

# CONSTRUYENDO UNA IDENTIDAD: TRAYECTORIAS DE INVESTIGACIÓN TRAS EL GRADO DE DOCTOR

## Identity building: Research trajectories after the doctoral dissertation

Francisco Javier García

Universidad de Jaén

### Resumen

*En este artículo describo mi trayectoria científica desde la tesis doctoral. Con el fin de evitar una aproximación simplista, meramente cronológica, propongo un modelo teórico local articulado en torno a tres principios fundamentales: la actividad de investigación se lleva a cabo en comunidades, se puede describir en términos praxeológicos y su motor es los tipos de problemas que se abordan. Uso este modelo para describir mi trayectoria, analizando las comunidades de investigación en las que participo o he participado, esbozando las praxeologías de investigación que modelizan mi actividad científica y explicitando los problemas de investigación abordados. Finalmente, determino cómo mi identidad de investigador se ha ido configurando como resultado de participar en una diversidad de comunidades.*

**Palabras clave:** *trayectoria investigadora, comunidades de práctica, praxeologías de investigación, problemas didácticos.*

### Abstract

*This paper describes my research trajectory after my doctoral dissertation. Trying to avoid a simplistic approach, merely chronological, I propose a local theoretical model, articulated around three key principles: any research activity is carried out in communities, it may be described in terms of praxeologies, being the driving force the kind of problems tackled. This model is used to describe my trajectory with respect to the research communities in which I am or have been involved, outlining the research praxeologies that model my scientific activity, and specifying the research problems. Finally, I determine how my identity as a researcher has emerged as a result of my participation in a variety of communities.*

**Keywords:** *research trajectory, community of practice, research praxeologies, didactic problems.*

### INTRODUCCIÓN

La defensa de su memoria de tesis doctoral constituye, para todo investigador, un punto clave en su trayectoria investigadora. Supone la culminación de un periodo intenso de formación científica, pero, a su vez, sitúa al investigador ante el reto, no menor, de continuar su investigación y de hacerla crecer, en un proceso continuo de aprendizaje y de desarrollo profesional.

En este trabajo uso, como *material empírico*, mi trayectoria investigadora. Sin embargo, el objetivo no es esta trayectoria en sí misma, ya que ésta carece de interés para la mayoría de los lectores. Por ello, enmarco esta trayectoria dentro de un panorama más amplio de la actividad de investigación, entendiendo ésta como actividad de aprendizaje a lo largo de la vida (profesional, al menos), que es una empresa colectiva que habitualmente el investigador no realiza en solitario, y que progresa en función de su adscripción a diferentes *comunidades*, de los problemas que aborda, de los resultados que va obteniendo y de los nuevos problemas que van emergiendo.

En el segundo apartado introduciré nociones teóricas que me permitan describir la actividad de investigación como una actividad humana, desarrollada en el seno de *comunidades de investigación*. En los siguientes apartados, usaré este marco teórico local para describir la evolución

de mi trayectoria investigadora. Finalmente, a modo de conclusión, esbozaré cómo mi identidad de investigador en Didáctica de las Matemáticas ha emergido y se ha ido formando como resultado de mi participación en un conjunto de *comunidades*.

## MARCO TEÓRICO

En este apartado, elaboraré un modelo teórico local (en un sentido similar al usado por Puig, 2006) para describir la actividad investigadora y su evolución, considerada como una actividad de aprendizaje a lo largo de la vida. Formulo el modelo local sobre tres principios:

- La actividad de investigación se lleva a cabo en comunidad.
- La actividad de investigación se puede describir en términos praxeológicos.
- Los problemas didácticos son el motor de la actividad de investigación.

### Comunidades de investigación

La investigación es una actividad que se desarrolla, principalmente, en comunidades. Aunque en ocasiones el investigador puede trabajar de forma relativamente individual, asumimos, como hipótesis de partida, que es en el seno de una o varias comunidades donde la actividad de todo investigador toma sentido, y donde encuentra el sustrato necesario para desarrollarse. La noción de comunidad de práctica (Lave y Wenger, 1991; Wenger, 2001) permite huir de una visión simplista de este trabajo en grupo, y ofrece herramientas para identificar y delimitar diferentes comunidades de prácticas en las que el investigador opera y se desarrolla en el trascurso de su vida profesional. Además, al basarse en una teoría social del aprendizaje, integra la dimensión de aprendizaje profesional, inherente a toda actividad de investigación. No usaremos esta noción en toda su profundidad, ya que un análisis detallado de las comunidades de prácticas en las que operan los investigadores en Didáctica de las Matemáticas excede, con creces, las pretensiones de este trabajo.

Según Wenger (2006), una comunidad de práctica está formada por un grupo de personas que participan en un proceso de aprendizaje colectivo en un dominio compartido del esfuerzo humano. Así, las comunidades de práctica están constituidas por personas que comparten una preocupación o una pasión por algo que hacen y que aprenden a hacer mejor en la medida en que interactúan de forma regular. Aunque el aprendizaje no tiene por qué ser un objetivo explícito de una comunidad de práctica, es algo inherente a la participación continuada, activa y sostenida en sus prácticas.

No todo grupo de personas que interactúan es una comunidad de práctica. Wenger (2006) considera que deben darse tres características cruciales: existir un *dominio* de intereses compartido por los miembros, devenir una *comunidad* persiguiendo sus intereses dentro de su dominio, y articularse en torno a una *práctica* realizada conjuntamente.

Es precisamente la práctica la que define una comunidad a lo largo de tres dimensiones: un *compromiso mutuo*, puesto que la práctica no existe en abstracto, sino porque hay personas que participan en acciones cuyo significado negocian mutuamente; una *empresa conjunta*, resultado de un proceso colectivo de negociación, que mantiene unida a la comunidad, y que crea entre los participantes relaciones de responsabilidad mutua; y un *repertorio compartido* de procedimientos, técnicas, lenguajes, herramientas, símbolos, conceptos, etc., que emergen como fruto de la actuación conjunta encaminada a la consecución *de una empresa* y por medio del que expresan sus formas de afiliación y su identidad como miembros (Wenger, 2001).

La teoría de Lave y Wenger se sitúa dentro del espectro más amplio de las teorías socioculturales del aprendizaje. Como señalan Llinares y Olivero (2008), en éstas el aprendizaje se interpreta en términos de procesos de construcción de significado y de participación en prácticas colectivas. El aprendizaje no se considera, en primera instancia, desde una perspectiva individual (adquisición de ciertas formas de conocimiento), sino desde una perspectiva social, mediado por la participación en

procesos sociales de construcción de conocimientos. Como señala Wenger (2001, p. 115): “las comunidades de práctica se pueden concebir como historias compartidas de aprendizaje.”

Las comunidades no existen de forma aislada; se conectan entre sí creando relaciones complejas. En estas interconexiones, podrían surgir *objetos limitáneos* entre comunidades y conexiones (*corredurías*) proporcionadas por personas que pueden introducir elementos de una práctica en otra.

La práctica genera los límites de una comunidad, tanto para las personas externas como para las internas a la misma, pero también se puede convertir en una forma de conexión entre comunidades. Wenger (2001) describe tres maneras en las que la práctica se puede convertir en una conexión: *prácticas limitáneas*, cuando se establece un encuentro en el límite de dos comunidades, abordando conflictos, conciliando perspectivas y encontrando soluciones; *superposiciones* de prácticas, cuando no requiere una empresa limitánea específica; y *periferias*, que conectan a la comunidad con personas que no siguen una trayectoria que los convierta en miembros de pleno derecho.

Finalmente, me referiré a la relación entre identidad y participación (volveré sobre esta relación en las conclusiones). La identidad de un sujeto se va configurando en función de las comunidades de práctica en las que interviene, y del grado en el que se involucra en las mismas. La identidad es esencialmente temporal y se construye en contextos sociales. Wenger (2001) introduce la noción de *trayectoria* para describir el tipo de participación en una comunidad y entre comunidades, a través de la que se va conformando la identidad. Distingue entre: *trayectorias periféricas*, como aquellas que no llevan al sujeto a una participación plena en la comunidad; *trayectorias entrantes*, cuando los participantes se unen a la comunidad con perspectiva de participar plenamente en su práctica; *trayectorias de los miembros*, puesto que la identidad no finaliza con la plena afiliación a una comunidad, sino que evoluciona con ella; *trayectorias limitáneas*, cuando la identidad del sujeto se construye en los límites entre comunidades; y *trayectorias salientes*, que conducen a abandonar una determinada comunidad.

