

DEL CERO HASTA MÁS ALLÁ DEL INFINITO – ALGUNAS PERSPECTIVAS DESDE EL COMIENZO DE LA TESIS DOCTORAL HASTA EL FUTURO “TAMBIÉN” A LARGO PLAZO

From zero till beyond infinity – some perspectives since the beginning of the PhD and the future “also” far away

C. Miguel Ribeiro

Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO), Universidade do Algarve,
Portugal

Resumenⁱ

En y para la realización de una investigación en educación matemática (al igual que en otro contexto), cada opción que se toma influencia y es influenciada por un conjunto diversificado de factores. Cuando son tomadas de forma consciente, estas interdependencias permiten también un conocimiento más profundo de cada una de las etapas del proceso, del camino seguido, y también de las implicaciones que esas opciones conllevan – a distintos niveles. En este texto se discuten algunos aspectos asociados a la realización de una investigación doctoral – motivaciones, ruta recorrida, apoyo y su importancia y perspectivas futuras. Más que discutir un caso particular, se pretende contribuir para una visión más amplia de las potencialidades “del proceso” y de las necesarias opciones para que esas potencialidades se tornen realidad.

Palabras clave: *resolución de problemas, creatividad, ideas innovadoras y de alto nivel, rol y apoyo de los otros.*

Abstract

In and for doing research in mathematics Education (as well as in any other context), each option influences, and is influenced by a diversified set of factors. Whenever conscience of such fact, such intertwined influences allow a deeper awareness of each process and taken path as well as on the implications of such actions – at different levels. This paper discusses some aspects linked with the process of doing the PhD – motivations, path, support from others and perspectives for future. But, more than discussing a particular case (case study) it is intended to contribute effectively for a broader vision of the powerful potential of “the process” and of the necessary options in order to make such potential come to live.

Keywords: *problem solving, creativity, innovative and high level ideas, role and support from others.*

INTRODUÇÃO

A tomada de uma qualquer decisão encontra-se associada (depende e influencia) a uma multiplicidade de fatores e, portanto, por cada decisão/opção que se toma um conjunto diversificado de outras são descartadasⁱⁱ. Assim, é reconhecido que cada uma dessas opções influencia todos os passos subsequentes (num futuro próximo ou mesmo longínquo) e é influenciada por todas as que foram tomadas (por cada um dos indivíduos pessoalmente ou mesmo por interposta pessoa), ainda que de forma inconsciente. Este aspeto das interdependências, interinfluências e (re)conhecimento do papel das experiências passadas é frequentemente deixado à margem por ser considerado não significativo aquando da consciencialização e justificação de algumas tomadas de decisão que delineiam determinado percurso – em termos pessoais e/ou profissionais e, no contexto que aqui discutimos, na realização e percurso efetuado durante o processo de doutoramento.

Se, por um lado, a decisão de efetuar um primeiro mergulho no mundo da investigação, ao realizar a tese de doutoramento, é algo que não deve ser tomado de ânimo leve, por todas as implicações pessoais a nível imediato que acarreta, pois pode ser influenciada pelo contexto laboral em que cada um se encontra, por outro lado as opções e experiências que se vivenciam e o modo como se vivem durante o processo da sua realização, assumem um papel fundamental na forma como passamos a considerar a investigação, o seu papel, o nosso e o dos outros, nas diferentes etapas desse processo (próprio ou alheio) e impacto e obrigações nos contextos em que nos movemos.

A formação de professores de matemática tem sido, desde sempre, o contexto prioritário em que tenho vindo a desenvolver a minha atividade profissional, sendo, portanto, natural que alguns dos eventos críticos mais significativos que conduziram à imersão na investigação em Educação Matemática se relacionem com esse contexto. Alguns desses eventos, que desenvolverei mais adiante (cf. epígrafe seguinte), deram origem a um crescente descontentamento com a forma como a formação de professores era, e infelizmente ainda é, encarada e abordada na Instituição onde lecionoⁱⁱⁱ e, conseqüentemente, a uma vontade de contribuir de forma ativa e participativa para a sua melhoria. Apesar de ser parte do problema, pretendia essencialmente contribuir para encontrar uma solução, fazendo parte dela. Este desejo de contribuir para uma melhoria da formação e da prática letiva conduziu, no caso concreto, à realização de uma investigação relacionada com o desenvolvimento e conhecimento profissional do professor do 1.º Ciclo (Ribeiro, 2010), coincidindo, em termos temporais, com algumas das alterações mais significativas na formação de professores em Portugal nos últimos anos. Entre elas encontra-se, por um lado, a emergência de um Programa de Matemática para o Ensino Básico (Ponte et al., 2007) e, por outro lado, a implementação de um Programa de Formação Contínua para Professores do 1.º e 2.º Ciclo^{iv} – no qual participei como formador.

Ao procurar efetuar um paralelismo e analogia entre a atuação docente, o papel dos alunos^v e todo o processo e percurso associado à realização da tese de doutoramento (ou, de um modo geral, de uma qualquer investigação), emerge como aspeto central a noção de resolução de problemas, considerando as quatro etapas distribuídas pelos 3 momentos típicos: o antes, o durante e o depois.

No antes consideram-se incluídas as motivações que levam à problematização e à necessidade da busca de uma solução; o durante inclui o desbravar terreno (“*partir pedra*”) na procura de estratégias que permitam obter respostas satisfatórias para todos os problemas encontrados, sejam eles globais ou parciais, e que se sustentam, moldam e/ou são moldadas, entre outros, pelo apoio recebido – natureza e tipo – e experiências vivenciadas^{vi}; e o depois refere-se ao conjunto de decisões que tomamos baseadas no percurso efetuado e nas “obrigações” que consideramos ter face ao(s) contexto(s) em que nos situamos.

Este paralelismo e analogia do processo de investigação com a resolução de problemas leva a encarar a diversidade de formas de lidar com as dificuldades, e de modos de as ultrapassar, como

uma relação direta com os objetivos e perspetivações futuras (porque resolvemos e como resolvemos problemas). Esses objetivos e perspetivações guiam as nossas opções a cada momento: o caminho que seguimos, a “qualidade” e foco do trabalho, as experiências que nos permitimos/procuramos, as pessoas que conhecemos. Daí que também a realização do doutoramento seja “apenas” um ponto de passagem que nos torna melhores resolutores de problemas.

Tendo como foco as discussões no âmbito deste seminário (*Continuar investigando tras la tesis doctoral*) e, partindo do pressuposto de que para que possamos entender efetivamente para onde vamos, é essencial ter, pelo menos, uma perceção global de onde vimos, dos momentos críticos que poderão ter potenciado determinado(s) percurso(s) de vida, motivações e perspetivações futuras, neste texto irei discutir e refletir sobre alguns aspetos que nos trouxeram aqui. Com essa discussão e reflexão almeja-se poder contribuir para iniciar um movimento de consciencialização e identificação de alguns fatores nucleares que possam incrementar a quantidade e qualidade dos trabalhos/investigações que desenvolvemos e a sua cada vez mais efetiva aproximação e impacto na prática e formação^{vii}, bem como uma sua consequente maior consideração nesses contextos.

