

**ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA QUE USA EL PROFESOR DE DOCENTES EN FORMACIÓN EN
UN CURSO DE DIDÁCTICA DE ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA**

Asociado al grupo de investigación RE-MATE

**PABLO ANDRÉS CÓRDOBA BARBOSA
ÁNGELA JOHANA SANABRIA SALAZAR**

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C

2015

**ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA QUE USA EL PROFESOR DE DOCENTES EN FORMACIÓN EN
UN CURSO DE DIDÁCTICA DE ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA**

Asociado al grupo de investigación RE-MATE

PABLO ANDRÉS CÓRDOBA BARBOSA

C.C. 80.895.241

Cód. 2007240024

ÁNGELA JOHANA SANABRIA SALAZAR

C.C. 1.030.540.569

Cód. 2007240061

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:
Licenciado en Matemáticas

Directora:

LYDA CONSTANZA MORA MENDIETA

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

BOGOTÁ D.C.

2015

RESUMEN ANALÍTICO DE EDUCACIÓN - RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Estrategias de enseñanza que usa el profesor de docentes en formación en un curso de Didáctica de Aritmética y Álgebra.
Autor(es)	Córdoba Barbosa, Pablo Andrés Sanabria Salazar, Ángela Johana
Director	Mora Mendieta, Lyda Constanza
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2015, 91 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA, FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS, TIPOS DE CONOCIMIENTO

2. Descripción
<p>En este trabajo se recopilan y ejemplifican diversas estrategias de enseñanza generales y específicas en la formación de profesores de Matemáticas en relación con los tipos de conocimiento que estos pueden llegar a desarrollar con las mismas, a partir de las video-grabaciones correspondientes a nueve (9) sesiones de clase del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. Para el análisis y la generación de redes se usa como herramienta el software ATLAS TI y como documentos base para el desarrollo de este trabajo se consulta a Pimienta (2012), Tirosh y Wood (2008), Lazaro y Beltrán (2014) y Godino (2009).</p>

3. Fuentes
<p>Para la elaboración de este trabajo se tuvieron en cuenta catorce (14) documentos, entre estos: un (1) handbook, un (1) libro de estrategias de enseñanza, una (1) tesis, nueve (9) artículos y dos (2) revistas. A continuación se mencionan las principales fuentes bibliográficas:</p> <p>Beltrán, A. y Lázaro, W. (2014). Caracterización del conocimiento del formador de profesores en didáctica de las matemáticas a través de un estudio de caso (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.</p> <p>Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas.</p>

Revista Iberoamericana de Educación Matemática (20), 13-31.

Mora, L. y Erazo, J. (2015). *Posibles usos de la historia de las Matemáticas en la Educación en Matemáticas y en la formación de profesores de Matemáticas*. Comunicación breve presentada en el III Encuentro internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Pimienta, J. (2012). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje. Docencia universitaria basada en competencias*. México: Pearson Educación.

Tirosh, D. (2008). Tools and Processes in Mathematics Teacher Education An Introduction. En D. Tirosh, y T. Wood, *The International Handbook of Mathematics* (T. libre, Trad., Vol. 2). Sense Publishers.

4. Contenidos

Este trabajo consta de cuatro (4) capítulos y los preliminares que incluyen introducción y objetivos. En el **capítulo 1** se realiza una compilación que describe de forma breve las estrategias de enseñanza generales, basándose en el documento de Pimienta (2012), y las estrategias de enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas (individuales y grupales), apoyados en Tirosh (2008) y los diferentes tipos de Conocimiento del Profesor de Matemáticas considerados a partir de la lectura de Godino (2009). Con estas descripciones se establecen las unidades de análisis y se establece una relación entre las estrategias utilizadas y el conocimiento del profesor de Matemáticas que se pone en juego (al usarlas en el aula).

En el **capítulo 2** se describe la metodología del trabajo, allí se exponen las diferentes fases de elaboración de trabajo, las herramientas utilizadas, entre otros.

En el **capítulo 3** se muestra el análisis realizado a las redes producidas con el software ATLAS Ti 7.0 desde tres perspectivas: en la primera se realiza un análisis general compilando toda la información recolectada y organizada en las tablas que aparecen en los anexos resaltados; en la segunda se realiza un análisis de las estrategias generales que se evidenciaron en los videos y se describe a modo general la forma en que se pueden usar en un curso de Pedagogía y Didáctica de las Matemáticas; y en la tercera se ejemplifica y generaliza el uso de estrategias específicas en la formación de profesores de Matemáticas.

En el **capítulo 4** se exponen las conclusiones propias del trabajo de grado a partir de los

objetivos planteados y los hallazgos encontrados.

5. Metodología

Las etapas llevadas a cabo para la elaboración de este documento son:

(i) recolección de evidencias (videos), (ii) planteamiento de la pregunta de indagación (iii) planteamiento de objetivos (iv) elaboración del marco de referencia, (v) construcción de unidades de análisis y códigos, (vi) codificación en el software, (vii) revisión de los videos y elaboración de diagramas de red, (viii) análisis de los datos y (ix) extracción de conclusiones y recomendaciones.

6. Conclusiones

Después de un análisis de la información recolectada de los nueve (9) videos a la luz de las unidades de análisis generadas, se identificaron aspectos importantes en la formación de los futuros maestros de matemáticas en cuanto a estrategias que se utilizaron en el espacio Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra (EAAA) en el 2013-II, de los cuales se muestra un pequeño resumen:

Del formador de profesores de Matemáticas

- Durante el estudio realizado para elaborar este trabajo se identificó que la docente del espacio académico EAAA, enfoca sus clases al desarrollo de los diferentes tipos de conocimiento (Conocimiento Matemático para la enseñanza, Conocimiento Práctico, Conocimiento Histórico y Conocimiento Curricular) especialmente al CME que debe tener un MF para poder ejercer la profesión docente, lo cual ratifica la importancia de estos espacios de formación en la Licenciatura.
- La formadora utiliza diversas estrategias para abordar los procesos de generalización

brindando al MF una perspectiva diferente del enfoque que se ha venido dando en la enseñanza escolar de las Matemáticas, a partir de cuestionamientos sobre la evolución de esta ciencia, la importancia del estudiante y su entorno (contexto), la innovación en Didáctica de las Matemáticas y los resultados provenientes de diversas investigaciones en el campo de la Aritmética y el Álgebra; lo cual podría usarse en diversos espacios académicos para generar conciencia académica, social y de innovación frente a la forma de razonar, las necesidades y los alcances que pueden llegar a tener los estudiantes. Esto también se extrae de las tablas que se hallan en el [Anexo 4](#).

Del Maestro en Formación

- Entre las estrategias en donde hay mayor participación por parte de los MF se encuentran la competencia estratégica, los ejemplos y la discusión de casos; visualizados en las sesiones de clase en donde se trabajaron procesos de generalización, tipos de representaciones para las ecuaciones cuadráticas y práctica pedagógica.
- En el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra y la Aritmética el MF lleva a cabo una práctica pedagógica, cuya preparación previa requiere de un conocimiento acerca de los objetos matemáticos, actividades que pueden potenciar el proceso de aprendizaje del estudiante, edad, grado que cursan, contexto y Estándares Básicos en Educación Matemáticas, concluyendo así que el MF debe poseer unos conocimientos especializados antes de llegar al conocimiento práctico (CP), en los cuales están involucrados los objetos matemáticos.
- El espacio académico es propicio para que el MF plantee actividades y ejemplos a partir de su conocimiento Matemático para la enseñanza (CME) y su conocimiento curricular (CCu), tal como se visualiza en el [Anexo 4](#) con los procesos de generalización y los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas en los diferentes niveles escolares en el marco de la práctica pedagógica.

Referente a los tipos de conocimiento y a las estrategias utilizadas

- Las estrategias generales que más se utilizan en la formación de profesores pertenecen a las estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información

(EPCOI) y a las estrategias para indagar sobre los conocimientos previos (ECP); con estas se logran organizar tanto contenidos curriculares como temas o características (generales y particulares) respecto a un objeto matemático, considerando el contexto, normatividad institucional, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y análisis didácticos asociados al mismo, cuya finalidad es lograr intervenciones de clases óptimas.

- Las estrategias específicas de enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas que más se utilizan son las tareas en la Formación de Profesores de Matemáticas (TFPM) y los casos (C); con estas se estudian diversas situaciones que se pueden presentar en el aula con respecto al objeto de estudio, lo cual permite al MF tomar decisiones frente a las actividades específicas que se deben llevar al aula.

Elaborado por:	Córdoba Barbosa, Pablo Andrés Sanabria Salazar, Ángela Johana
Revisado por:	Lyda Constanza Mora Mendieta

Fecha de elaboración del resumen:	23	11	2015
--	----	----	------

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	3
OBJETIVO GENERAL	3
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	3
1. MARCO DE REFERENCIA	4
1.1. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA.....	4
1.1.1. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA GENERALES.....	4
1.1.2. ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA EN LA EDUCACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS	18
1.2. TIPOS DE CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS (TCPM).....	26
1.2.1. CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA (CME).....	27
1.2.1.1. CONOCIMIENTO PRÁCTICO (CP).....	28
1.2.2. CONOCIMIENTO HISTÓRICO (CH).....	28
1.2.3. CONOCIMIENTO CURRICULAR (CCU).....	29
2. METODOLOGÍA.....	31
2.1. RECOLECCIÓN DE EVIDENCIAS	31
2.2. PREGUNTA DE INDAGACIÓN	32
2.3. PLANTEAMIENTO DE OBJETIVOS	32
2.4. ELABORACIÓN DEL MARCO DE REFERENCIA.....	32
2.5. CONSTRUCCIÓN DE CATEGORÍAS DE ANÁLISIS Y CÓDIGOS.....	33
2.6. CODIFICACIÓN EN EL SOFTWARE	33
2.7. REVISIÓN DE LOS VIDEOS Y ELABORACIÓN DE DIAGRAMAS DE RED.....	33
2.8. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	35
3. ANÁLISIS DE DATOS	37
3.1. ANÁLISIS GENERAL.....	37
3.2. ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS GENERALES UTILIZADAS POR TIPO DE CONOCIMIENTO	41
3.2.1. ESTRATEGIAS GENERALES REFERIDAS AL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA.....	41

3.2.2.	ESTRATEGIAS GENERALES REFERIDAS AL CONOCIMIENTO PRÁCTICO.....	43
3.2.3.	ESTRATEGIAS GENERALES REFERIDAS AL CONOCIMIENTO HISTÓRICO	44
3.2.4.	ESTRATEGIAS GENERALES REFERIDAS AL CONOCIMIENTO CURRICULAR	45
3.3.	ANÁLISIS DE LAS ESTRATEGIAS ESPECÍFICAS PARA LA ENSEÑANZA EN LA EDUCACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS POR TIPO DE CONOCIMIENTO.....	45
3.3.1.	ESTRATEGIAS ESPECÍFICAS REFERIDAS AL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO PARA LA ENSEÑANZA.....	45
3.3.2.	ESTRATEGIAS ESPECÍFICAS REFERIDAS AL CONOCIMIENTO PRÁCTICO	51
3.3.3.	ESTRATEGIAS ESPECÍFICAS REFERIDAS AL CONOCIMIENTO HISTÓRICO.....	51
3.3.4.	ESTRATEGIAS ESPECÍFICAS REFERIDAS AL CONOCIMIENTO CURRICULAR	52
4.	<u>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</u>	53
	<u>BIBLIOGRAFÍA.....</u>	58
	<u>ANEXOS.....</u>	60
ANEXO 1	60
	CUADRO DE CÓDIGOS ASOCIADO A LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA.....	60
ANEXO 2	62
	EJEMPLIFICACIÓN DE LAS REDES CONSTRUIDAS EN EL SOFTWARE PARA CADA SESIÓN DE CLASE ANALIZADA	62
ANEXO 3	63
	REDES DE HERRAMIENTAS UTILIZADAS (EN LOS VIDEOS ANALIZADOS) EN EL CURSO	63
ANEXO 4	70
	TRATAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DE ANÁLISIS EXPORTADOS DE ATLAS TI	70

INTRODUCCIÓN

Este trabajo surge en respuesta a la pregunta ***¿qué tipo de estrategias se utilizan en la formación de profesores en un curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra y cuáles son los tipos de conocimiento del profesor de Matemáticas que se privilegian con estas?*** después de una invitación abierta a los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas en el año 2013 por parte de los integrantes del proyecto de investigación: *El conocimiento histórico en la constitución de una visión sobre la naturaleza de la Aritmética y el Álgebra en maestros de Matemáticas de formación* (DMA-353-13) liderado por el profesor Edgar Guacaneme.

En la invitación, el profesor Guacaneme proponía a los estudiantes vincularse al equipo RE-MATE (Research on Mathematics Teacher Education), responsable del mencionado proyecto, a través de tareas de interés para el grupo, en particular, estudios acerca de la formación de profesores de Matemáticas.

Los autores de este trabajo, al estar interesados en el tema en general se contactaron con la profesora asesora Lyda Mora, integrante de RE-MATE, quien les propuso, entre otros asuntos, estudiar las estrategias en la formación del profesor de Matemáticas, los asuntos metodológicos y didácticos; lo cual constituyó un tema de interés, ya que aunque en los diferentes espacios académicos de la Licenciatura se proporcionan herramientas para el ejercicio profesional, no se hacen explícitas las estrategias que los maestros en formación pueden llevar al aula para abordar los diferentes objetos matemáticos. Y es así como se inicia con la grabación de las sesiones de clase del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra y la Aritmética de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional en el año 2013-II y la búsqueda de estrategias¹ de enseñanza en diferentes textos, lo cual pone en evidencia la existencia de poca bibliografía al respecto.

¹ Entendiendo estrategia como los instrumentos de los que se vale el docente para contribuir a la implementación y el desarrollo de las competencias en los estudiantes.

En Pimienta (2012) se mencionan estrategias generales para la enseñanza (lluvia de ideas, preguntas, estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información, mapas cognitivos, entre otras) y en cuanto a estrategias especializadas en la formación de profesores de Matemáticas se encuentra a Tirosh y Wood(2008) con *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* y en Lázaro y Beltrán (2014) Caracterización del conocimiento del formador de profesores en Didáctica de las Matemáticas a través de un estudio de caso.

El estudio realizado se hace a partir de los videos correspondientes a nueve (9) sesiones de clase del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra. Se compiló una descripción breve sobre las estrategias de enseñanza generales (basándose en el documento de Pimienta, 2012), las estrategias de enseñanza en la educación de profesores de matemáticas (individuales y grupales, apoyándose en Tirosh(2008) y los tipos de Conocimiento del Profesor de Matemáticas (abstraídos del documento de Godino (2009) y otros). Se exponen las etapas llevadas a cabo para la elaboración de este documento (recolección de evidencias (videos), planteamiento de la pregunta de indagación, planteamiento de objetivos, elaboración del marco de referencia, construcción de unidades de análisis y códigos, codificación en el software, revisión de los videos y elaboración de diagramas de red y análisis de los datos). Para el análisis se recopiló la información de las redes generadas en el software ATLAS TI, se identificaron, ejemplificaron y relacionaron las estrategias utilizadas en el espacio académico con los tipos de conocimiento, tal como se propuso en los objetivos y finalmente se plantearon las conclusiones del trabajo.

Concluyendo así que este trabajo es una fuente de consulta sobre las posibles estrategias pedagógicas para la labor profesional, para aquellos que estén interesados en promover y replicar estas estrategias para la enseñanza en cursos específicos de Didáctica de las Matemáticas.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Identificar y ejemplificar los tipos de conocimiento del profesor de Matemáticas y relacionarlos con las estrategias utilizadas para la formación de profesores en la Licenciatura considerando el caso específico del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra, desarrollado en el año 2013-II.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Ubicar referentes documentales que aborden como temática las estrategias utilizadas en la formación de profesores de matemáticas, para identificarlas y utilizarlas como unidades de análisis.
- Identificar en los videos de las sesiones de clase del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra (2013-II) las estrategias que utiliza la docente.
- Evidenciar las herramientas utilizadas en el desarrollo del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra según las estrategias previamente identificadas.
- Reconocer y relacionar los tipos de conocimiento que debe poseer un profesor de Matemáticas con las estrategias utilizadas en el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra.

1. MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se realiza una compilación que describe de forma breve las estrategias de enseñanza generales, basándose en el documento de Pimienta (2012), y las estrategias de enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas (individuales y grupales), apoyados en Tirosh (2008) y los diferentes tipos de Conocimiento del Profesor de Matemáticas considerados a partir de la lectura de Godino (2009). Con estas descripciones se establecen las unidades de análisis y se establece una relación entre las estrategias utilizadas y el conocimiento del profesor de Matemáticas que se pone en juego (al usarlas en el aula).

1.1. Estrategias de enseñanza

1.1.1. Estrategias de enseñanza generales

De acuerdo con Pimienta (2012) una estrategia se puede entender como una secuencia de acciones planificadas que permiten enriquecer la formación en competencias de los estudiantes, en particular, de los estudiantes universitarios, pues su trabajo está centrado en la Educación Superior, de las cuales menciona cuatro tipos:

- (i) Estrategias para indagar sobre conceptos previos.
- (ii) Estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información.
- (iii) Estrategias grupales.
- (iv) Metodologías activas para contribuir al desarrollo de competencias.

Enseguida se presentan las descripciones de cada una de las estrategias antes mencionadas y las correspondientes a las sub-estrategias incluidas en estas:

1.1.1.1. *Estrategias para indagar sobre los conocimientos previos*

Indagar sobre los conocimientos previos es importante para el docente, porque de esta manera puede organizar y abordar una secuencia didáctica cuya finalidad es

estructurar nuevos conocimientos en el sujeto desde una perspectiva de aprendizaje significativo. Estrategias de este tipo son:

Lluvia de ideas

Con esta estrategia se indaga sobre lo que conoce un grupo o sujeto acerca de un tema, tiene como finalidad responder a una pregunta en corto tiempo para identificar conceptos previos, concluir, aclarar concepciones erróneas y resolver problemas. Esta es una estrategia de corta duración (máx. 15 min.) en donde la situación de participación se genera en el momento en que el docente plantea una pregunta (no se cuestionan ideas ni se profundiza o justifica ninguna de estas). Se usan diagramas o esquemas que permiten la organización de las mismas de acuerdo con la pregunta central y finalmente se realiza una síntesis o conclusión.

Preguntas

Son cuestionamientos propiciados por el docente que permiten al estudiante desarrollar un pensamiento crítico acerca de objetos, conceptos, procesos, entre otros, y así generar la comprensión del saber en diferentes campos. Sirve para profundizar, problematizar o analizar un tema. Entre estas encontramos preguntas simples (respuesta única o restringida) y preguntas complejas (respuesta amplia, en la que se puede argumentar). Algunos tipos de preguntas se presentan enseguida:

- *Preguntas guía*

Permiten visualizar o esclarecer un tema de manera muy general. Las formulan los estudiantes y se responden abstrayendo información de una lectura dada; pueden ser del tipo: ¿quién?, ¿cómo?, ¿cuándo?, ¿para qué?, entre otras.

