

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA



INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

*LUIS GUILLERMO MARÍN SABOYA
y
JUAN MANUEL SALAS MARTÍNEZ*

*UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ, 2011*

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

*LUIS GUILLERMO MARÍN SABOYA
y
JUAN MANUEL SALAS MARTÍNEZ*

MONOGRAFÍA

*RODOLFO VERGEL CAUSADO
Director*

*UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ, 2011*

03/29/2011 09:19

Nota de aceptación

Para todos los efectos, declaramos que el presente trabajo es original y de nuestra total autoría; en aquellos casos en los cuales hemos requerido del trabajo de otros autores o investigadores, hemos dado los respectivos créditos

Aprobado por:

Rodolfo Vergel Causado
Director

Jurado

Jurado

Bogotá, Octubre 31 de 2011

LE DEDICO ESTE ESFUERZO A:

Al creador de los cielos y la tierra, a toda mi familia y compañeros de trabajo que han estimulado mi deseo de enseñar mejor.

Luis Guillermo Marín Saboya

LE DEDICO ESTE ESFUERZO A:

A Luisa quien me inspiro a estudiar la especialización y quien estuvo siempre a mi lado colaborándome y apoyándome en lo que necesitara a mi mamá, mi hermano y toda mi familia quién siempre han estado pendientes de mi.

Juan Manuel Salas Martínez

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Señor Jesús , quien ha tenido la fe para permitirme hacer lo mismo que El hizo en la tierra, al Gimnasio Los Caobos por darme el espacio profesional para innovar y estudiar, a mi familia por su apoyo incondicional, a los profesores Alicia Guzmán, Rodolfo Vergel, Alberto Donado, Benjamín Sarmiento y Edgar Guacaneme, cuyo profesionalismo y dedicación ayudaron a alcanzar este objetivo.

Luis Guillermo Marín Saboya

A Dios quien me dala energía y la fuerza necesaria día a día, a mi familia por apoyarme continuamente, a Luisa por ser mi gran inspiración, a Luz Aida por ser quien me dio a conocer esta especialización, además de ser una gran amiga, a Guillermo Marín por tener la paciencia y la energía necesaria para trabajar con migo aportando todo su conocimiento, a

nuestros directores de trabajo de grado Alicia Guzmán y Rodolfo Vergel a la profesora Ingrith Álvarez por leer nuestro trabajo y hacernos valiosos aportes y a nuestros profesores de la especialización Alicia Guzmán, Rodolfo Vergel, Alberto Donado, Benjamín Sarmiento y Edgar Guacaneme.

Juan Manuel Salas Martínez

Resumen Analítico en Educación (RAE)

Tipo de documento:

Trabajo de Grado.

Acceso al documento:

Universidad Pedagógica Nacional

Título del documento:

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

Autor(es):

MARIN SABOYA LUIS GUILLERMO
SALAS MARTÍNEZ JUAN MANUEL

Publicación:

Bogotá, D.C., 2011, 57 páginas

Unidad Patrocinante:

Universidad Pedagógica Nacional

Palabras Claves:

Reconocimiento, cambio, variación, pensamiento variacional primaria. .

Descripción:

El trabajo se desarrollo con el fin de sensibilizar a los estudiantes de quinto de primaria del Gimnasio los Caobos, frente a los fenómenos de cambio, a partir del diseño y aplicación de una propuesta didáctica. Lo presentamos en cuatro capítulos, los cuales se describen a continuación. El primer capítulo presenta la contextualización del problema, dando a conocer la justificación, el planteamiento del problema y los objetivos. El segundo capítulo muestra el marco teórico bajo el cual se sustenta la propuesta didáctica; el tercer capítulo plantea el diseño metodológico, la implementación y los resultados. En el cuarto capítulo se presentan las conclusiones y reflexiones sobre el trabajo realizado.

Fuentes:

La totalidad de las fuentes consultadas para el proyecto se evidencia en la Bibliografía, y de estas fuentes las principales, sobre las cuales construimos la propuesta didáctica, fueron:

Cantoral, R. y Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(2), 133-154.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares. Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá, D.C.

Vasco, C. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Congreso Internacional Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas: memorias*, (pp. 109-118). Bogotá, Colombia: MEN.

Contenidos:

El trabajo consta de 4 capítulos. En el capítulo uno hacemos una contextualización del problema al ámbito en el cual queríamos aplicar la propuesta incluyendo la justificación bajo los parámetros sugeridos por el MEN que nos llevó al planteamiento del problema con una pregunta que apuntaba al cumplimiento de los objetivos explicitados en el trabajo. En el capítulo dos presentamos el marco teórico con un recuento histórico del desarrollo de los trabajos relacionados con la evolución del pensamiento variacional, además de los requerimientos de los Lineamientos Curriculares y los Estándares Nacionales propuestos por el MEN, e incluimos los Estándares Internacionales de la OCDE y del NCTM, al tiempo de una descripción de dos libros de texto, uno nacional y otro internacional debido al tipo de currículo en el colegio donde se aplica la actividad, y que tiene que ver con el tratamiento que cada uno de ellos le da al desarrollo del pensamiento variacional en los niños que cursan grado quinto. En el capítulo tres presentamos la metodología que, a través de un video en el que se muestra el crecimiento de una niña entre los 0 y los 10 años, se pretende iniciar en el desarrollo del pensamiento variacional. Incluye las guías de profesor y estudiante que facilitan el desarrollo de la actividad propuesta y trabajada por los estudiantes, y los resultados de su aplicación, junto con evidencias de lo expresado de forma escrita por los estudiantes. En el capítulo cuatro proponemos unas conclusiones y unas reflexiones que surgieron después de la aplicación y del análisis de los resultados de la actividad y que tienen que ver con la necesidad de pensar en nuevos contextos que abran opciones de análisis por partes de los estudiantes.

Metodología:

En la actividad se presenta a los estudiantes un video donde se muestra el crecimiento de una niña llamada Natalie, a partir de su nacimiento hasta los diez años, éste video

establece patrones de covariación los cuales están relacionados con fenómenos de cambio cualitativos del desarrollo de Natalie, como por ejemplo el largo del cabello, la estatura, rasgos físicos, entre otros.

En este trabajo proponemos la guía del profesor donde mencionamos las temáticas abarcadas, la justificación, objetivos general y específicos de la actividad, la metodología y los recursos y materiales didácticos utilizados en la misma. Como segundo punto planteamos el protocolo de la actividad aplicada a los quince estudiantes de grado quinto del Gimnasio los Caobos, con edades comprendidas entre diez y doce años y por último realizamos el análisis de las producciones de los estudiantes.

Conclusiones:

Las predicciones de los estudiantes frente a la apariencia física de Natalie a los doce y a los catorce años están relacionadas con los cambios observados en el video y, además, con el contexto social de ellos y sus preferencias físicas y comportamentales de una niña de la edad como Natalie.

Considerando el carácter cualitativo de la actividad aplicada, juega un papel fundamental el desarrollo lingüístico del estudiante, ya que este es el que le permite comunicar o dar cuenta y argumentar sobre su comprensión de fenómenos de cambio que indican el desarrollo del pensamiento variacional. El aspecto lingüístico no hubiera tenido tanta importancia ni hubiera exigido tanto a los estudiantes si la actividad se hubiera enfocado en descripciones cuantitativas de un fenómeno particular.

Fecha de elaboración del resumen: [30/11/11]

TEMÁTICA

INTRODUCCIÓN

CAPITULO I:

1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

1.1. JUSTIFICACIÓN

- 1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
- 1.3. PREGUNTA ORIENTADORA
- 1.4. OBJETIVO GENERAL
- 1.5. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

CAPÍTULO II:

- 2. MARCO TEÓRICO
 - 2.1. RECUENTO HISTÓRICO
 - 2.2. TRABAJOS REALIZADOS ACERCA DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL
 - 2.3. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS Y ESTÁNDARES EN RELACIÓN CON EL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA GRADO QUINTO
 - 2.4. ESTÁNDARES PARA QUINTO GRADO A NIVEL INTERNACIONAL
 - 2.5. DESCRIPCIÓN DE LIBROS DE TEXTO

CAPÍTULO III:

- 3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS
 - 3.1. GUÍA DEL PROFESOR
 - 3.2. GUÍA DEL ESTUDIANTE
 - 3.3. PROTOCOLO
 - 3.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

CAPÍTULO IV:

- 4. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES
 - 4.1 CONCLUSIONES GENERALES
 - 4.2 REFLEXIONES

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

VIGÉSIMO QUINTA REUNIÓN DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

TABLA DE CONTENIDO

Resumen Analítico en Educación (RAE)	7
INTRODUCCIÓN.....	12
CAPÍTULO I	14
1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA.....	14
1.1. JUSTIFICACIÓN	14
1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15

