

IDENTIFICACIÓN DE ESTILOS DE ENSEÑANZA COMPARANDO DISCUSIONES EN GRAN GRUPO DE UN PROBLEMA DE SEMEJANZA²

Identification of teaching styles comparing whole group discussions of a problem of similarity

Miquel Ferrer, Josep María Fortuny y Laura Morera

Universitat Autònoma de Barcelona

Resumen

Esta comunicación se centra en identificar estilos de enseñanza a partir del análisis de las discusiones en gran grupo de un mismo problema de geometría en el plano realizadas por diferentes profesores. Mostramos evidencias que sugieren la importancia de realizar una previsión y planificación eficiente de las actividades matemáticas antes de implementarlas con alumnos. El análisis de datos sugiere la detección de cuatro estilos de enseñanza que serán presentados como uno de los resultados de este estudio.

Palabras clave: *Discusiones en gran grupo, Orquestación, Estilos de enseñanza, Semejanza.*

Abstract

This study focuses on identifying teaching styles analysing whole group discussions of different teachers while manage the same plane geometry problem. We show evidences which suggest the importance of performing an efficient forecasting of the mathematical activities before putting them in practice with students. Data analysis suggests the detection of four teaching styles that will be presented as one of the outcomes of this study.

Keywords: *Whole group discussions, Orchestration, Teaching Styles, Similarity.*

INTRODUCCIÓN

El problema de investigación queda delimitado en identificar los estilos de enseñanza de cuatro profesores realizando discusiones en gran grupo (WGD) –whole group discussion– sobre un mismo problema de semejanza resuelto por estudiantes de 3º de ESO. Resaltamos la importancia de este estudio para analizar los efectos de los estilos de enseñanza en la generación de oportunidades de aprendizaje en los estudiantes.

Se muestra parte del diseño instructivo e ilustramos dos resultados, el primero de los cuales pone de manifiesto la importancia de preparar de forma eficiente la sesión de clase antes de realizar una actividad matemática con los alumnos y el segundo presenta tres estilos de enseñanza detectados a partir del análisis de las WGD del problema estudiado.

MARCO TEÓRICO

En esta comunicación nos centramos en el papel del profesor como guía para ayudar a los alumnos a construir conocimiento matemático y en la determinación de estilos de enseñanza, tal y como se define en Aguilera (2012), en el modo que tiene el profesor de interaccionar con sus alumnos, la

² Este trabajo se ha realizado al amparo del Proyecto EDU2011-23240 (MEC) y a las becas FPI BES-2012-053575 y BES-2009-022687 (MEC).

Ferrer, M., Fortuny, J.M. y Morera, L.. (2013). Identificación de estilos de enseñanza comparando discusiones en gran grupo de un problema de semejanza. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 263-274). Bilbao: SEIEM.

toma de decisiones y la forma que adoptan las relaciones didácticas. De acuerdo con Krummheuer (2012), durante la interacción en el aula el alumnado y el profesorado aprenden progresivamente a comunicar y comunicarse. En este sentido los autores asumimos la caracterización teórica del aprendizaje como forma de participación en un discurso.

El modo que tiene un profesor para gestionar los elementos singulares de una discusión y producir resultados compartidos lo relatamos con la noción de orquestación como en Morera (2013), donde se elabora una sistemática de ocho fases para preparar y gestionar WGD realizando una mirada conjunta a las cinco prácticas de Smith y Stein (2011): Anticipación, Monitorización, Selección, Secuenciación y Conexión; y a las tres fases de la orquestación instrumental de Drijvers y sus colegas (2010): Configuración didáctica, Modo de explotación e Implementación didáctica.

Entre otras consideraciones, Smith y Stein (2011) proponen que se deben *anticipar* las posibles respuestas de los alumnos, hecho que incluye pensar cómo pueden interpretar la resolución de los problemas y tener un amplio estudio de todas las posibles formas de resolverlos. La noción de *árbol del problema* (Morera, 2013), se presenta como un elemento relevante de la fase de anticipación y una herramienta adecuada para prever las rutas de resolución que los alumnos pueden seguir en el abordaje de los problemas y sistematizar los aspectos que el profesor desea tratar durante la WGD.

Podemos caracterizar los *episodios* de una WGD orquestada por el profesor a través de dos dimensiones: la instrumental y la discursiva. Respecto a la primera se consideran seis tipos de orquestación: *Explorar el artefacto*, *Explicar a través del artefacto*, *Enlazar artefactos*, *Discutir el artefacto*, *Descubrir a través del artefacto* y *Experimentar el instrumento*. Los tres primeros están centrados en las acciones del profesor y los tres últimos en las de los alumnos. Estos tipos de orquestación instrumental se basan en los identificados por Drijvers y sus colegas (2010), pero generalizados para el caso en que la implementación de la WGD no contenga necesariamente artefactos tecnológicos, hecho que los hace más adecuados para la investigación que proponemos en la presente comunicación.

Respecto a la dimensión discursiva se contemplan un conjunto de patrones emergentes de sus datos de investigación, los cuales ayudan a entender el desarrollo genérico de los episodios y las particularidades compartidas entre ellos. Identifican ocho *Estadios de la discusión* en gran grupo de un problema (ED), los cuales se presentan como una sucesión del proceso de realización de la WGD, es decir, se trata de pautas de actuación potencialmente interesantes de ser analizadas en toda WGD de un problema matemático. Los ED son los siguientes: *Situación del problema*, *Presentación de una solución*, *Estudio de diferentes estrategias para resolver o argumentar*, *Estudio de casos particulares o extremos*, *Contraste entre diferentes soluciones*, *Conexiones con otras situaciones*, *Generalización y conceptualización*, y *Reflexión sobre el progreso matemático*.