Estas discussões e reflexões assentam também no facto de considerar que, para além de um conhecimento relativamente ao que foi feito, ou seja, relativamente às estratégias já postas em prática, e que resultaram, na resolução de problemas similares, é fundamental uma coragem para quebrar barreiras que permitam ultrapassar alguns dos pressupostos instituídos de modo a trazer a luz ideias inovadoras. Este quebrar barreiras e ultrapassar os pressupostos instituídos deverá permitir desafiar a fiabilidade dos mesmos e permitir contribuir para uma evolução no campo com base em ideias que podem ser consideradas, inicialmente, *ideias de elevado risco*, mas que se encontram adequadamente fundamentadas e que possuem uma potencialidade emergente para contribuir para uma melhoria do contexto. Uma postura desse tipo, associado a um pensamento visionário, permitirá abrir caminhos promissores para novas linhas de trabalho que garantam uma sustentada continuidade e evolução de perguntas emergentes do trabalho realizado, bem como as posteriores ações e projetos de investigação vinculados à trajetória.

MOTIVAÇÕES E PROBLEMÁTICAS QUE CONDUZIRAM À REALIZAÇÃO DO DOUTORAMENTO

A insatisfação com a forma, tipo e conteúdo da formação de professores dos primeiros anos, na minha instituição, assumiu-se como um dos elementos desencadeantes da opção de realizar o doutoramento de modo a contribuir de forma ativa e participativa para uma melhoria dessa formação. Essa insatisfação emergiu e foi desencadeada por contextos e experiências anteriores, que levaram a determinada linha de atuação durante a realização do próprio trabalho, e as posteriores ações e projetos de investigação vinculados com a trajetória. Assim, de modo a que se possam entender melhor algumas das opções tomadas, e dos motivos que as sustentam, é importante uma breve contextualização.

Após terminar a Licenciatura em Matemática (ensino de) para professores do 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário^{viii} e um mestrado em Matemática (Álgebra) a opção inicial, e que na altura parecia natural era a de realizar um doutoramento em Matemática. Porém, o ter iniciado entretanto funções como formador de professores na Universidade do Algarve, conjuntamente com a posterior participação como formador no Programa Nacional de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclos assumiu-se como um ponto de viragem, essencialmente pela crescente perceção da necessidade de alteração do modo como essa formação era facultada. Estas experiências foram tornando cada vez mais premente o desejo e necessidade de contribuir de forma ativa e participativa para uma alteração da formação facultada (tanto em foco como natureza e tipo) de modo a que os professores, designadamente os futuros, pudessem permitir que os seus alunos

aprendessem matemática e entendessem o que fazem e porque o fazem. Este problematizar da formação associa-se a uma reflexão sobre a própria prática, sendo que a realização de uma investigação que permitisse obter um mais amplo entendimento sobre alguns dos fatores envolvidos, e portanto, no âmbito da educação matemática, passou a ser a opção primordial – em detrimento do doutoramento em matemática. Esta foi, portanto, encarada como uma das formas/processos de aprendizagem própria para a obtenção de algumas ideias que permitissem contribuir para melhorar a formação (e os contextos) facultada.

ASPETOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS RELATIVAMENTE AO TRABALHO DESENVOLVIDO DURANTE A TESE DE DOUTORAMENTO

Salvo as ainda raras exceções em que o doutoramento é efetuado no âmbito de um projeto de investigação já delineado, o *primeiro grande problema* com que nos defrontamos ao pretendermos realizar o doutoramento (trabalho de investigação) prende-se com *o encontrar/definir o problema* e a forma de o abordar: que estratégias utilizar/delinear, e de entre estas quais as que poderão contribuir para produzir melhores resultados finais fazendo-nos, simultaneamente, apreciar a viagem.

Por considerar que a posição ocupada como formador de professores é de grande responsabilidade, e por pretender agir no sentido de formar profissionais ativos, críticos, reflexivos e conhecedores dos conteúdos e temas que têm (ou terão) de lecionar, algumas das questões que se levantaram prendem-se com o que se refere à atuação dos professores durante o processo de ensino e aos motivos, dimensões e componentes que conduzem a que essa atuação ocorra de determinada forma. A já referida pretensão de contribuir de forma ativa e participativa para uma melhoria da formação e da prática docente, levou à emergência de um problema de investigação que guiou o percurso dos trabalhos e que se relaciona com o desenvolvimento e conhecimento profissional do professor, aqui considerado como constituído por diversas dimensões, sendo que o foco da investigação se centrou naquelas consideradas nucleares e por influenciarem, de forma mais direta a atuação docente, são elas que irão moldar, não apenas a forma como o professor encara o seu papel na prática letiva, mas como a concretizam (e.g., Ribeiro, Carrillo e Monteiro, 2009).

Assim, com o intuito de obter um maior conhecimento e compreensão do processo de ensino e de modo a poder contribuir para a sua melhoria, o trabalho centrou-se no papel desempenhado pelas crenças que o professor revela, conhecimentos que demonstra, comunicação matemática que promove e ações que leva a cabo na persecução dos objetivos que persegue no decurso da sua ação docente. O foco nestas dimensões complementa-se com o interesse em averiguar como todas elas se relacionam e que impacto produzem na atuação do professor ao longo do tempo, em particular quando participa num grupo de trabalho colaborativo. Destas preocupações e inquietudes surgiram algumas questões motivadoras que sustentaram a realização da investigação e que podem ser, assim, concretizadas: *Que dimensões do conhecimento profissional (crenças, conhecimentos, objetivos e tipos de comunicação matemática promovidos) estão subjacentes às ações dos professores (envolvidos num grupo de trabalho colaborativo), enquanto lecionam uma aula de matemática no 1º Ciclo? Como se relacionam essas dimensões? De que forma “evoluem” ao longo do tempo?*

Nesse sentido desenvolveu-se um trabalho colaborativo envolvendo duas professoras do 1º Ciclo que lecionavam o 4º ano de escolaridade. Foram recolhidas informações através de gravações áudio e vídeo centradas nas professoras, complementarmente à observação *in situ* (24 aulas), em três momentos distintos da prática, tendo os conteúdos sido selecionados pelas professoras entre os que reconheciam terem maiores dificuldades. Entre o primeiro e o segundo momento ocorreu um trabalho (no grupo colaborativo – também gravado em áudio) de preparação, discussão e reflexão

focado na preparação de uma sequência de tarefas a implementar na segunda fase. Na primeira e última fase não houve qualquer intervenção.