1.3. PREGUNTA ORIENTADORA	16
1.4. OBJETIVO GENERAL.....	16
1.5. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
CAPÍTULO II	19
2. MARCO TEÓRICO	19
2.1. RECUENTO HISTÓRICO	19
2.2. TRABAJOS REALIZADOS ACERCA DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL.....	21
2.3. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS Y ESTÁNDARES EN RELACIÓN CON EL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA GRADO QUINTO A NIVEL NACIONAL	23
2.4. ESTÁNDARES PARA QUINTO GRADO A NIVEL INTERNACIONAL	25
2.5. DESCRIPCIÓN DE LIBROS DE TEXTO	26
CAPÍTULO III	32
3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS	32
4. GUÍA DEL PROFESOR	32
3.1. GUÍA DEL ESTUDIANTE.....	37
3.2. PROTOCOLO	39
3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS	40
CAPÍTULO IV	50
4. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES.....	50
4.1. CONCLUSIONES GENERALES	50
4.2. REFLEXIONES.....	52
BIBLIOGRAFÍA.....	53
ANEXOS	56
VIGÉSIMO QUINTA REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA.....	56

INTRODUCCIÓN

A partir de la experiencia de seis años obtenida en la práctica como maestros en colegios privados y particularmente en el Gimnasio los Caobos, se evidenció que en grado quinto de primaria son pocas las actividades donde los estudiantes tienen la oportunidad de sensibilizarse ante los fenómenos relacionados con el cambio, por ejemplo en estudios de patrones

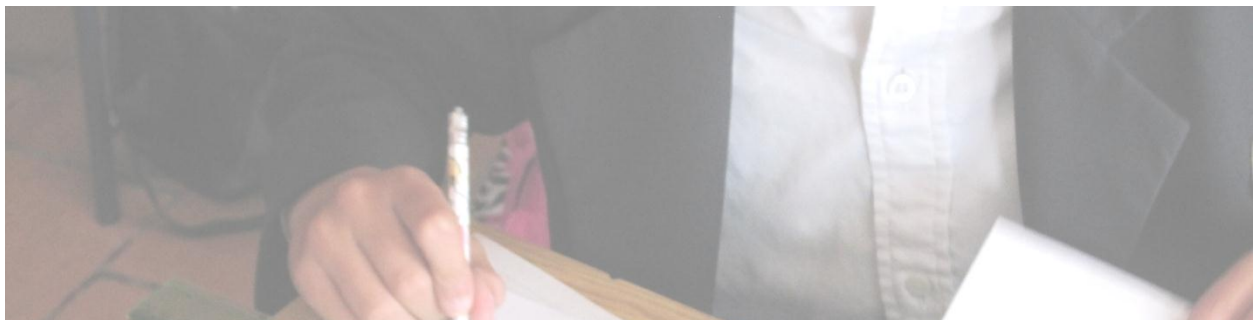
evidenciados en escenarios de la vida práctica como fotografías y representaciones pictóricas e icónicas, aspectos propuestos en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) para el área de matemáticas en Colombia.

Ante esta situación, se desarrolló el siguiente trabajo con el fin de sensibilizar a los estudiantes frente a los fenómenos de cambio, a partir del diseño y aplicación de una propuesta didáctica.

El trabajo desarrollado lo presentamos en cuatro capítulos, los cuales se describen a continuación. El primer capítulo presenta la contextualización del problema, dando a conocer la justificación, el planteamiento del problema y los objetivos. El segundo capítulo muestra el marco teórico bajo el cual se sustenta la propuesta didáctica; el tercer capítulo plantea el diseño metodológico, la implementación y los resultados. En el cuarto capítulo se presentan las conclusiones y reflexiones sobre el trabajo realizado.

CAPITULO 1

CAPITULO 1



CAPÍTULO I

1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA

En este primer capítulo describiremos la justificación del trabajo realizado, el planteamiento del problema, la pregunta que nos orientó para realizar este estudio y los objetivos general y específicos del mismo.

1.1. JUSTIFICACIÓN

La evidencia en la labor docente indica que no es fácil para los estudiantes de grado quinto la comprensión de los temas relacionados con el pensamiento variacional, ya que los obliga a dejar el pensamiento concreto, pasando a interpretar, predecir, reconocer, percibir, identificar, caracterizar, modelar y representar fenómenos de cambio en contextos no conocidos o ajenos a los estudiantes, ya que ellos están familiarizados con problemas que sólo involucran operaciones básicas, lo cual no potencia el desarrollo del pensamiento y el lenguaje variacional. Cantoral y Reséndiz (2003) definen el pensamiento y lenguaje variacional “como aquel que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social que le da cabida” (p.138).

El pensamiento variacional se encuentra en prácticas de la vida cotidiana de un ciudadano, es herramienta necesaria en la toma de decisiones y permite comprender el mundo circundante que cada vez se nos muestra como un mundo cambiante. De acuerdo con Vasco (2002), el cual define el pensamiento variacional como aquel que “intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (p.111). Se hace necesario crear material didáctico que involucre a los estudiantes en el reconocimiento, la percepción, identificación y caracterización de los fenómenos de cambio, a través del diseño y análisis de actividades, que permitan a los mismos sensibilizarse ante los fenómenos de cambio presentes en su cotidianidad.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desarrollo de los conceptos y las nociones en matemáticas han obligado a repensar constantemente la manera de asumir el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura. Los diversos intentos por organizar este proceso han sido objeto de análisis permanentes, los cuales han tenido como propósito la identificación de los fenómenos de cambio en la cotidianidad de los estudiantes.

En Colombia, al pasar de una organización curricular que privilegiaba el manejo de sistemas matemáticos conceptuales y simbólicos a una organización que privilegia el desarrollo de cinco tipos de pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional) se ha dado un avance positivo, “pues establece el propósito de las matemáticas escolares en el

desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas y en su utilización socialmente más poderosa: la modelación, sin limitar las matemáticas escolares a la mera aplicación de algoritmos” (Vasco, 2002, p. 110).

Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998) expresan “otra herramienta necesaria para iniciar el estudio de la variación desde la primaria la constituye el estudio de los patrones. Éstos incluyen escenarios en la vida práctica como fotografías y representaciones pictóricas e icónicas.” (p. 50) Queriendo representar escenarios de la vida práctica a partir de fotografías, como lo propone los lineamientos curriculares, hemos diseñado y analizado una actividad didáctica con el fin de responder a nuestra inquietud respecto a la necesidad de actividades que sensibilicen a los estudiantes en el estudio de fenómenos de cambio.

1.3. PREGUNTA ORIENTADORA

¿Qué tipo de actividad posibilita a los estudiantes de grado quinto del Gimnasio los Caobos acercarse comprensivamente a fenómenos de cambio que anticipan elementos del pensamiento variacional?

1.4. OBJETIVO GENERAL

Diseñar y aplicar una actividad para estudiantes de grado quinto del Gimnasio los Caobos que les posibilite acercarse comprensivamente a fenómenos de cambio.

1.5. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar en la literatura nacional e internacional, aportes didácticos relacionados con los conceptos de cambio y pensamiento variacional.

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

- Incorporar los aportes identificados, en el diseño de una actividad que facilite a los estudiantes acercarse al estudio de los fenómenos de cambio.
- Describir cómo los estudiantes interpretan situaciones de fenómenos de cambio.

CAPITULO 2



CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describen diferentes perspectivas sobre la importancia de aplicar actividades relacionadas con los fenómenos de cambio y el pensamiento variacional, y los aspectos que deben ser considerados en el diseño de dichas actividades, así como el tratamiento otorgado al estudio de los fenómenos de cambio. Se encuentran diferentes perspectivas por parte de diferentes autores, así como lo propuesto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia, los Lineamientos Curriculares Internacionales en Matemáticas y en algunos libros de texto.

2.1. RECUENTO HISTÓRICO

Desde los primeros siglos de la historia, el pensamiento variacional ha venido evolucionando a partir de la observación de fenómenos naturales, de cambios climáticos, avances en la caza y la pesca, y como solución a cualquier tipo de situación susceptible de ser cambiada. Por esta razón se hace un breve recorrido histórico que nos arroja elementos importantes respecto a su desarrollo, el cual se encuentra en la **Tabla 1**.

ÉPOCA	HECHO HISTÓRICO
3000 a. C.- 322 a. C. aproximadamente	Consolidación de la escritura - Avance en el álgebra retórica.
Siglo VI a.C.	Transformación de las matemáticas como ciencia deductiva.
Siglos XIV Y XVII	Estudio de situaciones como el movimiento, la intensidad luminosa o la intensidad del calor.
250 d.C. hasta finales del siglo XIV d.C.	Introducción del álgebra sincopada.
Siglo XIII en adelante	El estudio cuantitativo de los fenómenos analizando cualidades y formas.