Las comunidades desarrollan su práctica en una variedad de actividades. Para el propósito de este trabajo, me limito a comunidades orientadas a prácticas de investigación en Didáctica de las Matemáticas, entendidas en sentido amplio, y que pueden incluir la revisión y discusión de literatura; la participación en seminarios y reuniones científicas; el diseño y la realización de experimentos, entrevistas, observaciones clínicas, etc.; el desarrollo de materiales y recursos para el aula y/o para la formación del profesorado; la escritura de comunicaciones y artículos; la difusión de conocimiento a través de seminarios, talleres, conferencias; la coordinación de equipos de investigación y proyectos; etc. Por su especificidad, en lo que sigue hablaré de Comunidades de Investigación (CdI), como un caso particular, no nítidamente definido, de comunidad de práctica. Esta noción permitirá describir mi trayectoria investigadora en términos de pertenencia a CdIs, de elaboración de una identidad, de prácticas entre comunidades y de trayectorias.

### **Praxeologías de investigación**

La noción de CdI ofrece una primera herramienta para describir la dimensión social de la actividad investigadora. Wenger (2001) matiza que su uso del término “práctica” no refleja una dicotomía entre lo práctico y lo teórico, sino que incluye lo que hacemos, lo que decimos, a lo que aspiramos, con lo que nos conformamos, lo que sabemos y lo que podemos manifestar. No obstante, son necesarias herramientas más precisas para describir la relación teoría-práctica, en particular en el caso de las prácticas de investigación, que están fuertemente determinadas por discursos teóricos (marcos teóricos) y que, a su vez, son a menudo productoras de teorías.

Como segunda hipótesis, íntimamente conectada con la primera, inscribimos la actividad de investigación en el conjunto de las actividades humanas. En este sentido, postulamos que será posible describirla a partir del modelo general de la actividad humana propuesto por la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1992).

Artigue, Bosch y Gascón (2011), en el marco del establecimiento de redes entre teorías, introducen la noción de Praxeologías de Investigación (PI), para describir, de manera unificada y mutuamente dependiente, los tipos de problemas que el investigador aborda y las técnicas que usa (*praxis*), y los discursos tecnológico-teóricos que emplea para describir, justificar e interpretar tanto esta *praxis* como los resultados obtenidos (*logos*).

Esta noción es importante en la medida en que conecta el saber científico, que normalmente cristaliza en resultados teóricos, con la actividad propia del investigador, en la que pone en funcionamiento dichos objetos, o de la que estos emergen. Las PIs son entidades “vivas” y sujetas, permanentemente, a procesos de cambio, que afectan de manera integrada a sus cuatro componentes (tareas, técnicas, tecnologías y teorías). En ocasiones, es la evolución del bloque práctico la que produce nuevas necesidades teóricas, mientras que en otras ocasiones, es la evolución de los conceptos, interpretaciones o formas de pensamiento, así como la emergencia de nuevos resultados, lo que lleva a la construcción de nuevas técnicas y a la elaboración de nuevos problemas. La noción de PI permite describir con más precisión la actividad que tiene lugar en el seno de una CdI y, en especial, identificar con mayor nitidez los tipos de problema que se abordan, las técnicas que se usan y el saber científico que las sustenta.

### **Problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas**

En aras de completar el modelo local para analizar la actividad de investigación, resulta importante fijar la atención sobre el papel que juegan los problemas de investigación en la formación y el desarrollo de toda CdI, así como en las PIs que tienen lugar en su seno.

Como tercera hipótesis, asumimos que los problemas científicos no están dados de antemano, sino que se generan y evolucionan conjuntamente con las disciplinas (Gascón, 1993). En el caso de problemas construidos desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD, en adelante) nos apoyamos en el patrón heurístico de desarrollo de problemas didácticos  $P_\delta$  (Gascón, 2011), que se representa esquemáticamente como  $P_0 \oplus P_1 \hookrightarrow P_2 \hookrightarrow P_3 \hookrightarrow P_\delta$ .

$P_0$  representa un *problema docente*, esto es, un problema que el profesor se plantea cuando tiene que enseñar un tema matemático a sus alumnos, formulado, normalmente, usando las nociones disponibles en la cultura escolar, y que no son cuestionadas. No todo *problema didáctico*  $P_\delta$  tiene que partir de un problema docente, aunque históricamente así ha sido en muchos casos, y sigue siendo, en la medida en que en muchos problemas didácticos no se cuestiona el ámbito de la actividad matemática involucrada, ni su relatividad institucional. Los problemas docentes se pueden considerar independientes del marco teórico e insuficientes como problemas de investigación didáctica (carácter *pre-científico*). En línea con el trabajo de Gascón (2011), postulamos que desde cada PI se completan y reformulan problemas docentes, para generar verdaderos problemas de investigación. En el caso de la TAD, Gascón (2011) considera que este proceso se lleva a cabo a través de la consideración explícita de las dimensiones *epistemológicas*, *económicas* y *ecológicas*, dentro siempre de una perspectiva de relatividad institucional.

La formulación de un problema didáctico a partir de la dimensión *epistemológica* ( $P_1$ ) implica asumir la hipótesis de que el investigador siempre utiliza, aunque sea implícitamente, un modelo epistemológico del ámbito matemático en juego, que fija el sistema de referencia desde el que observa e interpreta. La completación de  $P_0$  con su dimensión *epistemológica* (sintetizada en el esquema con el signo  $\oplus$ ) supone una primera formulación de un *problema didáctico*. En el marco de la TAD se habla de *Modelos Epistemológicos de Referencia* (MER), construidos por el investigador a priori, que deben ser interpretados como hipótesis de trabajo, y por tanto deben ser constantemente contrastados y revisados (Gascón, 2011). La formulación de un MER es decisiva, ya que condiciona la amplitud del *ámbito matemático* y/o *didáctico* más adecuada para plantear el

problema en cuestión, los *fenómenos didácticos* que serán visibles, los *tipos de problemas de investigación* a plantear y las *explicaciones tentativas* a proponer.

La consideración de la dimensión *económica* de un problema didáctico da lugar al tipo  $P_2$ , que abarca la observación y descripción detallada de las organizaciones matemáticas y didácticas involucradas en el problema didáctico, en una institución determinada<sup>xiv</sup>. Para ello, será necesario no sólo apoyarse en un *modelo epistemológico de referencia*, sino también en un *modelo didáctico de referencia*. Esta dimensión de un problema didáctico “plantea cuestiones sobre el resultado que, en un periodo histórico determinado, ha producido la acción de *la transposición didáctica* en las praxeologías matemáticas y didácticas.” (Gascón, 2011, p. 216)

El análisis de *cómo son las cosas* conduce a cuestiones que sólo se pueden responder investigando qué sucede cuando intentamos cambiarlas. Por ello, la actividad de investigación relativa a la dimensión *económica* está muy ligada a lo que se suele denominar *ingeniería didáctica*.

La última dimensión de los problemas didácticos planteados desde la TAD tiene que ver con la problemática *ecológica*, esto es, el análisis de las condiciones y restricciones que explican por qué las organizaciones matemáticas y didácticas son como son en una determinada institución, así como las condiciones para que “pudiesen ser” de otra forma, dentro del universo de lo posible: “se puede afirmar bajo el enfoque de la TAD que todo problema didáctico es, en alguna medida, un problema de *ecología praxeológica* o, con más precisión, que la didáctica se preocupa por el estudio de la *ecología institucional de las praxeologías matemáticas y didácticas*” (Gascón, 2011, p. 217).