Tendo por intuito uma análise mais frutífera da prática das professoras, foi elaborado um modelo (denominado *modelo cognitivo*) que servisse de instrumento para o estudo do seu desenvolvimento profissional. A sua elaboração pretende permitir simplificar algo complexo, como é o processo de ensino, bem como explicar os fenómenos e prever comportamentos. Foi utilizado e elaborado seguindo a perspectiva de Schoenfeld (1998), tendo em consideração adaptações introduzidas por Monteiro, Carrillo e Aguaded (2008) no âmbito das Ciências.

Inicialmente, do modelo faziam apenas parte as ações do professor, crenças (posteriormente consideradas indicadores de crenças pela natureza do trabalho que se desenvolvia), conhecimentos (os 3 aspetos que Shulman (1986) considera essenciais relacionado com o tópico a abordar – do conteúdo, didático do conteúdo e curricular) e objetivos (Schoenfeld, 1998). Porém, após iniciar-se a análise, sentiu-se necessidade de um foco mais particular em dimensões que permitissem discutir de forma mais pormenorizada aspetos centrais no conhecimento do professor, chamando também para a discussão a matemática.

Nesse sentido, foram, então, incluídas como foco de atenção e análise os subdomínios do *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT (Ball, Thames & Phelps, 2008), a comunicação matemática (Brendefur & Frykholm, 2000) e os recursos utilizados, aspetos esses que, apesar de complexificarem o processo de resolução do problema inicial, conduziram à obtenção de um entendimento mais profundo da prática letiva e das interrelações entre as dimensões consideradas, permitindo atribuir, assim, um lugar de destaque aos conteúdos matemáticos e ao conhecimento do professor sobre esses conteúdos matemáticos – que se configurava como uma das grandes preocupações de partida, preocupação essa que se foi transformando em crítica a muitos dos trabalhos no âmbito da Educação Matemática, e que se transformou, portanto, como uma das *pedras de toque* da investigação que se realizava, e que tem guiado todo o percurso subsequente.

A análise da prática letiva recorrendo ao modelo cognitivo elaborado, complementada com a contínua revisão da literatura (ler, elemento de todos os cenários), e não apenas dos últimos resultados ou da área da educação matemática (e.g., da área da educação de adultos – Frago (2007)) permitiu ir incorporando alguns dos mais recentes resultados e perspectivas da investigação, discutindo-os à luz dos resultados concretos que iam sendo obtidos. Por esse via foi também possível ir equacionando, a cada momento, outros possíveis caminhos a considerar e a justificar a sua (não)adoção – delineando dessa forma, diferentes possíveis linhas e frentes de atuação futura (cf. alguns desses aspetos na epígrafe relativa à continuidade e evolução de questões derivadas da tese). A análise permitiu efetuar uma discussão e reflexão sobre, entre outros: a elaboração do modelo cognitivo e relações entre seus constituintes (e.g., Ribeiro, Carrillo e Monteiro, 2008); o papel dos objetivos na prática letiva (e.g., Ribeiro et al, 2009); o papel do MKT e das crenças na prática e nas tarefas de ensinar (e.g., Ribeiro e Carrillo, 2011a, b). O estudo do desenvolvimento profissional fundamentou-se na elaboração do modelo cognitivo, que permitiu encontrar relações entre as cognições e entre estas e o tipo de comunicação utilizado. Por sua vez, o modelo de representação do desenvolvimento profissional que emergiu permite observar como essas relações influenciam o processo de ensino e como vão sendo alteradas ao longo do tempo (e.g., Ribeiro et al., 2010).

Apesar desta diversidade de focos de atenção e de resultados, o aspeto que mais marcadamente assumo como nuclear no trabalho desenvolvido – e que maior importância tem assumido no trabalho posterior – refere-se à análise, discussão e reflexão associada ao MKT das professoras, seu conteúdo, papel e impacto na prática letiva. Este foco no MKT associado às situações matematicamente críticas identificadas e uma perspectiva de análise como um estudo de caso instrumental (Stake, 2000) levou à discussão do conteúdo do MKT – focalizando nos seus

subdomínios^{ix} e problematizando a definição das suas fronteiras –, ao reconhecimento de dificuldades e condicionantes diversificadas em aceder ao conhecimento do professor apenas pela análise da prática letiva, e à identificação de aspetos específicos do conhecimento do professor que urgirá melhorar. O percurso seguido e as estratégias de resolução dos problemas emergentes delineadas permitiram também equacionar as potencialidades de considerar os subdomínios do conhecimento do professor como ponto de partida para a conceptualização de tarefas para a formação de professores, bem como para realizar investigação sobre que *inputs* na formação de professores revelam impacto e que impacto nos alunos e nas práticas. (Este foco no MKT, conjuntamente com as reflexões, discussões e resultados de outros trabalhos que foram sendo desenvolvidos por outros colegas do grupo em que me encontrava(o) inserido contribuíram, também, para uma problematização da concetualização do MKT que discutirei, de forma mas abrangente na epígrafe referente aos projetos atuais e futuros associados à trajetória efetuada). Toda a análise efetuada aos casos destas duas professoras teve como objetivo obter uma mais ampla compreensão dos fenómenos analisados e das suas interdependências. Apesar de, em qualquer investigação, ser importante apresentar os resultados concretos, de modo a darmos o passo em frente, é também essencial discutir esses resultados, por um lado, confrontando com o que é já referido na literatura específica mas, por outro, problematizar e desenvolver também a nossa criatividade, que considero central na e para a promoção da melhoria da investigação e formação, de modo a podermos quebrar as amarras, das quais muitas vezes não estamos conscientes, efetuando questões que possam conduzir a abordagens e ideias inovadoras – na linha do que refere EU (2011). Esta criatividade advém da possibilidade de seguir ideias potentes, frequentemente de elevado risco por desafiam as normas instituídas, ainda que isso signifique correr alguns riscos mais ou menos controlados. Poder-se-á, portanto, contribuir de forma significativa para um avanço do conhecimento no campo, o que pode emergir de coisas aparentemente pouco relacionadas, ou discutindo alguns temas com colegas de outras áreas.

Apesar de os resultados da investigação associada ao Doutoramento serem mais profundos, amplos e complexos do que seria inicialmente expectável – não em termos de objetivos globais, mas em termos de focos particulares e de potencialidades futuras – esses desvios são sentidos, no caso concreto, como amplas oportunidades para aprender, que complementam o repertório das estratégias de resolução de problemas que foram sendo desenvolvidas e as novas visões, perspetivas e formas de encarar cada uma das situações com que somos confrontados. Um outro resultado, diretamente relacionado com o trabalho de investigação associado ao doutoramento, e com as múltiplas e diversificadas experiências que foram vivenciadas prende-se com os impactos que a sua realização teve (e tem), por um lado, na minha própria prática formadora e nas formas de a encarar e, por outro, com os tipos e focos das problemáticas e questões de investigação que têm emergido e as formas como vão sendo abordadas e evoluindo ao longo do tempo.

