químicos y las altas temperaturas, por lo que se utiliza mucho en utensilios de cocina, aparatos de laboratorio y equipos para procesos químicos.</p>	<p><a href="http://www.artilab.com.co/equipos-para-laboratorio">http://www.artilab.com.co/equipos-para-laboratorio</a> Carrera 57A No 5B-53 - Puente Aranda - PBX (57)(1) 261 2013 - Móvil: 317 370 6323 - Fax:(57)(1)413 7848 - Bogotá - Colombia</p>	<p>\$ solicitar cotización</p>

ELEMENTOS <sup>16</sup>	FOTOGRAFÍA	DESCRIPCIÓN	ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	PROVEEDOR (TELÉFONO)	Valor unitario
9. Dinamómetro*		<p>Es un instrumento utilizado para medir fuerzas o para pesar objetos. Su funcionamiento es el estiramiento de un resorte que sigue la ley de elasticidad de Hooke en el rango de medición.</p>	<p>Este artefacto es de plástico o metal está constituido por un resorte, un gancho y en su interior se encuentra un cilindro graduado</p>	<p><a href="http://www.todoquimicaprofinas.com/">http://www.todoquimicaprofinas.com/</a> Cr19 22 C-81 Bogotá, Colombia Tel: (57) (1) 2683509 Tel: (57) (1) 2683509 Tel: (57) (1) 2682903</p>	<p>\$ solicitar cotización</p>
10. Termómetro*		<p>Es un instrumento de medición de temperatura, este aparato graduado en grados °C y °F fácilmente visible. Es útil para enseñar el Pensamiento métrico y Sistemas de medidas</p>	<p>Este material es conocido como un termómetro llamado clínico de cristal. Está compuesto de mercurio en su interior encerrado en un tubo de vidrio que incorporaba una escala graduada.</p>	<p><a href="http://www.casadelcontrolwisconsin.com.co/">http://www.casadelcontrolwisconsin.com.co/</a> CI 64 F 73 B-05 Bogotá, Colombia Tel: (57) (1) 4384009 Tel: (57) (1) 4384009 Fax: (57) (1) 4384009</p>	<p>\$ solicitar cotización</p>