Para profundizar en el contenido de los episodios se consideran caracterizaciones complementarias basadas en las *acciones* significativas que los constituyen, las cuales se clasifican en: *Intervenciones de Pensamiento Matemático* (IPM); *Intervenciones Didácticas* (ID); y *Acciones Instrumentales* (AI). Estos tres tipos de acciones pueden ser desarrolladas tanto por estudiantes como por profesores. En el presente artículo nos centraremos en las ID, las cuales pueden referirse a acciones de *gestión de la clase*, de *gestión de la discusión*, de *gestión de la discusión matemática*, o de *participación de los alumnos como profesor*.

METODOLOGÍA

La recogida de datos se ha realizado en dos centros de secundaria con estudiantes de 3º de ESO. En esta comunicación se presentan datos relativos a las WGD de un mismo problema de semejanza en el plano gestionadas por cuatro profesores de matemáticas: Luis y Luna del centro A, y Marta y Pilar del centro B.

Los datos se obtienen después de registrar en vídeo las WGD y de realizar una transcripción escrita de todas las intervenciones. La actividad matemática que se analiza, el enunciado de la cual se muestra en la Figura 1, es la primera de una secuencia didáctica de cinco actividades introductorias (AIN) y cinco problemas de Semejanza (Gairín y Oller, 2012).

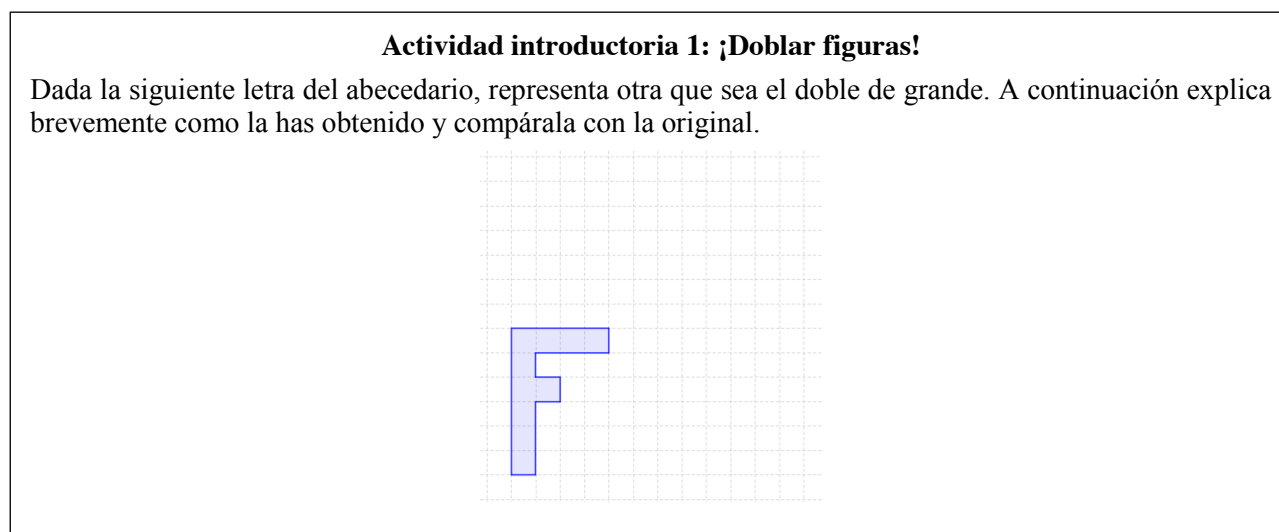


Figura 1: Enunciado de la AIN-1

El esquema de la secuencia didáctica completa se muestra en la Tabla 1 y se destaca que el ciclo de trabajo seguido en toda la secuencia combina el trabajo por parejas (TP), la WGD y la reflexión individual después de la discusión de los problemas. En diversos momentos se incluye el uso del lápiz y papel, un software de geometría dinámica (DGS) y otros artefactos.

Tabla 1. Estructura de la secuencia didáctica

Sesión	Lugar	Tareas	Artefactos
1	Aula ordinaria	TP - Actividades introductorias del tema de semejanza, Tales y homotecia	Lápiz y papel, y calculadora
2	Aula ordinaria	WGD - Actividades introductorias 1 y 2	Pizarra y DGS
3	Aula ordinaria	WGD - Actividades introductorias 3, 4 y 5	Pizarra y DGS
4	Sala de ordenadores	TP - Problema 1: La semejanza en las hojas de un árbol TP - Problema 2: Transformaciones geométricas	DGS y calculadora
5	Aula ordinaria	WGD - Problemas 1 y 2	Pizarra y DGS
6	Sala de ordenadores	TP - Problema 3: Ampliar y reducir fotocopias TP - Problema 4: Puntos medios con una propiedad curiosa	DGS y calculadora DGS
7	Aula ordinaria	WGD - Problemas 3 y 4	Pizarra y DGS
8	Aula ordinaria	TP y WGD - Problema 5: Investigar con los espejos	Pizarra y DGS

?