Siglo XV hasta el siglo XVII	Estudio sistemático de procesos de variación y cambio relacionados con el movimiento, la intensidad luminosa y la intensidad de calor.
Siglo XVII	Introducción de funciones, en tablas, en gráficas ó en casos de comparación de tipo cinemática.
1637	Nacimiento y la expansión de la geometría analítica.
Siglo XVI	Configuración de los números reales, los números imaginarios y el álgebra simbólica.
1679	Principios fundamentales del método de las coordenadas.
Mitad del siglo XVII	Desarrollo de series de potencias de una función.
1736	Problemas del cálculo infinitesimal: la diferenciación y la integración.
1694	Aparición general del concepto de función.
Siglos XVIII y XIX	Representación simbólica del álgebra actual y la noción de función como representación de procesos de variación y cambio.
Siglo XVIII	El análisis matemático a favor del álgebra.
1718	Primera definición de función como expresión analítica.
1837	Función como relación de dependencia entre dos variables x e y , estableciendo una única regla de relación entre ellas”.
1830	Desarrollo de la teoría de variable compleja.

Tabla 1. Historia de la Variación

La comprensión científica de la variación tomó auge en el periodo comprendido entre los siglos XIV y XVII en el que se centra el interés por el estudio de las cualidades en situaciones como el movimiento, la intensidad luminosa o la intensidad de calor, inspirados en los trabajos científicos de Aristóteles y de los filósofos escolásticos sobre tópicos como el infinito, el infinitesimal y la continuidad (Moreno y Zubietta, 1996, citado en Castiblanco, Urquina y Acosta, 2004, p. 1).

Con el advenimiento desde la primera mitad del siglo XX de las tecnologías informáticas y su evolución hacia el uso de sistemas gráficos y algebraicos ejecutables, se ha abierto un campo infinito de experimentación y desarrollo en el campo de las matemáticas, con importantes repercusiones en el campo de la educación (Castiblanco, Urquina y Acosta, 2004).

Las tecnologías computacionales innovaron el cambio en el que la modelación de distintos tipos de situaciones permiten acercarse de otra manera a los fenómenos de cambio, dando innumerables posibilidades para evidenciar estos fenómenos.

2.2. TRABAJOS REALIZADOS ACERCA DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL

De acuerdo con Vasco (2002), el uso más poderoso del pensamiento matemático es la modelación y para llegar a ella, es fundamental el desarrollo del pensamiento variacional, concebido éste como el “que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad”(p. 111).

Cantoral y Reséndiz (2003) plantean que:

El pensamiento y lenguaje variacional describe, genéricamente, un programa de investigación en marcha, un programa no excluyente ni de orientaciones teóricas ni de acercamientos metodológicos, con el que se busca entender cómo es que se construye o se forma progresivamente entre los estudiantes dicho pensamiento (pp.137-138).

Cantoral y Reséndiz (2003) también conciben “el estudio del pensamiento y lenguaje variacional como aquel que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social que le da cabida. Por aquel que pone particular atención en el estudio de los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados

utilizando diferentes estructuras y lenguajes variacionales” (p. 138). En este sentido el medio social juega un papel fundamental sobre las descripciones y predicciones que los estudiantes realizan sobre los fenómenos de cambio observados.

Hoyos (1994) plantea que las tareas escolares supeditadas a aspectos como el registro de observaciones por tabulación o por graficación y la evaluación derivada del reconocimiento de un patrón, son básicas en todas las disciplinas científicas y sociales; además, indica que los fenómenos de cambio se perciben a partir del reconocimiento de patrones, que a la vez se registran mediante observaciones, siendo ésta de suma importancia en toda disciplina científica.

García, Serrano y Salamanca (2000) mencionan que “una de las nociones básicas para desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes de la Educación Básica es el estudio del cambio y su medición”. El estudio de la variación y el cambio, se convierte en eje rector desde el cual se desprenden las ideas, nociones y conceptos de una de las áreas más importantes de la matemática como es el Cálculo. Una apretada síntesis de su evolución como área en la matemática muestra que su génesis fue la necesidad de resolver problemas como los del movimiento de los astros, del flujo de los líquidos, el movimiento de cuerpos impulsados, desde los cuales surgió la necesidad de medir y matematizar los cambios y los tipos de cambio, la noción de variable, la función (García, *et al*, 2000).

Estos mismos autores señalan que, la identificación de los cambios observados en el mundo y su interpretación como problemas prácticos a resolver, es una de las herramientas necesaria tanto para introducir a los estudiantes al conocimiento informal sobre las funciones, como para la toma de decisiones sobre aspectos de la vida social del ciudadano. García, *et al*, (2000) también consideran necesario introducir en el estudio de la variación el conjugar, en la presentación de los problemas, diferentes representaciones, pictográficas, icónicas, tabulares, además de la verbal.

Bruno y Martínón (1997 citado en García, *et al*, 2000) señalan que en la elaboración de situaciones de variación, derivadas de problemas aditivos de cambio, uno de los aspectos centrales es el de establecer expresiones semánticas. La **Tabla 2** muestra algunos ejemplos sobre dichas expresiones:

EXPRESIONES DE CAMBIO	EXPRESIONES DE VARIACIÓN
Ganar	Aumentar
Regalar	Aumentar
Perder	Disminuir

Tabla 2. Expresiones semánticas

Las expresiones semánticas nos parecen de suma importancia puesto que evidencian que las palabras cotidianas son significativas en la comprensión de los fenómenos de cambio y facilitan el tránsito hacia el uso de expresiones de variación.

Euler (1755, citado en García, *et al*, 2000) con respecto a los fenómenos de cambio señala la capacidad de detectar "unas cantidades dependiendo de otras, de manera que, si las otras cambian estas cantidades también cambiarán" (p. 8); de esta manera, la idea de variación se asocia a la idea de dependencia, pues la única forma de establecer que una cosa depende de otra es hacerlas variar a fin de constatar el efecto de la variación de una de ellas en la variación de la otra. Por ejemplo, para saber si el crecimiento de una planta depende del sol, hay que hacer variar sus períodos de asoleamiento dejando otras cosas iguales. Si los períodos de asoleamiento son siempre idénticos, no será posible saber si el sol tiene un efecto sobre la planta.

2.3. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS Y ESTÁNDARES EN RELACIÓN CON EL PENSAMIENTO VARIACIONAL PARA GRADO QUINTO A NIVEL NACIONAL

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en Colombia (MEN, 1998) plantean diversos aspectos sobre cómo desarrollar habilidades frente a la comprensión de los fenómenos de cambio en relación con el pensamiento variacional.

En el grado quinto se lleva a cabo el proceso de transición desde pensamiento concreto que caracteriza los desempeños de los niños en la Educación Primaria hacia el pensamiento

abstracto, necesario para la comprensión y la aplicación de los conceptos matemáticos propuestos para la Secundaria. Esto significa que los contextos en los que se plantean las situaciones problema para comprender las nociones de variación servirán como puentes que facilitarán o no el tránsito hacia la futura comprensión de conceptos como función (de manera dinámica) y más adelante, de derivada e integral.

El MEN (1998) afirma que “otra herramienta necesaria para iniciar el estudio de la variación desde la primaria la constituye el estudio de los patrones. Éstos incluyen escenarios en la vida práctica como fotografías y representaciones pictóricas e icónicas” (p. 50), por esta razón nos parece fundamental proporcionar al estudiante herramientas que le permitan evidenciar los fenómenos de cambio a partir de su cotidianidad.

“Estas exploraciones permiten, en una primera instancia, hacer una descripción verbal de la relación que existe entre las cantidades (el argumento y el producto terminado que se lee primero) que intervienen en la transformación”(MEN,1998, p.50).

Por otro lado:

“La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional” (MEN,1998, p. 50).

También los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas(2002, p.83), para pensamiento variacional en los grados cuarto y quinto establecen:

- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.
- Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.
- Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.
- Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

2.4. ESTÁNDARES PARA QUINTO GRADO A NIVEL INTERNACIONAL

A nivel internacional hemos tomado dos fuentes, la primera es la de National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) y la Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD, 2009).

El NCTM plantea dos enfoques en los estándares para el desarrollo de pensamiento variacional: el primero llamado Patrones y Funciones, y el segundo Álgebra:

En los Patrones y Funciones se establecen los siguientes aspectos:

- Describir, extender, analizar y crear una amplia gama de patrones
- Describir y representar relaciones con tablas, gráficas y reglas
- Analizar relaciones funcionales para explicar de qué forma un cambio en una cantidad provoca un cambio en otra.
- Usar patrones y funciones para representar y resolver problemas.

En Álgebra las características son:

- Entender los conceptos de variable, expresión y ecuación.
- Representar situaciones y patrones numéricos con tablas, gráficas, reglas verbales y ecuaciones, y explorar las interrelaciones de estas representaciones.
- Analizar tablas y gráficas para identificar propiedades y relaciones.
- Adquirir confianza en la resolución de ecuaciones lineales usando métodos concretos, informales y formales.
- Investigar de manera informal inecuaciones y ecuaciones no lineales.
- Aplicar métodos algebraicos en la resolución de diversos problemas matemáticos y del mundo real.

Por su parte, la OECD(2009) conciben en los objetivos de su propuesta de evaluación Programme of International Student Assessment(PISA) la comprensión del campo matemático enfocado a la identificación de patrones en:

- Cantidades
- Espacio y forma
- Cambio y relaciones (variación).