CONTINUIDADE E EVOLUÇÃO DE QUESTÕES DERIVADAS DA TESE E O PAPEL DOS “OUTROS” NO ANTES, DURANTE E DEPOIS

Segundo Kilpatrick (1981) a maior utilidade da investigação em didática da matemática é servir para parar e pensar. A elaboração desta investigação, para além da tentativa de encontrar algumas respostas para as questões motivadoras, fundamentou-se também, num desejo de poder parar e, pela reflexão subsequente, contribuir de alguma forma para um avanço nesse campo. Este parar e refletir sobre o que se faz a cada momento, como e para que se faz levou a uma busca incessante e exaustiva de respostas às questões iniciais bem como a outras que foram surgindo ao longo do percurso. Algumas delas levaram inclusivamente a alterar o percurso delineado, incrementando a quantidade, mas também a qualidade do trabalho desenvolvido e as suas potencialidades futuras. Porém, muitas das questões/problemas que foram surgindo ao longo do percurso (tanto em termos de perspetivas teóricas como metodológicas e possíveis impactos para a formação) não foram

abordados, o que deixou um amplo espectro para trabalhos futuros os quais, por uma questão de objetividade tiveram de ser, a partir de certa altura, controlados de modo a possibilitar levar a bom porto o trabalho proposto – apesar de, ou talvez por, considerar a necessidade de se efetuarem abordagens inovadoras sustentadas em ideias de alto risco.

Com a discussão de algumas das possibilidades para trabalhos futuros que aqui se apresentam espera-se contribuir para uma sua complementação com outras ideias sustentadas também por outras abordagens teóricas e/ou metodológicas, na esperança de contribuir para fazer avançar o campo da investigação e formação em educação matemática, mas que lhe seja permitido ir mais além, soltando algumas das amarras e derrubando algumas das barreiras que o limitam e restringem. De entre as diversas questões emergentes do trabalho realizado, algumas das que têm vindo a ser foco de atenção prendem-se com, entre outros: (i) o conteúdo e fronteiras dos diferentes subdomínios do MKT; (ii) o papel da especificidade do conhecimento do professor na e para a prática; (iii) o processo de construção do conhecimento de matemática do professor de matemática e qual o papel das situações matematicamente críticas nessa construção; (iv) o conhecimento ideal do professor de matemática em cada um dos tópicos que tem de abordar; (v) os fatores que potenciem o processo reflexivo, de consciencialização e construção de um tal conhecimento e formas de poderem ser potenciados; (vi) a sustentabilidade do desenvolvimento profissional; (vii) a utilização dos instrumentos de análise desenvolvidos em prol da investigação e da formação e (viii) a possibilidade de ampliar a análise do conhecimento do professor a outras áreas e domínios (e.g., Língua, Ciências).

Estas questões têm tido tratamentos e abordagens distintas, sendo encaradas tanto de forma isolada como conjunta e essas multiplicidades de abordagens enquadram-se/justificam-se com a constante pretensão de integrar investigação e formação, considerando-as interdependentes – atribuindo, desse modo efetivo sentido à investigação no âmbito da Educação e da Formação de Professores.

De todos os focos referidos, os que se encontram na dianteira, em termos de trabalho desenvolvido, referem-se ao conteúdo, fronteiras e especificidade do conhecimento do professor. Esta dianteira advém, provavelmente por terem sido os aspetos que, durante a tese, mais discussões explícitas geraram (dai também a importância e papel dos outros, também como “modeladores” das perspetivas futuras). Estes focos têm sido abordadas tanto de forma isolada como conjunta e com diversidade teórica e metodológica, bem como centrados em distintos conteúdos matemáticos (geometria, racionais, organização e tratamento de dados) e capacidades transversais (raciocínio, resolução de problemas e comunicação matemática) e em diferentes etapas educativas (e.g., Carreño, Ribeiro e Climent, 2013; Jakobsen e Ribeiro, 2013; Ribeiro, 2012).

Este assumir da dianteira prende-se com a linha de trabalho que tem vindo a ser assumida e desenvolvida no “Grupo de Huelva”^x, e pela contínua problematização do que corresponderá a um conhecimento ideal do professor – assumindo aqui *ideal* associado a um conhecimento que permita entender os porquês matemáticos associados a cada um dos distintos tópicos e formas como se podem relacionar, evoluir e influir, permitindo dessa forma preparar e implementar tarefas matemáticas desafiadoras (no sentido de Stein, Smith, Henningsen e Silver, 2000) e promotoras de um completo e integrado conhecimento matemático nos alunos.

Estas problemáticas centram-se no conhecimento do professor, mas tendo sempre como pano de fundo o desenvolvimento profissional do professor, de modo a que o conhecimento ideal possa ir sendo não apenas concetualizado teoricamente, mas também essencialmente construído e desenvolvido com os professores ao longo do tempo na e para a prática. Essa simbiose possibilitará que os professores sejam conscientes e conhecedores da sua complexidade mas também da sua pertinência. Apesar de ser algo assumidamente importante, tanto para a investigação como para a prática, a sustentabilidade do desenvolvimento profissional do professor (Zehetmeier, 2010; Zehetmeier e Krainer, 2011), os fatores que a promovem ou condicionam e as possíveis formas de a

operacionalizar é uma das problemáticas, ainda, pouco investigadas, necessitando de abordagens e ideias inovadoras. Mesmo considerando esta sustentabilidade como fundamental nos trabalhos que desenvolvemos, e no impacto que estes detêm no campo, ainda não atribui prioridade de foco a este aspeto pois, o tomar o professor e o seu conhecimento como o elemento que assume uma maior influência nas aprendizagens dos alunos (Nye, Konstantopoulos & Hedges, 2004) leva-me a equacionar essa sustentabilidade sob uma perspetiva algo distinta das que têm vindo a ser consideradas – requerendo o seu desenvolvimento uma atenção que não se encaixa nas prioridades atuais.

Assim, para que esta problemática possa ser abordada numa linha futura de investigação, é fundamental um mais amplo conhecimento relativamente ao conteúdo, fronteiras do conhecimento do professor e formas como esse se desenvolve. Daí que tenha vindo a ser dada atenção primordial aos quatro primeiros aspetos definidos (i-iv)).

Por outro lado, o estudo da sustentabilidade possibilitará um refinamento dos instrumentos de análise e de representação do desenvolvimento profissional (e.g., Ribeiro et al., 2008, 2010) permitindo por sua vez aclarar as relações e influências entre as dimensões consideradas, problematizando a necessidade, ou não, de inclusão de outras ou eliminação de alguma delas.