Basándonos en la sistemática propuesta por Morera (2013) se ha diseñado, colaborativamente con las profesoras Marta y Pilar, una guía para el profesorado centrada en la anticipación realizada mediante los *árboles de los problemas*, en cuyo esquema de resolución se incorporan los mensajes orientativos que el profesor puede proporcionar a los alumnos durante el TP y aquellas estrategias que consideramos importantes para ser tratadas durante la WGD. La Figura 2 ilustra el árbol del problema asociado a la AIN-1.

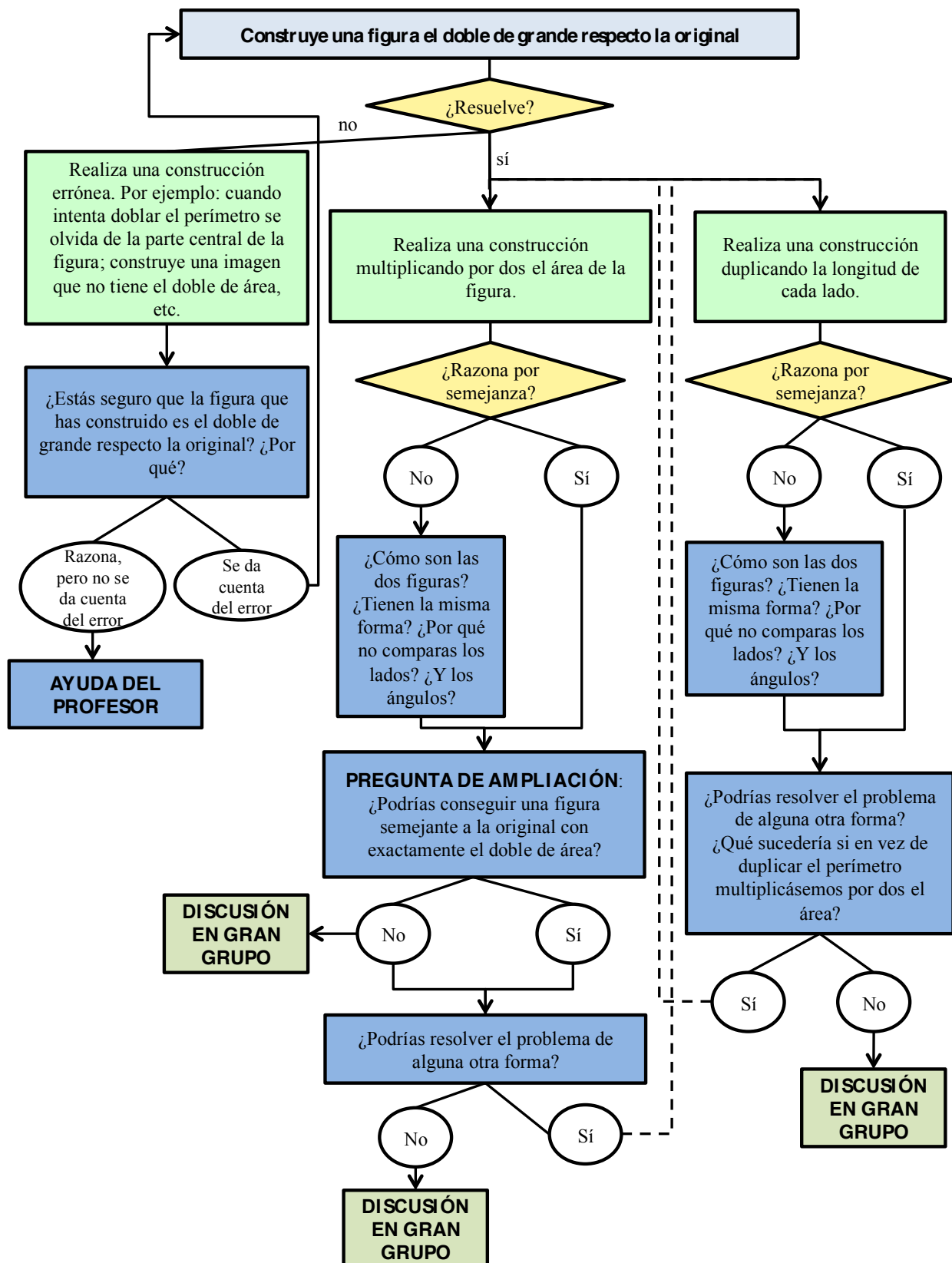


Figura 2. Árbol del problema asociado a la AIN-1

El enunciado de la AIN-1, que fue resuelta por los estudiantes utilizando solo lápiz y papel en la sesión de TP, posibilita que algunos alumnos representen una figura que tenga cada lado el doble de grande respecto el original y, por tanto, el perímetro de la nueva imagen quede multiplicado por 2.

Así podrán observar que los ángulos de ambas figuras son iguales, pero los lados son proporcionales con factor 2 y llegarán a la definición de figuras poligonales semejantes. En cambio, otros estudiantes pueden asociar la representación de una figura el doble de grande con una que tenga el doble de área, la cual únicamente será semejante a la original si la razón entre los lados homólogos es raíz de 2.

Finalmente, es necesario mencionar que Luis y Luna, a diferencia de Marta y Pilar, no dispusieron del *árbol del problema* ni de la guía para el profesorado para preparar la sesión de TP y la WGD. Por tanto, los primeros realizaron las clases a partir de los enunciados de los problemas, siguiendo indicaciones estrictamente técnicas e implementaron la WGD de acuerdo con su criterio profesional. Los dos decidieron utilizar solo la pizarra ordinaria como artefacto.