- *Preguntas literales*

Estas preguntas buscan abstraer todas las ideas importantes de un texto o documento de estudio o cuestionarse acerca de algunos conceptos (son planteadas por el docente o estudiante).

- *Preguntas exploratorias*

Son cuestionamientos orientados a descubrir o analizar ideas y significados, cuya respuesta no se encuentra literalmente en una lectura dada. Aquí el estudiante debe razonar de forma crítica y creativa para aclarar inquietudes propias. Algunas de las expresiones usadas son: ¿qué significa?, ¿cómo se relaciona con?, ¿qué sucede si yo cambio?, etc.

- *SQA (qué sé, qué quiero saber, qué aprendí)*

El desarrollo de SQA² es una secuencia que busca motivar al estudiante para que encuentre la relación entre lo que sabe y aprende a partir de los siguientes aspectos: lo que conoce previamente, lo que desea aprender y lo que aprendió. Para acceder a estas tres etapas del SQA se presenta previamente un tema, un texto o una situación al estudiante (se sugiere usar un gráfico o tabla a tres columnas) y el último cuestionamiento se aborda después del proceso de enseñanza-aprendizaje.

- *RA-P-RP (pregunta, respuesta anterior, respuesta posterior)*

En esta estrategia el docente formula una pregunta al estudiante, él responde con base a los conocimientos previos (respuesta anterior); seguido, se documenta acerca del tema en cuestión y procede a dar una respuesta basada en la información leída (respuesta posterior).

1.1.1.2. Estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información

Este tipo de estrategia tiene como finalidad el uso de organizadores gráficos para la clasificación o jerarquización de información recopilada después de realizar una lectura (es una forma sencilla para aprender y comprender un tema).

²De acuerdo con (Pimienta, 2012) la estrategia S-Q-A desarrollada por Donna Ogle (1986) es una poderosa manera de ayudar a los alumnos a construir sentido. Este proceso puede presentarse a los alumnos como una simple estrategia de tres pasos:

- (i) Antes de leer, escuchar o actuar, los alumnos identifican lo que *saben* (S) acerca de un tema.
- (ii) Luego, hacen una lista de lo que *quieren* (Q) saber acerca del tema.
- (iii) Después, de la actividad, los alumnos identifican y hacen una lista de lo que han *aprendido* (A).

Cuadro sinóptico

Es una estrategia para organizar y clasificar la información jerárquicamente, de lo general a lo particular y de izquierda a derecha por medio de llaves. Sirve para identificar relaciones entre conceptos, organizar el pensamiento y comprender un tema.

Cuadro comparativo

Permite identificar semejanzas o diferencias entre dos o más objetos o hechos (los cuales deben ser identificados previamente con sus características correspondientes), y así emitir una conclusión. A partir de esta estrategia se desarrolla la habilidad para comparar (emitir juicios de valor), facilita el procesamiento de información y ayuda a la organización del pensamiento.

Matriz de clasificación

Esta estrategia tiene como objetivo formar conjuntos o clases (estas pueden ser categorías a priori o emerger después de realizar el agrupamiento) por lo tanto lo más importante es identificar los elementos o categorías a clasificar e identificar las características que hacen a cada categoría distinta de otra en alguna información específica; de esta manera se determinarán detalles de la información que no se observan a simple vista y será más fácil el análisis de datos cualitativos.

Matriz de inducción

Lo más importante de esta estrategia es sacar conclusiones basándose en fragmentos de información. Para poder desarrollar esta matriz es necesario identificar elementos y parámetros a comparar (identificar semejanzas y diferencias entre conceptos, hechos o temas), de tal manera que se pueda analizar la información recolectada y los patrones existentes, puesto que estos determinarán las conclusiones finales. Esta estrategia desarrolla el pensamiento crítico (analizar, sintetizar y emitir juicios) basándose en un aparato crítico.

Técnica heurística UVE de Gowin

Con esta estrategia se puede adquirir conocimiento sobre el propio conocimiento y sobre cómo este se construye y utiliza. Tiene como propósito desarrollar la metacognición apoyada en el método científico y así garantizar la organización de procesos que sirven para el desarrollo de proyectos. Es aconsejable usarlo en situaciones prácticas (es decir, en fenómenos o situaciones observables por los estudiantes) o en análisis de lecturas científicas. Este método es ejecutado por los estudiantes siguiendo unos parámetros que se muestran a continuación, siendo el profesor quien propone el tema o título de estudio:

- a) Parte central: título o tema.
- b) Punto de enfoque: fenómeno, hecho o evento de interés para el aprendizaje.
- c) Propósito: objetivo respondiendo a tres interrogantes ¿Qué voy a hacer? ¿Cómo lo voy a hacer? ¿Para qué lo voy a hacer?
- d) Preguntas centrales: son aquellas que puntualizan el tema de investigación.
- e) Teoría: sustenta el porqué del fenómeno de estudio.
- f) Conceptos: palabras o ideas clave, que precisan la comprensión del documento.
- g) Hipótesis: suposición basada en la información previa y en las preguntas centrales.
- h) Material: lista de utensilios requeridos para la práctica (se especifica el tipo y la calidad de los mismos).
- i) Procedimiento: secuencia de pasos a realizar en el experimento (guiado a responder las preguntas de investigación).
- j) Registros de resultados: son datos cualitativos o cuantitativos, los cuales se deben organizar haciendo uso de una estrategia.
- k) Transformación del conocimiento: se organiza el análisis de los resultados mediante esquemas gráficos que permiten presentar la información de forma clara (para una interpretación lógica).

- l) Afirmación del conocimiento: respuesta a las preguntas centrales haciendo uso de los registros y la transformación del conocimiento.
- m) Conclusiones: resultados obtenidos al relacionar el propósito, la hipótesis y la transformación del conocimiento.

Correlación

Diagrama similar a un modelo atómico, en donde se relacionan conceptos o sucesos referentes a un tema. Se caracteriza por mantener una jerarquía de los conceptos, en el círculo central se ubica el tema o concepto principal y con relación a este se ubican en la parte inferior los conceptos subordinados y en la parte superior los supra-ordenados. Esta estrategia permite identificar conceptos o ideas principales de un texto, establecer relaciones de orden, de subordinación e interrelación, desarrollar el pensamiento lógico y organizar el pensamiento.

Analogía

Esta estrategia de razonamiento permite relacionar situaciones o elementos con características semejantes (por lo general se identifican ejemplos de la vida cotidiana) para establecer una relación que facilite la comprensión del contenido (por lo general, complejo y abstracto).

Diagramas

Son representaciones esquemáticas que permiten al estudiante relacionar palabras o frases siguiendo un orden lógico, para finalmente organizar la información abstraída de documentos. De esta manera se logra identificar las ideas principales acerca de un tema. Hay varios tipos de diagramas, los cuales se presentan a continuación:

- *Diagrama radial*

Como su nombre lo indica es un diagrama cuyo eje principal se ubica en el centro (título) y alrededor se escriben frases o ideas (unidas por líneas) que se relacionan con el eje principal, de estas pueden surgir nuevas ramas con componentes específicas las cuales no tienen una estructura de orden jerárquico.

- *Diagrama de árbol*

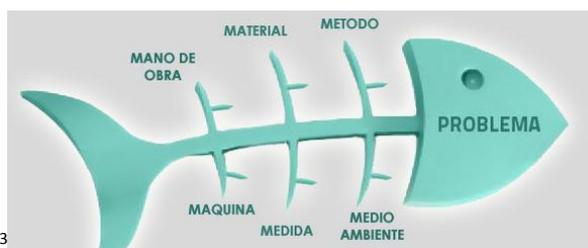
Es un diagrama cuya raíz está limitada por el título y se expande hacia los extremos relacionando conceptos subordinados (el concepto se une a un único antecesor) y los derivados de un mismo concepto se ordenan de izquierda a derecha.

- *Diagrama de causa-efecto*

Esta estrategia es ajustada por el docente en contextos modelados o reales y consiste en analizar un problema desde las causas para llegar a los efectos (este diagrama se organiza realizando la forma de un pez)³. Este diagrama se divide en tres ejes: las 4M (métodos, máquinas, materiales y mano de obra), las 4P (lugares, procedimientos, personas y actuaciones)⁴ y las 4S (suministradores, sistemas, habilidades y entornos)⁵. En la cabeza del pez se ubica el problema y en la parte superior de las espinas las categorías (basadas en los tres ejes) y en cada espina se agregan causas o subcausas (después de elaborar el diagrama se muestra y se discute en grupo). Se usa para desarrollar la capacidad de análisis al solucionar un problema, identificar, clasificar, categorizar, agrupar u organizar un número grande de documentos.

- *Diagrama de flujo*

Diagrama jerárquico que permite visualizar un proceso. En él interviene la siguiente simbología: óvalo (para iniciar y terminar el proceso), rectángulo (procedimiento), rombo (decisión o pregunta), círculo (conector) y flechas (dirección del proceso). Para realizar esta estrategia es necesario elaborar una lista con los pasos que se deben seguir (para cada uno de los subprocesos) y las preguntas que se encuentran inmersas



3

⁴Places, procedures, persons y performances.

⁵Suppliers, systems, skills y surroundings.

en el procedimiento, de tal manera que al finalizar el diagrama de flujo este sea verificable. Es útil para esquematizar procesos en los cuales es necesario tomar decisiones, plantear hipótesis o enfocar un tema sobre alguna actividad específica.

Mapas cognitivos

Se definen como organizadores gráficos avanzados en donde se puede representar un conjunto de ideas, conceptos y temas (su significado y relaciones), en un esquema o diagrama. Son útiles para la organización de contenidos escolares, para enfocar el aprendizaje en actividades específicas, para la construcción de significados y para hallar diferencias, clasificar, categorizar u organizar varios documentos. Algunos tipos de mapas se muestran a continuación:

- *Mapa mental*

Es una representación gráfica en donde se plasman los pensamientos de acuerdo con los conocimientos adquiridos y es útil al momento de solucionar problemas, tomar decisiones, integrar las partes de un todo y viceversa, recordar, procesar y asimilar información de forma creativa.

En el centro se ubica el concepto o asunto (puede ser una imagen) y de este se desprenden ramas con ideas o temas principales del mismo (cada rama lleva escrita una palabra clave o una imagen), seguido se ubican las ramas con aspectos de menor importancia. Al usar esta estrategia es necesario realizar un buen manejo del espacio, usar colores, códigos o flechas que permitan destacar relaciones entre diferentes elementos del mismo.

- *Mapa conceptual*

Es una representación gráfica de conceptos y las relaciones entre los mismos, para los cuales existe un grado de jerarquía que toma como inicio una idea o concepto principal, estos se unen por palabras de enlace, flechas o líneas. Es útil en el momento de identificar ideas claves de un texto y su relación; promueve la comprensión de un

tema, el pensamiento lógico y permite establecer grados de subordinación y jerarquización, visualizar ideas previas y concepciones erróneas.

- *Mapa semántico*

Es una representación gráfica que organiza la información por categorías sin un orden jerárquico determinado, se ubica la idea principal de un tema y a su alrededor las categorías secundarias (temas, subtemas o características). Sirve para desarrollar la meta-cognición, organizar el pensamiento, comprender y establecer relaciones.

- *Mapa cognitivo tipo sol*

Como su nombre lo indica es una estructura en forma de sol, la idea principal (tema o concepto) se ubica en el centro (círculo) y las ideas acerca del mismo en los rayos.

- *Mapa cognitivo de telaraña*

Esta estrategia sirve para organizar y clasificar contenidos de acuerdo con sus características. Es un esquema cuya idea central se ubica en un círculo, de este salen líneas en las que se ubican los subtemas para ubicar entre ellas las características correspondientes.

- *Mapa cognitivo de aspectos comunes*

Es similar a un diagrama de Venn, cuyos conjuntos (círculos) se intersecan, en dicha intercepción se escriben las semejanzas entre los dos temas y en la otra parte las características de cada tema que no son comunes.

- *Mapa cognitivo de ciclos*

Este diagrama permite organizar información por orden cronológico o secuencial (en círculos ordenados de manera vertical), de tal manera que la idea inicial (comienzo del ciclo va en el círculo superior) y las demás ideas se conectan por medio de flechas.

- *Mapa cognitivo de secuencia*

Es un diagrama que muestra una secuencia de pasos en orden cronológico para llegar a la solución de una situación y se encuentra encabezado por un tema (cada uno de estos va encerrado).

- *Mapa cognitivo de cajas*

Es un diagrama organizado por recuadros, en el nivel principal se ubica el tema y en el segundo nivel se describe cada uno de los subtemas.

- *Mapa cognitivo de calamar*

Este esquema sirve para identificar diferencias entre subtemas, la parte central se divide en tres: en el centro el tema principal y a los dos costados los subtemas, de cada uno de estos se desglosan líneas en las que se ubican las características que los diferencian.

- *Mapa cognitivo de algoritmo*

Facilita la representación esquemática, matemática y gráfica de un tema verbal. En el primer nivel se ubica el tema (dentro de un rectángulo) y en el siguiente nivel se ubican dos filas de rectángulos: a la izquierda se colocará de manera textual el paso a seguir y a la derecha el algoritmo matemático que lo representa, de tal manera que los pasos llevan a la solución textual y al desarrollo matemático.

1.1.1.2.1. Otras estrategias que promueven la comprensión

PNI (positivo, negativo, interesante)

Con esta estrategia se pueden plantear la mayor cantidad de ideas acerca de un evento observado (lo positivo, negativo e interesante) a partir de preguntas, para evaluar objetos, contrastar información y tomar decisiones de forma argumentada.

QQQ (qué veo, qué no veo, qué infiero)

Se parte de un tema, imagen o cuestionamiento y se responde al qué veo (lo que se observa o conoce del tema), qué no veo (lo que no es explícito, pero puede hacer parte del contenido) y lo que infiero (lo deducido) para establecer relaciones parte-todo de un tema haciendo uso del razonamiento crítico, hipotético y creativo.

Resumen

Es un texto con cohesión donde se escriben las ideas principales de un tema, posterior a la lectura de un documento (respetando las ideas del autor). Se utiliza para comprender o concluir un tema.

Síntesis

Escrito en donde se explicitan las ideas principales de un texto junto con la interpretación personal. Es útil para desarrollar la comprensión, mejorar la expresión escrita, identificar las ideas principales, las causas y los efectos en un texto.

Ensayo

Escrito en prosa relativamente breve en donde se expresa la interpretación personal acerca de un tema y cuya estructura debe incluir introducción, desarrollo y conclusiones. Este puede ser de carácter personal (el escritor cuenta sus ideas de manera convencional) o de carácter formal (fundamenta las ideas con referentes bibliográficos y es más riguroso). Ayuda a desarrollar habilidades de pensamiento crítico, meta-cognición y comunicación escrita.

1.1.1.3. Estrategias grupales

Debate

Es una polémica en donde se definen papeles de actuación: moderador (plantea afirmaciones o preguntas), equipos (el defensor y el que está en contra de la afirmación planteada) y el público. Se requiere una consulta previa para realizar la réplica con fundamentos y una asignación de roles a los miembros de cada

equipo(líder, secretario o comunicador). Con esta estrategia se busca desarrollar el pensamiento crítico, la habilidad argumentativa, el análisis y búsqueda de información.

Simposio

Se desarrolla como un discurso sucesivo acerca de un tema, en donde los especialistas exponen sus ideas apoyándose en datos recopilados en investigaciones, el auditorio realiza preguntas al final de la sesión para que el grupo de expertos de respuesta a las mismas, el objetivo principal es tener información actualizada y organizada acerca de un tema.

Mesa redonda

Es una estrategia que involucra a un grupo de expertos que han preparado el tema con anterioridad (sin importar que los puntos de vista acerca del mismo sean divergentes); cada uno de ellos expone el tema en un tiempo determinado establecido por el moderador, quien a su vez regula las intervenciones, hace una introducción y presenta las conclusiones. Por último el público (testigo de las intervenciones en la mesa redonda) presenta preguntas por escrito al moderador para que el grupo de expertos las conteste al final.

Foro

El orador presenta de forma breve un tema, luego se hacen preguntas, comentarios y sugerencias (se puede realizar por medios electrónicos).

Seminario

Hay un expositor que presenta un tema después de realizar una consulta (puede incluir simposio o debate) y el público debe haber leído previamente el material y en caso de ser necesario debe responder a las preguntas planteadas.

Taller

Se elabora de forma grupal, parte de una explicación previa y unos conocimientos ya adquiridos sobre un trabajo específico y debe promover el aprendizaje colaborativo y el

uso de diferentes recursos para llegar al resultado final, de tal manera que siempre se reciba asesoría por parte del docente.

1.1.1.4. Metodologías activas para contribuir al desarrollo de competencias⁶

Estas metodologías tienen como finalidad el desempeño integral del sujeto, de tal manera que se evidencien las habilidades, actitudes, conocimientos y capacidades de los estudiantes.

Tema generativo

Se reúnen varios maestros y plantean ideas sobre diversos temas que puedan generar polémica en los estudiantes; de estas seleccionan las que pueden ser trabajadas interdisciplinariamente y contribuyen al desarrollo de alguna competencia. Con base en esto formula una pregunta que debe llevar al estudiante a reflexionar, consultar e indagar para poder llegar a una solución de la misma.

Simulación

Con esta estrategia se pretende acercar a los estudiantes por medio de roles a situaciones reales, en las cuales ellos pueden dar solución a un problema, prevenir y tomar decisiones frente a dicha situación. Lo primero que hace el docente es plantear una situación y establecer las directrices, para finalmente realizar una evaluación de la situación.

Proyecto

Surge como un interés (pregunta o idea) del estudiante o del docente orientado al cumplimiento de un objetivo, involucra una o más áreas del conocimiento y su desarrollo es similar al del método científico (se plantea la hipótesis, se realiza una

⁶La definición de competencia empleada en el enfoque cognitivo incluye todos los recursos mentales que los individuos emplean para realizar las tareas importantes, para adquirir conocimientos y para conseguir un buen desempeño (Weinert, 2001, citado por Mulder, Weigel, & Collings, 2008).

consulta, se observa la situación, se verifica si se cumple la hipótesis y se presenta la conclusión), su duración es de uno o dos periodos académicos consecutivos.

Estudio de caso

Es una situación real o simulada, suministrada por el docente, que permite al estudiante realizar un análisis de un tema específico basándose en la situación, para tal fin consulta y usa los criterios previos establecidos por el docente. Finalmente se realiza una socialización en grupo, se evalúan las diferentes soluciones obtenidas para concluir que decisiones se pueden tomar de forma más acertada.

Aprendizaje basado en problemas

Es una estrategia en donde se plantean uno o varios problemas los cuales deben ser solucionados por equipos de trabajo (en donde los roles mínimos deben ser: secretario, reportero y líder) o individualmente, dependiendo de la dificultad del mismo. Estos deben permitir la investigación, planteamiento de hipótesis, argumentación, interpretación, toma de decisiones y simulación para dar solución a este (durante el proceso se puede recibir asesoría del docente).

Aprendizaje *in situ*

Es una metodología que involucra el aprendizaje en un entorno que se asemeja a las condiciones de la temática a enseñar cuya finalidad es ampliar procesos de análisis, hipótesis, pruebas y resultados de manera cooperativa, de tal forma que se vinculen contextos académicos con contextos reales.