Uma outra problemática que emergiu da investigação, considerando que os professores dos primeiros anos são responsáveis por diversas áreas curriculares, prende-se com o facto de poder ser motivador, e de interesse para o campo da investigação, e também da prática, a possibilidade de modelar (investigar) a prática de sala de aula aquando da lecionação dos vários Domínios/Áreas Curriculares (associado à problemática vi), de utilização dos instrumentos desenvolvidos na investigação em sintonia com a formação). Um tal foco, para além de permitir obter uma mais ampla compreensão da especificidade, ou não, de cada um deles à luz dos subdomínios do conhecimento “do Domínio/Área Curricular” para o ensino, possibilitando concetualizar formas de encarar o conhecimento do professor de forma mais ampla, tornaria realidade a discussão de casos concretos de especificidades e de generalidades – para que a formação se possa centrar onde é, efetivamente mais necessária e de modo a que todos possam(os) rumar numa mesma direção.

Em todas as etapas de qualquer percurso, e ainda que por vezes possamos não o verbalizar, os *outros* assumem um papel fundamental na forma como nos encaramos a nós próprios, o trabalho que desenvolvemos, e a paixão que nele depositamos. Apenas se nos sentirmos apaixonados pelo que fazemos será possível desenvolver um trabalho que acreditamos ter verdadeiro significado e impacto nos contextos em que nos movemos. Estes contextos podem ser restritos ou alargados, dependendo, em muito (mas não exclusivamente) essa visão periférica das infraestruturas em que nos encontramos inseridos e das formas como com elas nos relacionamos.

Considerando que, enquanto professores, devemos facultar aos nossos alunos ricas e amplas oportunidades de aprender, enquanto formadores de professores, devemos facultar aos professores, um conjunto amplo de experiências e situações similares às que esperamos possam vir a facultar aos seus alunos (e.g., Magiera, van den Kieboom e Moyer, 2011), de modo a tornar realidade esta visão de uma formação matematicamente sustentada e com efetivo entendimento por parte de todos os intervenientes – o que se configura como uma obrigação de todos os Formadores. Esta perspetiva e forma de encarar a investigação e a formação investigadora, encontra-se relacionada com as experiências que foram (vão) sendo vivenciadas e tornadas possíveis por todos os que se encontram mais próximo (tal como aos alunos), desempenhando nesse sentido um papel especial na forma como tem vindo a ser construída a perspetivação da investigação e do processo formador os elementos do “Grupo de Huelva” um lugar de destaque, lugar esse que em muito se deve à natureza colaborativa do trabalho desenvolvido. Esse trabalho colaborativo, o questionamento, discussão e reflexão subjacentes, é considerado como um ponto essencial para o desenvolvimento profissional de cada um dos intervenientes (tal como referem, no caso dos professores, Hargreaves (1998) e

Serrazina (1998)), sendo considerado, inclusivamente, como um possível ponto de partida para uma mudança voluntária (Climent & Carrillo, 2002), permitindo-nos adaptar, a cada momento, e posteriormente, a atividade (de ensino, investigação e/ou formação) de modo a que nos sintamos mais confortáveis no desempenho das nossas funções e com o intuito de criar algo novo, conducente a uma melhoria do contexto/situação e de forma sustentada e que se torne também sustentável.

Este conjunto de experiências, e a forma como são facultadas e vivenciadas, associadas a uma discussão e reflexão, na primeira pessoa, dos *hot topics*, tornam possível uma apropriação dos diferentes aspetos em discussão (e.g., Tichá e Hošpesová, 2006), promovendo um sustentado e sustentável desenvolvimento profissional encontrando-se associado à concetualização de formas/estratégias que permitam encontrar percursos de resposta às questões derivadas da investigação que se desenvolve, bem como às que vão emergido ao longo do processo, encarando-o, sempre, como oportunidades de aprender.

Sendo o desenvolvimento profissional um processo contínuo e continuado no tempo, e que requer um amadurecimento das reflexões por parte dos visados, a inclusão em contextos potenciadores de um sólido e amplo desenvolvimento é vista como um dos modos de potenciar esse desenvolvimento. Este será tão mais maximizado quanto os menos experientes se sentirem acarinhados, permitindo, e desejando, que os mais experientes os (des)orientem, no sentido de efetivos formadores, que possibilitam, incentivam e promovem um crescimento continuado, acompanhado e sustentado. Esta simbiose entre desejo e (des)orientação possibilitará (aqui sentido na primeira pessoa), o desenvolvimento de um conhecimento especializado associado à atuação investigadora (em analogia com o que se espera ocorra com os professores em formação – e.g., Ribeiro, Mellone e Jakobsen, 2013). “Os outros”, as formas como com eles interagimos (papel que desempenham) e as formas como experienciamos as oportunidades com que somos confrontados assumem, assim, uma pertinência central tanto na génese como na sustentabilidade de um desenvolvimento profissional enquanto investigador, onde o término do doutoramento, e o poder dar largas à imaginação abre as portas de um mundo com uma multiplicidade de outras possibilidades. Permite assim, caso efetivamente o desejemos, almejar uma evolução do trabalho em direções que podem ser também distintas das que este tomaria se estivessemos condicionados por datas e exigências de término e de escrita de um documento que ilustre o trabalho desenvolvido, o que em si encerra uma infinidade de possibilidades e oportunidades.

Esta constante presença e diálogo com os outros são por demais importantes em todas as etapas do processo. Se por um lado, as discussões com investigadores experientes contribuem para elevar a um nível superior a reflexão e raciocínio crítico possibilitando desenhar e desenvolver estratégias que permitam solucionar os problemas com que nos encontramos, por outro lado, as discussões com outros que se encontram em situação similar permitem obter o apoio de saber que não estamos sozinhos e que, alguns desses nos acompanharão nos futuros trilhos a traçar. Por ser esta a perspectiva do grupo em que me encontro inserido, tornou-se possível desenvolver um conjunto diversificado de estratégias que têm vindo a contribuir para solucionar alguns dos problemas encontrados (mas também decidir por que caminhos não seguir), e para a emergência de outros.

Este apoio dos diversos membros do grupo, complementado com a participação em congressos e seminários e suas consequentes discussões, são um dos aspetos que em muito têm contribuído para a natureza e tipo da formação investigadora e com a perspetivação de novas problemáticas bem como o equacionar problemáticas “antigas” sob perspetivas distintas das que seriam discutidas apenas no seio de um grupo fechado. Estas participações, e os períodos passados a trabalhar com colegas de outras universidades têm vindo a permitir complementar e expandir as discussões, reflexões e formas de abordagem à resolução de problemas (e aos problemas em si), contribuindo para a elaboração de uma visão mais ampla sobre diferentes aspetos da ordem do dia, bem como para a criação de pontos de trabalho sustentados em interesses e problemáticas comuns – apenas

possível de realizar se formos conhecedores das problemáticas dos outros e se as discussões que ocorrem permitirem um enquadramento dos envolvidos, independentemente de nos estarmos a referir a colegas do mesmo país ou de outros países – do local ao global. Estas vivências, complementares com o apoio recebido “em casa” por todos os elementos do SIDM, e com as reflexões originárias das experiências dos diversos congressos, permitiram fortalecer cada uma das componentes do trabalho e perspetivar algumas das linhas de força emergentes e que se configuram, agora, como aspetos centrais que implicam avanços na trajetória definida.