La OECD sigue las recomendaciones de Stewart(1990) con respecto a la identificación de relaciones matemáticas que siguen patrones de cambio, tales como:

- Representar los cambios de manera comprensible (que tiene que ver con sistemas de representación).
- Entendimiento o comprensión de los tipos de cambio fundamentales.
- Reconocimiento de tipos especiales de cambio cuando suceden.
- La identificación de patrones de cambio y sus relaciones involucra el pensamiento “funcional”, definido por la OECD(2009) como pensar en y acerca de las relaciones que se encuentran en los fenómenos de cambio.

2.5. DESCRIPCIÓN DE LIBROS DE TEXTO

Nos parece importante describir la manera en que un texto disponible a nivel nacional y otro a nivel internacional tratan el desarrollo del pensamiento variacional, debido al contexto local e institucional en el que se hace la actividad (en el Gimnasio Los Caobos es de uso obligatorio el libro internacional), y para determinar la pertinencia del tipo de actividad propuesta. Al considerarlos podemos tener insumos para precisar los conocimientos propuestos por el libro de texto en lo relacionado con el desarrollo del pensamiento variacional.

El libro nacional considerado se llama Delta 5 cuyos autores son Hernández, Ortiz, López, Sarmiento cuya edición es del año 2008, y fue escogido por que es usado por varias instituciones educativas privadas en Colombia. El libro internacional se llama Progress in Mathematics 5 del año 2006 cuyos autores son Le Tourneau y Posamentier, que es el libro de uso obligatorio en el Gimnasio Los Caobos.

En cada uno de los textos se llevó a cabo la búsqueda de los contenidos, temas y actividades que tienen que ver con el desarrollo del pensamiento variacional y en particular con el desarrollo de la noción de cambio.

En términos generales, ambas publicaciones tienen prácticamente los mismos temas, diferenciándose en el nivel de profundidad y en el orden en el que estos se presentan. En la **Tabla 3** presentamos los contenidos propuestos en cada libro, de acuerdo con sus capítulos, con la correspondencia encontrada del uno al otro entre los temas.

NORMA (Delta 5)	SADLIER-OXFORD (Progress in Mathematics 5)
1. Conjuntos	1. Sentido numérico, Adición y Sustracción.
2. Números Naturales	2. Multiplicación, Números Naturales y Decimales
3. Teoría de Números	3. División, Números Naturales y Decimales.
4. Geometría	4. Expresiones y ecuaciones
5. Números fraccionarios	5. Números enteros
6. Números decimales	6. Teoría de números y fracciones
7. Razones y proporciones	7. Fracciones: Adición y Sustracción
8. Estadística	8. Fracciones. Multiplicación y División
	9. Estadística
	10. Geometría
	11. Razones y proporciones
	12. Aplicaciones del porcentaje
	13. Medidas

Tabla 3. Capítulos de los libros y su relación

La conexión con álgebra

A partir del Álgebra cada publicación evidencia su interés por el desarrollo del pensamiento variacional, pero cada una usa caminos distintos, con enfoques y niveles de profundidad diferentes.

En la publicación nacional se expresa literalmente el propósito de cumplir con el estándar de cada tema para el desarrollo de pensamiento variacional, cosa que no ocurre con el texto internacional donde se acude a la formalización, a través de expresiones algebraicas, desde muy temprano.

La **Tabla 4** presenta las características del desarrollo del pensamiento variacional a partir del Álgebra.

Delta 5		Progress in Mathematics 5
<p>Al final de cada capítulo propone dos o tres actividades explicitando el propósito, en su orden:</p> <p>Completar secuencias</p> <p>Encontrar regularidades</p> <p>Hallar equivalencias</p> <p>Encontrar sólido a partir de figura plana (Geometría)</p> <p>Cuadrados mágicos</p> <p>Evaluar expresiones algebraicas (Decimales)</p> <p>Describir patrones</p>		<p>Dentro de los temas expuestos en cada uno de los temas resalta de manera específica los relacionados con el desarrollo del pensamiento variacional a través de la etiqueta “álgebra”, que propone la búsqueda de la relaciones entre números u operaciones.</p> <p>Así, para estos autores el “comparar y ordenar” en cualquiera de los capítulos es una actividad que involucra el análisis del cambio.</p>
<p>Las expresiones algebraicas se introducen en el capítulo de decimales. Se hace trabajo con expresiones con incógnitas representadas por figuras, no por letras, en el capítulo de fracciones, lo que podría confundir.</p>		<p>Las expresiones algebraicas se introducen desde el primer capítulo del libro, para evaluar expresiones.</p>
PATRONES	<p>No propone actividades para descubrir patrones en la multiplicación por 10, 100, 1000, etc, con números naturales, pero sí lo hace en el capítulo de números decimales.</p>	<p>Si propone actividades para descubrir patrones en la multiplicación por 10, 100, 1000, etc, tanto con número naturales como con números decimales.</p>
	<p>No propone actividades para descubrir patrones en la división por 10, 100, 1000, etc. con números naturales, pero sí lo hace en el capítulo de números decimales.</p>	<p>Si propone actividades para descubrir patrones en la división por 10, 100, 1000, etc. tanto con número naturales como con números decimales.</p>

Tabla 4. Características del desarrollo del pensamiento variacional a partir del Álgebra

Razones y proporciones

Como se aprecia en la **Tabla 3** en ambos textos se aparta un capítulo para el estudio de las razones y proporciones que, de acuerdo a la bibliografía consultada, principalmente Cantoral y Reséndiz (2003) es la temática apropiada para la introducción de los conceptos de cambio en los estudiantes de quinto de primaria.

Mientras que en el texto nacional se plantean contextos y situaciones para la introducción del significado de razón, en el libro internacional se hace explicación formal de su representación, para luego ser aplicada en una situación propuesta.

La **Tabla 5** muestra la secuencia del tratamiento de las proporciones y sus aplicaciones en el estudio de conceptos de cambio.

Delta 5	Progress in Mathematics 5
Proporción como igualdad entre dos razones, y propiedad fundamental de las proporciones para encontrar valores faltantes.	Concepto de razones equivalentes. Encontrar valor faltante en la igualdad de razones.
Magnitudes directamente proporcionales. Cociente constante entre magnitudes. Representación lineal en el plano cartesiano.	Tasas, tasa unitaria. Comparación de magnitudes con la unidad.
Magnitudes inversamente proporcionales. Producto constante entre magnitudes. Representación de una curva en el plano cartesiano.	Proporciones. Se presentan como ecuaciones para obtener un término desconocido a partir de la igualdad de dos razones.
Regla de tres simple directa. Contexto de solución de problemas para encontrar valor desconocido en una proporción.	Métodos para resolver proporciones, usando conocimientos previos de fracciones.
Regla de tres simple inversa. Contexto de	Escribir proporciones. Métodos y datos a

solución de problemas para encontrar valor desconocido en una proporción.	usar para representar un problema como proporción.
Porcentaje. Se presenta como la razón en la que se compara un número con el número 100.	Proporción y similaridad entre figuras. Aplicación de la proporción para obtener datos desconocidos de figuras geométricas similares.
Escalas en planos. Relación entre distancia en el dibujo y distancia en la realidad.	Escalas en planos. Relación entre distancia en el dibujo y distancia en la realidad.
	Relación entre porcentaje y fracciones. Uso de proporciones para encontrar el porcentaje que corresponde a una fracción, haciendo que el denominador sea 100.
	Relación entre porcentaje y números decimales. Escritura de porcentajes como números decimales y viceversa.
	Significado de porcentajes mayores a 100% y significado de porcentajes menores a 1%

Tabla 5. Tratamiento de las proporciones y sus aplicaciones en el estudio de conceptos de cambio

CAPITULO 3



CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

En este capítulo en primer lugar se describirá la guía del profesor donde mencionamos las temáticas abarcadas, la justificación, objetivos general y específicos de la actividad, la metodología y los recursos y materiales didácticos utilizados en la misma. Como segundo punto planteamos el protocolo de la actividad aplicada a los quince estudiantes de grado quinto del Gimnasio los Caobos, con edades comprendidas entre diez y doce años y por último realizamos el análisis de las producciones de los estudiantes.

4. GUÍA DEL PROFESOR

A través de esta guía proponemos una referencia de trabajo para el profesor de tal manera que logre orientar adecuadamente a los estudiantes en el desarrollo secuencial de la misma.

Temáticas

- Representación de fenómenos de cambio
- Representación pictórica a partir de fotografías, tabular y gráfica.

Descripción de la actividad LA VIDA DE NATALIE

Los patrones de covariación entre cantidades suelen trabajarse en la escuela a partir de regularidades numéricas; esta actividad propone el análisis de patrones de covariación a partir de fenómenos de cambio cualitativos. En la actividad se presenta a los estudiantes un video donde se muestra el crecimiento de una niña llamada Natalie, a partir de su nacimiento hasta los diez años, éste video establece patrones de covariación los cuales están relacionados con fenómenos de cambio cualitativos del desarrollo de Natalie, como por ejemplo el largo del cabello, la estatura, rasgos físicos, entre otros.