ANÁLISIS DE DATOS

En primer lugar se analiza la WGD de cada profesor de una forma global, es decir, se considera la discusión completa y se divide en *episodios*. Cada uno de ellos queda caracterizado por un *Tipo de orquestación* (TO) y por un *Estadio de la discusión* (ED) (Morera, Planas y Fortuny, 2013).

La Tabla 2 muestra la caracterización de los episodios de las WGD de los profesores Luis (P1), Luna (P2), Pilar (P3) y Marta (P4), la cual ha sido realizada por los investigadores y triangulada por los miembros del Proyecto de Investigación. La notación que utilizamos señala, con un color específico para cada profesor, el número del episodio dentro de la discusión. Así, por ejemplo, el episodio ^{P1}e₅ hace referencia al quinto episodio de la WGD del profesor Luis (P1) y el ^{P3}e₅ corresponde al quinto episodio de la WGD de la profesora Pilar (P3).

La distribución de los episodios en la Tabla 2 y su caracterización según el TO y el ED permite detallar algunas diferencias entre los profesores investigados.

1. *Orquestación centrada en el profesor y tratamiento insuficiente de los estadios de la discusión.* Luis centra la implementación de su WGD en realizar explicaciones orales ayudándose de algunas anotaciones en la pizarra. La mayoría de los TO se concentran en *Explicar a través del artefacto* y, por eso, cuatro de los seis episodios presentan un TO centrado en el profesor y situado en las tres primeras filas de la Tabla 2. La distribución de los ED es bastante ordenada en la WGD y, a diferencia de Luna y Marta, no quedan concentrados de forma remarcable en ningún ED. Es razonable pensar que esto es debido al mayor protagonismo del profesor en la discusión y a la poca participación de sus estudiantes, hecho que dificulta la exposición y discusión conjunta de sus *Estrategias para resolver o argumentar* el problema durante la sesión de clase.

2. *Orquestación centrada en los estudiantes y tratamiento desordenado y completo de los estadios de la discusión.* Luna y Marta focalizan sus WGD en la participación de los alumnos y, de acuerdo con Morera, Planas y Fortuny (2013), este hecho se interpreta con una mayor concentración de episodios en las tres últimas filas de la Tabla 2. Además, muchos estudiantes presentan sus soluciones y/o discuten en gran grupo sus estrategias de resolución. Por eso nueve de los doce episodios de la WGD de Luna presentan un ED situado en las columnas B o C de la Tabla 2 y lo mismo sucede con seis de los ocho episodios de la WGD de Marta.

3. *Orquestación centrada equilibradamente entre el profesor y los alumnos, y tratamiento ordenado y completo de los estadios de la discusión.* El TO de la WGD de Pilar se distribuye casi por igual entre la figura del profesor y la del alumno, y el número de episodios correspondientes a las tres primeras filas de la Tabla 2 es casi el mismo que el de las tres últimas. La distribución de los ED es bastante ordenada y, como también sucede en la WGD de Luis, es muy lineal de izquierda a derecha, es decir, de los estadios correspondientes a los momentos iniciales de la discusión (p.ej.: *Situación del Problema*) a los finales (p.ej.: *Generalización y conceptualización*).

Tabla 2. Caracterización de la WGD de cada profesor

<div>Estadio de la discusión del problema (ED)</div> <div>Tipo de orquestación (TO)</div>		Situación del problema	Presentación de una solución (argumentada)	Estudio de diferentes estrategias para resolver o argumentar	Estudio de casos particulares o extremos	Contraste entre diferentes soluciones	Conexiones con otras situaciones	Generalización y conceptualización	Reflexión sobre el progreso matemático
		A.	B.	C.	D.	E.	F.	G.	H.
1.	Explicar el artefacto								
2.	Explicar a través del artefacto		$P_3 e_4$	$P_1 e_4$		$P_1 e_3$ $P_1 e_5$		$P_1 e_6$	$P_1 e_{12}$
3.	Conectar artefactos		$P_4 e_5$	$P_3 e_6$		$P_3 e_3$	$P_2 e_{10}$	$P_3 e_7$ $P_3 e_8$	
4.	Discutir el artefacto			$P_2 e_3$ $P_2 e_5$ $P_2 e_{11}$ $P_3 e_3$ $P_4 e_7$		$P_3 e_5$			
5.	Descubrir a través del artefacto			$P_4 e_6$					
6.	Experimentar el instrumento	$P_3 e_1$	$P_1 e_1$ $P_1 e_2$ $P_2 e_1$ $P_2 e_4$ $P_3 e_2$ $P_4 e_1$ $P_4 e_2$ $P_4 e_3$	$P_2 e_2$ $P_2 e_6$ $P_2 e_8$ $P_2 e_9$		$P_2 e_7$			

?