PROJETOS ATUAIS ASSOCIADOS À TRAJETÓRIA E LINHAS DE INVESTIGAÇÃO FUTURA

Enquanto professores, investigadores e formadores de professores, devemos passar de um nível básico, em que controlamos as componentes do sistema no qual nos encontramos inseridos, para um nível superior onde existe um *navegar por mares nunca dantes navegados*^{xi}.

Constantemente temos de tomar decisões. Em particular, ao efetuar uma investigação, essas decisões podem ditar o rumo que tomamos por um período alargado de tempo e limitar ou potenciar determinado tipo de expansão dos resultados que se vão obtendo. Quando nos propomos efetuar algo com o intuito de que seja duradouro e que nos irá acompanhar no futuro, é habitual pensar-se, quando se está a terminar, mesmo que não o expressemos que, neste momento em que estamos a terminar, seria o momento ideal para iniciar. Por isso considero importante uma reflexão às limitações patentes no que fazemos ou, por algum motivo, deixamos de fazer, e sobre as formas possíveis de as melhorar, bem como os modos de o fazer. Por outro lado, também ao efetuar uma investigação, dever-se-á ter em mente que os processos seguidos e resultados obtidos são sempre locais, pois o que hoje é uma verdade absoluta “*Amanhã*” deixará de o ser; devemos, pois, ter consciência de que tudo o que fazemos é suscetível de ser criticado e melhorado. Assumindo esta perspetiva, reconhece-se que algumas das ideias de investigações futuras se fundamentam em tudo o que foi realizado anteriormente, para o melhorar.

Todos os projetos atuais em que me encontro envolvido (no âmbito da educação Matemática), estão relacionados com o trabalho desenvolvido durante o período da realização da investigação de doutoramento e com algumas das problemáticas daí emergentes. No entanto, e por uma reflexão mais atempada e cuidada, algumas dessas problemáticas encontram-se já mais buriladas e adequadas aos contextos e experiências vivenciadas. Estas problemáticas têm assumido a dianteira por percecionarem a sua globalidade e serem sentidas em múltiplos contextos, tanto no que concerne a múltiplas instituições de formação de professores em Portugal como noutros contextos (e.g., Espanha, Itália, Noruega, Chipre, Chile, US). Também de modo a desmistificar que a investigação se faz de modo individual, é importante salientar que em todos os projetos desenvolvidos atualmente se encontram envolvidos outros colegas que se encontram em diferentes fases da sua formação investigadora.

Estes projetos atuais, que se relacionam com as perspetivas futuras e que delineiam avanços na trajetória inicialmente definida podem ser agrupados em três grandes *clusters* interligados: (a) formação de professores; (b) concetualização do conhecimento do professor tendo em conta a sua especificidade e (c) contexto.

(a) *Formação de professores*. Este foco centra-se essencialmente em três linhas de força:

(a.1) Refere-se ao *conteúdo do conhecimento do professor* e à busca de exemplos da prática que permitam, por um lado, elaborar uma base de dados para discussão teórica e metodológica (tanto na investigação como na formação) e, por outro, problematizar esse conhecimento e a(s) formas de acesso e análise – focando conhecimentos e práticas de professores em exercício e futuros professores.

(a.2) Numa outra perspectiva, o trabalho, ainda na gênese, tem-se vindo a focar no *processo de construção de conhecimento do professor* e nos fatores que o potenciam/limitam – sendo que estes fatores se restringem, nesta fase, a fatores intrínsecos ao(s) próprio(s) formador(es) de professores, tanto no que se refere ao seu conhecimento do conteúdo para ensinar (e.g., exemplos fornecidos, representações e linguagem matemática utilizada, relações entre diferentes tópicos matemáticos) como das abordagens e explorações consideradas/efetuadas.

(a.3) Uma outra perspectiva prende-se com o *papel, tipo e natureza das tarefas* tanto para a formação matemática dos alunos como na e para a formação de professores. Parte-se da premissa que, na formação de professores, pela especificidade do contexto e do conhecimento profissional associado, as tarefas deverão ter, focos e objetivos distintos das que são preparadas e implementadas com os alunos. Esta abordagem à concetualização de tarefas, tendo como fim último desenvolver o conhecimento do professor, encontra-se associada à investigação realizada no âmbito dos aspetos referidos – pois pretende-se também partir de situações da prática, passando pela teoria, e devolvê-las à prática, associando esta concetualização e desenvolvimento do conhecimento do professor à espiral crescente em redor de um cone cuja diretriz correspondente apresenta uma representação oval registada no plano horizontal, assumindo a geratriz o duplo papel de representar a reflexão e a linha do tempo, que se associa à concetualização do modelo de representação do desenvolvimento profissional apresentado em Ribeiro, Carrillo e Monteiro (2010). Estas tarefas, a concetualização e investigação associadas, têm permitido, por um lado, aceder a situações matematicamente críticas identificadas na prática e na formação – discuti-las; e, por outro, contribuir para obter um mais amplo entendimento sobre processos e formas que permitem desenvolver alguns aspetos do conhecimento de futuros professores.

(b) *Concetualização do conhecimento do professor tendo em conta a sua especificidade*. Esta especificidade tem vindo a ser abordada segundo duas linhas/perspetivas teóricas.

(b.1) Por um lado, com a participação nos trabalhos desenvolvidos pelo Grupo de Huelva no desenvolvimento de uma concetualização do conhecimento do professor (*Mathematics Teachers Specialized Knowledge – MTSK*), que se sustenta em problemáticas levantadas em vários dos trabalhos que têm vindo a ser elaborados por elementos do grupo (e.g., Montes, 2011; Ribeiro, 2010; Sosa, 2011).

(b.2) Por outro lado, conjuntamente com outros colegas que trabalharam diretamente na *University of Michigan* com elementos do grupo responsável pela concetualização do MKT, tem vindo a ser refinada a concetualização de um dos subdomínios do conhecimento do professor considerados nessa concetualização – *Horizon Content Knowledge* –, envolvendo vários tópicos matemáticos e etapas educativas (e.g., Charalambous, Jakobsen e Ribeiro, 2013; Jakobsen, Thames, Ribeiro e Delaney, 2012). Estas problemáticas estão alinhadas com as discussões emergentes no último CERME no Grupo 17: *From a study of teaching practices to issues in teacher education*, onde foram levantadas e discutidas questões concretas associadas ao HCK, tais como sejam: como podem diferentes tipos de conhecimentos (especificamente HCK) ser promovidos na formação inicial e contínua de professores? Que métodos utilizar para os analisar? O que se consideram evidências? (Potari et al., 2013). Estas abordagens simultâneas ao conhecimento do professor sob estas duas concetualizações têm associada a necessidade de uma ginástica mental, conceptual e metodológica que tem contribuído para uma maior criticidade relativamente a tudo o que se faz e como se faz.