Aprendizaje mediado por TIC

Tiene como finalidad desarrollar competencias a partir de las tecnologías de la información y la comunicación. Se plantea una situación y el estudiante la soluciona haciendo uso de estos recursos, permite la autonomía, la comprensión y el aprendizaje a distancia.

Aprendizaje mediante el servicio

Es un proyecto en el cual se ofrecen servicios a la comunidad, de tal manera que se vinculan diferentes competencias; se trabaja por equipos en un contexto determinado, se realiza un seguimiento y realimentación del trabajo para ser expuesto al final. Se busca generar responsabilidad social, aplicación de los conocimientos adquiridos en el aula y promover el aprendizaje cooperativo.

Aprendizaje cooperativo

Se conforman equipos donde cada integrante realiza aportes o plantea inquietudes que permiten solucionar una tarea propuesta por el docente.

Webquest

Es una estrategia que usa internet para la búsqueda o consulta de páginas sugeridas por el docente, cuyo objetivo es conocer algo acerca de un tema específico.

OVAS: Objetos Virtuales de Aprendizaje

Un OVA es un ambiente de aprendizaje virtual para que el individuo estudie un tema de manera autónoma. Está conformado por una serie de tareas, un marco teórico y uno o más objetivos de aprendizaje.

1.1.2. Estrategias de enseñanza en la educación de profesores de matemáticas

En esta sección se describen las estrategias específicas para la formación de profesores de Matemáticas, teniendo en cuenta el papel del profesor, los roles de los futuros profesores o en ejercicio y la naturaleza de las tareas. Se recopilan tres categorías fundamentales del volumen II del *Handbook*⁷ (Tirosh, 2008), las cuales se mencionan a continuación:

- (i) Los casos.
- (ii) Tareas en la formación de profesores de matemáticas.

⁷Tomando algunas traducciones libres de diferentes apartados del libro.

(iii) La investigación como herramienta en la formación de profesores de matemáticas.

1.1.2.1. Los casos

Como menciona Tirosh (2008), los casos en la formación de profesores varían en diferentes aspectos como el público a quien va dirigido (profesores de primaria o secundaria), el contenido matemático (ya sean ideas de matemáticas específicas o estructuras generales de las Matemáticas), el contenido pedagógico (como las formas de razonamiento de los estudiantes sus explicaciones y justificaciones), el tipo de medio (narrativas o videos), la autoría (que pueden ser experiencias propias o de un tercero) y la autenticidad (hechos reales o ficticios).

Dentro de los casos se encuentran:

- (i) Narrativas o relatos.
- (ii) Discusión de casos o situaciones matemáticas.
- (iii) Video grabaciones.
- (iv) Estudios de clase.

Narrativas o Relatos

Según Chapman (2008, p.17) “la narrativa enfocada hacia la formación de profesores es una herramienta para que los individuos se conozcan, recreen sus vidas y den sentido a sus experiencias”. Las narrativas son historias orales o escritas elaboradas por los docentes en formación cuyos temas principales son: creencias, conocimientos, sentimientos, actitudes y reflexiones acerca de sus prácticas.

Discusión de casos o situaciones matemáticas

Según Herreid (1997) citado por Markovits y Margaret (2008, p.39) “el elemento central para que algo sea un caso es que sea una historia con un mensaje, pero no son historias para el entretenimiento, deben ser historias educativas”. Un caso en la Educación Matemática se define como “Cualquier descripción de un episodio o

incidente que se puede conectar a la base de conocimientos para la enseñanza y que pueda ser interpretado...”.

Los casos, de manera general, son episodios escritos por terceras personas. Se dividen en:

- (i) Modelos o “*Exemplars*”
- (ii) Situaciones problema

- *Modelos o “Exemplars”*

Según Markovits y Margaret (2008) los modelos ejemplifican una práctica o situación real contextualizada para operacionalizar una teoría (proporcionan imágenes vivas de los profesores en las aulas reales) y permiten al estudiante establecer una relación entre ideas abstractas que se tienen acerca del contenido y la pedagogía con los análisis e interpretaciones que se realizan.

- *Situación problema*

La situación problema, en este contexto, corresponde a un ejemplo de clase de matemáticas donde está involucrada una problemática, un dilema o una situación de tensión en un episodio de clase; los hechos pueden ser reales o hipotéticos, generalmente deben ser cortos, no incluyen mayor descripción de los hechos para dejar a los maestros en formación que conjeturen acerca de lo ocurrido.

Video-Grabaciones

Los videos son una herramienta en la cual se muestra a los estudiantes un episodio de clase; que depende del enfoque que le dé el formador, ya sea para evidenciar los comportamientos de los estudiantes, cómo representan sus ideas matemáticas o cómo promueven o no el aprendizaje de los estudiantes desde la intervención del docente.

Estudios de clase

El estudio de clase es un proceso de aprendizaje originado en Japón, para el cual se conforman grupos de trabajo de maestros en formación, profesores o ambos, para realizar las siguientes actividades:

1. Diseñar una clase.
2. Uno de los integrantes desarrolla la clase con el grupo de estudiantes y el maestro tutor; el rol asumido por los observadores (estudiantes, maestro tutor o ambos) implica: tomar nota de los aciertos y de la gestión de clase, realizar un análisis de la situación y de la actuación del maestro frente a la misma, establecer pautas o conclusiones que contribuyan al aprendizaje del estudiante que asume el rol docente.
3. Se reúnen todos los integrantes del grupo y hacen públicas observaciones y correcciones.

Este proceso se repite hasta que la clase sea considerada óptima.

1.1.2.2. Tareas en la formación de profesores de matemáticas

Entre las tareas para formación de profesores se encuentran las herramientas de texto (tareas escritas y ejemplos):

Tareas y lecciones

- *Tareas para abordar temas en que el estudiante presenta dificultad de aprendizaje*

Según Swan (2006) citado por Watson y Sullivan (2008) estos temas deben ser abordados con tareas que cumplan con las siguientes características:

- Clasificar objetos teniendo en cuenta: propiedades, definiciones, características y distinciones.
- Interpretar representaciones múltiples, realizar enlaces entre contenidos y elaborar imágenes mentales.

- Evaluar los enunciados matemáticos considerando: si se cumplen siempre, a veces o nunca, si son verdaderos o falsos, ejemplos, contraejemplos y argumentos para justificar decisiones.
- Crear problemas matemáticos que permitan comprender e interpretar los procesos que se utilizan para llegar a la solución del mismo.
- Analizar el razonamiento y las soluciones de otras personas (para un problema determinado) mediante la comparación de métodos, soluciones, el diagnóstico de errores, y la identificación de cadenas de razonamiento.
- *Comparación y adaptación de ejercicios de libros de texto*

Según Watson y Sullivan (2008) esta estrategia consiste en tomar por lo menos tres ejercicios de un texto (literales o modificados según la intención de enseñanza-aprendizaje) para abordar un contenido (las preguntas y tareas se pueden modificar) de tal manera que al realizar los cambios se propicie (*affordance*⁸) mayor comprensión conceptual al estudiante.

- *Juegos y rompecabezas con propósito*

En el *PGP*⁹ el docente entrega un juego o rompecabezas a los estudiantes y les explica su finalidad. Los estudiantes participan del *PGP* por un periodo de tiempo corto y luego el docente realiza una clase para: socializar y exponer las estrategias, el objeto matemático del *PGP*, las reglas, análisis de las posibles estrategias o soluciones que se presenten al usar el material, las modificaciones que se pueden desarrollar al *PGP* para cambiar el nivel de complejidad y las principales ideas matemáticas¹⁰.

⁸Cualidad de un objeto o ambiente que permite a un individuo realizar una acción.

⁹ Por sus siglas en Inglés "*Purposefulgames and puzzles*"(Sullivan 2007)

¹⁰Un ejemplo de un *PGP* sería el siguiente:

- *Competencia estratégica*

Para Kilpatrick (2006, citado en Watsony Sullivan, 2008, p.124) la competencia estratégica es: “la capacidad de formular, representar y resolver problemas matemáticos”. Los problemas o situaciones utilizadas para la enseñanza pueden ser abordadas matemáticamente, por tanto incluyen un modelo matemático que posibilita realizar una exploración inicial para llegar a la solución. Los profesores pueden combinar objetivos conceptuales y estrategias mediante:

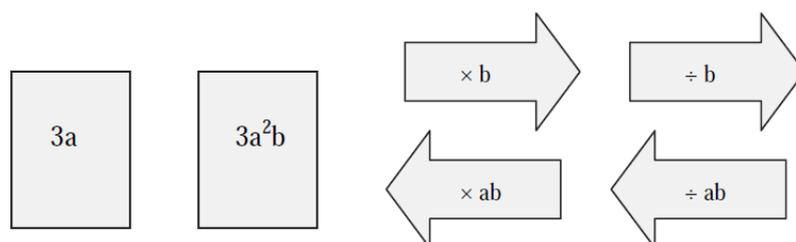
- i) Situaciones que implican la reflexión haciendo uso de ideas previas.
- ii) Situaciones que generan la necesidad de conocer nuevos procedimientos.
- iii) Situaciones en las que los estudiantes pueden crear métodos de solución.

Lo primero que hace el docente es plantear un problema para que el estudiante identifique la estrategia a utilizar, se conforman grupos y se hace una lluvia de ideas para elegir la estrategia más pertinente; al finalizar, dos grupos o más muestran al resto de la clase la solución al problema, la cual será reforzada por el docente.

- *Razonamiento de adaptación*

Esta estrategia se aborda teniendo en cuenta los siguientes pasos:

1. El docente presenta un ejercicio o situación problema y aclara los objetivos (este puede realizar variaciones a la tarea durante la sesión, atendiendo a preguntas como: ¿y qué pasa sí...? ¿si no se tiene esto...sino aquello?, etc.).



El rompecabezas matemático consiste en un conjunto de tarjetas rectangulares y las tarjetas con flecha o las de operación, el objetivo del PGP es elegir dos tarjetas de operación que se puedan colocar entre las rectangulares para establecer la conexión.

2. Los estudiantes trabajan individualmente para interpretar o solucionar la situación.
3. Los estudiantes se reúnen en grupo y el maestro dirige la discusión acerca de los resultados obtenidos en la exploración personal.
4. Para finalizar el maestro resume los aportes realizados por los estudiantes destacando las principales ideas matemáticas.

Ejemplos como herramientas en la formación de profesores de matemáticas

Según Zazkis (2008) los ejemplos "prácticos" permiten recordar las características esenciales del objeto matemático que se está estudiando, los "ejercicios" son medios para aplicar técnicas y las "situaciones contextuales" evidencian aplicaciones del objeto matemático.

Los ejemplos como herramientas sirven para examinar supuestos básicos que guían la actividad matemática. Al decir "supuestos básicos" se hace referencia a los supuestos relacionados con el contenido matemático, en lugar de los relacionados con la naturaleza de los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Manipulativos como herramientas en la formación de profesores de matemáticas

Según Valenzuela Molina y Ruiz López (2012) los materiales manipulativos son: "Todos aquellos objetos físicos tangibles diseñados con un fin didáctico (estructurado), que el alumno pueda tocar directamente con sus manos, además de tener la posibilidad de intervenir sobre ellos haciendo modificaciones".

- *Manipulativos virtuales*

Son representaciones digitales de la realidad (simulaciones, software de visualización, fractales, robótica, juegos de computador, representaciones tridimensionales, etc.) viabilizadas por el computador, la tablet o el celular que pueden ser manipuladas por el estudiante para aprender o repasar un tema, siguiendo una serie de instrucciones o pasos.

Máquinas como herramientas en la formación de profesores de matemáticas

Las máquinas (a las que se hace referencia en este apartado) son todos aquellos aparatos que carecen de tecnología para su funcionamiento, es decir, máquinas que requieren habilidades motoras para su manejo, como por ejemplo: el compás, el ábaco, la regla, el transportador, la escuadra, etc. Y se utilizan en tres tipos de actividades principales: conferencias (para grandes grupos de futuros profesores), el aprendizaje dentro de la escuela (la participación individual en el aula, actividades bajo la supervisión de profesores expertos) y los laboratorios.

1.1.2.3. La investigación como herramienta en la formación de profesores de matemáticas

Con esta estrategia el estudiante en formación de matemáticas se presupone investigador de sus prácticas docentes, genera una pregunta de investigación, plantea su hipótesis y predice ciertas situaciones que podrían presentarse, se fundamenta teóricamente, estructura su objeto de estudio, analiza y finalmente genera conclusiones de su trabajo. Con base en esto el estudiante comprende los significados que la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática implican y busca opciones para mejorar esta práctica.

Uso de teorías como herramientas en la formación de profesores de matemáticas

Las teorías en Educación Matemática relacionan diversos ámbitos académicos: Matemáticas, Psicología, Sociología, Antropología, Lingüística entre otros, por tanto su campo de estudio es demasiado amplio; sin embargo, desde el aula se pueden abordar con un propósito investigativo o de indagación, en donde el maestro formula un problema o una situación para un tema específico y a partir de este realiza un análisis que considera los elementos o características propias de la teoría. Por lo general su finalidad es identificar errores, obstáculos, formas de pensamiento, estrategias de enseñanza y complejidad del tema en relación con el nivel académico del estudiante y sus conocimientos previos.

En relación con los tipos de estrategias descritas, algunas de las estrategias generales se podrían hacer corresponder con las específicas en la formación de profesores; sin embargo, se estudian por separado ya que los enfoques en cada caso son distintos.

1.2. Tipos de Conocimiento del Profesor de Matemáticas (TCPM)

De acuerdo con Godino(2009) se han elaborado varios documentos sobre el tipo de conocimientos, habilidades o competencias que debe poseer un profesor de Matemáticas(Shulman, 1986; Font, 2007;Philipp, 2007; Wood, 2008;Ball, 2008 entre otros citados en Godino, 2009); paraeste trabajo se utilizará como base el documento de Godinoalrededor del tema, la tesis de Lázaro y Beltrán (2014), la comunicación de Erazo y Mora (2015), las interpretaciones de los autores y la experiencia de los mismos como maestros en formación,paraconsiderar cuatro tipos de conocimiento (ver [Ilustración 1](#)) asociados a la formación de profesores de Matemáticasasí:Conocimiento Matemático, Conocimiento Práctico, Conocimiento Histórico y Conocimiento Curricular, los cuales se describirán de manera general enseguida:

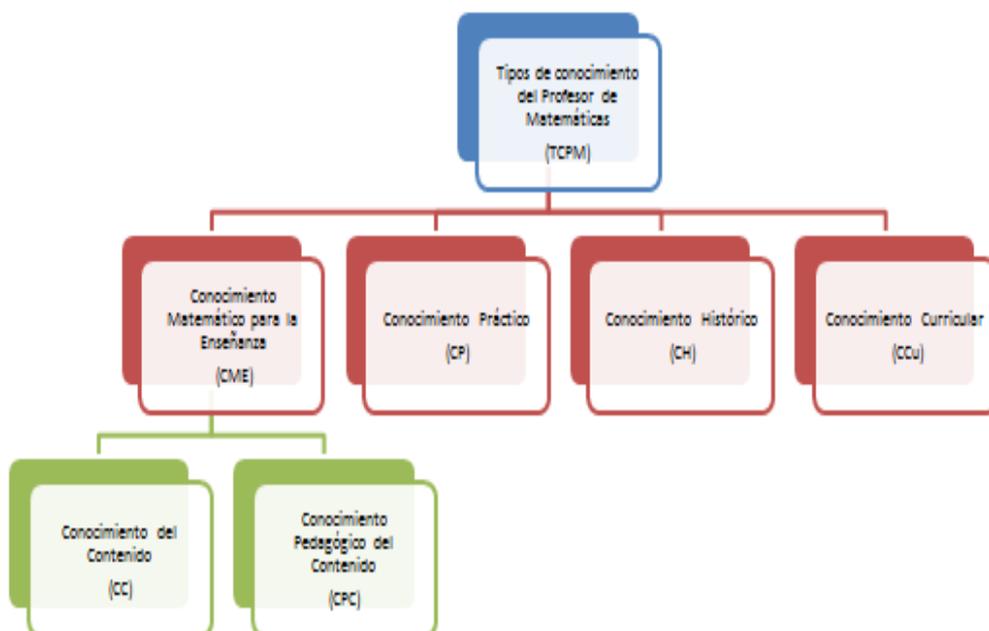


Ilustración 1: Tipos de Conocimiento del Profesor de Matemáticas considerados en este trabajo

1.2.1. Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME)

Según Hill, Ball y Schilling (2008) citado en Godino (2009) el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (CME) tiene dos subdivisiones: el Conocimiento del Contenido (CC) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC); haciendo énfasis en que el docente de Matemáticas debe dominar ambos aspectos.

Conocimiento del contenido (CC)

Este conocimiento diferencia el Conocimiento común del contenido, el Conocimiento especializado del contenido y el Conocimiento en el horizonte Matemático, ya que el primero refiere a un conocimiento disciplinar que puede tener un sujeto adulto cualquiera para solucionar problemas matemáticos; el segundo, propende la capacidad de ordenar las secuencias o etapas para desarrollar un contenido y el tercero, hace referencia a un conocimiento que genera perspectiva a los profesores para sus planeaciones de clase e intervenciones en aula.

Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC)

El profesor de Matemáticas debe poseer las competencias necesarias para ordenar las secuencias con que podrían desarrollarse los diferentes aspectos de un contenido específico considerando errores, obstáculos, conceptos previos, representaciones, etc., lo cual hace parte del CPC e incluye al estudiante desde las dimensiones que se mencionan a continuación: “(i) Conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud... (ii) Conocer a los estudiantes como personas que piensan... (iii) Conocer a los estudiantes como personas que aprenden... (iv) Diseñar y gestionar entornos de aprendizaje... (v) Desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la comprensión”... (vi) Construir relaciones que apoyen el aprendizaje... (vii) Reflexionar sobre la propia práctica”. (Godino, 2009, p. 18)

En relación con lo anterior el conocimiento disciplinar y pedagógico deben orientarse en pro de mejorar el aprendizaje del estudiante; y es por esta razón que no se puede desvincular el aprendizaje del entorno, lo cual lleva al docente a una evaluación

constante de su quehacer profesional para cumplir unos objetivos de enseñanza y aprendizaje.

1.2.1. Conocimiento Práctico (CP)

Según Beltrán y Lázaro (2014) el conocimiento práctico se define como:

“...la concreción consciente e inconsciente del formador sobre sus propias prácticas formativas, es decir el conocimiento generado de la reflexión que el docente hace de su quehacer, de las vivencias y de las situaciones experimentadas (Clandinin 1992 citado en Cruz, 2011) generalmente motivado por fracasos o problemas en torno a la enseñanza o a la gestión de la clase, o los conocimientos que desarrolla partiendo del saber implícito, empírico, artístico que el profesor construye en su desempeño diario dentro y fuera del salón de clase”. (p.13)

Gracias a este conocimiento el docente toma decisiones que propenden por potenciar y motivar a los estudiantes, identifica cuál es la mejor forma de actuación en el aula y utiliza el contexto como herramienta intencionada para desarrollar el contenido matemático; este conocimiento implica un método y una finalidad, fundamentado principalmente en el desarrollo de su práctica.