El análisis del contenido matemático de los episodios de las cuatro WGD ha permitido evidenciar algunas diferencias relevantes:

1. Los profesores del centro A, Luis y Luna, que no habían colaborado en el diseño de la guía para el profesorado, no utilizaron la actividad para introducir y definir con detalle el concepto de figuras poligonales semejantes. En cambio, dicho elemento constituía uno de los objetivos de la actividad recogidos en la guía y, por eso, las profesoras Pilar y Marta, que participaron con los investigadores en su diseño, sí lo introdujeron en sus WGD. Los episodios ($P^3 e_5$), ($P^3 e_6$) y ($P^3 e_7$); ($P^4 e_6$) y ($P^4 e_7$) se centran en estudiar la definición mencionada. Asimismo, para este problema Luis decidió utilizar únicamente la pizarra ordinaria como artefacto y Luna empleó además unas hojas de papel de medidas diferentes como material manipulable de soporte en el ($P^2 e_{10}$). En cambio, Marta y Pilar decidieron combinar el uso de la pizarra ordinaria con el DGS durante toda su WGD.

2. El último episodio de la WGD de Pilar ($P^3 e_9$) y también de la de Marta ($P^4 e_8$) se focaliza en construir una figura con el doble de área respetando la semejanza con la original. Dicha representación requiere del uso de la raíz de 2 y, por eso, la cuestión es planteada por las docentes de forma algebraica sin entrar en los detalles de construcción y dibujo. No obstante, Luna no trató esta cuestión con sus alumnos y tampoco Luis, aunque en el ($P^1 e_5$) lo menciona y reconoce no haberlo tenido en cuenta.

Para estudiar con detalle cada episodio nos basamos en los tipos de *acciones* presentados por Morera, Planas y Fortuny (2013) e ilustramos las relaciones que se producen entre ellas. Nos fijamos en quien ejecuta la acción (estudiante o profesor) y en su tipo: IPM, ID o AI, de acuerdo

con la descripción realizada en el marco teórico del presente artículo. Para este resumen hemos detallado, a modo de ejemplo, el análisis de dos de los episodios.

La Figura 3 recoge el análisis del (P^1e_5) y la Figura 4 el estudio del (P^3e_5), episodios que se han seleccionado al ser considerados representativos tanto para ilustrar el procedimiento de análisis como el estilo de enseñanza de los profesores Luis y Pilar. Ambos incluyen un mismo ED, pero el TO es distinto porque cada docente los implementa de forma diferente.

Id.	Texto de la transcripción	Acciones
E.1:	¿Es la buena?	IPM: Petición de aclaración
E.2:	Entonces, ¿qué sería correcto? Porque una tiene 40 y la otra tiene 20.	IPM: Petición de aclaración
P1:	A ver, lo relativo a cuestiones lingüísticas... el doble de grande se refiere al doble de superficie. ¿Vale? Por tanto, esta opción es correcta, pero tampoco nos queda muy claro si se tenían que respetar las mismas proporciones. Aquí, por lo que parece... yo tampoco lo he hecho ¿eh?... intentar conseguir el doble de área respetando las proporciones. De todas formas, es que el enunciado tampoco nos decía que debíamos respetar las proporciones. Solo nos decía que fuese el doble de grande: "otra".	ID: Realización de explicación
	Entendemos otra F el doble de grande respecto a la superficie. Yo lo veo así, vosotros parece que también.	ID: Invitación a la generalización
	¿Vale, y el resto de gente al final lo que ha hecho es...?	ID: Establecimiento de consenso
		ID: Invitación a la participación
E.3:	De cada cuadrado hacer un cuadro grande, hacer cuatro...	IPM: Exposición sin argumentación
P1:	Es decir, habéis duplicado directamente; habéis mantenido las proporciones respecto los lados.	ID: Ampliación o complemento de la explicación

?

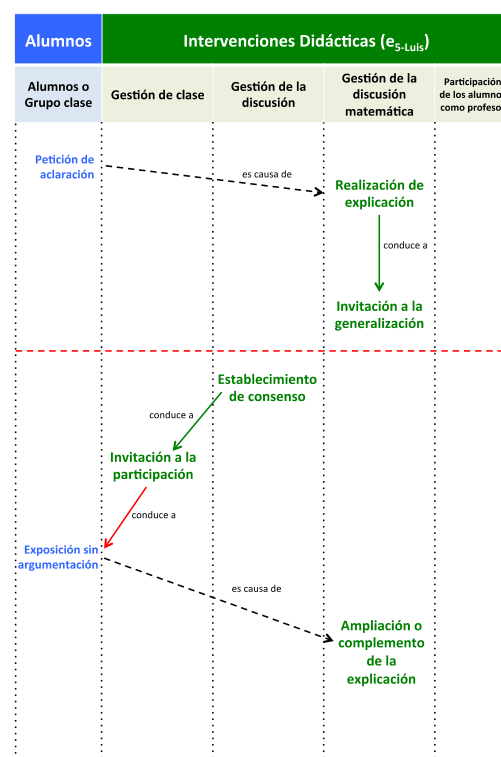


Figura 3. Análisis de las acciones del (P^1e_5)

El profesor Luis realiza cinco de las siete acciones de este breve episodio (P^1e_5) y sus explicaciones se apoyan en representaciones hechas en la pizarra con anterioridad. Así, el TO es *Explicar a través del artefacto* y, como se discute la adecuación de las dos posibles soluciones del problema sin estudiar la estrategia en sí misma, el ED es *Contraste entre diferentes soluciones*. Las explicaciones del profesor son extensas y únicamente en una ocasión realiza una pregunta con el propósito que sus estudiantes la contesten. En este caso el contraste no es entre las soluciones sino entre las diferentes formas de entender el enunciado, hecho que nos podría conducir a diferentes interpretaciones.