(c) *Contexto*. Quando refiro a investigação considerada neste *cluster* refiro-me a problemáticas transversais, sendo que esta transversalidade no contexto se associa à localização geográfica, mas também à multiplicidade de focos matemáticos, associando essa transversalidade também a diferentes áreas e domínios do conhecimento. Esta diversidade de contextos é encarada como mais

um elemento de riqueza para um mais amplo entendimento sobre os possíveis motivos que sustentam os aspetos do conhecimento identificados.

É de salientar que o desenvolvimento destes trabalhos, e as discussões que têm ocorrido e permitido a emergência de algumas ideias brilhantes por parte de alguns dos elementos das equipas com quem tenho vindo a cooperar apenas se tornaram possíveis pelo apoio incondicional de um conjunto de pessoas com quem tenho tido a sorte de me cruzar ao longo destes últimos anos. Esse apoio incondicional, desde o primeiro momento, tem vindo a tornar possível a participação em grupos de trabalho que se têm dedicado ao desenvolvimento de alguns aspetos e perspetivas teóricas e metodológicas (concretização do MTSK – Huelva – e discussão do HCK – Michigan) que permitem fazer avançar o campo da investigação mas também, problematizar a sua ligação com a formação e a prática. A continuidade desse apoio inicial, após o término da tese – momento em que nos encontramos em condições de começar uma nova etapa, igualmente problemática e desafiadora – reveste-se de importância significativa contribuindo para uma “sustentabilidade sentida” da formação investigadora e para o fortalecimento e criação de laços, redes e equipas de trabalho tanto nacionais como internacionais – onde o incentivo constante de participação ativa e crítica nos mais diversos eventos se configurou como um aspeto a destacar.

Tudo isto permite uma sensação de satisfação por fazer parte de algo sustentável (ainda que esta sustentabilidade não seja, por agora, foco de investigação) onde a exigência permite um desafio constante, conduzindo a uma sensação de criatividade e à possibilidade de emergência de ideias inovadoras, possivelmente de elevado risco, mas de emergente potencialidade que fornece uma sensação de dever cumprido e de um caminho *bem* percorrido – mesmo apesar de todas as dificuldades associadas ao tipo de trabalho desenvolvido, ou talvez por elas. Essa satisfação relaciona-se com a consciencialização de um incremento da capacidade de enunciar e resolver problemas, buscando-os, e aos seus processos de resolução. E, para terminar, com a esperança de que seja possível incrementar este tipo de atuação expandindo-o a outros domínios e contextos possibilitando a muitos outros similar tipo de experiências.

Referências

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Carreño, E., Ribeiro, C. M., & Climent, N. (2013). Specialized and horizon content knowledge - discussing prospective teachers knowledge on polygons under two conceptualizations of teachers' knowledge. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of CERME 8* (en preparación). Antalya, Turquía: ERME.
- Charalambous, C., Jakobsen, A., & Ribeiro, C. M. (2013). Using a practice-based approach to understand horizon content knowledge. Paper to be presented at the 15th EARLI – Responsible teaching and sustainable learning. Agosto, 2013, Munich.
- Climent, N. (2005). El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso. Tesis Doctoral. Huelva: Universidad de Huelva (Publicada en 2005. Michigan: Proquest Michigan University. www.proquest.co.uk).
- Climent, N., & Carrillo, J. (2002). Developing and researching professional knowledge with primary teachers. En J. Novotná (Ed.), *Proceedings of CERME 2* (Vol. 1, pp. 269-280). Praga, República Checa: Charles University.
- European Union (2011). *Horizon 2020 – The Framework Programme for Research and Innovation*. Bruselas, Bélgica: EU.

- Fragoso, A. (2007). *As novas oportunidades em contexto de educação de adultos: qualificação ou certificação? Aprendizagem ao Longo da Vida no Debate Nacional sobre Educação* (pp. 201-213). Lisboa, Portugal: Conselho Nacional de Educação (CNE).
- Hargreaves, A. (1998). *Os professores em tempos de mudança. O trabalho e a cultura dos professores na idade pós-moderna*. Lisboa, Portugal: McGraw-Hill.
- Jakobsen, A., & Ribeiro, C. M. (2013). Teachers' reflections on non-standard students' work. En M. Ogunniyi, O. Amosun, K. Langenhoven, S. Kwofie & S. Dinie (Eds.), *Proceeding of the 21st Annual meeting of the SAARMST* (pp. 44-54). Cape Town, República de Suráfrica: SAARMST.
- Jakobsen, A., Thames, M. H., Ribeiro, C. M., & Delaney, S. (2012). Using practice to define and distinguish horizon content knowledge. En *Pre-Proceedings de ICME 12* (pp. 4635-4644). Seúl, Corea del Sur: ICME.
- Kieren, T. E. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. En R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: papers from a research workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.
- Kilpatrick, J. (1981). The reasonable ineffectiveness of research in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 2(2), 22-29.
- Magiera, M., van den Kieboom, L., & Moyer, J. (2011). Relationships among features of pre-service teachers' algebraic thinking. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the PME 35* (Vol. 3, pp. 169-176). Ankara, Turquía: PME.
- Monteiro, R., Carrillo, J., & Aguaded, S. (2008). Emergent theorizations in modelling the teaching of two Science teachers. *Research in Science Education*, 38(3), 301-319.
- Montes, M. (2011). *El conocimiento del profesor en relación con las dificultades para la comprensión del concepto de infinito*. Tesis de Maestría. Huelva: Universidad de Huelva.
- Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26(3), 237-257.
- Pinto, H., & Ribeiro, C. M. (2013). Diferentes significados das frações - conhecimento mobilizado por futuros professores dos primeiros anos. En R. Cadima, H. Pinto, H. Menino, I. S. Simões (Org.), *Atas del International Conference of Research, Practices and Contexts in Education* (pp. 209-217). Leiria: ESECS.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa, Portugal: Ministério da Educação – DGIDC.
- Potari, D., Berg, C., Charalambous, C., Figueiras, L., Hošpesová, A., Ribeiro, C. M., Santos, L., Skott, J., & Zehetmeier, S. (2013). Group 17-From a study of teaching practices to issues in teacher education: Introduction. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of CERME 8* (en preparación). Antalya, Turquía: ERME.
- Ribeiro, C. M. (2010). *O desenvolvimento profissional de duas professoras do 1.º Ciclo, envolvidas num grupo de trabalho colaborativo, partindo da modelação das suas aulas de matemática*. Tesis Doctoral. Huelva: Universidad de Huelva.
- Ribeiro, C. M. (2012). Conocimiento matemático de futuros maestros sobre fracciones. El rol de la unidad. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García & L. Ordoñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 447-455). Baeza: SEIEM.
- Ribeiro, C. M., & Carrillo, J. (2011a). Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring data analysis. En B. Ubuz (Ed.), *Proceedings of the PME 35* (Vol. 4, pp. 41-48). Ankara, Turquía: PME.
- Ribeiro, C. M., & Carrillo, J. (2011b). Discussing Maria's MKT and beliefs in the task of teaching. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *Proceedings of SEMT 11* (pp. 290-297). Praga, República Checa: Charles University.