En la medida en que gran parte de mi trayectoria investigadora se inscribe en las praxeologías de investigación de la TAD, la incorporación al modelo teórico local del patrón heurístico del desarrollo de problemas didácticos en la TAD constituye una herramienta valiosa para poner en evidencia los tipos de problema abordados, según las dimensiones involucradas. Pero incluso en el caso de problemas didácticos no formulados dentro de la TAD, la noción de *problema docente* resulta relevante como punto de partida. Por ejemplo, en praxeologías de investigación más centradas en dimensiones cognitivas, postulo que también sería posible identificar el patrón a partir del que se construyen los problemas didácticos. Incluso, de manera general, en muchas ocasiones los problemas didácticos abordados quedan muy próximos a los *problemas docentes*.

Resumimos en la tabla 1 los componentes principales del modelo teórico local propuesto para el análisis de la trayectoria investigadora.

Tabla 1. Componentes de un modelo teórico local para el análisis de la trayectoria investigadora

| Ámbito    | Componentes en el modelo teórico local    | Elementos teóricos  | Teorías de referencia  |
|-----------|---|---|--|
| Comunidad | <i>Comunidades de Investigación (CdI)</i> | Comunidad: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compromiso mutuo</li> <li>• Empresa conjunta</li> <li>• Repertorio compartido</li> </ul> Entre comunidades: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Objetos limitáneos y correduría</li> <li>• Prácticas limitáneas, superposiciones y periféricas</li> </ul> Participación e identidad: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trayectorias periféricas</li> <li>• Trayectorias entrantes</li> <li>• Trayectorias de los miembros</li> <li>• Trayectorias limitáneas</li> <li>• Trayectorias salientes</li> </ul> | Comunidades de práctica<br>Lave y Wenger (1991)<br>Wenger (2001, 2006) |
| Actividad | <i>Praxeologías de Investigación (PI)</i> | Bloque “práctico” ( <i>praxis</i> ): <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tipos de tarea</li> </ul>   | Teoría Antropológica de lo Didáctico<br>Chevallard (1992)              |

|          |   |  |  |
|----------|---|--|--|
|          |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Técnicas</li> </ul> Bloque “teórico” ( <i>logos</i> ):  | Artigue, Bosch y Gascón (2011)   |
|          |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tecnologías</li> <li>• Teorías</li> </ul>   |  |
| Problema | <i>Patrón heurístico del desarrollo de problemas didácticos</i> | Problemas docentes.<br>Dimensiones de los problemas didácticos en la TAD: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Epistemológica</li> <li>• Económico-institucional</li> <li>• Ecológica</li> </ul> | Teoría Antropológica de lo Didáctico<br>Chevallard (1992)<br>Gascón (2011) |

## TRAYECTORIA DE INVESTIGACIÓN HASTA LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE DOCTOR

En este apartado reconstruyo mi trayectoria investigadora hasta la lectura de la tesis doctoral, haciendo uso del modelo local descrito. Identifico la comunidad o comunidades de investigación en las que participo, las praxeologías de investigación que describen las prácticas en estas comunidades y los tipos de problema abordados.

### Antes de la tesis doctoral: Formación de la Comunidad BAHUJAMA

Aunque este texto se centra en la tesis y la investigación posterior, considero oportuno llevar a cabo una breve reseña de la etapa previa, por la importancia que tiene para entender la formación de mi identidad como investigador en el seno de una comunidad de investigación determinada.

El Seminario Inter-Universitario de Investigación en Didáctica de la Matemática (SI-IDM) nació hace más de 20 años (noviembre, 1991) como un foro en el que profundizar en el estudio y comprensión de los fenómenos relacionados con la producción y comunicación del conocimiento matemático (fenómenos didácticos). Aunque se trata de un grupo amplio y heterogéneo, la necesidad de un foro en el que abordar problemas de investigación ubicados en praxeologías de investigación muy próximas entre sí, muchas de ellas en una etapa de fuerte desarrollo interno (como el caso de la TAD, o el del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática), generó un compromiso mutuo que cristalizó en la realización de cerca de veinte seminarios durante 14 años.

Mi incorporación a la CdI del SI-IDM fue en febrero de 1998, en su seminario en Baeza, inicialmente con una participación periférica, como miembro novel en una comunidad de expertos. Esta participación periférica me permitió entrar en contacto con PIs vinculadas con la Teoría de las Situaciones Didácticas, la Teoría de los Campos Conceptuales, el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática y la TAD.

La evolución de la CdI del SI-IDM y el desarrollo cada vez más específico de las prácticas asociadas a cada praxeología de investigación, así como de los tipos de problema abordados, dio lugar a la escisión de la comunidad en nuevas CdIs, en las que la empresa común estaba más alineada con cada PI, produciéndose una depuración y delimitación del repertorio compartido (en particular, del uso de conceptos, términos y lenguajes), y en las que las formas de compromiso mutuo evolucionaron más allá de las reuniones periódicas del Seminario. No obstante, una forma evolucionada de la comunidad inicial se mantiene como grupo de trabajo de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (Grupo de Didáctica de la Matemática como Disciplina Científica).

De esta escisión surgió una CdI articulada en torno a la TAD con un compromiso por avanzar en una PI que experimentaba una rápida evolución. La Comunidad BAHUJAMA<sup>xv</sup> ha desarrollado, desde entonces, una intensa labor de investigación que ha culminado, hasta la fecha, en 8 tesis

doctorales, en la publicación de numerosas contribuciones a congresos y artículos y en la consecución de diversos proyectos de investigación. Es en el seno de esta CdI, y en términos de la PI de la TAD, donde tiene sentido considerar los problemas didácticos abordados en mi tesis doctoral, y mi trayectoria investigadora derivada.

### **Tesis doctoral: Praxeología de investigación y problemas didácticos**

En este apartado, reconstruyo mi tesis doctoral (García, 2005), dirigida por la Dra. Luisa Ruiz-Higueras y el Dr. Josep Gascón, en base a los tipos de problema abordados, a las respuestas construidas y a los nuevos problemas planteados, de acuerdo con el patrón heurístico de Gascón (2011).

El origen de los problemas de investigación abordados en mi tesis está en los procesos de aprendizaje y enseñanza de la proporcionalidad en la Educación Secundaria Obligatoria. El problema docente asociado se puede formular en los siguientes términos: *Como profesor, ¿qué tengo que enseñar a mis alumnos y cómo tengo que enseñarlo, a propósito de la proporcionalidad?*

Una revisión inicial de investigaciones “clásicas” en torno a la proporcionalidad reveló:

- De un lado, que en la formulación de problemas de investigación sobre proporcionalidad predomina la dimensión cognitiva (razonamiento proporcional), estando casi ausentes las dimensiones *epistemológica* (qué es la proporcionalidad), *económica* (transposición didáctica de la proporcionalidad) y *ecológica* (condiciones de “vida” de la proporcionalidad).
- De otro lado, un fenómeno de encierro o aislamiento de la proporcionalidad en sí misma, no sólo en la investigación, sino también en su tratamiento escolar.

Mi tesis parte pues de la formulación de la dimensión *epistemológica* del problema docente de la proporcionalidad, a partir de la que abordamos la dimensión *económica* y planteamos la necesidad de abordar la dimensión *ecológica*.

La dimensión *epistemológica* del problema de la enseñanza-aprendizaje de la proporcionalidad implica explicitar y cuestionar el modelo epistemológico de la proporcionalidad que se desprende de los libros de texto y del diseño curricular y que, por tanto, es el dominante en la institución escolar y acaba siendo asumido implícita y acríticamente por muchas investigaciones. El cuestionamiento de dicho modelo epistemológico dominante llevó a cuestionar la posibilidad de tomar el “razonamiento proporcional” como objeto de estudio, dado que el aislamiento de la proporcionalidad como ámbito de investigación se corresponde con la distribución tradicional de la matemática escolar impuesta por los programas oficiales.

A partir de la formulación de la dimensión *epistemológica*, una primera aportación de la tesis fue la construcción de un modelo epistemológico de referencia en torno a la proporcionalidad, en continuidad con los trabajos de tesis de Bosch (1994) y de Bolea (2002). Planteamos que la razón de ser de la proporcionalidad no se puede encontrar dentro de sí misma, sino en el universo más amplio de la modelización funcional de sistemas de variación. La formulación de este MER amplió la problemática de la investigación al introducir, por un lado, los procesos de modelización matemática y, por otro, las relaciones funcionales.