Justificación

Para esta actividad nuestras cantidades de covariación están dadas por el tiempo de crecimiento de Natalie y el crecimiento de ella durante determinados períodos, de esta manera se extiende la posibilidad de analizar aspectos cualitativos del crecimiento de Natalie como por ejemplo, cambios de los rasgos faciales, crecimiento de cabello, dientes, gestos ante la cámara, estados de ánimo, además de relacionarlo paralelamente con un trabajo que se viene adelantando en el curso sobre el cambio de la estatura de los estudiantes en el transcurso del año escolar.

Como lo propone Cantoral y Reséndiz, (2003)“el pensamiento variacional busca entender cómo se construye paulatinamente dicho pensamiento entre los estudiantes” (pp. 137-138), de acuerdo con esto, el medio social juega un papel fundamental sobre las descripciones y predicciones que los estudiantes realizan sobre los fenómenos de cambio observados. (Cantoral y Reséndiz, 2003)

Queriendo representar escenarios de la vida práctica a partir de fotografías como lo propone los Lineamientos Curriculares(MEN, 1998, p.50), hemos aprovechado el video¹de las fotografías diarias tomadas por un padre a su hija desde su nacimiento hasta los diez años de edad, con el fin de facilitar a los estudiantes el análisis cualitativo y cuantitativo de fenómenos de cambio a partir del desarrollo de la actividad, teniendo así la posibilidad de relacionar los fenómenos de cambio presentes en Natalie, con el tiempo transcurrido, al igual que con sus propias vivencias. Lo que está de acuerdo con el MEN (1998) al plantear que en quinto de primaria los estudiantes deben estar en capacidad de describir y analizar fenómenos de cambio y variación presentes en su contexto.

En la actividad, el uso de la organización de tablas se da al momento de clasificar las fotografías de Natalie de acuerdo a los rangos de edades propuestos y en la organización de los rangos de edades, de acuerdo a los segmentos que representan las estaturas.

Dando cumplimientos a los estándares, esta actividad permite interpretar variaciones representadas gráficamente a partir de fotografías, describirlas verbalmente estableciendo reglas

¹Tomado de: [www.youtube.com](http://www.youtube.com/watch?v=ejbNVWES4LI&feature=related). Recuperado el 23 mayo de 2011 en <http://www.youtube.com/watch?v=ejbNVWES4LI&feature=related>

cuantitativas de variación dependientes del tiempo y predecir patrones de variación, para períodos de tiempo que no están en el video.

Objetivo general

- Determinar cómo los estudiantes interpretan situaciones de fenómenos de cambio.

Objetivos específicos

- Observar y registrar las acciones de los estudiantes durante la actividad.
- Indagar las razones que expresan los estudiantes para sustentar la solución a la situación problema planteada.

Metodología

a) *Organización del aula:*

La clase de 90 minutos, está organizada de la siguiente manera:

ACTIVIDADES	DURACIÓN
Organización de los estudiantes para la observación de los videos y presentación de éstos	10 minutos
La distribución del material se iba dando a medida que avanzaban en el desarrollo de las preguntas y se hacía la explicación específica de cada una.	
Trabajo individual, desarrollo de la guía	50 minutos
Trabajo grupal (comparando sus trabajos y explicando al compañero)	20 minutos
Cierre	10 minutos

b) Roles

ESTUDIANTE: El estudiante participa activamente en la actividad, interactuando con el material, realizando la correspondencia con las distintas representaciones (pictórica, tabular y gráfica), al igual que proponiendo y desarrollando estrategias de solución, que serán socializadas en pequeños grupos de trabajo.

PROFESOR: Se espera que el profesor de a conocer a los estudiantes la intención de la actividad propuesta y facilite en ellos, la manera de abordarla, de tal forma que tengan toda la disposición para concentrarse en el desarrollo de la actividad, siendo un agente dinamizador con actitud orientadora.

Recursos y materiales didácticos

Se utilizará el video, tijeras, pegante, lápiz, borrador, un sobre que incluye las fotografías de Natalie, otro sobre con los recuadros de rango de edad, y la guía del estudiante.

Los materiales utilizados para realizar la actividad se describen a continuación:

- Un sobre que contiene ocho fotos de diferentes etapas del crecimiento de Natalie obtenidas del video visto. Las fotos son las siguientes:



INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

- Un sobre que contiene ocho cuadros correspondientes a rangos de edades de Natalie, con espacio para que los estudiantes puedan pegar una foto. Los cuadros se presentan a continuación:

Menor de 2 años	Mayor de 5 años y menor de 6 años.	Mayor de 7 años y menor de 8 años.

Mayor de 3 años y menor de 4 años.	Mayor de 2 años y menor de 3 años	Mayor de 6 años y menor de 7 años.

Mayor de 8 años y menor de 10 años.	Mayor de 4 años y menor de 5 años.

3.1. GUÍA DEL ESTUDIANTE

A continuación se presenta la actividad aplicada a los estudiantes llamada ACTIVIDAD LA VIDA DE NATALIE

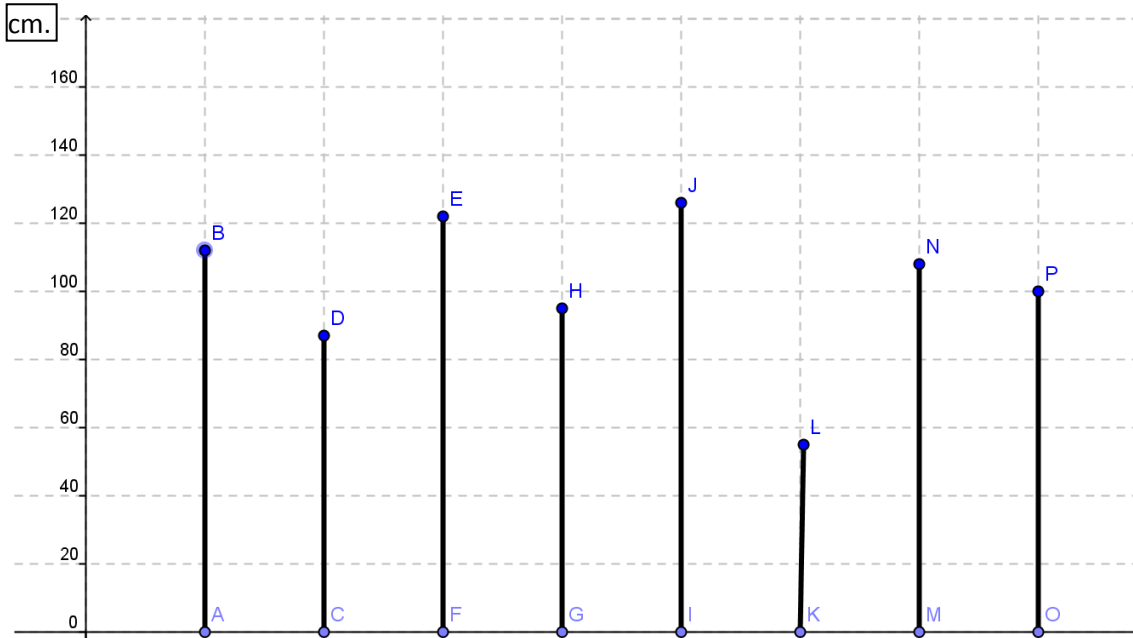
ACTIVIDAD LA VIDA DE NATALIE

NOMBRE: _____

Siga las siguientes indicaciones.

1. Escriba cuál es el tema del video que acabó de ver.
2. Divida las ocho fotos en tres grupos, determinando los criterios que hacen que las fotos seleccionadas hagan parte del grupo.
3. Pegue cada una de las fotos en el cuadro adecuado según el rango de edad Natalie.
4. En el siguiente espacio organice los cuadros en los cuales pegó las fotos de la manera que considere adecuada.
5. Escriba las características que encontró en cada una de las fotos que hacen que Natalia se ubique en los años que escogió.
6. A partir del video de Natalie determine las características que ella tendrá de 10 a 12 años y de 12 a 14 años.
7. A partir de la gráfica que muestra las diferentes estaturas de Natalie, complete la tabla escribiendo el rango de edad que corresponde a cada segmento.

Altura Natalie en cada una de las fotos



Segmento	Edad de Natalie
AB	
CD	
EF	
GH	
IJ	
KL	
MN	
OP	

3.2. PROTOCOLO

Condiciones iniciales

La actividad se realizó durante dos horas de clase consecutivas (bloque) de 45 minutos cada una. Inicialmente se presentaa los estudiantes el video donde se muestra el crecimiento de Natalie, a partir de su nacimiento hasta los diez años, y posteriormente se les entregó los materiales de trabajo y se les invitó a que siguieran las instrucciones que allí aparecen.

Descripción de lo sucedido en la solución de la actividad

La primera instrucción que se les dio a los estudiantes para el inicio de la actividad fue responder cada una de las preguntas de la manera que consideraran correcta, teniendo en cuenta que no había respuestas buenas ni malas, es decir, que todas eran válidas.