- Ribeiro, C. M., Carrillo, J., & Monteiro, R. (2008). Uma perspectiva cognitiva para a análise de uma aula de matemática do 1.º ciclo: um modelo de apresentação de conteúdo tendo como recurso o desenho no quadro. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho, & L. J. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 545-555). Badajoz: SEIEM.
- Ribeiro, C. M., Carrillo, J., & Monteiro, R. (2009). ¿De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica? Análisis y influencia en la práctica de una maestra. En M. J. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 415-423). Santander: SEIEM.
- Ribeiro, C. M., Carrillo, J., & Monteiro, R. (2010). Desarrollo profesional de una maestra de primaria. Introduciendo y discutiendo un modelo de análisis de desarrollo profesional. En M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 511-522). Lleida: SEIEM.
- Ribeiro, C. M., Mellone, M., & Jakobsen, A. (2013). Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions - a case on fractions. En *Proceedings of the PME 37* (en preparación). Kiel, Alemania: PME.
- Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context. *Issues in Education*, 4(1), 1-94.
- Serrazina, L. (1998). *Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal*. Tesis Doctoral. Lisboa, Portugal: APM.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: un estudio de dos casos*. Tesis Doctoral. Huelva: Universidad de Huelva.
- Stake, R. E. (2000). Qualitative case studies. En N. K. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (pp. 435-454). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. New York: Teachers College Press.
- Thames, M. (2009). *Coordinating mathematical and pedagogical perspectives in practice-based and discipline-grounded approaches to studying mathematical knowledge for teaching (K-8)*. Tesis Doctoral. Ann Arbor, MI: University of Michigan.
- Tichá, M., & Hošpesová, A. (2006). Qualified pedagogical reflection as a way to improve mathematics education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 129-156.
- Zehetmeier, S. (2010). The sustainability of professional development. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. 1951-1960). Lyon, Francia: ERME.
- Zehetmeier, S., & Krainer, K. (2011). Ways of promoting the sustainability of mathematics teachers' professional development. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 43(6/7), 875-887.

ⁱ Al final de este documento, que recoge la ponencia de Ribeiro en el Seminario, se incluye un resumen más extenso en español, con el fin de facilitar la comprensión del texto.

ⁱⁱ Uma identificação e reflexão dos/sobre os momentos e/ou eventos mais significativos no percurso de cada um poderá contribuir para uma maior e mais rica compreensão dos motivos que sustentam determinadas opções e linhas de ação posteriores.

ⁱⁱⁱ Para um exemplo dessa problemática, relacionado com o conhecimento dos futuros professores sobre racionais consultar Pinto e Ribeiro (2013).

^{iv} Despacho Conjunto dos Ministérios da Educação e da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior n.º 812/2005 (<http://www.legislacao.org/segunda-serie/despacho-conjunto-n-o-812-2005lbr-g-programa-professores-ensino-educacao-531762>)

^v O papel do professor e do aluno é aqui considerado na linha do que Climent (2005) considera incluído na Tendência Didática Investigativa.

^{vi} Aqui cumpre-me um agradecimento a todos aqueles que com a sua presença e comentários críticos construtivos me acompanharam (e muitos deles continuam, felizmente, a fazê-lo) no percurso, e têm contribuído para um crescimento

sustentável, em especial aos meus orientadores José Carrillo e Rute Monteiro que, pelas muitas questões que efetuaram, me permitiram delinear várias estratégias para a resolução dos problemas emergentes.

^{vii} Este objetivo último corresponde a uma das problemáticas com que me tenho debatido e que se prende com o facto de existirem na literatura imensos trabalhos que abordam as dificuldades dos alunos no âmbito de determinado conteúdo, outras que se enquadram no âmbito do conhecimento do professor, e outras que relacionam o conhecimento do professor com o dos alunos. Mas ainda atualmente tanto alunos como professores revelam poucos conhecimentos nesses domínios (e.g., Pinto e Ribeiro, 2013), o que levanta a questão sobre o que tem sido feito nesse âmbito e qual o nosso papel enquanto professores, formadores de professores e investigadores.

^{viii} Em Portugal existem licenciaturas especificamente desenhadas para a formação de professores das diferentes áreas curriculares que complementam os três primeiros anos (vertente puramente científica) com uma formação mais didática no quarto ano e experiência letiva durante todo o último ano – paralelo a esta prática letiva era realizado um trabalho científico na área da licenciatura.

^{ix} Ball e colegas, tendo como génese os trabalhos de Shulman desenvolvem uma concetualização do conhecimento do professor de matemática considerando a especificidade deste conhecimento em relação ao de outros profissionais que utilizam a matemática noutros contextos que não o letivo. Dividem o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do conteúdo em três subdomínios cada. O conhecimento do conteúdo em *common content knowledge*, *specialized content knowledge* e *horizon content knowledge* e o conhecimento didático do conteúdo em *knowledge of content and students*, *teaching* e *curriculum* (e.g., Ball et al., 2008).

^x Este grupo é coordenado por José Carrillo e para além dos investigadores de Huelva (Núria Climent, Luis C. Contreras, Miguel A. Montes, Álvaro Aguilar, Dinazar I. Escudero, Eric Flores e Enrique Carmona), inclui também investigadores de outras instituições: M. Cinta Muñoz-Catalán (Sevilha), Pablo Flores, Nielka Rojas e Elisabeth Ramos (Granada), C. Miguel Ribeiro, Rute Monteiro e C. Susana dos Santos (Universidade do Algarve, Portugal), Leticia Sosa e José L. Huitrado (Universidade de Zacatecas, México), Diana Vasco (Universidade Estadual Tecnológica de Quevedo, Equador), e Emma Carreño (Universidade de Piura, Peru).

^{xi} No sentido em que o refere Camões, Canto I, 1. “*As armas e os barões assinalados,/ Que da Ocidental praia Lusitana,/ Por mares nunca dantes navegados,/ Passaram para além da Taprobana,/ Em perigos e guerras esforçados/ Mais do que prometia a força humana,/ E entre gente remota edificaram/ Novo Reino, que tanto sublimaram*”.