1.2.2. Conocimiento Histórico (CH)

Según Erazo y Mora (2015), el conocimiento histórico permite al docente establecer una relación entre la Historia de la Matemáticas (HM) y la educación en Matemáticas que se puede ver reflejada en acciones como:

- (i) Organizar el currículo (Modificar el currículo integrando la HM para que este se enriquezca).
- (ii) Incorporar acciones específicas en el aula de clase (Busca brindarle herramientas al profesor para que oriente el proceso de enseñanza in situ).
- (iii) Ampliar la concepción sobre la naturaleza de las Matemáticas (Cambiar la concepción de que las Matemáticas son una disciplina rígida, sino que surgen a

través de la construcción social y por ende dependen del contexto cultural en el que se desarrollen).

- (iv) Ampliar la comprensión de los objetos matemáticos (Reconocer y estudiar un objeto matemático de forma más global, identificando las etapas de desarrollo, las dificultades que se dieron, heurísticas diferentes, etc.).
- (v) Promover “habilidades complementarias” en los estudiantes (Mejorar el análisis y la comprensión de textos matemáticos, crear hábitos de escritura usando notación matemática, investigar o consultar para comprender la génesis de dicho objeto).
- (vi) Promover habilidades y competencias en los profesores (comprender el pensamiento de los estudiantes, reconocer diferentes tipos de representación de los objetos matemáticos, reconocer factores que facilitan o dificultan la comprensión de los estudiantes, entre otras).

1.2.3. Conocimiento Curricular (CCu)

Según Shulman (2007) citado en Godino (2009) el conocimiento curricular describe a partir de los contextos educativos, fines, propósitos y valores de la educación, los cuales se recopilan en las categorías descritas en la [tabla 1](#) (p. 27):

Faceta ecológica	Consigna
Orientaciones curriculares	Identifica los elementos del currículo que son abordados mediante la realización de la tarea(s) propuesta (fines, objetivos).
Conexiones intra-disciplinarias	Explica las conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma.
Conexiones interdisciplinarias	Explica las conexiones que se pueden establecer con otras materias del programa de estudio mediante la realización de la tarea o de variantes de la misma.
Otros factores condicionantes	Identifica factores de índole social, material, o de otro tipo, que condicionan la realización de la tarea o el desarrollo del proyecto educativo pretendido o implementado.

Tabla 1: Conocimiento del currículo y conexiones intra e interdisciplinarias

Estos tipos de conocimiento se encuentran relacionados de forma directa con el proceso de enseñanza y aprendizaje, y su integración facilita y mejora la interacción entre profesor, estudiante y conocimiento.

2. METODOLOGÍA

En este apartado se describen las etapas llevadas a cabo para la elaboración de este documento: (i) recolección de evidencias (videos), (ii) planteamiento de la pregunta de indagación, (iii) planteamiento de objetivos, (iv) elaboración del marco de referencia, (v) construcción de unidades de análisis y códigos, (vi) codificación en el software, (vii) revisión de los videos y elaboración de diagramas de red generadas por el software ATLAS TI, (viii) análisis de los datos y (ix) extracción de conclusiones y recomendaciones.

2.1. Recolección de evidencias

En el segundo semestre del año 2013 los autores de este documento realizaron, como voluntarios para el grupo de investigación *Research on Mathematics Teacher Education* (RE-MATE), las grabaciones de todas las sesiones del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra, recopilando así los videos correspondientes a 26 sesiones de clase en total, que corresponden a 52 horas de grabación.

Teniendo en cuenta que el propósito del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra de acuerdo con el programa tomado de Mora (2013) es fundamentar de manera teórica y práctica, en términos de Shulman, el conocimiento didáctico del contenido³ y el conocimiento curricular, referido particularmente a la enseñanza y aprendizaje de algunos objetos de la aritmética y el álgebra como: número (natural, racional, entero, irracional y real, principalmente) y ecuación, y procesos como contar, simbolizar y generalizar, también se pretende contribuir a la consolidación del conocimiento del contenido, centrado particularmente en la Aritmética y el Álgebra y en algunos de los objetos matemáticos más sobresalientes en estas dos áreas. El propósito es aportar al futuro profesor de matemáticas elementos necesarios que le permitan ser un profesional crítico y reflexivo en su rol profesional, con capacidades para la selección consciente y fundamentada de tareas a proponer a sus estudiantes así como libros de textos, para el diseño

curricular (local o global) innovador y generador de ambientes de enseñanza propicios para el aprendizaje de la aritmética y el álgebra, con habilidades para reconocer las dificultades y potencialidades que surgen cuando se asume cierto modelo de enseñanza o se trata algún concepto, proceso o procedimiento aritmético o algebraico con ciertos énfasis didácticos (como representaciones o tipos de problemas).

2.2. Pregunta de indagación

La pregunta que se formuló para el desarrollo de este trabajo de grado y que permitió delinearlo fue: ¿Qué tipo de estrategias se utilizan en la formación de profesores en un curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra y cuáles son los tipos de conocimiento del profesor de Matemáticas que se privilegian con estas?

2.3. Planteamiento de objetivos

Los objetivos de este trabajo se diseñaron pensando en dos aspectos fundamentales: primero, existe poca bibliografía acerca de la pregunta de indagación y segundo, este documento puede llegar a ser un aporte o fuente de consulta para los formadores que no han tenido un acercamiento a los tipos de estrategias que se pueden utilizar en el aula, considerando como aporte principal el enfoque o ejemplificación de algunas de estas en un curso del componente didáctico orientado a la formación de profesores en Didáctica de la Aritmética y Álgebra.

2.4. Elaboración del marco de referencia

Teniendo en claro los propósitos del trabajo, fue fundamental documentarse, así que las primeras preguntas a responder fueron: ¿Existen estrategias de enseñanza generales?, ¿cuáles?, ¿hay estrategias de enseñanza específicas para la formación de profesores?, ¿para la formación de profesores de Matemáticas? Al buscar respuestas a estas preguntas se consultó bibliografía que permitió la consolidación del primer capítulo de este trabajo; sin embargo, al iniciar la etapa de análisis surgió otro elemento asociado a los tipos de conocimiento que debe tener el profesor de Matemáticas: ¿cuáles de las estrategias usadas en el aula contribuyen al desarrollo del conocimiento pedagógico, didáctico, histórico,...?, lo cual generó la necesidad de

agregar este componente al capítulo, para así realizar un análisis más detallado de la información recolectada.

2.5. Construcción de categorías de análisis y códigos

Para establecer las categorías de análisis se tuvieron en cuenta las estrategias generales de enseñanza y las estrategias de enseñanza para la formación de profesores en Matemáticas presentadas en el capítulo 1, a partir de las cuales se generaron los códigos correspondientes ([Anexo 1](#)) teniendo en cuenta las iniciales de cada categoría de primer, segundo y tercer orden; en caso de que se repitan, se toma la inicial en mayúscula y la siguiente letra en minúscula, por ejemplo: Ensayo (E) y Ejemplos (Ej). En esta categorización hay dos unidades fundamentales: tipos de estrategias (generales y específicas) y tipos de conocimiento del profesor de Matemáticas ([Anexo 2](#)).

2.6. Codificación en el software

En primera instancia se generaron los códigos para el análisis en el software ATLAS TI 7.0¹¹ en relación con las categorías dispuestas en el [Anexo 1](#) y se realizó el cargue de los videos a analizar. Se observó el primer video y se asignaron los códigos y memos¹² correspondientes a las estrategias registradas.

2.7. Revisión de los videos y elaboración de diagramas de red

Se decide realizar un análisis de nueve (9) sesiones de clase, es decir diez y ocho (18) horas de video en total, lo cual equivale exactamente al 35% de las sesiones (la selección de los videos se hizo al azar por cuestiones de tiempo; ya que el número de videos escogidos responde al tiempo que requiere el análisis de cada uno, que fue de aproximadamente 4 horas). Para iniciar el análisis se revisó cada uno de los videos seleccionados y se asignaron los códigos y memos (descripción de la selección) correspondientes a cada fragmento en donde aparece una estrategia. Luego de estudiar y codificar los nueve (9) videos se generaron las redes; el primer tipo de

¹¹ Se decide usar esta versión del programa ya que se encuentra en español y posee más herramientas que la versión 6.0.

¹² Un **memo** es una nota realizada por el MF en donde se describe o menciona la estrategia utilizada en alguna sección del video.

red¹³, lo cual no resultó ser muy útil, ya que se generó una conexión innecesaria entre todas las estrategias y las cuotas de video¹⁴, por esta razón se decidió construir redes por cada una de las estrategias existentes para así evidenciar de forma más clara lo que sucede con cada una de ellas.

A continuación se realiza una descripción de la [ilustración 2](#), cuyo objeto es mostrar cómo se elaboraron las redes para cada una de las estrategias vistas en los videos.

- La categoría general corresponde a la categoría o unidad de análisis de primer orden y se encuentra en color fucsia, para este ejemplo son las estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información (EPCOI).
- La estrategia utilizada corresponde a la categoría o unidad de análisis de segundo orden, está enmarcada en el cuadro de color rosado y muestra la red generada para la estrategia Analogía (A).
- El memo corresponde a la descripción de la cuota del video en donde aparece la estrategia (para diversos casos aparece numerado en orden ascendente 1, 2, 3,... lo cual indica que la estrategia fue vista en varias cuotas de video), esta descripción muestra de forma muy cercana el cómo se desarrolló la estrategia en ese instante.

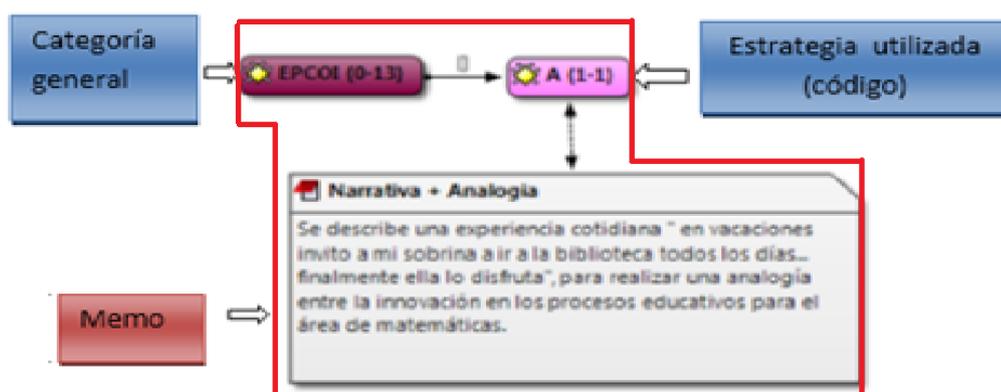


Ilustración 2: Ejemplificación de red

¹³En un diagrama de red de actividad en nodo cada actividad se representa mediante un círculo o un nodo. Las flechas entre los nodos indican el orden o jerarquía de cada categoría de análisis) que se elaboró se hizo por sesión de clase (Anexo 2).

¹⁴Un **fragmento de video** es una sección de la video-grabación en donde el MF identifica alguna estrategia de enseñanza, la cual se selecciona con una herramienta del software ATLAS TI.

2.8. Análisis de la información

El análisis se realizó a partir de cada una de las estrategias identificadas en los videos, organizando la información dada por las redes en tres columnas; así:

Primera columna: Ejemplificación de la estrategia en cuestión, incluyendo apartes textuales en la medida de lo posible o breves descripciones.

Segunda columna: Objeto que se considera con la estrategia según corresponda.

Tercera columna: Tipo de conocimiento del profesor (referido al maestro en formación inicial, estudiante del espacio académico observado) que se pone en juego al desarrollar la estrategia.

Un ejemplo es el siguiente:

Estrategia: Preguntas literales		
¿Cuál es el propósito del curso? Preguntas orientadas a lo que se logrará con el curso a nivel profesional (el vínculo existente entre el programa y el quehacer docente en matemáticas).	Conocimiento del programa del espacio académico	Conocimiento práctico
¿Cuál es el objetivo de la práctica? considerando que se deben tener en cuenta objetivos de enseñanza y aprendizaje. (ej.: Del MF, experimentar si la representación gráfica permite una conceptualización de la variable).	Planteamiento de objetivos	Conocimiento pedagógico del contenido
¿Cuáles son los aportes de la investigación a la enseñanza del álgebra?	Relación investigación y enseñanza del Álgebra	Conocimiento Pedagógico del contenido
¿Qué hacían los Pitagóricos?	Historia de los Pitagóricos	Conocimiento histórico

Finalmente, se realizó un análisis más detallado de las estrategias en donde se especificó la relación de los tipos de conocimiento, con la estrategia trabajada y los ejemplos asociados englobando una característica general para cada uno. En el capítulo siguiente se desarrolla con detalle esta fase.

3. ANÁLISIS DE DATOS

En esta sección se muestra el análisis realizado a las redes del [Anexo 3](#) y al tratamiento dado de los mismos en el [Anexo 4](#) desde tres perspectivas: en la primera, se realiza un análisis general compilando toda la información recolectada y organizada en las tablas que aparecen en los anexos resaltados; en la segunda, se realiza un análisis de las estrategias generales que se evidenciaron en las cuotas de video y se describe a modo general la forma en que se pueden usar en un curso de Pedagogía y Didáctica de las Matemáticas; y en la tercera, se ejemplifica y generaliza el uso de estrategias específicas en la formación de Maestros de Matemáticas.

3.1. Análisis general

Para el análisis de las estrategias desarrolladas en el curso de Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra y la Aritmética en el periodo académico 2013-II a partir de los nueve (9) videos analizados, se identificó que:

- a. De las estrategias mencionadas en el marco de referencias solo se evidenciaron las mostradas en la [ilustración 3](#) para un total de 20 estrategias, de las cuales el 45% pertenecen a las estrategias de enseñanza generales y el otro 55% pertenecen a las Estrategias de enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas, lo que puede indicar que los dos tipos de estrategias han sido adoptadas para las dinámicas de una clase de Didáctica de las Matemáticas. En relación con la información recolectada se vislumbra una diferencia asociada a la cantidad de cuotas generadas para cada una.

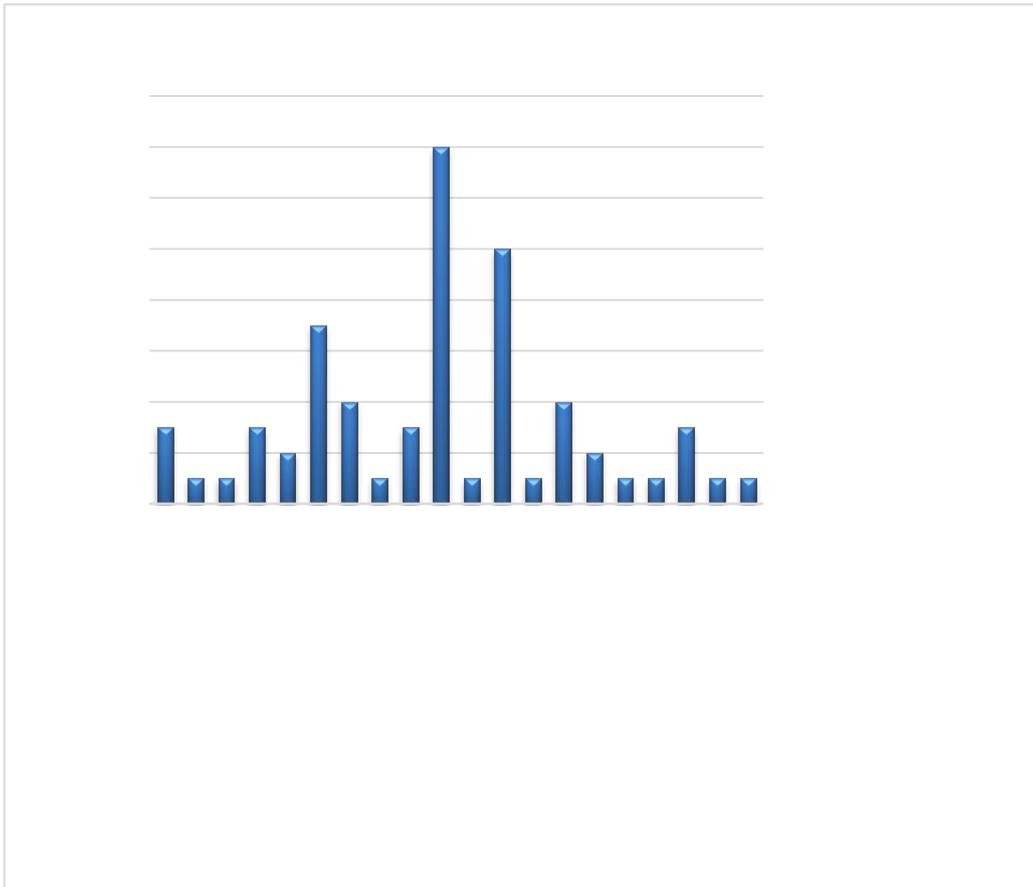


Ilustración 3: Estrategias visualizadas en las sesiones de clase analizadas

- b. De estas estrategias se logró identificar que la mayoría están orientadas al desarrollo del Conocimiento Matemático para el Enseñanza (**CME**) como puede verse en la [ilustración 4](#), ya que tanto el Conocimiento del Contenido (**CC**) como el Conocimiento Pedagógico del Contenido (**CPC**) hacen parte de este tipo de conocimiento completando un total de 44 cuotas de video sobre un total de 70; ratificando que esta observación es natural, pues el espacio analizado es de formación en Pedagogía y Didáctica y está en el marco de una Didáctica específica.

Número de veces que aparece el TC en las cuotas de video



Ilustración 4: Tipos de conocimiento del Profesor de Matemáticas

Sin embargo, se resalta que otros conocimientos con una cuota alta de videoson el Conocimiento Curricular (**CCu**), seguido del Conocimiento Histórico (**CH**), lo cual permite conjeturar que estos conocimientos son transversales e importantes para los propósitos de enseñanza de la formadora.

- c. Para dar cumplimiento al objetivo principal de este trabajo seorganiza la información cuantitativa de los datos recogidos en la [Tabla 2](#) y la [Tabla 3](#), en cuanto a la estrategia utilizada y al tipo de conocimiento desarrollado según corresponde con las dos categorías principales del marco de referencia (estrategias de enseñanza generales yestrategias de enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas).