La parte derecha de la Figura 3 ilustra la clasificación de las acciones del episodio desde un punto de vista temporal. Observamos que en diversas ocasiones el origen y final de los conectores recae

sobre el profesor, hecho que ilustra poca interacción entre los estudiantes y el docente, que es quien realiza la mayor parte de las explicaciones del episodio.

Id.	Texto de la transcripción	Acciones
P3:	¿Oscar, tú qué entendiste, es decir, por qué construiste esta [la profesora señala sobre la pantalla una figura que tiene el doble de perímetro respecto la original] y no esta otra [señala la figura con el doble de área]?	ID: Petición de explicación
E.1:	Porque estas dos son semejantes [refiriéndose a la F original y la que tiene el doble de perímetro].	IPM: Observación de evidencia empírica
P3:	Vale, por tanto, la definición de semejanza. ¿Qué creéis que son dos figuras semejantes?	ID: Petición de explicación
E.1:	Todos los lados multiplicados por un número, en todos los casos el mismo.	IPM: Justificación empírica
P3:	Vale, es decir ¿cómo son los lados?	ID: Petición de formalización
E.1:	Proporcionales.	IPM: Formalización
P3:	Proporcionales, vale.	ID: Validación
P3:	¿Y además qué hace falta?	ID: Petición de explicación
E.2:	Que todos los ángulos sean iguales.	IPM: Observación de evidencia empírica
P3:	Es decir aquí chicos los ángulos no los comprobamos porque se trata de una F y es evidente que todos son de 90°, pero se debería hacer.	ID: Complemento de la explicación

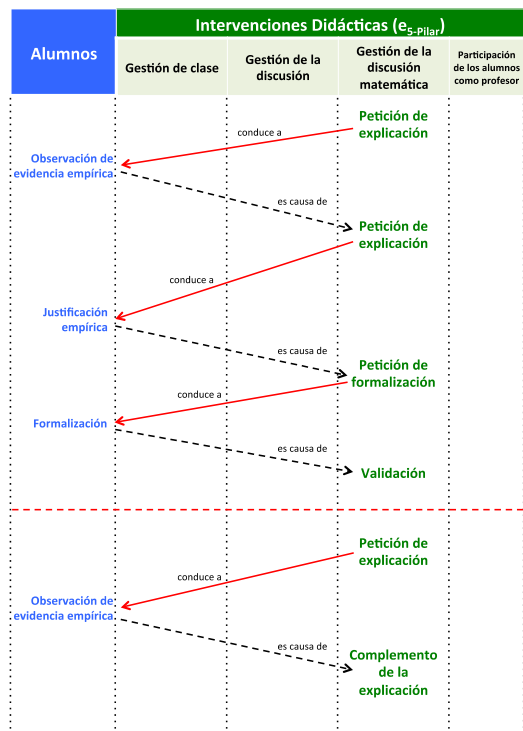


Figura 4. Análisis de las acciones del (P^3e_5)

La Figura 4 muestra el análisis del (P^3e_5), el cual presenta una duración parecida al (P^1e_5). En este caso también se consideran las diferencias entre las dos soluciones posibles, pero se encuentran representadas en la pantalla en lugar de la pizarra (ED: *Contraste entre diferentes soluciones*). La profesora Pilar dirige las preguntas al grupo clase para discutir y construir entre todos la definición de figuras poligonales semejantes (TO: *Discutir el artefacto*). Observamos que Pilar realiza seis de las diez intervenciones del episodio, pero mayoritariamente se trata de preguntas con contenido matemático dirigidas a sus alumnos y son los estudiantes quienes dan las respuestas. En comparación con Luis se detecta una mayor participación de los alumnos en el episodio y, solo al final, la profesora realiza una ID para complementar la exposición del Estudiante 2.

La parte derecha de la Figura 4 muestra la sucesión de las acciones del episodio y se detectan cadenas de preguntas y respuestas alternando la participación de la profesora y los alumnos.