Los estudiantes no tuvieron ninguna dificultad para responder la primera pregunta y en su mayoría respondieron que se trataba del crecimiento de una niña.

En la segunda pregunta, las dudas de la mayoría de los estudiantes tenían que ver con los criterios que deberían utilizar para formar los grupos y con la manera de diferenciarlos en la descripción.(por ejemplo: “profe, cómo los diferencio?”, “Qué nombre debo poner a cada grupo?”)

En el desarrollo de la tercera pregunta, hubo estudiantes que manifestaron que una de las fotos no se encontraba dentro de ninguno de los rangos de edad, o que probablemente estaba en el mismo rango de otra foto.

En la pregunta cuatro, todos los estudiantes optaron por organizar las fotos de manera cronológica, de menor a mayor.

Para la pregunta cinco, la exigencia de justificar de manera concreta las razones de la organización anterior significó una reflexión y una observación más detallada de las fotos para

describir las características que indicaban los cambios en la niña. Esto significó en algunos casos que cambiaran el lugar de alguna de las fotos y la pusieran en otro recuadro.

Las predicciones que se pidieron en la pregunta seis, se convirtieron en un espacio para la expresión de lo que los estudiantes conciben como cambio, madurez y crecimiento, todo inmerso dentro del contexto social en el que viven.

En la pregunta siete, cuyo propósito era la asignación de las fotos en los segmentos que representaban las estaturas, a través de una tabla, los estudiantes evidenciaron dificultades para tomar información de dos fuentes (o representaciones), las fotos y los segmentos, y escribirla ordenadamente en la tabla.

En el desarrollo de la actividad hubo algunos hechos que llamaron la atención:

- Un estudiante que tiene buenas notas en las evaluaciones de matemáticas, tuvo dificultades para entender la instrucción y cumplir con el trabajo pedido.
- Una estudiante que no logra buenos resultados en la clase de matemáticas hizo un excelente trabajo en esta actividad.
- Los niños comparaban su organización final de las fotos con las de sus compañeros.
- Al ser una clase completamente diferente a la usual, preguntaron la razón de esa actividad, a lo que se respondió que se trataba de saber cómo pensaban los estudiantes de su edad.

3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Resultados de los estudiantes frente a la actividad realizada

En los siguientes párrafos se analizan las respuestas dadas a las preguntas de la actividad por parte de los estudiantes, desde los conceptos relacionados a fenómenos de cambio y pensamiento variacional planteados por Vasco (2002), Bruno y Martínón (1997 citado en García,*et al*, 2000), y Cantoral y Reséndiz (2003).

1. Escriba cuál es el tema del video que acabó de ver.

2. yo creo que el video se trataba de como va creciendo la niña con los años.

1. yo creo que el primer video se trataba sobre una niña que desde bebé se iba creciendo.

El video se trataba de una niña que crecía.
1. watch a video: el video se va a tratar de una niña que va creciendo y va cambiando.

Frente a esta pregunta los estudiantes no tuvieron dificultad en afirmar que se trataba del crecimiento de Natalie con respecto al tiempo, de esta manera como lo afirma Vasco (2002) los estudiantes intentan producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación, teniendo claro que las magnitudes que se están manejando son el tiempo y el crecimiento de Natalie.

Al responder la primera pregunta los estudiantes usaron las siguientes palabras claves:

- Desarrollo : 7%
- Crecimiento : 79%
- Paso del tiempo: 21 %
- Cambio : 21%
- Ciclo : 7%

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

2. Divida las ocho fotos en tres grupos, determinando los criterios que hacen que las fotos seleccionadas hacen parte del grupo.






Espero porque lo ise de cuando ella era bebe
mono de cuando ella era mas grandisita
gato de cuando ella era mas grande

2. 3 group of pictures: 1,2,3,4,5,6,7, negra amarilla cafe,
verde azul rosa, ABCDEFGHIJKLM, Rojo gris manzanilla, 132, 141,
12315.

Para esta pregunta los estudiantes determinaban su propio código con el cual identificaban cada uno de los grupos de fotos, siendo importante el desarrollo lingüístico para poder expresar de forma clara las razones por las cuales agrupaban las fotos en la forma que lo hicieron. De esta manera, se hace clara la pertinencia de la propuesta de Bruno y Martínón (1997 citado en García, et al, 2000) en cuanto a las expresiones semánticas.

3. Pegue la foto en cada uno de los cuadrados que corresponde.

GIMNASIO LOS CAOBOS
Departamento de Matemáticas
Actividad de investigación. Profesor: Guillermo Marín. NOMBRE: Andrés Hernández
Ubique cada una de las fotos según los años correspondientes a la edad de Natalia que se indicará en los siguientes cuadros:

Menor de 2 años 	Mayor de 2 años y menor de 3 años 	Mayor de 3 años y menor de 4 años. 	Mayor de 6 años y menor de 7 años. 
Mayor de 8 años y menor de 10 años. 	Mayor de 4 años y menor de 5 años. 	Mayor de 5 años menor de 6 años. 	Mayor de 7 años y menor de 8 años. 

Para esta pregunta muchos estudiantes dudaban frente a la escogencia de la foto adecuada que se encontraba dentro del rango de edad pedido, teniendo mayor dificultad para establecer la foto correspondiente al rango entre cuatro y cinco años, al igual que para establecer la foto correspondiente al rango entre seis y siete años, debido a que los rasgos de la niña entre estos periodos de tiempo se asemejan entre si; otros estudiantes argumentaban que no había ninguna foto correspondiente a la edad de la niña en el rango entre dos y tres años, ya que la foto que colocaron fue la más parecida a ese rango, pero definitivamente no había una correspondencia entre el tiempo relacionado con ese rango de edad y los rasgos de la niña para esa edad.

Para esta pregunta los estudiantes se enfrentan a lo que propone Vasco (2002), respecto al pensamiento variacional: “primero trata de captar qué varía, con qué y cómo... Tiene pues un momento de captación de lo que cambia y lo que permanece constante y de los patrones que se repiten en ciertos procesos” (p.111)

Al comparar el orden correcto de las fotos con aquellos propuestos por los estudiantes se encontró:

- El 55% confundió las fotos de los rangos “Mayor de 6 y menor de 7 años” con “Mayor de 7 y menor de 8 años”
- El 13% confundió las fotos de los rangos “Mayor de 4 y menor de 5 años” con “Mayor de 5 y menor de 6 años”
- El 7% confundió las fotos de los rangos “Mayor de 6 y menor de 7 años” con “Mayor de 5 y menor de 6 años”
- El 7% confundió las fotos de los rangos “Mayor de 6 y menor de 7 años” con “Mayor de 8 y menor de 10 años”
- El 7% confundió las fotos de los rangos “Mayor de 7 y menor de 8 años” con “Mayor de 8 y menor de 10 años”
- El 45% ubicó las fotos de acuerdo a la secuencia del video.

Para las preguntas 4 y 5 hacemos una descripción conjunta de las respuestas pues consideramos que los estudiantes respondieron con características muy similares o iguales.

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

4. Ordénelos en la hoja según el criterio que considere adecuado y justifique porque lo hizo así.

④ En la 1 = Foto = me parece la más joven y por eso la puse en la Primera.
en la 2 = Foto = la puse ahí por que se parece al hermano pequeño de un amigo.
en la 3 = Foto = la puse ahí por que me pareció un niño.
en la 4 = Foto = la puse por que me pareció de esos años.
en la 5 = Foto = la puse ahí por que ya estaba empezando a madurar.
en la 6 = Foto = la puse ahí por que está siendo chistosa.
en la 7 = Foto = la puse ahí por que ya maduro.
en la 8 = Foto = la puse por que se ve joven y más madura.

1 la puse porque era la más pequeña.
2 la puse porque esa la segunda más pequeña.
3 la puse porque no tenía el pelo tan largo.
4 la puse porque tenía el pelo más largo.
5 porque su pose me lo dijo.
6 porque esu pelo.
7 porque era muy pequeña.
8 porque era la última que me quedaba.

4. Organiza: lo organizo así por la forma de la cara que se parecen a los años de la cara.

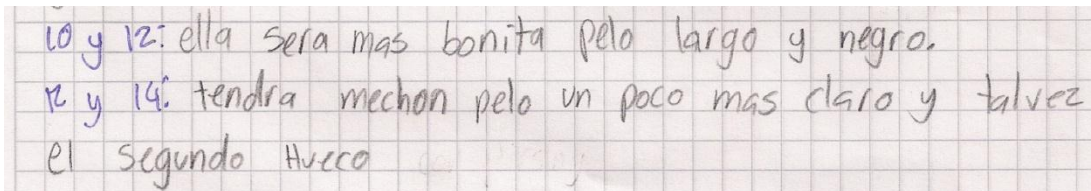
5. Escriba las características que encontró en cada una de las fotos que hacen que Natalie se ubique en los años que escogió.

la de menor de 2 años yo se q' es menor xq' era una bebe.
la mayor de 2 y menor de 3 por que estaba + grande que la de menor de 2.
la de mayor de 3 por q' tenía el pelo más largo.
la mayor de cuatro x q' ya estaba más grandecita y con más pelo.
la mayor de 5 - xq' tenía + pelo y era más grande.
la mayor de 6 - xq' tenía + pelo y era más grande.
la mayor de 7 - yo lo puse así xq' a uno le da por escribir en las fotos después de los 7.
la mayor de 8 - xq' está más alta y con el pelo largo.