Categorías			TCPM					
2° orden	3° orden	4° orden	Cuotas	CME		CP	CH	CCu
				CC	CPC			
EPCOI	Correlación	N.A.	1		1			
EPCOI	Cuadro Sinóptico	N.A.	3	1	1			1
EPCOI	Mapa Cognitivo	Mapa cognitivo de secuencia	4	1	1		2	
EPCOI	Mapa Cognitivo	Mapa semántico	1		1			
EPCOI	Matriz de clasificación	N.A.	3		1			2
ECP	Preguntas	Preguntas exploratorias	10	2	5	1	2	
ECP	Preguntas	Preguntas guía	1				1	
ECP	Preguntas	Preguntas literales	4		2	1	1	
ECP	Preguntas	Q3	3	1	1			1
EG	Taller	N.A.	1				1	
Total			31	5	13	2	7	3
				19				

Tabla 2: Estrategias de enseñanza generales

En la [Tabla 2](#) se evidencia que la estrategia más usada corresponde a las **preguntas exploratorias** (ECP) aportando al desarrollo de tres (3) tipos de conocimiento, en especial al CME, (considerando las cuotas del CC y del CPC) tendría 7 cuotas de video, seguiría CH con 2 cuotas y CP con 1 cuota; entre las estrategias menos usuales se identificó **correlación**(EPCOI) enfocada al desarrollo del CME, **preguntas guía**(ECP)ytaller(EG)enfocadas al desarrollo del CH,con 1 cuota de video cada una y de las que se encuentran en la mediana **mapa cognitivo de secuencia** (EPCOI) con 1 cuota en CC, 1 en CPC y 2 en CH y **preguntas literales** (ECP) con 2 cuotas en CPC, 1 en CP y 1 en CH. Lo cual indica que aunque algunos tipos de conocimiento se desarrollan más que otros en la actuación e intención de clase del profesor se tratan de desarrollar todos los tipos de conocimiento.

Categorías			TCPM					
2° orden	3° orden	4° orden	Cuotas	CME		CP	CH	CCu
				CC	CPC			
TFPM	Tareas y lecciones	Competencia estratégica	3	3				
Otros	Consulta y comparación de texto	N.A.	1					1
C	Discusión de Casos	N.A.	2				1	
TFPM	Ejemplos	N.A.	13	1	6			6
C	Discusión de Casos	Modelos o "Exemplars"	14	5	6	1	1	2
TFPM	Tareas y lecciones	Razonamiento de adaptación	1		1			
TFPM	Tareas y lecciones	Tareas	3		1	1	1	
TFPM	Tareas y lecciones	Tareas para abordar temas...dificultad de aprendizaje	1	1				
C	Video-Grabaciones	N.A.	1		1			
Total			39	10	15	2	3	3
				25				

Tabla 3: Estrategias de enseñanza en la educación de profesores de matemáticas

En la [tabla 3](#) se evidencia que las estrategias más usadas corresponden a **Modeloso "Exemplars"**(c)aportando al desarrollo de los cuatro (4) tipos de conocimiento, en especial al CME, (considerando las cuotas del CC y del CPC) tendría 10 cuotas de video, seguiría CCu con 2 cuotas, CP con 1 cuota y CH con 1 cuota y **Ejemplos** (TFPM) aportando al desarrollo de dos (2) tipos de conocimiento, en especial al CME, (considerando las cuotas del CC y del CPC) tendría 7 cuotas de video yCCu con 6 cuotas. Entre las estrategias menos usuales con una (1) cuota de video se identificó **consulta y comparación de texto** (O) enfocada al desarrollo del CCu, **razonamiento de**

adaptación (TFPM) enfocada al CME, **tareas para abordar temas en que el estudiante presenta dificultad de aprendizaje** (TFPM) enfocada al desarrollo del CC y **video-grabaciones** enfocada al CME y en la mediana **ejemplos**(TFPM) con 7 cuotas en CME, lo cual indica que este tipo de estrategias está orientado con las mismas intenciones que en las estrategias generales.

3.2. Análisis de las estrategias generales utilizadas por tipo de conocimiento

Cada una de las estrategias visualizadas en los videos se describe de forma breve como un aparte textual ejemplificando una situación en el aula de tipo didáctico o conceptual en el [Anexo 4](#), que luego se usa para extraer las características generales de las estrategias para el ejercicio docente en una clase de Didáctica de las Matemáticas.

En cuanto a las estrategias de enseñanza generales se logró captar que las mencionadas a continuación contribuyen de forma significativa con el desarrollo de los tipos de conocimiento que se espera deba tener un MF al finalizar su proceso de instrucción profesional y por tal motivo podrían usarse en el marco de análisis generado para cada una.

3.2.1. Estrategias generales referidas al Conocimiento Matemático para la Enseñanza

Las estrategias que desarrollan CME dependen de una lectura previa acerca de un contenido matemático pedagógico que permite al estudiante una reflexión acerca de su papel en el aula buscando optimizar su rol como futuro docente. Algunos de sus usos potenciales observados son:

Las estrategias que vinculan al **CC** tienen como finalidad organizar una temática en relación con los conocimientos previos que debe poseer el MF, con las interpretaciones y las representaciones existentes para un objeto matemático. Los usos propuestos para las mismas son:

- a. Realizar **mapas cognitivos** o **cuadros sinópticos** con los elementos que permiten abordar determinado objeto matemático (temas, subtemas, representaciones, interpretaciones, obstáculos, entre otros), permitiéndole de esta manera al futuro docente contar con conocimientos necesarios para abordar una situación inesperada en el aula.
- b. Formular preguntas (en especial de **tipo exploratorio** o **SQA-Q3**) que indagan sobre las características, propiedades, representaciones o relaciones existentes entre objetos matemáticos, facilitando la comprensión de similitudes o diferencias entre definiciones o estructuras, ya que estas permiten tanto al docente como al MF desarrollar competencias de análisis, argumentación y modelación para mostrar la claridad frente a un tema, por ejemplo: “¿Por qué el área de la figura [la figura se ha entregado previamente al estudiante] es $x^2 - x$?, ¿Qué son las fracciones en relación con los racionales?”.

Cuando se habla del **CPC** se visualiza la intención del docente en el aula (objeto matemático a explorar, transmitir o enseñar), los medios y el contexto, pero principalmente los estudiantes a quien se va a dirigir, de aquí podemos inferir que:

- a. La elaboración de estructuras jerárquicas para identificar las diferencias o semejanzas entre representaciones de un objeto matemático, símbolos, patrones aritméticos, algebraicos o geométricos, le permite al estudiante modelar una situación de diversas formas en relación con lo que esté buscando (para este caso le sería útil la **correlación**).
- b. El MF se documenta con investigaciones, políticas educativas nacionales e internacionales, avances, innovación didáctica, entre otros, para realizar estructuras (tipo **mapa cognitivo**) con los aspectos didácticos del objeto matemático a enseñar y los aspectos propios del contexto (concepciones, creencias, errores o dificultades) vinculados al grado y a la edad de los estudiantes, de tal manera que se concreten los elementos esenciales para la interacción en el aula (recursos, actividades, materiales, etc.).

c. La formulación de preguntas (dada la ejemplificación pueden ser **exploratorias**) que permiten al MF o al formador de profesores orientar una práctica matemática en un contexto específico potenciando al máximo las habilidades de sus estudiantes, como por ejemplo “¿La generalización desde primaria facilitaría el aprendizaje del Álgebra? ¿Están de acuerdo? ¿Por qué?”, lo que implica una actualización constante del saber matemático y pedagógico que posee el docente en cuanto a las investigaciones o estudios recientes en Educación Matemática. Los cuestionamientos realizados al MF sobre aspectos que surgirán al momento en que realice su actuación en el aula, le permiten visualizar con mayor claridad cómo abordar determinado tema para que se cumpla su intención. Este tipo de cuestionamientos puede estar dirigido a la obtención de claridad entre la terminología usada, maneras de abordar un contenido, situaciones específicas del contexto (institución, barrio, grado, edad,...), elementos didácticos (investigaciones, actividades, materiales,...), como por ejemplo: “¿Por qué se llama objeto matemático y no tema?; ¿Es posible que en el proceso de generalización aritmética la letra aparezca como incógnita?; ¿Por qué creen que se debe consultar aspectos de las edades de estudiantes a los que se les va aplicar la actividad?; ¿Qué imaginarios tienen ustedes de elementos didácticos?; ¿Cuál es el objetivo de la práctica considerando que se deben tener en cuenta objetivos de enseñanza y aprendizaje?; ¿Cuáles son los aportes de la investigación a la enseñanza del Álgebra?” tal como se evidencia en estas preguntas, la intención del docente de MF es desarrollar habilidades interpretativas, analíticas y argumentativas frente al quehacer docente.

3.2.2. Estrategias generales referidas al Conocimiento Práctico

Este tipo de conocimiento se evidenció poco en los nueve (9) videos analizados (como puede verse en la [Tabla 2](#)) por tal motivo se menciona de forma breve.

Para las estrategias que desarrollan el CP se busca que el MF posea un dominio del CME, ya que este le proporciona en gran medida las herramientas para iniciar su

práctica en el aula. A continuación se muestra cómo algunas de las estrategias pueden ser útiles en este proceso:

Las **preguntas exploratorias y literales** implican un análisis previo del cómo abordar o enfrentarse a diversas situaciones matemáticas en el aula considerando tanto metodologías como políticas actuales en este ámbito. Como por ejemplo: “¿Cuál ha sido la innovación en la enseñanza de las matemáticas y la intención de la UPN para salir del modelo tradicionalista?; ¿Cuál es el propósito del curso? Preguntas orientadas a lo que se logrará con el curso a nivel profesional (el vínculo existente entre el programa y el quehacer docente en matemáticas).”

3.2.3. Estrategias generales referidas al Conocimiento Histórico

Se dispone delCH como una estrategia que recopila la evolución de un contenido en cuanto a metodologías, representaciones, simbología, entre otros, siendo así un elemento para mostrar a los estudiantes que la matemática no surgió como una práctica tradicionalista sino a partir de la experimentación; es por ello que la formadora recopila algunos momentos históricos haciendo uso de las siguientes estrategias:

- a. Los **mapas cognitivos de secuencia** se ponen en juego para mostrar al estudiante diversas formas de pensar las Matemática y cómo a través de esta se ha llegado a la construcción de una sociedad. Además con su estudio se pueden retomar métodos o generar paralelos entre lo actual y lo antiguo de diversas culturas (generalmente se usan líneas del tiempo para determinado objeto).
- b. Ypreguntas (**exploratorias, guía o literales**) las cuales pueden estar citadas en talleres o realizarse de forma esporádica en los momentos de clase, para explorar, analizar, establecer comparaciones y definir objetos matemáticos, basándose en consultas, estudios o investigaciones realizadas de un tema específico. Algunos ejemplos son: “¿La evolución del Álgebra se corresponde con la propuesta que se plantea para la enseñanza del Álgebra?; ¿Cómo ha influido la historia en los procesos matemáticos en Colombia?; ¿Quién es

Vieta?¿Vieta pertenece al siglo XVII?; ¿Qué hacían los Pitagóricos?”, algunas de las cuales se refieren al CH directamente y otras en su relación con el CME.

3.2.4. Estrategias generales referidas al Conocimiento Curricular

Para afianzar elCCu se hace necesario que el MF realice un estudio tanto de los documentos orientadores en matemáticas a nivel nacional e internacional y las diferentes pruebas que se realizan para cumplir con los estándares de calidad educativa. Atendiendo a esta necesidad el MF desarrolla actividades como:

Elaboración de estructuras con los elementos del currículo a considerar según el tema, el grado, la organización curricular de la institución, la propuesta educativa y los recursos a disposición (para ello es pertinente elaborar **cuadros sinópticos**, **matriz de clasificación** o en su defecto algún **mapa cognitivo**). Un ejemplo para este tipo de trabajo gira alrededor de la práctica pedagógica: “En marco a la práctica se organizan tres aspectos fundamentales: 1.1. Local (modelo pedagógico institucional, contexto, plan de estudio, resultado de pruebas) 1.2. Externo académico (pedagogía enseñada en la Universidad, pruebas PISA y estándares nacionales e internacionales) y 1.3. Externo-Normatividad”.

3.3. Análisis de las estrategias específicas para la enseñanza en la educación de profesores de matemáticas por tipo de conocimiento

Tal como está expuesto en el marco de referencia, existen unas estrategias específicas para la enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas; sin embargo, se realiza aquí una breve descripción para ejemplificar cómo pueden ser usadas en un curso de Didáctica y Pedagogía de las Matemáticas (evidenciado en el curso de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra) estableciendo una relación estrecha con el tipo de conocimiento que desarrolla cada una:

3.3.1. Estrategias específicas referidas al Conocimiento Matemático para la Enseñanza

Las estrategias específicas que desarrollan el CME buscan orientar las acciones del MF en el aula, lo cual implica una revisión de estrategias, procesos, actividades,

información del contexto, conceptos previos y demás, tal como se evidencia a continuación:

Las estrategias que vinculan al **CC** orientan al MF para desarrollar actividades en donde se vinculen los procesos de exploración, representación y generalización, tal como se describe a continuación:

- a. La estrategia **tareas y lecciones** es utilizada por el profesor con un propósito específico: que el MF por medio de la **competencia estratégica** solucione situaciones matemáticas partiendo de un proceso de exploración o modelación que puede estar familiarizado con representaciones geométricas, algebraicas u aritméticas. Por ejemplo: en una de las sesiones de clase el profesor pide a los MF que a partir de la ecuación cuadrática elijan la representación correcta para dar solución a la expresión $x^2 - x = 87$ (de la actividad se obtienen representaciones algebraicas y geométricas planteadas por los MF).
- b. Con la estrategia **tareas para abordar temas en que el estudiante presenta dificultad de aprendizaje** se proponen actividades en donde el MF aborda uno a uno los pasos, escribe sus conjeturas y, finalmente, plantea una conclusión. Un ejemplo específico, es cuando el profesor plantea a los MF “realizar la suma de $1+1$, $11+11$, $111+111$,... en diferentes bases”, ya que con esto lleva al MF a organizar las conjeturas emergentes para cada base y por ende a una conjetura general. De esta manera el MF desarrolla la competencia de generalización.

Al revisar el **CPC** se identifica que la mayoría de estrategias utilizadas se enfocan en los procesos de generalización y se visualizan en las siguientes descripciones:

- a. Para los **casos** se tienen tres ejemplos con propósitos diferentes. Con el primero se pueden visualizar los distintos niveles de abstracción que puede tener el MF de una actividad matemática y con el segundo y el tercero se concluyen los pasos a tener en cuenta en el proceso de generalización en el aula: (i) realizar actividades con representaciones gráficas y realizar preguntas al estudiante que permitan identificar algo (conteo de una figura, cantidad de cuadros...), (ii) realizar una confrontación con diversos estudiantes sobre las

diferentes formas de afrontar la situación, (iii) realizar la elección de una o dos de las estrategias utilizadas, (iv) plantear una o varias expresiones que modelen una situación y(v) contrastar o verificar si las expresiones son equivalentes o no. Los casos específicos presentados en el aula son los siguientes, según corresponde:

Ejemplo 1:

“Se solicita al MF primero, encontrar las potencias 405^2 , 504^2 , 605^2 , 506^2 y 304^2 ; segundo, buscar un par de ejemplos similares; tercero, establecer una regla general con base en los resultados encontrados y por último, explicar por qué se cumple la regla hallada”. Con el fin de reconocer si el ejercicio cumplió con las especificaciones dadas, algunos estudiantes pasan a exponer a sus compañeros la forma en cómo abordaron la situación, mientras la profesora realiza a los demás las siguientes preguntas: “¿la respuesta corresponde con los datos suministrados? ¿La regla se corresponde con el ejemplo? ¿La solución responde a la pregunta formulada?” entre otras, para finalmente establecer una calificación acorde con las respuestas dadas por los MF a estas preguntas.

Ejemplo 2:

1. “El profesor solicita un conteo directo sobre alguna figura.
2. Se pregunta sobre el número de cuadros, puntos, fichas... en una figura específica.
3. Se confrontan las soluciones individuales al numeral 2 y se elige una para hacerla pública. Se solicita redactar una explicación del método que sea útil para contar en otros casos.
4. Presentación y discusión de los métodos. Se analizan los distintos métodos; se rechazan aquellos que se consideren erróneos y se agrupan los que se consideren formulaciones diferentes del mismo método.
5. Se solicita la escritura de una fórmula que resuma un método seleccionado.
6. Se presentan las diferentes formas obtenidas y se estudia si existe equivalencia entre fórmulas.

7. Se plantean diferentes preguntas que muestren la utilidad de la fórmula para conocer características de la situación que modelan.”

Ejemplo 3:

Se analizan los resultados de una actividad realizada en un colegio cuyo tema central son los procesos de generalización, en donde se considera que la construcción de un patrón puede iniciar con un lenguaje sincopado y se establece que debe existir una estandarización de símbolos para que todos puedan comprender lo que se trabaja en el aula (símbolos que representan la posición y los que representan el número en sí): en una clase se pide a los niños qué identifiquen qué pasa con los números pares en base 2 y ellos responden que son los terminados en 0, luego en base 4, en base 6, para lo cual ellos van respondiendo de manera acertada, pero cuando se les pregunta por base 3 no saben dar una respuesta. Concluyendo así, que el maestro en ejercicio debe ir consignando los aspectos generales o condiciones útiles que encuentran los estudiantes para que al final se logre generalizar.

- b. A partir de **video-grabaciones** se analizaron situaciones de clase con el fin de: identificar procesos, formas de abordar un contenido matemático, estrategias, representaciones, niveles de comprensión y abstracción y elementos comportamentales que podrían influir en el desarrollo de la misma. Para dicho estudio se observa un video y se realizan preguntas, esquemas y reflexiones constantes sobre los elementos identificados, de tal manera que al finalizar se puntualicen acciones concretas frente al proceso de enseñanza y aprendizaje. Un ejemplo concreto orientado a los procesos de generalización: “Se observa el video http://youtu.be/TH2_oM-hsO8 de una clase de matemáticas (la docente de MF dirige la actividad) en donde se desarrollan procesos de generalización y a partir de este los MF realizan un análisis de las fases que desarrollan los niños para elaborar una conjetura (en el video se usa material concreto-palitos de paleta), entre estas: 1. Ver (se evidencia el nivel de abstracción cuando el estudiante presenta ejemplos de la situación, cuando presenta características

en común de los objetos o realiza un procedimiento), 2. Describir, y 3. Escribir. Se hace un paréntesis para hablar de la actuación del maestro "¿Qué hacer cuando algunos estudiantes avanzan más rápido y otros no?...es necesario que el docente tome una decisión...se hace una reflexión sobre lo que hacen la mayoría de los docentes (ir al ritmo de la mayoría)". Se muestran diferentes representaciones que modelan lo que el estudiante hace con los palos de paleta.

- c. Para la estrategia **ejemplos**, el profesor propone una lectura previa de los Estándares Básicos en Educación Matemática (Ministerio de Educación Nacional, 2006) para diferentes niveles escolares, y es el MF quien plantea los ejemplos relacionados en la [Tabla 2](#), los cuales apuntan al desarrollo de procesos de generalización:

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Ejemplo asociado
(1°-3°) Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros).	Se realiza una asociación entre el ritmo musical y un patrón general (1-1, 2-2; 1-2, 2-3,...).
	Dado un polígono se debe establecer la relación existente entre el tamaño y el número de lados.
(4°-5°) Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.	Se muestran los procesos de generalización con números triangulares y poligonales haciendo uso de la representación gráfica o aritmética.
(4°-5°) Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales.	Se presentan números que al sumarse, restarse o multiplicarse [no tienen que satisfacer las tres operaciones a la vez] den como resultado 11, 111,

	1111,11111,....
(8°-9°) Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas.	Se dibuja una secuencia de cubos y se pregunta por el área superficial cuando hay 1, 2, 3, 4, 5 hasta lograr que el estudiante use una ecuación para modelar la situación.
(8°-9°) Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas	Se realizan representaciones gráficas de ecuaciones en donde se dan dos valores encerrados en cuadros y la incógnita es lo que se realiza para llegar del valor de un cuadro al que está en el otro.