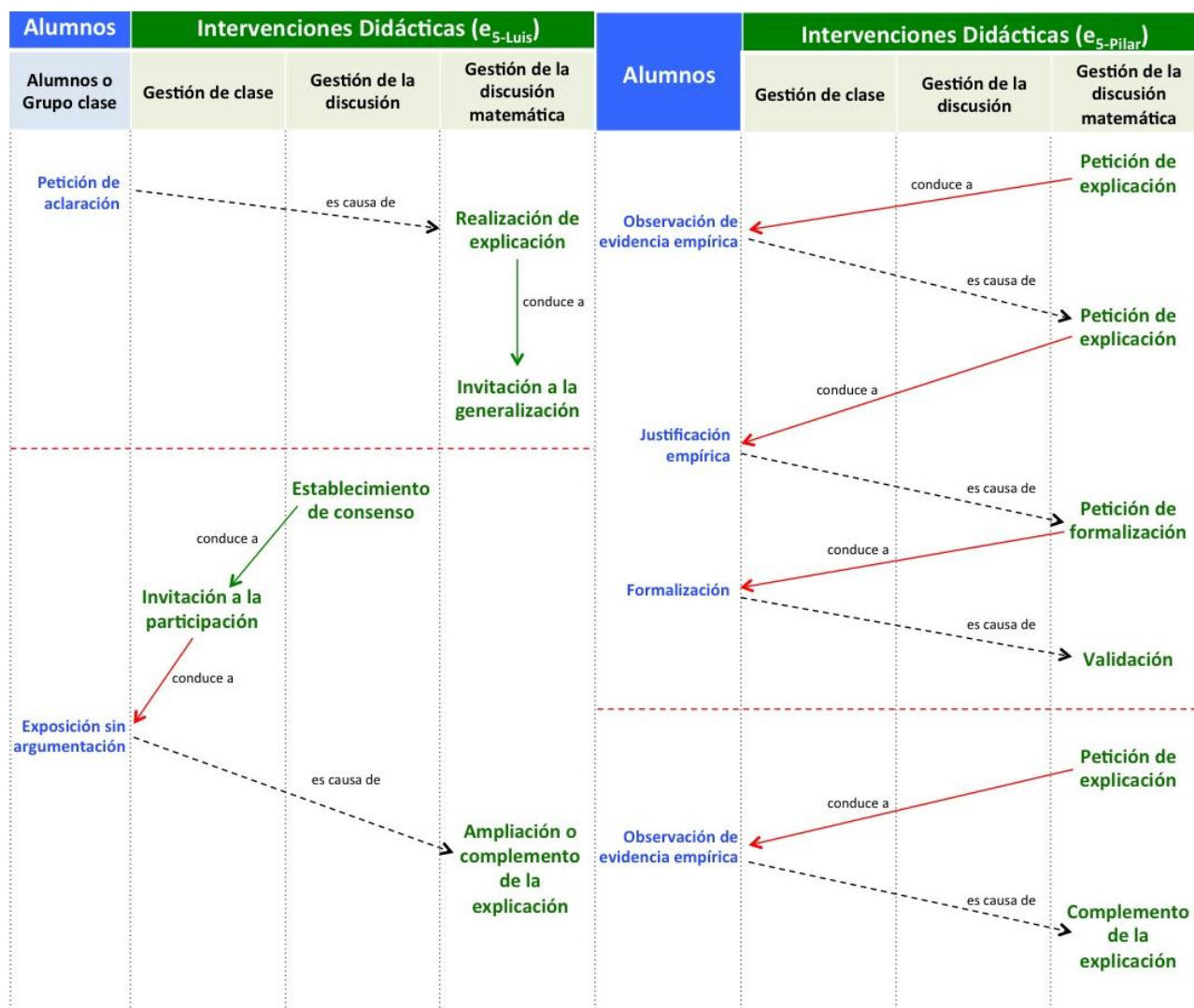


Figura 5. Comparación de las acciones de los episodios (e_5^1) y (e_5^3).

La Figura 5 muestra de forma comparativa las acciones detectadas en los episodios presentados en este análisis de datos. Los diagramas se consideran representativos del perfil de enseñanza seguido por cada profesor durante la implementación de su WGD. Así, los cinco episodios restantes de la WGD de Luis presentan un patrón de acciones análogo al ilustrado en este capítulo y lo mismo sucede con los demás episodios de la WGD de Pilar.

En los dos episodios (e_5^1) y (e_5^3) el punto de partida es el mismo ya que se dispone de las dos soluciones posibles del problema (duplicar el perímetro o el área de la figura original). No obstante, Luis no aprovecha esta situación para introducir el concepto matemático de semejanza y realiza explicaciones generales sobre el significado de cada una de ellas. Hay poca participación de los alumnos y el diagrama (Figura 5 – Izquierda) tiene una estructura centrada en las explicaciones del docente. En cambio Pilar utiliza las dos soluciones del problema para introducir preguntas que conduzcan a los estudiantes a la definición de semejanza. La profesora no realiza explicaciones sino que a través de las preguntas que formula y las respuestas de sus alumnos consigue enunciar la definición mencionada. La estructura del diagrama (Figura 5 – Derecha) presenta una sucesión encadenada de intervenciones entre la profesora y sus estudiantes.

Aunque no se muestra en este artículo el proceso seguido para clasificar las acciones de las WGD de Luna y Marta ha sido completamente análogo y los diagramas obtenidos muestran la misma estructura que los de la profesora Pilar.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Interpretamos los datos en dos ámbitos, uno sobre la importancia de la sistemática y el otro sobre los estilos de enseñanza (EE):

Importancia de la sistemática para implementar eficazmente una WGD.

El *árbol del problema* y especialmente la práctica de *anticipación* se han postulado como herramientas adecuadas para gestionar de forma eficiente la WGD y profundizar en el tratamiento matemático de la actividad. Hemos presentado diferencias relevantes entre las sesiones de los cuatro profesores:

- a. Luis y Luna, que no utilizaron la sistemática, no trataron el problema para introducir y definir con rigor el concepto de figuras poligonales semejantes.
- b. Las profesoras Marta y Pilar dedican una parte de sus WGD a estudiar con los alumnos la construcción de una figura con el doble de área y que respete la semejanza con la original.

Ambas cuestiones están recogidas en el *árbol del problema* y, como detallan Smith y Stein (2011), es importante anticipar de qué manera las respuestas de los estudiantes se relacionan con representaciones, procedimientos y prácticas que el profesor desea que sus alumnos aprendan para conseguir una implementación productiva de la WGD.

El análisis global de las cuatro WGD, su división en episodios basándonos en las dos dimensiones propuestas por Morera, Planas y Fortuny (2013) y su distribución en forma de tabla relacionando el TO y el ED ha resultado útil para caracterizar globalmente la WGD de cada docente investigado y determinar diferencias generales entre ellas.