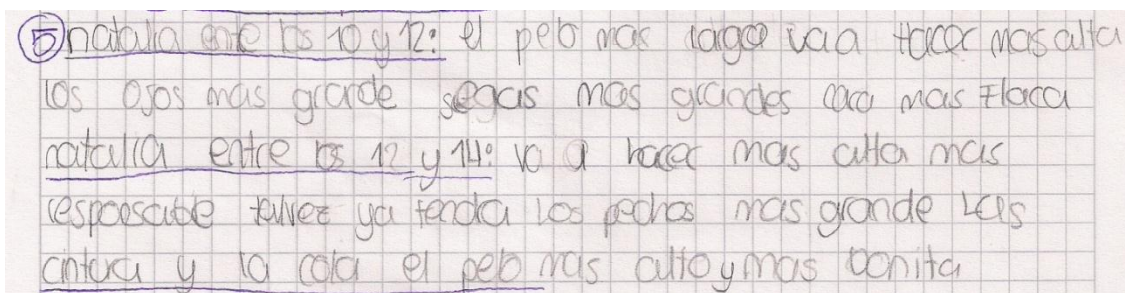
Para la cuarta y la quinta pregunta, los estudiantes optaron por organizar las fotos ascendentemente determinando características como el crecimiento del cabello, la madurez, el parecido con algún conocido de esa edad, los gestos de la cara, entre otros, ajustándose a la propuesta de Vasco (2002) en cuanto a captar lo que cambia y lo que permanece constante, usando expresiones semánticas como las descritas por Bruno y Martiñón (1997 citado en García, *et al*, 2000).

Las características asociadas por los estudiantes, están determinadas por el contexto social y las vivencias particulares de estos, debido a que en este Colegio los niños pueden ver que los estudiantes de grados superiores se visten y usan accesorios a los que se refieren en sus predicciones, y se relacionan con la propuesta de Cantoral y Reséndiz (2003) quienes conciben el pensamiento variacional como “aquel que pone particular atención en el estudio de los diferentes procesos cognitivos y culturales con que las personas asignan y comparten sentidos y significados utilizando diferentes estructuras y lenguajes variacionales” (p. 138).

6. A partir del video de Natalie determine las características que ella tendrá de 10 a 12 años y de 12 a 14 años.



10 y 12: ella sera mas bonita pelo largo y negro.
12 y 14: tendra mechon pelo un poco mas claro y talvez el segundo Avuca



⑤ Natalia entre los 10 y 12: el pelo mas largo va a hacer mas alta los ojos mas grande sejas mas grandes cara mas Flaca Natalia entre los 12 y 14: va a hacer mas alta mas responsable talvez ya tendra los pechos mas grande los cintura y la cara el pelo mas alto y mas bonita

5. La foto de natalia de 10 a 12 ella va a ser mas madura y mas alta y de 12 a 14 va a tener el pelo bien bien largo y mas mas alta.

5. natalia en la foto cuando tenga 10 va hacer con el pelo cafe oscuro con ojos azules y pelo muy largo cuando tenga 12 va hacer mas alta flaca con el pelo más largo muy flaca y ojos verdes. cuando tenga 14 va hacer mucho más flaca con el pelo más largo con el pelo cafe claro y muchomás flaca y los ojos cafe verdoso.

En esta pregunta fue relevante el carácter sociocultural que le agregaban los estudiantes ya que las respuestas dadas tuvieron en cuenta los cambios observados en el video y, además, el contexto social de ellos y sus preferencias físicas y comportamentales de una niña de la edad de Natalie, estando de acuerdo con Cantoral y Reséndiz (2003) quienes definen el estudio del pensamiento y el lenguaje variacional “como aquel que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de saberes matemáticos propios de la variación y el cambio en el sistema educativo y en el medio social que le da cabida” (p. 138), de la misma forma se relaciona con Vasco (2002) y Bruno y Martínón (1997 citado en García, *et al*, 2000) en lo descrito para la pregunta cinco.

7. A partir de la gráfica que muestra las diferentes estaturas de Natalie, complete la tabla escribiendo el rango de edad que corresponde a cada segmento.

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

Proceso A

Segmento	Edad de Natalie
AB	114
CD	82
EF	121
GH	85
IJ	123
KL	47
MN	127
OP	106

Proceso B

Segmento	Edad de Natalie
AB	5-6
CD	6-7
EF	7-8
GH	4-5
IJ	9-10
KL	24
MN	6
OP	4

Proceso C

Segmento	Edad de Natalie
AB	Mayor de 5 años
CD	Mayor de 2 años
EF	Mayor de 8 años
GH	Mayor de 3 años
IJ	10 años
KL	Menor de dos años
MN	Mayor de 5 años
OP	Mayor de 4 años

Para esta pregunta, se presentaron los tres casos mostrados anteriormente, en el proceso A no se comprendió la pregunta razón por la cual los estudiantes colocaron la lectura de medida de cada uno de los segmentos, en el proceso B los estudiantes lo relacionaron con la edad que ellos consideraban adecuada para un niño promedio de esa estatura y en el proceso C establecieron el rango de edad adecuado, evidenciando la dificultad de los estudiantes para comprender la situación pedida a partir de otro tipo de representación.

En el desarrollo de esta pregunta, al completar la tabla mostrada anteriormente correspondientes a las estaturas, se encontró:

- El 33% asignó las fotos a los segmentos correspondientes a la estatura promedio de cada edad.
- El 17% usó en la tabla una combinación de rangos de edades con edades específicas.
- El 22% usó edades específicas en la tabla.

- d. El 17% no escribió las edades en la tabla, sino las longitudes de los segmentos mostrados.
- e. El 7% no escribió ninguno de los rangos en los segmentos que les corresponden.
- f. El 4% escribieron lo descrito en los puntos b. y c.

CAPITULO 4



CAPÍTULO IV

4. CONCLUSIONES Y REFLEXIONES

En este capítulo plasmaremos las conclusiones obtenidas a partir de la aplicación de la actividad diseñada orientada al acercamiento comprensivo a los fenómenos de cambio, cuyo objetivo fue determinar cómo los estudiantes interpretan situaciones de fenómenos de cambio, observándolos durante la resolución de la actividad. Más adelante plantearemos algunas reflexiones sobre la importancia de presentar a los estudiantes actividades que los sensibilicen ante los fenómenos de cambio.

4.1. CONCLUSIONES GENERALES

Para los estudiantes una de las magnitudes necesariamente involucradas con el cambio es el tiempo, por esta razón relacionan sin dificultad las magnitudes que intervienen en el video.

Los estudiantes mostraron agrado frente a esta actividad debido a que se utiliza actividades innovadoras diferentes al contexto usual de la clase y les exige otro tipo de reflexiones y análisis, además, les ofrece cierta identificación personal relacionada con la edad de la protagonista del video.

Las predicciones de los estudiantes frente a la apariencia física de Natalie a los doce y a los catorce años están relacionadas con los cambios observados en el video y, además, con el contexto social de ellos y sus preferencias físicas y comportamentales de una niña de la edad como Natalie.

La organización de las fotos se les facilitó más a los estudiantes que han tenido la oportunidad de convivir con niños en edades entre uno y diez años ya que comparaban los rasgos físicos con los de los niños que conocen entre esas edades, puesto que usaron este argumento en su escrito.

Los estudiantes no se restringen a lo que vieron en el video, acudiendo a sus experiencias personales y de esta manera amplían sus estrategias para la organización de las fotos ya que en ningún momento piden que se repita el video para asegurarse de sus opiniones y respuestas.

Considerando las respuestas y justificaciones dadas por los estudiantes a su forma de organizar las fotos, se evidencia la necesidad de trabajar la competencia argumentativa ya que a los estudiantes se les dificultó la explicación de criterios y su consistencia.

Considerando el carácter cualitativo de la actividad aplicada, juega un papel fundamental el desarrollo lingüístico del estudiante, ya que este es el que le permite comunicar o dar cuenta y argumentar sobre su comprensión de fenómenos de cambio que indican el desarrollo del pensamiento variacional. El aspecto lingüístico no hubiera tenido tanta importancia ni hubiera exigido tanto a los estudiantes si la actividad se hubiera enfocado en descripciones cuantitativas de un fenómeno particular.