Tabla 2: Algunos estándares en Matemáticas y sus ejemplos

- d. Para la estrategia **razonamiento de adaptación** el profesor asigna los MF a la lectura: Concepciones del Álgebra y usos de variables (Usiskin, 2010) y una hoja con el título de una concepción del Álgebra (concepción 1: Álgebra como aritmética generalizada; concepción 2: Álgebra como el estudio de medios para resolver cierta clase de problemas; concepción 3: Álgebra como el estudio de relaciones entre cantidades y concepción 4: Álgebra como el estudio de las estructuras). El ejercicio consiste en que el MF plantee una actividad con su respectiva solución (según la asignación). Luego cada hoja se pega en el tablero debajo del título de la categoría asignada y la docente dirige la socialización de las mismas, realizando **preguntas** para cada una. Y así evaluar o identificar la comprensión del MF frente a determinado objeto matemático o didáctico: ¿es una tarea que pertenece a la aritmética generalizada? ¿Sí o no? y ¿por qué?... Debe existir en la tarea que se le propone al estudiante el proceso de generalizar ¿cómo se debe plantear? ¿Por qué era necesario pedirles la actividad con su solución en el ejercicio?

3.3.2. Estrategias específicas referidas al Conocimiento Práctico

En el plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra se cursa en sexto semestre y propende también por desarrollar en el MF, entre otros asuntos, este tipo de conocimiento; y considerando que hasta el momento no ha desarrollado muchas prácticas solo se vislumbran las estrategias mencionadas a continuación:

- a. Mediante la estrategia **modelos o “exemplars”** se contextualiza al MF acerca de cómo la investigación, la asistencia a eventos y las prácticas pedagógicas promueven un cambio en la enseñanza de las matemáticas escolares, ya que en estos escenarios se amplía el horizonte Matemático del MF.
- b. Las **tareas** invitan al estudiante a investigar y ser autónomo en su proceso de aprendizaje. Un ejemplo particular, es cuando el profesor solicita al MF buscar bibliografía acerca de revistas matemáticas, que desarrollan aspectos didácticos y del contenido.

3.3.3. Estrategias específicas referidas al Conocimiento Histórico

El CH admite diferentes concepciones y construcciones de los objetos matemáticos, por lo tanto se estudia desde la Aritmética y el Álgebra para que el MF reconozca representaciones, símbolos, estrategias, enfoques, dinámicas, entre otros, construidos a través de la historia:

- a. Haciendo uso de la **discusión de casos** se recrean aspectos históricos sobre la creación de símbolos, notaciones y representaciones algebraicas desde el siglo III, partiendo de ideas de Vieta, Descartes, Diofanto (álgebra sincopada); se explica cómo a través de la historia se han usado los modelos geométricos para abordar la solución de ecuaciones cuadráticas; mientras que se presupone que en el aula se trabaja la representación algebraica. Es una invitación a cuestionarse ¿Por qué se realiza de esa manera y no de otra?
- b. Se propone al MF realizar **tareas** de consulta sobre diferentes demostraciones del Teorema Fundamental del Álgebra en algunos de los documentos de la

bibliografía del programa y consultar si Pitágoras realizó algún aporte al Álgebra, con el fin de ampliar los conocimientos y perspectivas de MF.

3.3.4. Estrategias específicas referidas al Conocimiento Curricular

La prioridad que se le dan a las estrategias utilizadas como **ejemplos, discusión de casos, consulta y comparación de texto** para desarrollar el CCu está en el conocimiento de documentos curriculares, abordados de la siguiente forma: establecer relaciones entre cómo se aborda el Álgebra desde los estándares de matemáticas, las pruebas Saber y las pruebas PISA, y explicar por medio de ejemplos la redacción que deben tener objetivos de aprendizaje y logros. Un ejemplo específico se presenta en el CME, mediante la ejemplificación realizada a los estándares en Matemáticas(Ministerio de Educación Nacional, 2006).

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de un análisis de la información recolectada de los nueve (9) videos a la luz de las unidades de análisis generadas, se identificaron aspectos importantes en la formación de los futuros maestros de matemáticas en cuanto a estrategias que se utilizaron en el espacio Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra (EAAA) en el 2013-II, tal como se menciona a continuación:

Del formador de profesores de Matemáticas

- Durante el estudio realizado para elaborar este trabajo se identificó que la docente del espacio académico EAAA, enfoca sus clases al desarrollo de los diferentes tipos de conocimiento (Conocimiento Matemático para la enseñanza, Conocimiento Práctico, Conocimiento Histórico y Conocimiento Curricular) especialmente al CME que debe tener un MF para poder ejercer la profesión docente, lo cual ratifica la importancia de estos espacios de formación en la Licenciatura.
- El formador incluye en su eje temático actividades que relacionan los estándares de Matemáticas, los objetos matemáticos y las actividades que se pueden llevar a cabo en el aula, para que los estudiantes desarrollen los tipos de pensamiento descritos en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) tal como se visualiza en las estrategias **consulta y comparación de texto, mapas cognitivos y ejemplos** ([Anexo 4](#)).
- Las actividades que giran alrededor de la práctica pedagógica se desarrollan considerando el objeto matemático, el contexto y los objetos didácticos que están inmersos en una intervención de aula (como se evidencia en el [Anexo 4](#)).
- La formadora utiliza diversas estrategias para abordar los procesos de generalización brindando al MF una perspectiva diferente del enfoque que se ha venido dando en la enseñanza escolar de las Matemáticas, a partir de cuestionamientos sobre la evolución de esta ciencia, la importancia del

estudiante y su entorno (contexto), la innovación en Didáctica de las Matemáticas y los resultados provenientes de diversas investigaciones en el campo de la Aritmética y el Álgebra; lo cual podría usarse en diversos espacios académicos para generar conciencia académica, social y de innovación frente a la forma de razonar, las necesidades y los alcances que pueden llegar a tener los estudiantes. Esto también se extrae de las tablas que se hallan en el [Anexo 4](#).

Del Maestro en Formación

- Entre las estrategias en donde hay mayor participación por parte de los MF se encuentran la competencia estratégica, los ejemplos y la discusión de casos; visualizados en las sesiones de clase en donde se trabajaron procesos de generalización, tipos de representaciones para las ecuaciones cuadráticas y práctica pedagógica.
- En el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra y la Aritmética el MF lleva a cabo una práctica pedagógica, cuya preparación previa requiere de un conocimiento acerca de los objetos matemáticos, actividades que pueden potenciar el proceso de aprendizaje del estudiante, edad, grado que cursan, contexto y Estándares Básicos en Educación Matemáticas, concluyendo así que el MF debe poseer unos conocimientos especializados antes de llegar al conocimiento práctico (CP), en los cuales están involucrados los objetos matemáticos, los conocimientos didácticos y los elementos curriculares. Evidenciado a partir de las siguientes estrategias:
 - (i) Con la discusión de casos el MF identificaba si el propósito de la clase se podía alcanzar al aplicar la actividad diseñada.
 - (ii) Con el cuadro sinóptico y la matriz de clasificación el MF organizaba los parámetros a tener en cuenta para la preparación de clase.
 - (iii) Por medio de preguntas el MF se cuestiona y ejemplifica como la actividad diseñada es acorde con los Estándares Básicos en Educación Matemática(Ministerio de Educación Nacional, 2006).

- El espacio académico es propicio para que el MF plantee actividades y ejemplos a partir de su conocimiento Matemático para la enseñanza (CME) y su conocimiento curricular (CCu), tal como se visualiza en el [Anexo 4](#) con los procesos de generalización y los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas en los diferentes niveles escolares en el marco de la práctica pedagógica.

Referente a los tipos de conocimiento y a las estrategias utilizadas

- Las estrategias generales que más se utilizan en la formación de profesores pertenecen a las estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información (EPCOI) y a las estrategias para indagar sobre los conocimientos previos (ECP); con estas se logran organizar tanto contenidos curriculares como temas o características (generales y particulares) respecto a un objeto matemático, considerando el contexto, normatividad institucional, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y análisis didácticos asociados al mismo, cuya finalidad es lograr intervenciones de clases óptimas.
- Las estrategias específicas de enseñanza en la educación de profesores de Matemáticas que más se utilizan son las tareas en la Formación de Profesores de Matemáticas (TFPM) y los casos (C); con estas se estudian diversas situaciones que se pueden presentar en el aula con respecto al objeto de estudio, lo cual permite al MF tomar decisiones frente a las actividades específicas que se deben llevar al aula.
- El espacio académico EAAA enfatiza en el Conocimiento Matemático para la Enseñanza usando como estrategias principales las tareas y lecciones, discusiones de casos, mapas cognitivos y preguntas.
- El Conocimiento del Contenido (CC) se desarrolla en el espacio académico EAAA a partir de cuatro estrategias, entre estas: dos pertenecen a las estrategias generales en la categoría de preguntas exploratorias (P) y mapas cognitivos (EPCOI) y su propósito principal es organizar y analizar contenidos referentes a objetos matemáticos; y las otras dos corresponden a la estrategia específica de

la categoría TFPM para abordar diversas situaciones matemáticas haciendo uso de la exploración, modelación y representación de patrones en el proceso de generalización.

- El Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC) amplía el horizonte de los MF, en cuanto a formas de enseñanza, importancia del contexto, desarrollo de competencias, entre otros, por medio de estrategias como: la correlación, mapas cognitivos, preguntas de exploración (pertenecientes a las estrategias generales) y casos, video-grabaciones y ejemplos (de las estrategias específicas).
- El CP requiere de conocimientos previos a nivel de contenido matemático y pedagógico, lo cual solo se logra pasado el ciclo de fundamentación en la Licenciatura; sin embargo en el espacio se realizan reflexiones constantes acerca del papel del MF y sus intervenciones en el aula, guiando así el proceso de práctica.
- El Conocimiento Histórico (CH) es fundamental tanto en la formación del docente de profesores como del MF, ya que este permite un acercamiento al objeto matemático en sus diferentes facetas o representaciones (ya sean de tipo sintáctico, algebraico, aritmético, lenguaje sincopado u otro); sin embargo este componente académico solo aparece en la etapa final de la Licenciatura. Las estrategias que generan impacto sobre este tipo de conocimiento son las preguntas, mapas cognitivos, discusiones de caso y tareas.
- El CC use vislumbra en el espacio académico como un estudio de los Estándares Básicos en Educación Matemática (Ministerio de Educación Nacional, 2006) por medio de la ejemplificación.
- Como estrategia emergente aparecen las tareas, para las cuales el MF debe recurrir a alguna fuente externa de consulta (extra-clase).

Recomendaciones

- Aunque en la actualidad los espacios informáticos hacen parte de las actividades cotidianas de la mayoría de personas, estos no son visibles en las estrategias de enseñanza analizadas, lo cual pone en evidencia una

desarticulación de la contemporaneidad con la formación de profesores de matemáticas; por tal motivo se sugiere incluir este tipo de trabajo en los espacios académicos de Pedagogía y Didáctica o abrir los espacios de programación destinados para la Licenciatura, orientándolos a la creación o utilización de OVAS u otros escenarios de aprendizaje virtuales.

- Se propone realizar la apertura de espacios académicos en donde se desarrolle el conocimiento práctico del profesor de matemáticas (estos pueden ser antes y durante la práctica) orientados a la resolución de situaciones problema de diversos tipos.

Cuestiones abiertas

- Se podría realizar un paralelo con las estrategias utilizadas en otros espacios académicos de la Licenciatura en los primeros semestres y las visualizadas en este trabajo, para contrastar cómo la información aquí recolectada puede contribuir en la formación de profesores desde el inicio del ciclo de la Licenciatura de matemáticas.
- Queda abierta la pregunta sobre ¿Cómo llevar las estrategias de enseñanza en la formación de profesores a las prácticas educativas en el ciclo de fundamentación?
- Establecer una relación entre las estrategias generales de enseñanza y las específicas en la educación de profesores de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Beltrán Beltrán , A. M., & Lázaro Luna, W. F. (2014). Caracterización del conocimiento del formador de profesores en didáctica de las matemáticas a través de un estudio de caso (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Chapman, O. (2008). *Narratives in mathematics*. En D. Tirosh, T. Wood, & S. Publishers (Ed.), *The International Handbook of Mathematics* (Vol. 2).
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(20), 13-31.
- Markovits, Z., & Margaret, S. (2008). Cases as tools in mathematics. En D. Tirosh, & T. Wood, *The International Handbook of Mathematics* (págs. 39-64). Sense Publishers.
- Mora Mendieta, L. C., & Erazo Castro, J. F. (2015). Comunicación breve presentada en el III Encuentro internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática. *Posibles usos de la historia de las Matemáticas en la Educación en Matemáticas y en la formación de profesores de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Mulder, M., Weigel, T., & Collings, K. (2008). El concepto de competencia en el desarrollo de la educación y formación profesional en algunos Estados miembros de la UE: un análisis crítico. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 12(3).
- Pimienta Prieto, J. H. (2012). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje. Docencia universitaria basada en competencias*. México: Pearson Educación.
- Salazar, C., Mora, L. C., & Camargo, L. (2008). Línea de pedagogía y didáctica. Departamento de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Tirosh, D. (2008). Tools and Processes in Mathematics Teacher Education An Introduction. En D. Tirosh, & T. Wood, *The International Handbook of Mathematics*(Vol. 2). Sense Publishers.
- Valenzuela Molina, M., & Ruiz López, F. (2012). Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. *Un estudio sobre algunos estudios de Chile*, 24. Granada, Chile: Universidad de Granada.
- Watson, A., & Sullivan, P. (2008). Aprendizaje de los profesores acerca de las tareas y Lecciones. En D. Tirosh, & W. Terry, *Herramientas y procesos en la formación de profesores de matemáticas*. Sense Publishers.
- Yoshida, M. (2008). EXPLORING IDEAS FOR A MATHEMATICS. En D. Tirosh, & T. Wood, *The International Handbook of Mathematics*(85-106). Sense Publishers.

Zazkis, R. (2008). EXAMPLES AS TOOLS IN MATHEMATICS TEACHER EDUCATION. En D. Tirosh, & T. Wood, *The International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Vol. 2). Sense Publishers.

ANEXOS

Anexo 1

Cuadro de códigos asociado a las estrategias de enseñanza

Estrategias de enseñanza (ee) ¹⁵		
Estrategias de enseñanza generales (Eeg)		
Estrategias para indagar sobre los conocimientos previos (ECP)	Lluvia de ideas	LII
	Preguntas	P
Estrategias que promueven la comprensión mediante la organización de la información (EPCOI)	Cuadro sinóptico	CS
	Cuadro comparativo	CC
	Matriz de clasificación	MC
	Matriz de inducción	MI
	Técnica heurística uve de Gowin	ThG
	Correlación	Cr
	Analogía	A
	Diagramas	Dg
	Mapas cognitivos	MpC
	QQQ (qué veo, qué no veo, qué infiero)	Q3
	Resumen	R
	Síntesis	S
Ensayo	E	
Estrategias grupales (EG)	Debate	D
	Simposio	Sm
	Mesa redonda	MR
	Foro	F
	Seminario	Se
	Taller	TII

¹⁵Las filas en azul turquesa corresponden a las categorías de primer orden, las columnas de color verde corresponden a las categorías de segundo orden y las columnas en blanco corresponden a las categorías de tercer orden.

Metodologías activas para contribuir al desarrollo de competencias (MACDC)	Tema generativo	TG
	Simulación	Sim
	Proyectos	Pro
	Estudio de caso	EC
	Aprendizaje basado en problemas	ABP
	Aprendizaje in situ	AinS
	Aprendizaje basado en TIC	ATIC
	Aprender mediante el servicio	AS
	Investigación con tutoría	IT
	Aprendizaje cooperativo	AC
	Webquest	Wq
Estrategias de enseñanza en la educación de profesores de matemáticas (EeEPM)		
Casos (C)	Narrativas o Relatos	NR
	Discusión de Casos o Situaciones matemáticas	DCSM
	Las Video-Grabaciones	VG
	Estudios de Clase	ECl
	Tareas en la Formación de Profesores de Matemáticas (TFPM)	Tareas y Lecciones
Tareas en la Formación de Profesores de Matemáticas (TFPM)	Ejemplos	Ej
	Uso de manipulativos	UMa
	Uso de máquinas	UMq
	La investigación como herramienta en la formación de profesores de matemáticas (IHFPM)	Uso de teorías como herramientas en la formación de profesores de matemáticas
Herramientas no contempladas	Otros	O

Anexo 2

Ejemplificación de las redes construidas en el software para cada sesión de clase analizada