En relación con el primer aspecto (procesos de modelización), García (2005) incluye una revisión del ámbito de investigación en torno a la modelización matemática y las aplicaciones, con la noción de modelización como objeto de estudio en el marco de la TAD. Una aportación de la investigación es la reformulación de la modelización, dentro del modelo general de la actividad matemática propuesto por la TAD, como reconstrucción de praxeologías matemáticas de complejidad creciente. Esta aportación se ha mostrado fecunda en la comunidad BAHUJAMA, como lo han puesto en evidencia las tesis de Barquero (2009), Ruiz-Munzón (2010) y Serrano (2013).

En relación con el segundo aspecto (relaciones funcionales), en mi tesis integramos el fenómeno didáctico del aislamiento de la proporcionalidad dentro del fenómeno más amplio de la desarticulación de la matemática escolar. A partir de este, planteamos el problema de la articulación del estudio de las relaciones entre magnitudes en la Educación Secundaria (correspondiente a la dimensión *económica* de los problemas didácticos):

*¿Cómo diseñar organizaciones didácticas que permitan articular el conjunto de relaciones entre magnitudes propuestas en el currículo de matemáticas, tanto entre los temas y áreas de una misma etapa como entre las diferentes etapas educativas? ¿Qué características específicas debería poseer una organización didáctica escolar para poder retomar los contenidos antiguos en torno a los sistemas de variación, incluso los estudiados en etapas educativas anteriores, cuestionarlos, desarrollarlos e integrarlos en organizaciones matemáticas más amplias y complejas?*

Usando como herramienta el modelo epistemológico de referencia, se realiza:

- Un análisis de transposición didáctica a partir de documentos curriculares y de libros de texto, del que concluimos el aislamiento de la proporcionalidad, y la atomización y desarticulación del estudio de las diferentes relaciones funcionales en la Educación Secundaria. También detectamos que la actividad de modelización matemática, que podría dotar de sentido al estudio de las relaciones funciones (y a la proporcionalidad) como modelos de la variación entre magnitudes, está casi ausente.
- Un trabajo de ingeniería didáctica, construyendo y experimentando un *recorrido de estudio e investigación* (Chevallard, 2006) que permita la reconstrucción articulada de las relaciones funcionales en la Educación Secundaria, a través de la modelización de un sistema de variación (García, Gascón, Ruiz-Higueras y Bosch, 2006). La construcción de este recorrido supuso considerar también un modelo didáctico de referencia. El diseño y experimentación de un recorrido de estudio e investigación es otra aportación de la tesis, más aún si tenemos en cuenta que los recorridos de estudio e investigación era una noción emergente en la TAD en aquellos momentos, que posteriormente ha demostrado su fecundidad (e.g., Rodríguez, 2005; Sierra, 2006; Barquero, 2009; Ruiz-Munzón, 2010; Serrano, 2013) y que ahora juega un papel fundamental en la PI de la TAD (Chevallard, 2012).

La experimentación del recorrido de investigación diseñado, con clases de 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria y de 1º de Bachillerato, permitió constatar el potencial de estos dispositivos didácticos para generar una actividad matemática que articule los diferentes *momentos de estudio*, que haga emerger los conocimientos matemáticos a partir de una actividad de modelización que surja de cuestiones problemáticas “vivas” y “auténticas”, dotando de sentido a los mismos. Pero, al mismo tiempo, puso en evidencia restricciones institucionales potentes, que apuntaban a la dimensión *ecológica* del problema didáctico de la proporcionalidad, y la extendían hacia la dimensión *ecológica* de la actividad de modelización en la Educación Secundaria.

Planteamos, como problemas abiertos, en relación con la dimensión *económica*: ¿Existen otros ámbitos de la matemática escolar en los que se manifiesta el fenómeno de la desarticulación? ¿Cuáles son? ¿Hasta qué punto este fenómeno depende del contenido matemático específico? ¿Cuál es el alcance de la modelización matemática para construir propuestas que incidan sobre la desarticulación entre diferentes ámbitos de la matemática escolar? También, respecto a la dimensión *ecológica*: ¿Cuáles son las restricciones matemáticas, didácticas y culturales que dificultan el normal desarrollo de recorridos de estudio e investigación en las instituciones docentes? ¿Son necesarios nuevos *dispositivos didácticos* que permitan la realización de este tipo de recorridos? ¿Cómo se debe modificar el *topos* del profesor y del alumno para llevar a cabo conjuntamente procesos de estudio diseñados como recorridos de estudio e investigación?

La tabla 2 sintetiza la evolución de los problemas didácticos en García (2005).

Tabla 2. Evolución de los problemas didácticos en García (2005)

| <b>Problema docente</b>   | <b>¿Qué enseñar y cómo, en relación con la proporcionalidad?</b>  |
|---|---|
| <b>Problema didáctico</b><br><b>Dimensión epistemológica</b>          | ¿Qué es la proporcionalidad? ¿Qué relación existe entre la proporcionalidad y el resto de relaciones funcionales?<br>Construcción de un modelo epistemológico de referencia.  |
| <b>Problema didáctico</b><br><b>Dimensión económico-institucional</b> | Problema de la desarticulación del estudio de las relaciones funcionales en la Educación Secundaria.<br>Análisis de la transposición didáctica de la proporcionalidad y las relaciones funcionales: Desarticulación y pérdida de sentido.<br>Diseño de un recorrido de estudio e investigación.                                       |
| <b>Problema didáctico</b><br><b>Dimensión ecológica</b>               | Ecología de la modelización matemática: ¿Condiciones y restricciones que dificultan el desarrollo de actividades de modelización matemática en la Educación Secundaria?<br>Ecología de los recorridos de estudio e investigación: ¿Condiciones y restricciones que dificultan la normal integración de estos dispositivos didácticos? |

### TRAS EL GRADO DE DOCTOR: TRAYECTORIA EUROPEA DE INVESTIGACIÓN

En este apartado describo las CdI en las que participo, o he participado, tras la realización de la tesis doctoral, la migración entre ellas, los objetos y prácticas que este movimiento entre comunidades ha generado, las PIs que describen la actividad investigadora realizada en cada comunidad (y entre comunidades) y los tipos de problemas didácticos en los que he ido trabajando.

La presentación de un artículo en el Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática en 2005 (García y Ruiz-Higueras, 2005) supone mi acercamiento a la comunidad europea de investigación en torno a la modelización matemática y las aplicaciones. Mi participación en la misma se extiende durante las siguientes dos ediciones: en Larnaca, siendo co-responsable del Grupo 13, “Modelling and applications” (Kaiser, Sriraman, Blomhøj y García, 2007) y en Lyon (García y Ruiz-Higueras, 2010).

La delimitación de esta comunidad es compleja, incluso el hecho de considerarla como una comunidad de práctica. Esta comunidad comparte la empresa de incluir la modelización matemática en el sistema de enseñanza de las matemáticas, bien como un contenido a desarrollar per se, bien como una herramienta para la enseñanza de las matemáticas (Niss, Blum y Galbraith, 2007). Sin embargo, la existencia de múltiples PIs, desde las que se formulan y abordan cuestiones derivadas de la problemática general, da lugar a una heterogeneidad de empresas conjuntas y a un extenso repertorio, no siempre compartido por todos (como puso en evidencia el 14º Estudio ICMI “Applications and modelling in Mathematics Education”, o las actividades de la Comunidad Internacional de Profesores de Modelización Matemática y Aplicaciones ICTMA).

Podemos considerar la “modelización matemática” como un objeto limitáneo en torno al que se coordinan las PIs de diversas comunidades de estudio, y en torno al que se generan nuevas prácticas, que de nuevo son susceptibles de coordinarse.