Se detectan tres EE en las WGD que se sintetizan en los perfiles docentes siguientes:

- *EE A – Orquestación centrada en el profesor y tratamiento insuficiente de los estadios de la discusión.*

El TO que define la mayoría de los episodios se centra en el profesor, el cual focaliza la discusión en *Explicar a través del artefacto* y permite poca participación de los alumnos. La distribución de los ED es ordenada respecto a los que corresponden a momentos iniciales de la discusión y los relativos a instantes finales, y no se detectan repeticiones de episodios que traten de forma especial algún ED. Un ejemplo de este EE es el profesor Luis.

- *EE B – Orquestación centrada en los estudiantes y tratamiento desordenado y completo de los estadios de la discusión.*

Focaliza la gestión de sus clases en la figura del alumno y las pocas intervenciones del profesor orientan el debate para que los estudiantes elaboren sus explicaciones y razonamientos matemáticos. La distribución de los ED no sigue una secuencia ordenada y se produce una acumulación importante de episodios en *Presentación de una solución* y *Estudio de diferentes estrategias para resolver o argumentar*. Un ejemplo de este EE son las profesoras Luna y Marta.

- *EE C – Orquestación centrada equilibradamente entre el profesor y los alumnos, y tratamiento ordenado y completo de los estadios de la discusión.*

El TO de sus episodios se reparte casi por igual entre la figura del profesor y la del alumno. La distribución de los ED es ordenada y no se detectan repeticiones relevantes de episodios en ningún ED. Un ejemplo de este EE es la profesora Pilar.

En el análisis de los elementos característicos de los tres EE se sugiere que el patrón que siguen las *acciones* en el episodio puede ser propio de la tipología del profesor. Así, se observan diferencias entre el EE-A, y los EE-B y EE-C.

Por ejemplo, Luis (EE-A) realiza la mayor parte de las *acciones* de los episodios de su WGD. Esto se interpreta debido a las pocas preguntas que el profesor lanza a sus estudiantes y al gran número de explicaciones que realiza. En cambio, los diagramas de la profesora Pilar (EE-C) presentan sucesiones encadenadas de preguntas y respuestas, confeccionando un patrón de participación alternando intervenciones de profesora y alumnos. Un estudio análogo realizado en las WGD de las profesoras Luna y Marta (EE-B), el cual no se muestra en esta comunicación, ilustra el mismo patrón de *acciones* que el descrito por Pilar.

CONCLUSIONES

Si profundizamos en el orden de los ED en la WGD de cada profesor, observamos que el EE-B puede dividirse en dos estilos adicionales, hecho que permite concluir la comunicación determinando cuatro estilos locales de enseñanza:

EE-A: Magistral. La orquestación está centrada en el profesor y se produce una distribución secuencial, pero un tratamiento incompleto de los ED. Se ejemplifica con el profesor Luis.

EE-B.1: Interactivo y no secuencial. La orquestación se centra en el alumno y se produce un tratamiento bastante completo de los ED. Su distribución no es secuencial y se detectan acumulaciones en los tipos B y C. Un ejemplo es la profesora Luna.

EE-B.2: Interactivo y secuencial. El TO está centrado en el alumno y se realiza un tratamiento bastante completo de los ED. La distribución es secuencial y se producen acumulaciones en los tipos B y C. Se ejemplifica con la profesora Marta.

EE-C: Equilibrado. El TO es equilibrado entre la figura del profesor y los alumnos. Se detecta una distribución secuencial y un tratamiento bastante completo de los ED. Un ejemplo es la profesora Pilar.

La clasificación anterior es local y está centrada en el análisis de la WGD de la AIN-1. Por el momento no tenemos evidencias para afirmar que representa un comportamiento general del profesor en una situación de clase distinta. En futuras investigaciones habrá que establecer una correspondencia más amplia y detallada entre el estilo de enseñanza del profesor y la forma como se distribuyen las *acciones* en sus episodios. En este sentido se debería seguir en la línea del análisis de la argumentación y de la participación de Krummheuer (2012), distinguiendo los denominados *períodos condensados de interacción* y los *períodos suaves de interacción*. Asimismo, habría que encontrar evidencias para determinar qué estilos de enseñanza favorecen la aparición de un mayor número de oportunidades de aprendizaje, hecho que podría traducirse como un índice de mayor aprendizaje de los estudiantes.

Referencias

- Aguilera, E. (2012). Los estilos de enseñanza, una necesidad para la atención de los estilos de aprendizaje en la educación universitaria. *Review of Learning Styles*, 10, 79-87.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., y Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 213-234.
- Gairín, J.M., y Oller, A.M. (2012). Análisis histórico sobre la enseñanza de la razón y la proporción. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 249 - 259). Jaén: SEIEM.
- Krummheuer, G. (2012). El aprendizaje matemático como participación en procesos de argumentación colectiva. En N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 61-79). Barcelona: Graó.

- Morera, L. (2013). Contribución al estudio de la enseñanza y del aprendizaje de las isometrías mediante discusiones en gran grupo con el uso de tecnología (Tesis de Doctorado). Universidad Autónoma de Barcelona, Bellaterra, España.
- Morera, L., Planas, N., y Fortuny, J. M. (2013). Design and validation of a tool for the analysis of whole group discussions in the mathematics classroom. En B. Uhuz (Ed.), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (en prensa). Antalya, Turquía: CERME.
- Smith, M., y Stein, M. K. (2011). Five practices for orchestrating productive mathematics discussions. Reston, VA: NCTM.