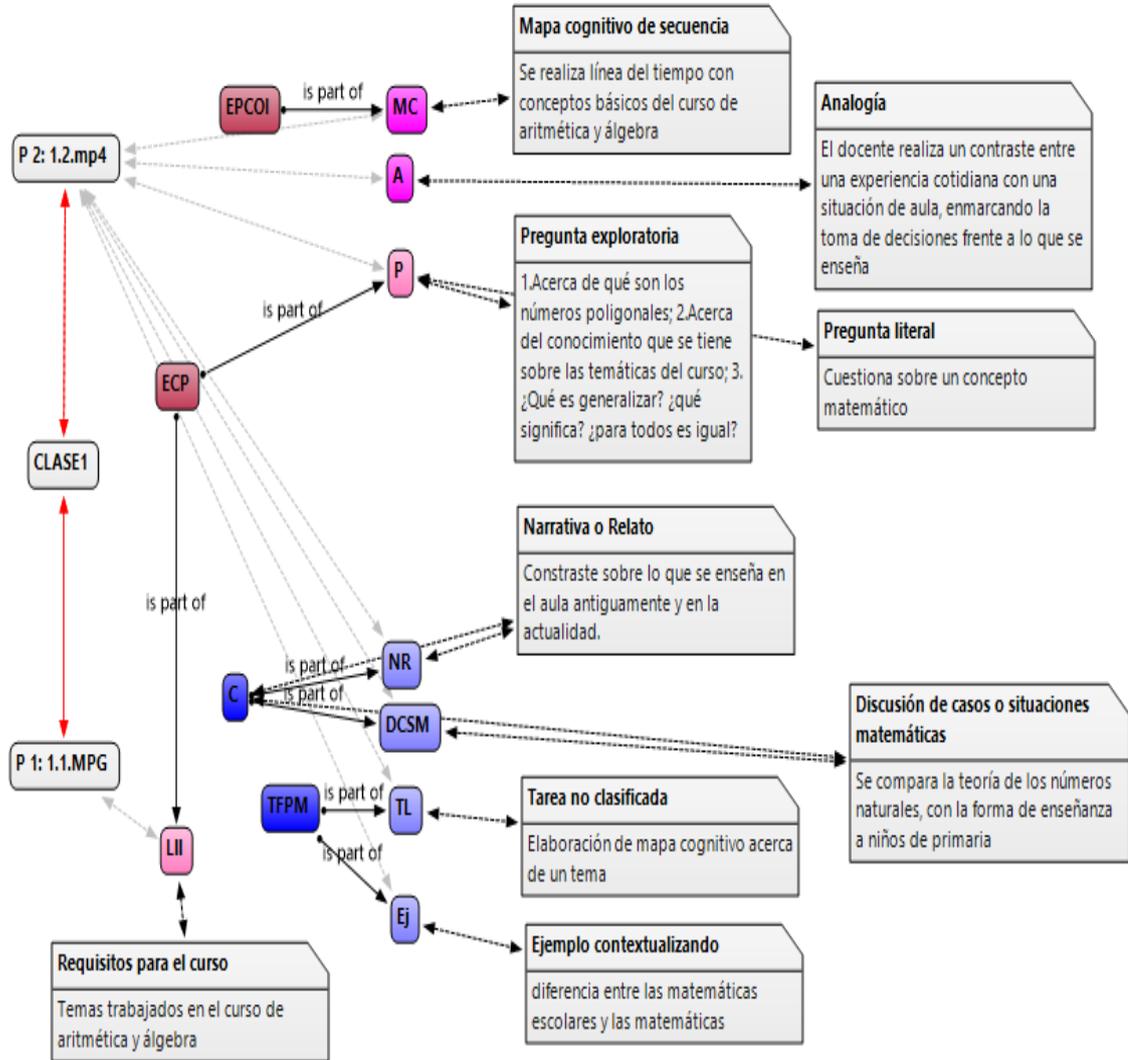
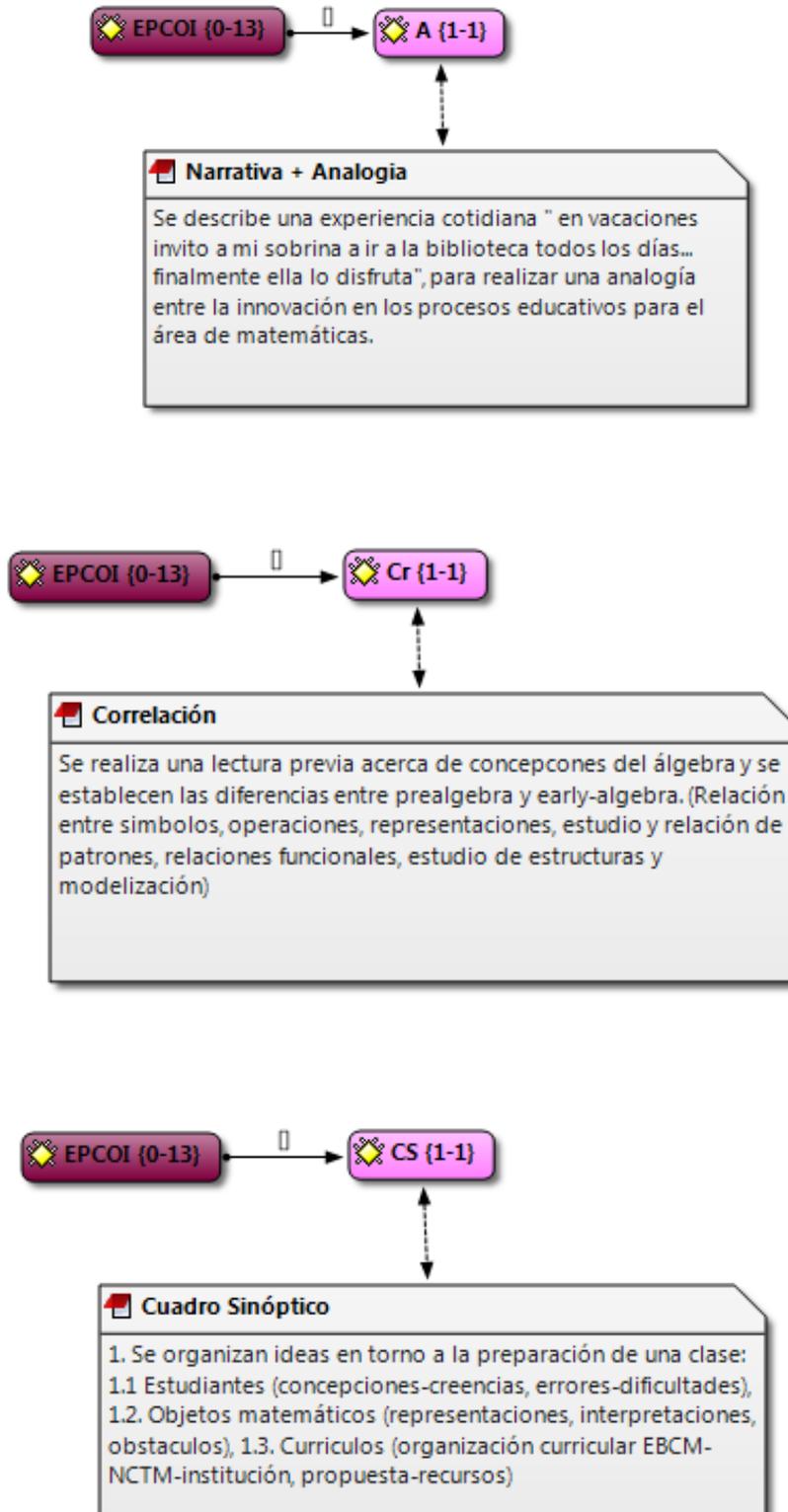
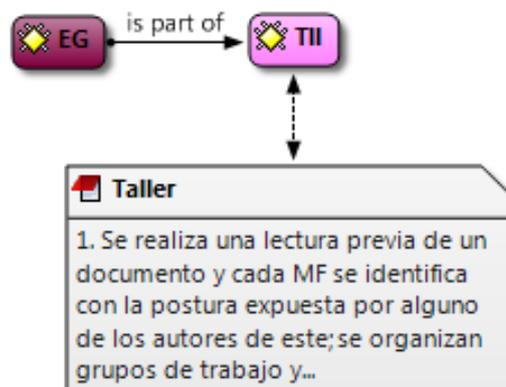
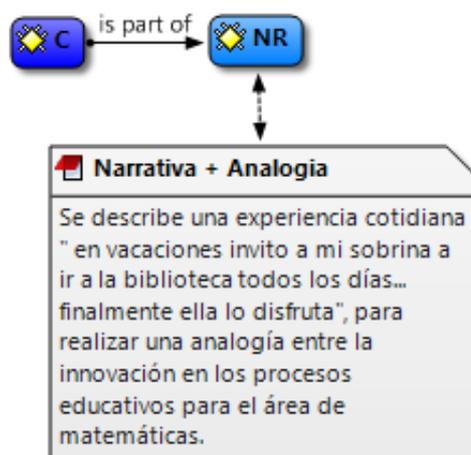
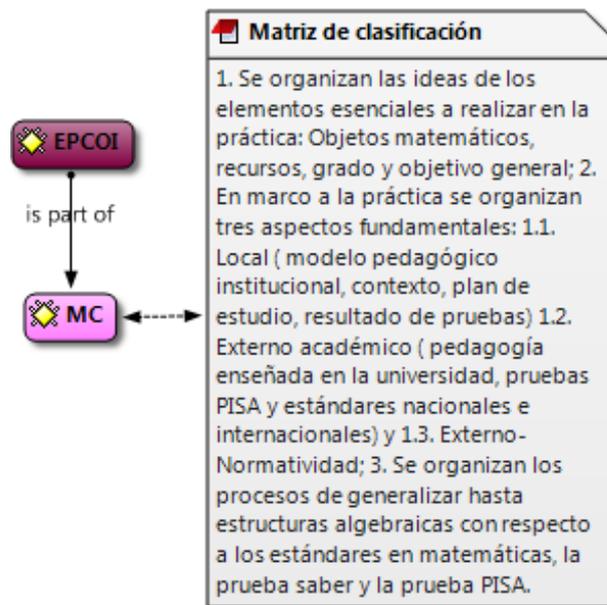


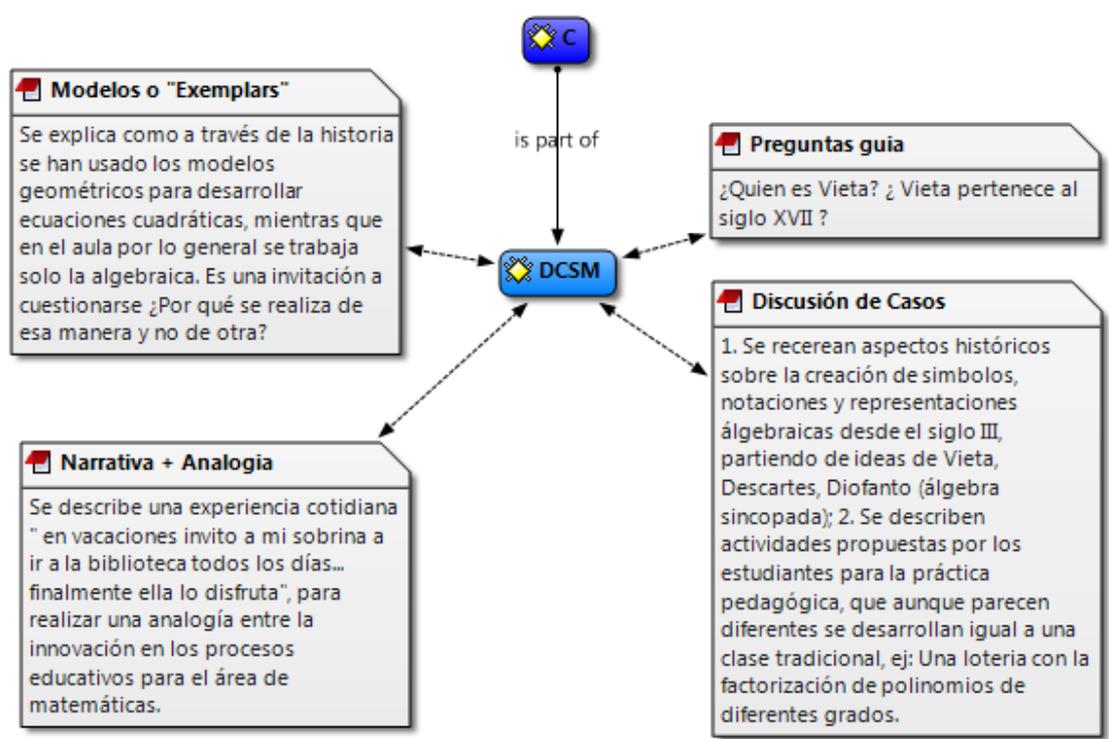
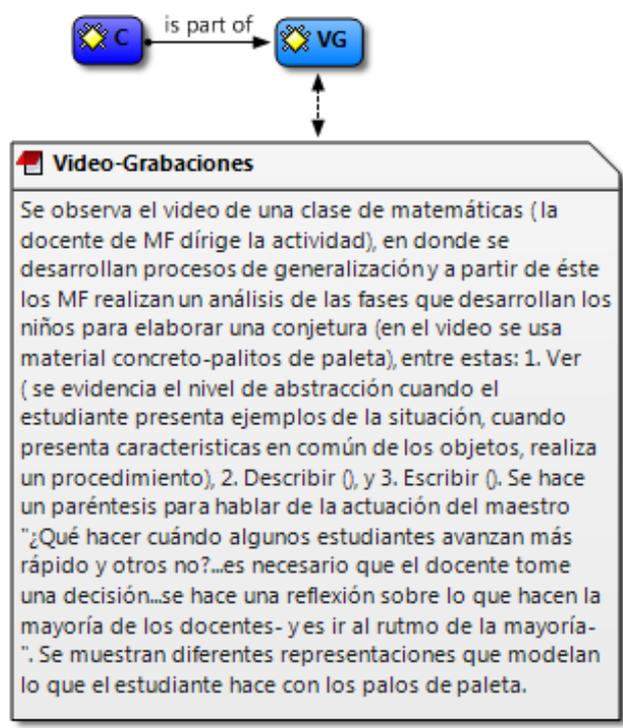
Ilustración 5: Clase 1

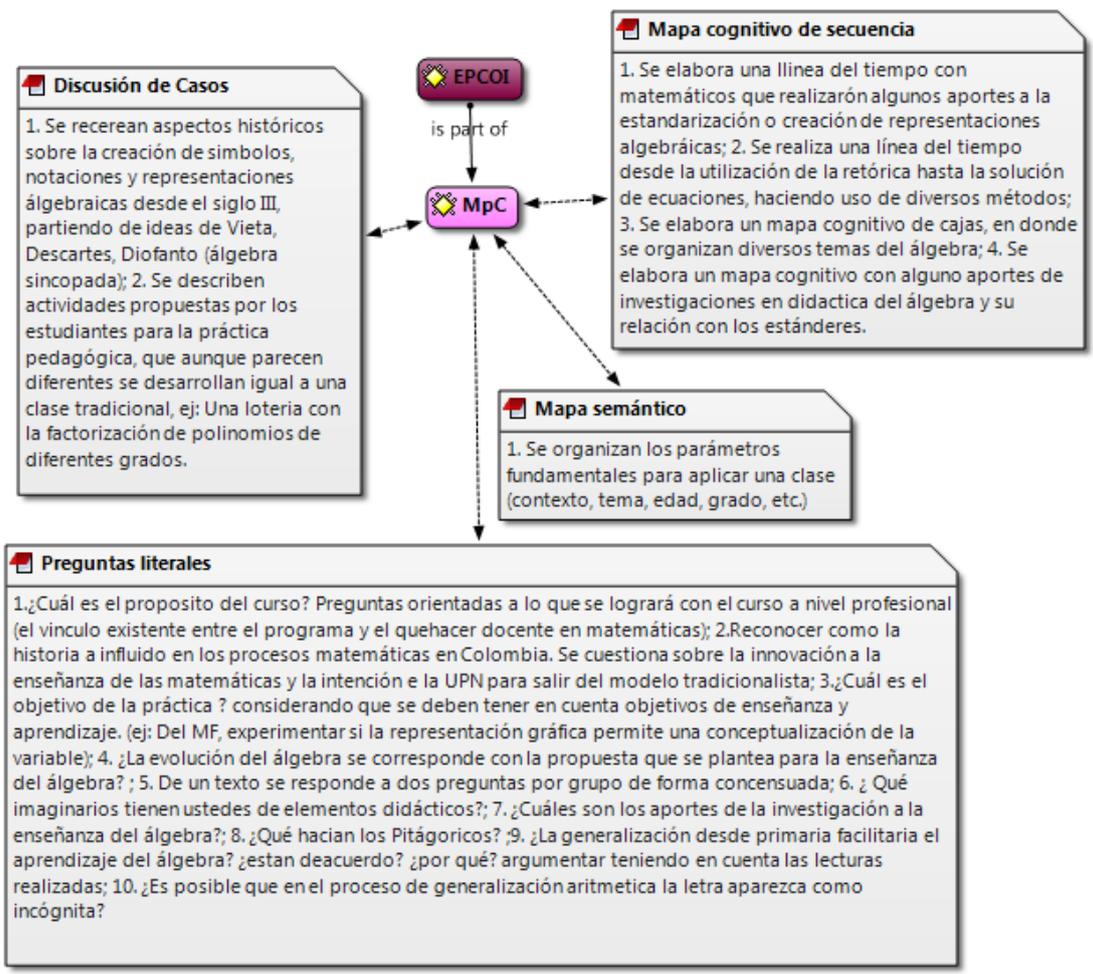
Anexo 3

Redes de herramientas utilizadas (en los videos analizados) en el curso











is part of

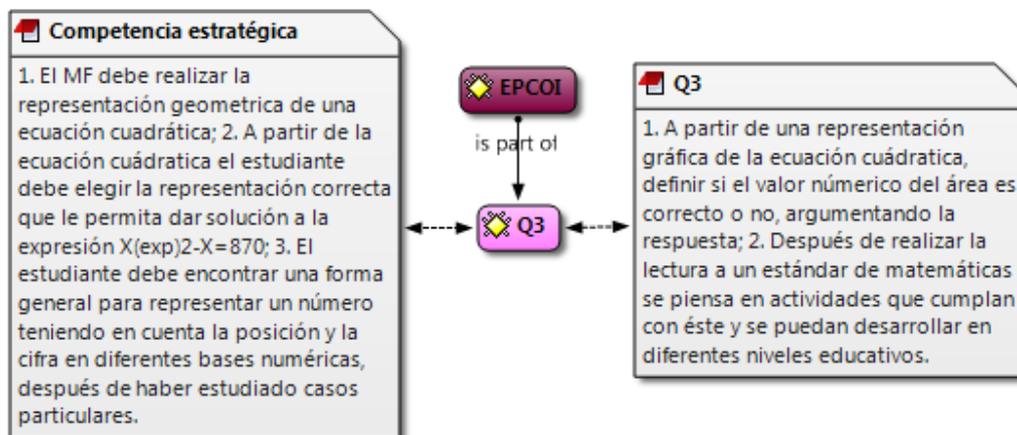
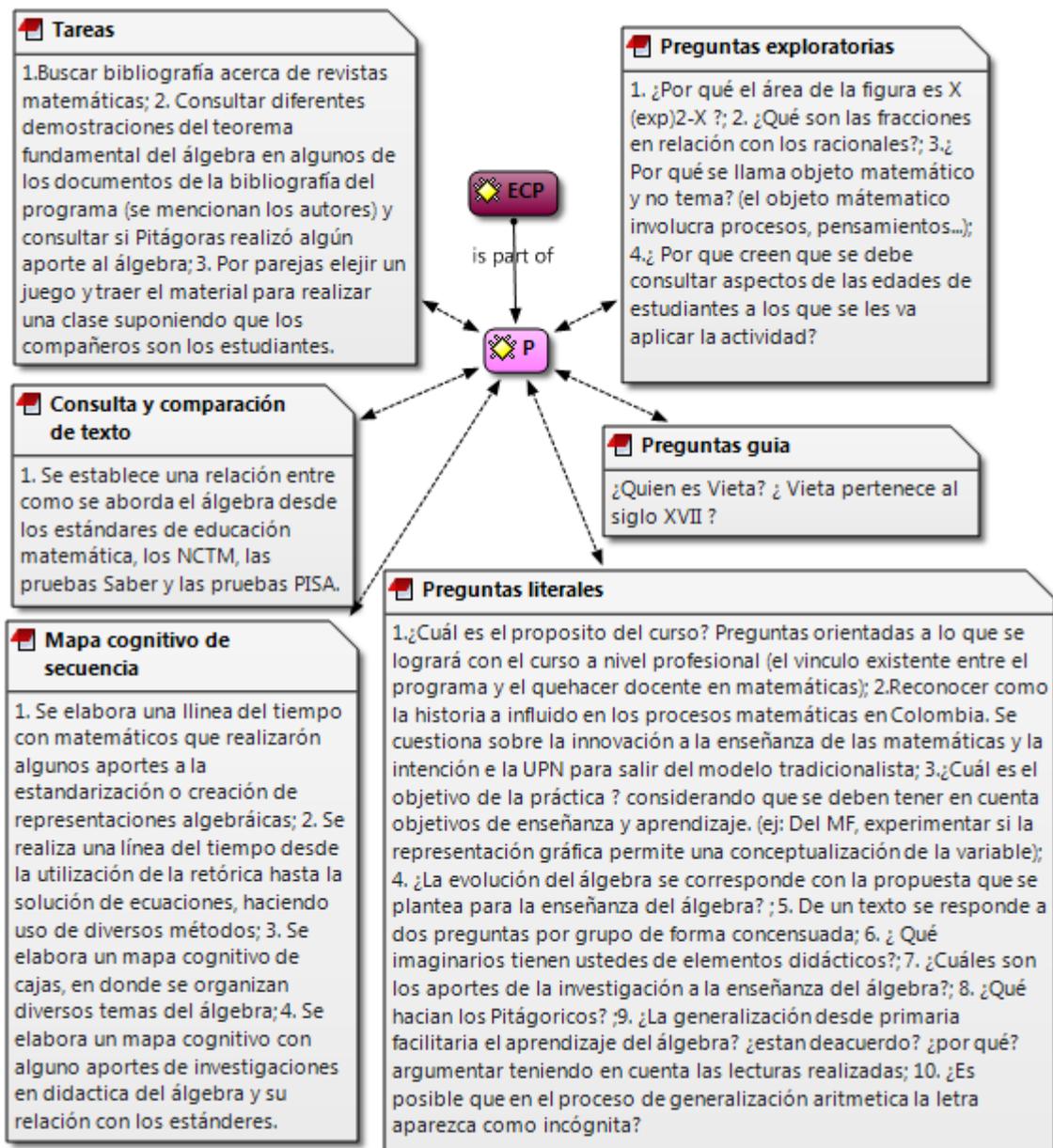