#### Formación de una nueva comunidad de práctica: Proyecto LEMA

Paso a describir la emergencia de una comunidad integrada por miembros pertenecientes a comunidades de investigación vinculadas con la comunidad europea de investigación en el ámbito de la modelización y las aplicaciones. De los múltiples problemas de investigación que se abordan dentro de la comunidad europea de modelización, me centro en los relacionados con la formación y el desarrollo profesional del profesorado, dado que sus necesidades formativas respecto de la

modelización ha sido reconocida como una de las razones que limitan su presencia en los sistemas de enseñanza. Doerr (2007) identifica dos problemas de investigación: *¿Cuál es el conocimiento que los profesores necesitarían para usar efectivamente la modelización y las aplicaciones en sus prácticas de aula?* y *¿Cómo formar/apoyar al profesorado para que sea capaz de implementar, de manera efectiva, metodologías orientadas a la modelización?* Éstos deben ser considerados como problemas docentes ya que están formulados usando las nociones disponibles en la cultura escolar, y porque nociones como “modelización” o “formación del profesorado” no se cuestionan, al menos en su formulación inicial.

Un grupo de siete investigadores europeos, vinculados a la CdI europea en modelización y aplicaciones, abordamos este problema en nuestro primer proyecto europeo: *Learning and Education in and through Modelling and Applications* (LEMA, Proyecto Comenius 2.1, 2006-2009, [www.lemma-project.org](http://www.lemma-project.org)). Las nociones de modelización y de formación de profesores se constituyen en objetos en torno a los que se genera un conjunto de nuevas prácticas compartidas. Teniendo en cuenta que cada investigador provenía de comunidades con PIs diferentes, la única posibilidad de trabajar juntos era sobre un problema docente. Como indican Bosch, Gascón y Trigueros (2010), una modalidad del diálogo entre teorías es a nivel de los problemas científicos, remontándose a un “paso previo” en la formulación de los mismos dentro de cada praxeología.

Como respuesta al problema de la formación del profesorado para incorporar la modelización y las aplicaciones a sus prácticas de aula, en el Proyecto LEMA diseñamos, experimentamos y optimizamos un programa de desarrollo profesional del profesorado, articulado en cinco módulos: modelización, tareas, lecciones, evaluación y reflexión.

La metodología seguida fue la de investigación basada en diseño, siendo el objetivo principal el desarrollo de productos para la formación del profesorado basados en la investigación, considerando que la difusión y transferencia de resultados de la ciencia es una dimensión fundamental de toda praxeología, en cualquier campo científico, como inherente a la misma y coherente con el compromiso que la investigación debe tener con la sociedad.

Además, en el Proyecto abordamos el problema didáctico (formulado en términos cognitivos) de analizar en qué grado las creencias, el conocimiento profesional y las prácticas docentes del profesorado (Tirosh y Graeber, 2003) evolucionaron en la población de profesorado europeo participante, determinando en cierta forma la efectividad del programa de desarrollo profesional.

Los resultados del Proyecto mostraron que, si bien no fue posible detectar evoluciones en las creencias de los profesores, sí hubo un efecto positivo en el desarrollo del conocimiento pedagógico del contenido en relación con la modelización y las aplicaciones, así como en la auto-percepción del profesorado de su eficacia para incorporar la modelización y las aplicaciones en sus prácticas de aula (Maaß y Gurlitt, 2011). El trabajo descrito por Maaß y Gurlitt es el resultado de una práctica que surge de la intersección de la práctica de diseño en la Comunidad LEMA, con praxeologías en torno a las creencias y las actitudes del profesorado. Este fenómeno de desarrollo de prácticas en el límite entre comunidades es propio de comunidades creadas ad hoc para la realización de un proyecto, con una empresa compartida y un compromiso mutuo claramente definido y delimitado en el tiempo, pero que, simultáneamente, mantiene a los investigadores trabajando en sus respectivas comunidades y desde sus respectivas praxeologías.

### **Trayectoria de los miembros de LEMA: Proyecto COMPASS**

En términos de participación y creación de identidades, y de evolución de las comunidades de práctica, es posible describir *trayectorias salientes* de algunos miembros, pero también miembros que deciden mantenerse dentro de la comunidad, con la que evolucionan de manera conjunta.

El trabajo sobre modelización matemática en el marco del Proyecto LEMA llevó a dos problemas conectados, de cuya intersección emerge un segundo proyecto. Por un lado, la modelización

matemática implica la consideración de contextos extra-matemáticos y la relación entre conocimientos matemáticos y extra-matemáticos. En particular, la relación entre las matemáticas y las ciencias, como caso particular de interdisciplinariedad. Por otro lado, a partir de los análisis del contexto en el que trabajan los profesores, detectamos el problema de la ausencia de materiales de aula diseñados desde la perspectiva de la modelización y las aplicaciones. En la intersección de ambos, formulamos el problema (docente, de nuevo) del diseño de materiales interdisciplinarios para la enseñanza de las matemáticas y las ciencias desde la perspectiva de la modelización, que se corresponde al problema abordado en el Proyecto *Common Problem Solving Strategies as Links between Mathematics and Science* (COMPASS, Proyecto Comenius Multilateral, 2009-2011, [www.compass-project.eu](http://www.compass-project.eu)).

Investigadores de seis países, cuatro de ellos provenientes de LEMA, junto con investigadores de Didáctica de las Ciencias Experimentales, constituyen una nueva comunidad, que vuelve a estar articulada en torno a una empresa conjunta claramente definida y un compromiso mutuo limitado en el tiempo: el diseño de actividades escolares interdisciplinarias.

Como en LEMA, trabajamos desde una perspectiva de la investigación basada en el diseño, anteponiendo el desarrollo de productos. El equipo diseña, somete al juicio de expertos, experimenta, optimiza, maqueta y difunde actividades interdisciplinarias para la Educación Secundaria, en una práctica de ingeniería matemática y didáctica. El proyecto también incluye la realización de talleres de formación inicial y desarrollo profesional en torno al aprendizaje interdisciplinar en Matemáticas y Ciencias. En las prácticas de diseño desarrolladas en la CdI COMPASS, partimos de las tres estrategias para la enseñanza interdisciplinar de Nikitina (2006): *contextualización, conceptualización y resolución de problemas*. Las tareas diseñadas abarcan problemas complejos en contextos significativos, relacionados con temáticas medioambientales y sociales, no abordables satisfactoriamente desde una única disciplina. Además, en línea con el trabajo ya comenzado en otro tercer proyecto, que describo a continuación, las tareas se diseñaron según los principios del aprendizaje por investigación en dos versiones diferentes: una más cerrada, a modo de investigación guiada; otra más abierta a modo de proyecto. En el diseño jugó un papel fundamental el uso de nuevas tecnologías al diseñar applets para las tareas (Maaß, García, Mousoulides y Wake, 2013).

Destaco mi responsabilidad en el análisis de las condiciones institucionales en cada país para el diseño y la implementación de tareas interdisciplinarias, que se llevó a cabo, previa reformulación en el marco de la TAD, como el *problema didáctico de la ecología de la interdisciplinariedad*. Los resultados se recogieron en un informe interno, remitido a la Comisión Europea (no publicado). Observamos de nuevo cómo prácticas de CdIs diferentes se solapan, creando una práctica limitánea, mediada por el investigador que se mueve de una a otra comunidad (*correduría*).

### **Trayectoria de los miembros de COMPASS: Proyecto PRIMAS**

Los miembros de la Comunidad COMPASS, junto con investigadores de otras siete universidades, forman una nueva CdI que coexiste, durante 2010 y 2011, con la de COMPASS. Esta comunidad es también una evolución de la Comunidad LEMA. Por un lado, porque comparte y extiende los problemas de investigación que allí se abordaron: del papel de la modelización en los sistemas de enseñanza de las matemáticas, al papel del aprendizaje por investigación (que engloba la modelización dentro de los procesos de investigación). Por otro lado, porque el problema (docente) general sigue centrado en la formación y el desarrollo profesional del profesorado. En contraste con las Comunidades LEMA y COMPASS, que en su configuración eligieron un ámbito de investigación de interés para sus miembros (modelización e interdisciplinariedad), sin que este estuviese fijado de antemano, el caso de este tercer proyecto es diferente.