Por la edad de los estudiantes a los cuales se les aplicó la actividad (de diez a doce años) no es fácil relacionar los distintos tipos de representación del cambio propuestos por nosotros, ya que en el paso de la representación pictórica (a partir de fotografías) a la representación tabular y a la representación gráfica el cincuenta por ciento de ellos evidenció desaciertos. Esta situación se presenta porque los estudiantes no trabajan con diferentes representaciones de los conceptos en sus clases de matemáticas, por tanto no han aprendido a analizar e interpretar datos en otros representaciones, sin embargo, creemos que si se trabajara con varias representaciones los estudiantes obtendrían aprendizajes más significativos.

El trabajo relacionado con la medición de las estaturas de los estudiantes que se había adelantado antes de la aplicación de la actividad y que se sigue realizando posterior a la actividad proporcionó un marco de referencia que ayudó a los estudiantes a entender la parte del trabajo que realizaron.

El tipo de actividad que ayuda a los estudiantes en su acercamiento a los fenómenos de cambio debe involucrar elementos cualitativos, no sólo cuantitativos, que estén en contextos familiares para ellos y que los desafíen.

4.2. REFLEXIONES

Es muy importante la motivación y el carácter desafiante de las actividades propuestas para las clases, puesto que mantiene en los estudiantes el interés por conocer y el deseo de obtener resultados. Las clases debieran darse en contextos cercanos y conocidos, en los cuales la presentación de los nuevos conceptos posibilite al estudiante asignar un valor significativo para facilitar su uso y comprensión. Al enfrentar diversos tipos de situaciones, los estudiantes tienen la posibilidad de mostrar potencialidades que no son tan evidentes cuando se trabaja dentro de cierto tipo de contextos y estrategias de solución de problemas comunes.

Es muy importante mostrar a los docentes y a los estudiantes, que los fenómenos de cambio y variación no se encuentran ni se trabajan solamente a partir de la representación numérica y simbólica, por el contrario se encuentran a nuestro alrededor y que la habilidad para reconocerlos se gana en el diario vivir. Por esta razón el MEN(1998) afirma que en la primaria es muy importante incluir escenarios en la vida práctica como fotografías y representaciones pictóricas e icónicas para el desarrollo del pensamiento variacional, donde los estudiantes pongan en juego la capacidad lingüística para expresar y justificar el trabajo realizado.

BIBLIOGRAFÍA

Cantoral, R. y Reséndiz, E. (2003). El papel de la variación en las explicaciones de los profesores: un estudio en situación escolar. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(2), 133-154.

Castiblanco, A., Urquina, H., y Acosta E. (2004). Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Bogotá, Colombia: Enlace Editores Ltda.

García, G., Serrano, C., y Salamanca, J. (2000). En Universidad Pedagógica Nacional (Ed.). *XVII Coloquio Distrital de matemáticas y estadística: memorias*, (pp. 1-24). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Gaia.

Hernández, E., López, N., Ortiz, S. y Sarmiento, M. (2008). *Delta 5*. Bogotá, Colombia: Editorial Norma.

Hoyos, V. (1994). *Un estudio exploratorio sobre la asignación de sentido a las representaciones básicas de la variación, al término de la primaria y al inicio de la secundaria*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Le Tourneau, C. y Posamentier, A. (2006). *Progress in Mathematics 5*. New York: United States of America: Ed. Sadlier-Oxford

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares. Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá, D.C.

Ministerio de Educación Nacional. (2002). *Estándares Básicos para Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá, D.C.

The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia, United States of America.

Organisation for Economic Co-operation and Development. (2009). Programme for International Student Assessment (PISA) 2009. París, France.

Vasco, C. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Congreso Internacional Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas: memorias*, (pp. 109-118). Bogotá, Colombia: MEN.

ANEXOS



ANEXOS

En este apartado anexamos el resumen sobre nuestro trabajo de grado, presentado en un Congreso Internacional llevado a cabo del 11 al 15 de julio de 2011 en Camagüey, Cuba.

VIGÉSIMO QUINTA REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA

Documento aprobado

INTRODUCCIÓN A LA VARIACIÓN EN QUINTO DE PRIMARIA

Juan Manuel Salas Martínez, Luis Guillermo Marín Saboya, Ana Alicia Guzmán Castro
Universidad Pedagógica Nacional – Colombia.

juanmanuelsalasmartinez@hotmail.com, edma_lmarin256@pedagogica.edu.co
aguzman@pedagogica.com

Nivel: Básico Categoría: Pensamiento variacional

Resumen

La evidencia en la labor docente indica que no es fácil para los estudiantes de grado quinto la comprensión de los temas relacionados con el pensamiento variacional, ya que los obliga a dejar el pensamiento concreto pasando a interpretar, predecir, reconocer, percibir, identificar, caracterizar, modelar y representar en contextos no conocidos o ajenos a los estudiantes.

Por esta razón se considera importante que desde la primaria los estudiantes le den sentido y significado a la variación.

Formulación del problema

La evidencia en la labor docente indica que no es fácil para los estudiantes de grado quinto de primaria la comprensión de los temas relacionados con el pensamiento variacional, ya que los obliga a dejar el pensamiento concreto pasando a interpretar, predecir, reconocer, percibir, identificar, caracterizar, modelar y representar en contextos no conocidos o ajenos a los estudiantes.

Por esta razón se considera importante que desde la primaria los estudiantes le den sentido y significado a la variación, ante este hecho nos planteamos la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué tipo de actividades permite a estudiantes de grado quinto de primaria acercarse a fenómenos de variación y cambio que anticipan elementos del pensamiento variacional?

Justificación

En los grados séptimo y octavo y noveno se hace notoria la dificultad que tienen los estudiantes para la comprensión de los conceptos relacionados con variación, y mucho más, para la aplicación de los mismos en situaciones problema.

No se ha generado una secuencia de actividades o una aproximación al tema de variación dentro del currículo de grado quinto de primaria en el Gimnasio Los Caobos.

Dentro de los estándares básicos de competencias propuestos por el Ministerio de Educación Colombiano se plantea la necesidad de propiciar el desarrollo de cinco tipos de pensamiento matemático, entre ellos el Variacional. Según los estándares de Matemáticas:

El pensamiento variacional tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (MEN, 2003).

Se hace necesario que los estudiantes le den significado y sentido a los conceptos básicos de Variación a partir del diseño, implementación y análisis de una secuencia didáctica de actividades, de tal manera que más allá de cumplir los estándares, sea para ellos una base importante para los grados siguientes y así puedan asimilar el concepto, manifestando el desarrollo de este tipo de pensamiento en los grados superiores de Educación Media, al estudiar Álgebra y Cálculo.

Objetivo General

Elaborar, aplicar y analizar una propuesta de actividades orientada a estudiantes de grado quinto de primaria del Gimnasio Los Caobos, en torno a la variación y el cambio.

Objetivos Específicos

Elaborar y aplicar una actividad diagnóstico para identificar los conceptos previos sobre variación y cambio presentes en los estudiantes de quinto de primaria del Gimnasio los Caobos.

Identificar los procesos que utilizan los estudiantes de grado quinto de primaria del Gimnasio Los Caobos, cuando trabajan actividades o situaciones significativas en torno al concepto de variación y cambio, a partir de la aplicación de la propuesta de actividades y la actividad diagnóstico.

Identificar las estrategias que utilizan los estudiantes de grado quinto de primaria del Gimnasio Los Caobos para describir, modelar o representar las situaciones propuestas en torno a la variación y el cambio.

Marco referencial

Se parte de la necesidad de incorporar recomendaciones que en tal sentido se orientan desde los estándares curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Colombiano.

Partiendo de la necesidad de que el estudiante sea competente en todas las disciplinas resaltamos

la idea de Hoyos quien considera relevante el registro de observaciones y las distintas representaciones de lo observado: “Las tareas escolares supeditadas a aspectos como el registro de observaciones por tabulación o por graficación y la evaluación derivada del reconocimiento de un patrón, son básicas en todas las disciplinas científicas y sociales” (Hoyos, 1994).

Diseño metodológico preliminar

La metodología a usar es la de resolución de problemas, donde mediante una actividad o situación significativa para los estudiantes, puedan proponer e interactuar con sus compañeros de grupo aportando y escuchando ideas sobre las formas posibles de proceder para dar respuestas o soluciones a una situación específica relacionada con los conceptos básicos de variación y cambio, y así pues de esta situación se desprendan otras actividades las cuales sólo es posible abordar a medida que se va aclarando la situación o dando respuesta a las primeras preguntas a partir de la interacción de los estudiantes con su grupo de trabajo y las preguntas orientadoras hechas por el profesor.

Se pretende que desde de las necesidades observadas, las recomendadas en los lineamientos curriculares y la resolución de problemas, se escriba una propuesta, se ponga en práctica y se elaboren conclusiones de lo observado en el aula.

Bibliografía

- Hoyos, V. (1994). Un estudio exploratorio sobre la asignación de sentido a las representaciones básicas de la variación, al término de la primaria y al inicio de la secundaria. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Serie lineamientos curriculares. Matemáticas. Santa Fe de Bogotá, D.C.
- Vasco, C. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), Congreso Internacional Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas: memorias, (pp. 109-118). Bogotá, Colombia: MEN.