Tras la publicación del denominado Informe Rocard (Rocard et al., 2007), que denunciaba el decreciente interés de los jóvenes europeos por los estudios de Matemáticas y Ciencias, que

problematizaba las pedagogías dominantes en los sistemas educativos europeos centradas en el profesor, y que proponía acciones a gran escala para la formación del profesorado en metodologías centradas en el alumno y orientadas al aprendizaje por investigación, la Comisión Europea lanza sucesivas convocatorias para proyectos transnacionales (normalmente, con diez o más países), con una agenda prácticamente cerrada: difundir metodologías orientadas al aprendizaje por investigación entre el profesorado.

El Proyecto *Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education* (PRIMAS, 7º Programa Marco, 2010-2013, [www.primas-project.eu](http://www.primas-project.eu)) reúne a un equipo extenso de investigadores en Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales, en torno a los problemas docentes siguientes: *¿Cuál es el conocimiento que los profesores de matemáticas y ciencias necesitarían para usar efectivamente el aprendizaje por investigación en sus aulas? ¿Cómo formar/apoyar al profesorado para que sea capaz de implementar, de manera efectiva, metodologías que orienten a sus alumnos hacia un aprendizaje por investigación? ¿Qué acciones son necesarias en diferentes grupos objetivo (profesorado, alumnado, familias, formadores de profesorado, legisladores y políticos) para conseguir un cambio en los sistemas de enseñanza de las matemáticas y las ciencias en la dirección del aprendizaje por investigación?*

Enfrentamos de forma amplificada el mismo fenómeno: problemas docentes como punto de partida y delimitador de una comunidad de investigación (la Comunidad PRIMAS), una empresa conjunta y un compromiso mutuo claramente delimitado en la memoria de un proyecto. Esta comunidad vuelve a estar rodeada por una “constelación” de comunidades de prácticas en las que los miembros operan desde praxeologías de investigación diversas, entre las que van y vienen, y donde surgen numerosas prácticas limitáneas. Los objetos “inquiry based learning” y “desarrollo profesional del profesorado” se convierten en objetos en torno a los que la Comunidad PRIMAS tiene que negociar un significado compartido que dé sentido al trabajo conjunto.

En lo referente a mi trayectoria científica, son diversos los problemas de investigación abordados en PRIMAS, claramente mediados por las praxeologías de los investigadores responsables de liderar las distintas tareas. Entre ellos: *¿Cuáles son las condiciones y restricciones ecológicas que dificultan la integración del aprendizaje por investigación en los sistemas de enseñanza de las matemáticas y las ciencias? ¿Qué tipos de material de aula sirven de apoyo al profesorado para la implementación del aprendizaje por investigación? ¿Cómo diseñar un programa de desarrollo profesional efectivo para orientar las prácticas docentes del profesorado hacia el “aprendizaje por investigación”? ¿Cuáles son los contenidos y los procesos sobre los que construir dicho programa? ¿Cuál es el modelo de desarrollo profesional subyacente? ¿Cómo evolucionan las creencias, actitudes y capacidades del profesorado en torno a la implementación del aprendizaje por investigación tras su participación en el programa de desarrollo profesional PRIMAS? ¿Qué estrategias permiten pasar de la pequeña escala a la gran escala en el desarrollo profesional del profesorado? ¿Cómo diseñar y evaluar un programa de implementación a gran escala basado en un modelo en espiral? ¿Cómo los sistemas, las estructuras y, sobre todo, las personas (profesores, formadores de profesores, legisladores, políticos) reaccionan de forma diferente a imperativos provenientes de políticas “globales”, debido a sus contextos “locales”, dando lugar al fenómeno de la “globalización”? ¿Cuáles son las prioridades políticas en torno a la educación matemática y científica, y en torno al desarrollo profesional del profesorado, y cuáles son los valores que las respaldan? ¿Cómo los sistemas y las estructuras median y gestionan la implementación de dichas políticas? ¿Cuáles son los procesos que proporcionan datos y evidencias para orientar a las decisiones políticas? Estos problemas de investigación están siendo aún abordados dentro de la Comunidad PRIMAS<sup>xvi</sup>.*

En relación con la evaluación del impacto del Proyecto PRIMAS en el profesorado, se está llevando a cabo un estudio cuantitativo a través de cuestionarios, que incluye un estudio preliminar de nivel, un pre-test al inicio de la formación y un pos-test al finalizarla, completado con estudios cualitativos de caso.

Algunos resultados del estudio de base fueron presentados en un simposio en el Congreso Europeo de Investigación Educativa de 2012 y serán publicados próximamente (Abril, Ariza, Quesada y García, en prensa). Los mismos muestran una actitud positiva del profesorado (47 en ejercicio y 36 en formación) hacia la incorporación del aprendizaje por investigación en sus prácticas docentes. Éste es considerado como una herramienta útil para abordar problemas de aprendizaje (no tanto como estrategia motivadora), con la detección de la necesidad que tiene el profesorado de apoyo y formación en este ámbito.

Algunos resultados preliminares del análisis de los pre-test y de los post-test muestran correlaciones significativas entre dimensiones de las creencias, de las prácticas y del conocimiento profesional de los profesores participantes en la formación asociada al Proyecto PRIMAS durante 2011-2012 en Andalucía. Los datos en recopilación de 2012-2013 serán publicados más adelante.

En enero de 2013 hemos comenzado a trabajar en un nuevo proyecto europeo *Mathematics and Science for Life* (MaScil, 7º Programa Marco, 2013-2016) que supone una continuidad de la Comunidad PRIMAS (con trayectorias salientes y entrantes) y en el que, junto al problema del desarrollo profesional del profesorado y de la ecología del aprendizaje por investigación, y en conexión con el problema de la interdisciplinariedad abordado en COMPASS, tratamos el problema de la conexión de las Matemáticas y la Ciencias con el “mundo del trabajo”, y su potencial papel en la transformación de los sistemas de enseñanza de Matemáticas y Ciencias a nivel europeo.

La figura 2 ilustra las diferentes comunidades de investigación creadas en torno a proyectos europeos y la evolución de la trayectoria de sus miembros entre comunidades, en función de los tipos de problema abordados, así como algunas de las prácticas.

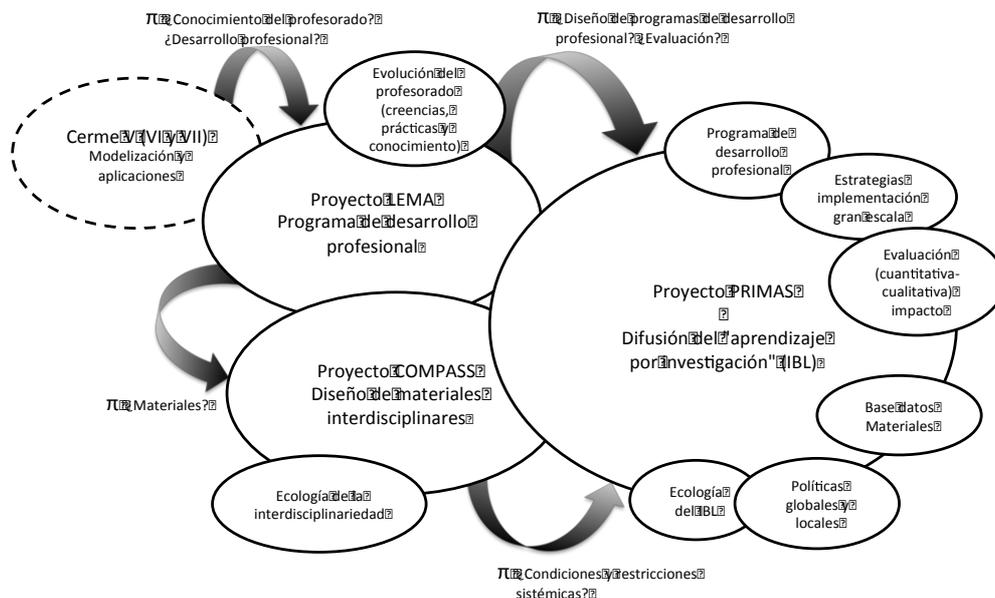


Figura 1. Evolución de CdIs vinculadas a proyectos europeos

## TRAS EL GRADO DE DOCTOR: PRÁCTICAS ENTRE COMUNIDADES

Ahora me centro en mi trayectoria dentro de la Comunidad BAHUJAMA tras la realización de la tesis doctoral. Esta trayectoria está condicionada por las prácticas en las comunidades de investigación europeas, pero también por la consecución de proyectos del Plan Nacional de I+D+i: “Los Recorridos de Estudio e Investigación como propuesta didáctica para la enseñanza de la modelización matemática”, cuyo sub-proyecto; “La modelización matemática en la formación del profesorado de Infantil y Primaria en Matemáticas y en Ciencias Naturales”, coordino desde 2013.

Me referiré a algunos de los problemas abordados en la intersección entre la Comunidad BAHUJAMA y las comunidades asociadas a los proyectos europeos. En concreto, me referiré a la reinterpretación y reformulación como problemas didácticos desde la TAD de problemas docentes abordados en las comunidades de investigación europeas.

En el marco de la Comunidad LEMA, a partir del diseño e implementación del programa de desarrollo profesional, planteamos el problema didáctico siguiente: *¿En qué sentido el Programa LEMA modifica el equipamiento praxeológico<sup>xviii</sup> del profesorado participante?* Se puede considerar como un problema ubicado en la dimensión *económica*. En García y Ruiz-Higueras (2011), con base en el modelo para la descripción de las praxeologías didácticas del profesorado elaborado en Ruiz-Higueras y García (2011), analizamos el programa asociado al Proyecto LEMA, concluyendo que los módulos diseñados contribuyen a una evolución de las técnicas didácticas *topogenéticas*, *mesogenéticas* y *cronogenéticas* en la incorporación de la modelización en el aula.

También en relación con el Proyecto LEMA, y en torno a la modelización matemática, en García y Ruiz-Higueras (2010) abordamos el problema didáctico *económico* del diseño de actividades de modelización en el marco de la TAD. Partiendo de la definición de la modelización matemática como proceso de construcción de praxeologías de complejidad creciente (García, 2005), propusimos los recorridos de estudio e investigación como tecnología que describe y justifica la tarea del diseño de actividades de modelización. Una versión revisada (García y Ruiz-Higueras, 2013) ha sido aceptada para su presentación en el 22º Estudio ICMI sobre diseño de tareas.

En relación con el Proyecto COMPASS, ya he explicado cómo una tarea del proyecto (análisis de contextos nacionales) fue reformulada como un problema didáctico (dimensión ecológica) dentro de la TAD. Esta misma reformulación ecológica para el análisis del contexto se llevó a cabo en el Proyecto PRIMAS. Los resultados del análisis (Dorier y García, 2013) muestran un contraste entre restricciones que provienen de diferentes niveles de codeterminación didáctica (por ejemplo, las prácticas docentes dominantes, o la estructuración del currículo en los niveles inferiores de codeterminación), frente a condiciones favorables que emergen de otros niveles (como la evolución del papel que la escuela debe desempeñar en la sociedad del siglo XXI, las políticas europeas o la orientación general de la mayoría de currículos nacionales).

En la Comunidad PRIMAS, en el marco del diseño de un programa de desarrollo profesional en torno a la implementación del aprendizaje por investigación, desde la TAD hemos planteado la reformulación del modelo de desarrollo profesional bajo el que el programa ha sido diseñado, y su capacidad, a priori, para transformar el conocimiento profesional y las prácticas de los profesores. En García (2013) se describe un modelo para el desarrollo profesional del profesorado, extendiendo el *paradigma del cuestionamiento del mundo* (Chevallard, 2012), así como la noción de “recorrido de estudio e investigación”, al ámbito de la formación del profesorado, en continuidad con el trabajo de Ruiz-Higueras y García (2010) sobre formación del profesorado desde la TAD. El análisis del programa asociado al Proyecto PRIMAS en función de este modelo de desarrollo profesional lleva a concluir que se trata, a priori, de un programa *transicional* (en el sentido de Kennedy, 2005), pero que, según como se implemente, podría devenir en transformativo. Queda abierto el contraste empírico de su carácter *transicional/transformativo*, en función de los resultados del estudio cuantitativo que se está llevando a cabo.

## CONCLUSIONES

He intentado describir mi identidad como investigador en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas. Según Wenger (2001), definimos quienes somos por la manera en que experimentamos nuestro yo mediante la participación y cosificación (identidad como *experiencia negociada*), en función de lo familiar y lo desconocido (identidad como *afiliación a comunidades*), según de dónde venimos y a dónde vamos (identidad como *trayectoria de aprendizaje*), por las maneras en las que conciliamos nuestras formas de afiliación a diferentes comunidades (identidad

como *nexo de multiafiliación*) y negociando maneras locales de pertenecer a constelaciones más amplias (identidad como *relación entre lo local y lo global*).

Aunque no es un patrón universal, el inicio de la identidad de un investigador suele emerger de la comunidad a la que se inscribe en su formación pre-doctoral y para la realización de su tesis doctoral. Esta comunidad inicial determina la PI del investigador, así como los tipos de problema que aborda. En mi caso, fue a partir de mi participación en la Comunidad BAHUJAMA que empecé a desarrollar mi identidad como investigador, en el marco de praxeologías de la TAD, abordando problemas específicos, conectados con problemas didácticos ya tratados en dicha Comunidad.

Pero la identidad se conforma constantemente y evoluciona según la afiliación del investigador a diferentes comunidades, dando lugar a trayectorias de aprendizaje. En mi caso, he identificado dos trayectorias: por un lado, la vinculada a mi participación en comunidades de investigación europeas y, por otro, la evolución de mi identidad inicial dentro de la Comunidad BAHUJAMA.

La primera trayectoria ha supuesto mi integración en una comunidad heterogénea, sujeta a múltiples interacciones con una constelación de comunidades, entre las que continuamente se negocian significados (para modelización matemática, desarrollo profesional, interdisciplinariedad o aprendizaje por investigación), en la que las prácticas en el “centro” de la comunidad se conectan con prácticas y objetos en el límite con las demás comunidades, en la que los individuos migran entre comunidades intentando conciliar sus formas de afiliación. En la formación y evolución de estas nuevas comunidades se produce un mestizaje en las PIs y una negociación de las prácticas, que tiene su reflejo en los tipos de problema que se abordan. Inicialmente, los tipos de problema están casi siempre en el nivel de problemas docentes, ya que su reformulación dentro de una praxeología de investigación determinada choca con la necesidad de hacer las prácticas accesibles a todos los miembros de la comunidad. Pero, a su vez, también se constata la tensión entre estas prácticas y las propias de las comunidades de origen de cada investigador, que se manifiesta en la formulación de problemas de investigación derivados del problema docente inicial, a partir de las praxeologías de algunos miembros de la comunidad. Por ejemplo, en la Comunidad LEMA, con la formulación del problema didáctico (cognitivo) de las creencias del profesorado y su evolución, o en la Comunidad PRIMAS con la formulación del problema didáctico de la ecología del aprendizaje por investigación.

Este fenómeno conecta mi trayectoria en las comunidades europeas con mi trayectoria en la Comunidad BAHUJAMA. A partir de las praxeologías de investigación propias de la TAD, mi trayectoria post-doctoral está en gran parte marcada por los movimientos entre comunidades, mediante la reformulación como problemas didácticos en la TAD de aspectos de los problemas docentes abordados en las comunidades europeas. Por ejemplo, cuando surge la pregunta sobre los efectos del Programa LEMA en las praxeologías didácticas del profesorado, o cuando se formula desde la TAD un modelo de desarrollo profesional del profesorado a partir del que analizar, a priori, el carácter transformativo del Programa PRIMAS.

A través de los análisis previos, he mostrado las posibilidades del modelo teórico local, propuesto en el segundo apartado, para describir y analizar la trayectoria científica del investigador, evitando una aproximación simplista y meramente cronológica a la misma.

No quiero dejar pasar la oportunidad de acabar con algunos hechos que considero fundamentales. En primer lugar, el papel tan importante que tiene para todo investigador la parte inicial de su trayectoria, entendiendo por esta la que culmina en su tesis doctoral, a partir de la que configura una dimensión básica de su identidad, que le acompaña durante su vida profesional. En segundo lugar, las grandes posibilidades que ofrecen los proyectos internacionales para enriquecer y diversificar esta identidad, que se convierten en un motor del desarrollo profesional del investigador. Pero también, el coste que supone la integración en estas comunidades, en las que hay que negociar continuamente los compromisos mutuos y las empresas compartidas, y moverse en un

conglomerado de praxeologías de investigación diversas, que en ocasiones te aleja de tu CdI inicial. Se trata de una empresa costosa en términos personales y, en ocasiones, en términos de la “productividad científica” reconocida institucionalmente.

## Referencias

- Abril, A. M. Ariza, M., Quesada, A., y García, F. J. (en prensa). Creencias del profesorado en ejercicio y en formación sobre el aprendizaje por investigación. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*.
- Artigue, M., Bosch, M., y Gascón, J. (2011). Research praxeologies and networking theories. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2381-2390). Rzeszów, Polonia: ERME.
- Barquero, B. (2009). *Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas*. Trabajo de Tesis Doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Bolea, P. (2002). *El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares*. Trabajo de tesis doctoral. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.
- Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva de la actividad matemática*. Trabajo de Tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Bosch, M., Gascón, J., y Trigueros, M. (2011). Tres modalidades de diálogo entre APOS y TAD. En M. Bosch et al. (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 77-116). Barcelona: CRM-Universitat Autònoma de Barcelona.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation. En J. L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot y R. Floris (Eds.), *Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 41-56). Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2006). Steps towards a new epistemology in mathematics education. En M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 21-30). Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- Chevallard, Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. En C. Margolinas et al. (Eds.), *Actes de la XVe École d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 705-746). Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2012). *Teaching mathematics in tomorrow's society: A case for an oncoming counterparadigm*. Regular lecture presentada en el XII International Congress on Mathematics Education. Julio de 2012, Seul, Corea del Sur [[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id\\_article=205](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=205)].
- Doerr, H. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? En W. Blum, P. Galbraith, H.-W. Henn, y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 69-78). Nueva York: Springer.
- Dorier, J. L., y García, F. J. (2013). Challenges and opportunities for the implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 45(6). DOI: 10.1007/s11858-013-0512-8
- García, F. J. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Trabajo de Tesis doctoral. Jaén: Universidad de Jaén.
- García, F. J. (2013). *Modificación de las praxeologías didácticas del profesorado: Un programa de desarrollo profesional en torno al aprendizaje por investigación*. Conferencia plenaria en el IV Congreso sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico, abril de 2013, Toulouse, Francia.

- García, F. J., Gascón, J., Ruiz-Higueras, L., y Bosch, M. (2006). Mathematical modelling as a tool for the connection of school mathematics. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 226-246.
- García, F. J., y Ruiz-Higueras, L. (2005). Mathematical praxeologies of increasing complexity: Variation systems modelling in secondary education. En M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1645-1654). Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- García, F. J., y Ruiz-Higueras, L. (2010). Exploring the use of theoretical frameworks for modelling-oriented instructional design. En V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne y F. Arzarello (Eds.), *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2166-2175). Lyon, Francia: INRP.
- García, F. J., y Ruiz-Higueras, L. (2011). Modifying teachers' practices: The case of a European training course on modelling and applications. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri y G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 569-578). Dordrecht, Holanda: Springer.
- García, F. J., y Ruiz-Higueras, L. (2013). *Task design within the Anthropological Theory of the Didactics: Study and research courses for pre-school*. Comunicación aceptada para el 22 Estudio ICMI -Task Design in Mathematics Education, julio de 2013, Oxford, Reino Unido.
- Gascón, J. (1993). Desarrollo del conocimiento matemático y análisis didáctico: Del patrón de análisis-síntesis a la génesis del lenguaje algebraico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 13(3), 295-332.
- Gascón, J. (2011). Las tres dimensiones fundamentales de un problema didáctico. El caso del álgebra elemental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(2), 203-231.
- Kaiser, G., Sriraman, B., Blomhøj, M., y García, F. J. (2007). Report from the working group 'Modelling and Applications' - Differentiating perspectives and delineating commonalities. En D. Pitta-Pantazi y G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the Fifth European Congress of the Research Society in Mathematics Education* (pp. 2035-2041). Larnaca, Chipre: University of Cyprus.
- Kennedy, A. (2005). Models of Continuing Professional Development: a framework for analysis. *Journal of In-service Education*, 31(2), 235- 250.
- Lave, J., y Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Llinares, S., y Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics teachers. Technologies, interactions and new forms of discourse. En K. Krainer y T. Wood (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Vol. 3. Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities and networks* (pp. 155-180). Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.
- Maaß, K., y Gurlitt, J. (2011). LEMA-Professional development of teachers in relation to mathematical modelling. En G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri y G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 629-639). Dordrecht, Holanda: Springer.
- Maaß, K., García, F. J., Mousoulides, N., y Wake, G. (2013). *Designing interdisciplinary tasks in an international design community*. Comunicación aceptada para el 22 Estudio ICMI -Task Design in Mathematics Education, julio de 2013, Oxford, Reino Unido.
- Nikitina, S. (2006). Three strategies for interdisciplinary teaching: Contextualizing, conceptualizing, and problem-centring. *Journal of Curriculum Studies*, 38(3), 251-271.
- Niss, M., Blum, W., y Galbraith, P. (2007). Modelling and applications in mathematics education. Introduction. En W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 3-32). Nueva York: Springer.
- Puig, L. (2006). Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos. En P. Bolea, M<sup>a</sup>. J. González y M. Moreno (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. Actas del Décimo Simposio de la*

*Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 107-126) Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses, Universidad de Zaragoza.

- Rocard, M, Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., y Hemmo, V. (2007). *Science education NOW: A renewed pedagogy for the future of Europe*. Bruselas, Bélgica: European Commission.
- Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas. Una propuesta integradora desde el enfoque antropológico*. Trabajo de Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Ruiz-Higueras, L., y García, F. J. (2010). Didáctica de las matemáticas y formación de maestros. En A. Bronner et al. (Eds.), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp. 171-213). Montpellier, Francia: Université de Montpellier.
- Ruiz-Higueras, L., y García, F. J. (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 129-158.
- Ruiz-Munzón, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional*. Trabajo de Tesis Doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Serrano, L. (2013). *La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: Análisis ecológico y propuesta didáctica*. Trabajo de Tesis doctoral. Barcelona: Universitat Ramon Llull.
- Sierra, T. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas*. Trabajo de Tesis Doctoral. Madrid: Universidad Complutense de Madrid.
- Tirosh, D., y Graeber, A. (2003). Challenging and changing mathematics teaching classroom practices. En A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 643-687). Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers (Springer).
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.
- Wenger, E. (2006). *Communities of practice. A brief introduction* [<http://www.ewenger.com/theory>].

## Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado al amparo de los Proyectos “Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education across Europe” (FP7-SCIENCE-IN-SOCIETY-2009-1- 244380), “Mathematics and Science for Life” (FP7-SCIENCE-IN-SOCIETY-2012-1-320693) y “La modelización matemática en la formación del profesorado de Infantil y Primaria en Matemáticas y en Ciencias Naturales” (EDU2012-39312-C03-02).

<sup>xiv</sup> El símbolo “ $\hookrightarrow$ ” no debe interpretarse como una inclusión, sino como el hecho de que la formulación de una dimensión de un problema didáctico requiere de una cierta formulación de la dimensión previa.

<sup>xv</sup> Acrónimo formado a partir de las universidades de los primeros integrantes de esta CdI: Universidad Autónoma de Barcelona, Universidad de Huesca, Universidad de Jaén y Universidades (Complutense y Autónoma) de Madrid.

<sup>xvi</sup> Algunas respuestas parciales a los mismos, resultantes del Proyecto, serán publicadas en el volumen 45, número 6, de la revista *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*.

<sup>xvii</sup> Entendido como una modelización praxeológica del conocimiento profesional del profesor.