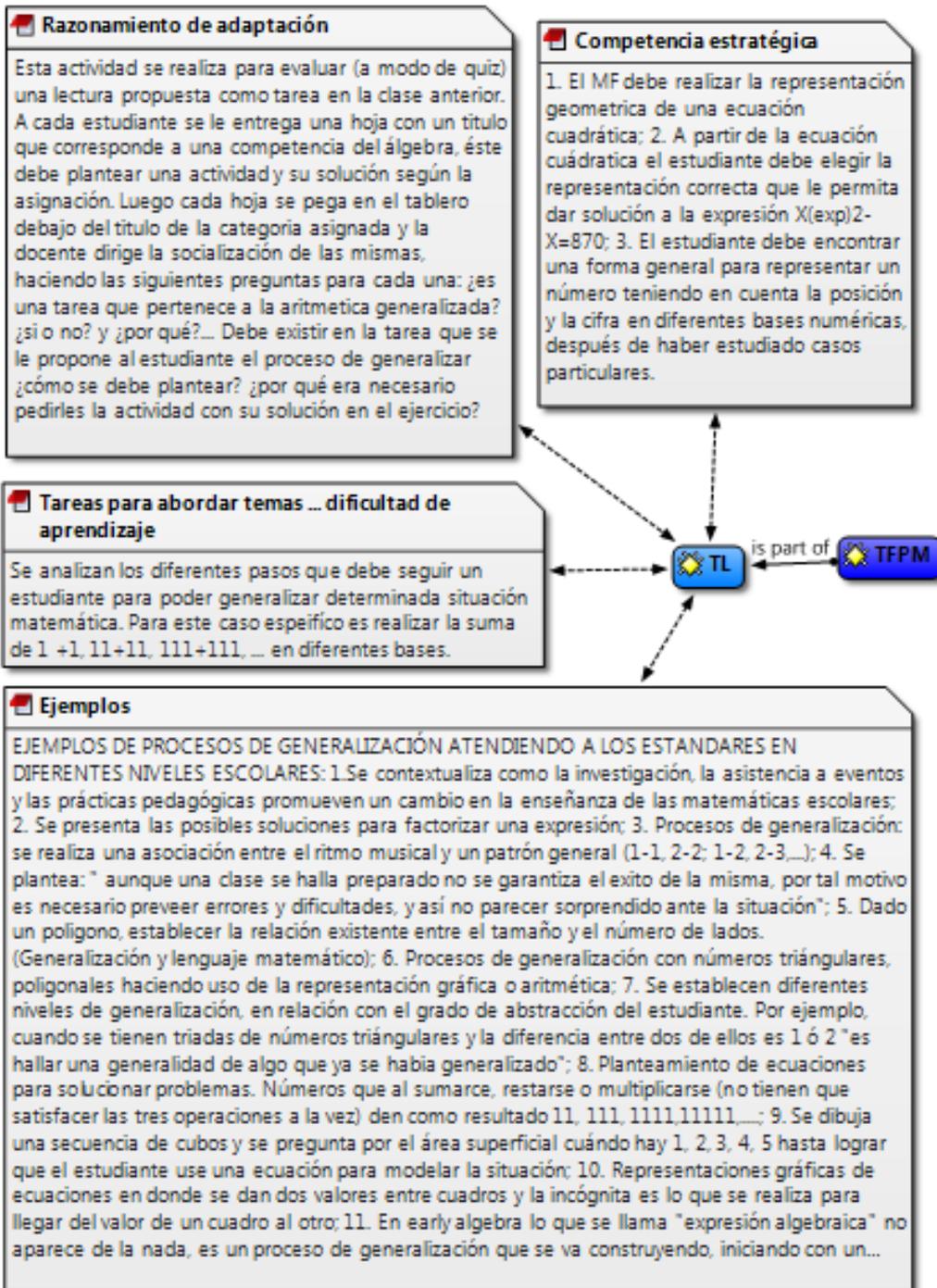
Preguntas literales

1. ¿Cuál es el propósito del curso? Preguntas orientadas a lo que se logrará con el curso a nivel profesional (el vínculo existente entre el programa y el quehacer docente en matemáticas); 2. Reconocer como la historia ha influido en los procesos matemáticos en Colombia. Se cuestiona sobre la innovación a la enseñanza de las matemáticas y la intención de la UPN para salir del modelo tradicionalista; 3. ¿Cuál es el objetivo de la práctica? considerando que se deben tener en cuenta objetivos de enseñanza y aprendizaje. (ej: Del MF, experimentar si la representación gráfica permite una conceptualización de la variable); 4. ¿La evolución del álgebra se corresponde con la propuesta que se plantea para la enseñanza del álgebra?; 5. De un texto se responde a dos preguntas por grupo de forma consensuada; 6. ¿Qué imaginarios tienen ustedes de elementos didácticos?; 7. ¿Cuáles son los aportes de la investigación a la enseñanza del álgebra?; 8. ¿Qué hacían los Pitagóricos?; 9. ¿La generalización desde primaria facilitaría el aprendizaje del álgebra? ¿están de acuerdo? ¿por qué? argumentar teniendo en cuenta las lecturas realizadas; 10. ¿Es posible que en el proceso de generalización aritmética la letra aparezca como incógnita?

Ejemplos

EJEMPLOS DE PROCESOS DE GENERALIZACIÓN ATENDIENDO A LOS ESTANDARES EN DIFERENTES NIVELES ESCOLARES: 1. Se contextualiza como la investigación, la asistencia a eventos y las prácticas pedagógicas promueven un cambio en la enseñanza de las matemáticas escolares; 2. Se presentan las posibles soluciones para factorizar una expresión; 3. Procesos de generalización: se realiza una asociación entre el ritmo musical y un patrón general (1-1, 2-2; 1-2, 2-3,...); 4. Se plantea: "aunque una clase se halla preparado no se garantiza el éxito de la misma, por tal motivo es necesario prever errores y dificultades, y así no parecer sorprendido ante la situación"; 5. Dado un polígono, establecer la relación existente entre el tamaño y el número de lados. (Generalización y lenguaje matemático); 6. Procesos de generalización con números triangulares, poligonales haciendo uso de la representación gráfica o aritmética; 7. Se establecen diferentes niveles de generalización, en relación con el grado de abstracción del estudiante. Por ejemplo, cuando se tienen triadas de números triangulares y la diferencia entre dos de ellos es 1 ó 2 "es hallar una generalidad de algo que ya se había generalizado"; 8. Planteamiento de ecuaciones para solucionar problemas. Números que al sumarse, restarse o multiplicarse (no tienen que satisfacer las tres operaciones a la vez) den como resultado 11, 111, 1111, 11111, ...; 9. Se dibuja una secuencia de cubos y se pregunta por el área superficial cuando hay 1, 2, 3, 4, 5 hasta lograr que el estudiante use una ecuación para modelar la situación; 10. Representaciones gráficas de ecuaciones en donde se dan dos valores entre cuadros y la incógnita es lo que se realiza para llegar del valor de un cuadro al otro; 11. En early algebra lo que se llama "expresión algebraica" no aparece de la nada, es un proceso de generalización que se va construyendo, iniciando con un lenguaje sincopado; 12. En una clase...





Anexo 4

Tratamiento de los elementos de análisis exportados de Atlas Ti

Para facilitar la interpretación del gráfico los tipos de conocimiento se asocian a un color específico ubicado entre paréntesis:

- (i) Conocimiento Matemático para la enseñanza:
 - a. Conocimiento del contenido (Rosa pálido)
 - b. Conocimiento pedagógico del contenido (Anaranjado)
- (ii) Conocimiento práctico (Aguamarina)
- (iii) Conocimiento Histórico (Canela)
- (iv) Conocimiento curricular (Gris)

Competencia estratégica		
El MF debe realizar la representación geométrica de una ecuación cuadrática.	Tipos de representaciones para ecuaciones cuadráticas.	Conocimiento del contenido
A partir de la ecuación cuadrática el estudiante debe elegir la representación correcta que le permita dar solución a la expresión $x^2-x=870$	Tipos de representaciones para ecuaciones cuadráticas.	Conocimiento del contenido
El estudiante debe encontrar una forma general para representar un número teniendo en cuenta la posición y la cifra en diferentes bases numéricas, después de haber estudiado casos particulares.	Generalización y bases numéricas.	Conocimiento del contenido

Consulta y comparación de texto		
Se establece una relación entre cómo se aborda el Álgebra desde los Estándares Básicos en Educación Matemática, las pruebas Saber y las pruebas PISA.	Conocimiento acerca de los estándares de calidad en	Conocimiento curricular

	educación matemática a nivel nacional e internacional.	
--	--	--

Correlación		
Se realiza una lectura previa acerca de concepciones del álgebra y se establecen las diferencias entre pre Álgebra y Early-Álgebra. (Relación entre símbolos, operaciones, representaciones, estudio y relación de patrones, relaciones funcionales, estudio de estructuras y modelización).	Estructura jerárquica con las características que diferencian dos áreas de estudio: pre-álgebra y Early-Álgebra.	Conocimiento pedagógico del contenido

Cuadro Sinóptico			
Se organizan ideas en torno a la preparación de una clase.	Estructura con los aspectos didácticos del objeto matemático a enseñar en relación con la consulta realizada.	Estudiantes (concepciones-creencias, errores-dificultades).	Conocimiento pedagógico del contenido
	Estructura con los elementos que permiten abordar determinado objeto matemático.	Objetos matemáticos (representaciones, interpretaciones, obstáculos).	Conocimiento del contenido
	Estructura con los elementos del currículo a considerar según el tema y el grado.	Currículos (organización curricular EBCM-NCTM-institución, propuesta-recursos).	Conocimiento curricular

Discusión de Casos		
Se recrean aspectos históricos sobre la creación de símbolos, notaciones y representaciones algebraicas desde el siglo III, partiendo de ideas de Vieta, Descartes, Diofanto (Álgebra sincopada).	Uso de la historia para identificar como se inicia el proceso de estandarización de símbolos matemáticos.	Conocimiento Histórico
Se describen actividades propuestas por los estudiantes para la práctica pedagógica, que aunque parecen diferentes se desarrollan igual a una clase tradicional, ej.: Una lotería con la factorización de polinomios de diferentes grados.	Socialización de actividades para identificar los pros y los contras de las mismas en relación con la intención de la clase realizada por el MF.	Conocimiento pedagógico del contenido

Ejemplos(De procesos de generalización atendiendo a los estándares en diferentes niveles escolares.)			
Se presenta las posibles soluciones para factorizar una expresión.	Factorización.	Conocimiento del contenido	
Procesos de generalización: se realiza una asociación entre el ritmo musical y un patrón general (1-1, 2-2; 1-2, 2-3,...)	Música y patrón.	Conocimiento pedagógico del contenido	Conocimiento curricular
Dado un polígono, establecer la relación existente entre el tamaño y el número de lados. (Generalización y lenguaje matemático).	Número de lados de un polígono.	Conocimiento pedagógico del contenido	Conocimiento curricular
Procesos de generalización con números triangulares y números poligonales haciendo uso de la representación gráfica o aritmética.	Números triangulares y poligonales.	Conocimiento pedagógico del contenido	Conocimiento curricular
Planteamiento de ecuaciones para	Generalización	Conocimiento	Conocimiento

solucionar problemas. Números que al sumarse, restarse o multiplicarse (no tienen que satisfacer las tres operaciones a la vez) den como resultado 11, 111, 1111,11111,....	aritmética y ecuaciones.	pedagógico del contenido	curricular
Se dibuja una secuencia de cubos y se pregunta por el área superficial cuándo hay 1, 2, 3, 4, 5 hasta lograr que el estudiante use una ecuación para modelar la situación.	Área de cubos.	Conocimiento pedagógico del contenido	Conocimiento curricular
Representaciones gráficas de ecuaciones en donde se dan dos valores entre cuadros y la incógnita es lo que se realiza para llegar del valor de un cuadro al otro.	Ecuaciones	Conocimiento pedagógico del contenido	Conocimiento curricular

Mapa cognitivo de secuencia		
Se elabora una línea del tiempo mencionando algunos de los matemáticos que realizaron algunos aportes a la estandarización o creación de representaciones algebraicas.	Línea del tiempo con aportes al Álgebra.	Conocimiento Histórico
Se realiza una línea del tiempo desde la utilización de la retórica hasta la solución de ecuaciones, haciendo uso de diversos métodos.	Línea del tiempo de los métodos de solución de ecuaciones.	Conocimiento Histórico
Se elabora un mapa cognitivo de cajas, en donde se organizan diversos temas del Álgebra.	Subtemas trabajados en Álgebra.	Conocimiento del contenido
Se elabora un mapa cognitivo con algunos aportes de investigaciones en didáctica del Álgebra y su relación con los estándares.	Didáctica del Álgebra y Estándares Básicos en Educación matemática.	Conocimiento pedagógico del contenido

Mapa semántico		
Se organizan los parámetros fundamentales para aplicar una clase (contexto, tema, edad, grado, etc.)	Organización didáctica de una clase.	Conocimiento pedagógico del contenido

Matriz de clasificación		
Se organizan las ideas de los elementos esenciales a realizar en la práctica: Objetos matemáticos, recursos, grado y objetivo general.	Práctica educativa.	Conocimiento pedagógico del contenido
En marco a la práctica se organizan tres aspectos fundamentales: 1.1. Local (modelo pedagógico institucional, contexto, plan de estudio, resultado de pruebas) 1.2. Externo académico (pedagogía enseñada en la Universidad, pruebas PISA y estándares nacionales e internacionales) y 1.3. Externo-Normatividad.	Práctica educativa.	Conocimiento curricular
Se organizan los pasos para llegar a un proceso de generalización con estructuras algebraicas y se comparan con los Estándares Básicos en Educación matemática, la prueba saber y la prueba PISA.	Conocimiento acerca de los estándares de calidad en educación matemática a nivel nacional e internacional.	Conocimiento curricular

Modelos o "Exemplars"		
Se explica cómo a través de la historia se han usado los modelos geométricos para	Representaciones usadas con	Conocimiento Histórico

desarrollar ecuaciones cuadráticas, mientras que en el aula por lo general se trabaja solo la algebraica. Es una invitación a cuestionarse ¿Por qué se realiza de esa manera y no de otra?	ecuaciones cuadráticas.	
Se contextualiza como la investigación, la asistencia a eventos y las prácticas pedagógicas promueven un cambio en la enseñanza de las matemáticas escolares.	Cambios en las prácticas de enseñanza.	Conocimiento práctico
Se plantea: aunque una clase se halla preparado no se garantiza el éxito de la misma, por tal motivo es necesario prever errores y dificultades, y así no parecer sorprendido ante la situación.	Preparación de clase.	Conocimiento pedagógico del contenido.
Se establecen diferentes niveles de generalización, en relación con el grado de abstracción del estudiante. Por ejemplo, cuando se tienen triadas de números triangulares y la diferencia entre dos de ellos es 1 ó 2 (es hallar una generalidad de algo que ya se había generalizado).	Generalización	Conocimiento pedagógico del contenido
En EarlyÁlgebra lo que se llama "expresión algebraica" no aparece de la nada, es un proceso de generalización que se va construyendo, iniciando con un lenguaje sincopado.	Lenguaje matemático	Conocimiento del contenido
A partir de la generalización realizada por un estudiante se concluye que debe existir una estandarización de símbolos que permita interpretar lo que plantea otra persona. En este caso particular, establecer una diferenciación entre los símbolos que representan la posición y los que representan	Lenguaje matemático	Conocimiento del contenido

el número en sí.		
En una clase se pide a los niños que identifiquen qué pasa con los números pares en base 2 y ellos responden que son los terminados en 0, luego en base 4, en base 6, para lo cual ellos van respondiendo de manera acertada, pero cuando se les pregunta por base 3 no saben dar una respuesta. Por ello cuando se habla de generalizar, se busca reunir unas condiciones que sean útiles para sacar una conclusión.	Números pares en diferentes bases.	Conocimiento del contenido
Trabajos con los estudiantes equivalencias de expresiones algebraicas.	Expresiones algebraicas.	Conocimiento del contenido
Para trabajar la generalización en el aula se sugiere: primero realizar trabajo con representaciones gráficas y realizar preguntas al estudiante que permitan identificar algo (conteo de una figura, cantidad de cuadros...) de forma individual; segundo realizar una confrontación con diversos estudiantes sobre las diferentes formas de afrontar la situación; tercero realizar la elección de una o dos de las estrategias utilizadas; cuarto plantear una o varias expresiones que modelen una situación; quinto contrastar o verificar si las expresiones son equivalentes o no.	Pasos para la generalización	Conocimiento pedagógico del contenido.
Se escoge al azar un ejercicio realizado por alguno de los MF y se realiza una explicación atendiendo a los criterios dados para establecer una calificación: ¿la pregunta corresponde con los datos suministrados? ¿La actividad se corresponde con la categoría	Criterios de evaluación para una actividad matemática.	Conocimiento pedagógico del contenido

asignada? ¿La solución responde a la pregunta formulada? entre otras.		
Se explica mediante un ejemplo la forma de redactar un objetivo de aprendizaje y un logro.	Redacción de logros y objetivos.	Conocimiento curricular
Competencia de comunicación, ejemplos de escritos presentados y expuestos por los MF.	Competencias básicas	Conocimiento curricular
Forma o estrategia que usa el docente para evidenciar los posibles errores en los estudiantes al abordar determinado objeto matemático.	Errores, dificultades u obstáculos.	Conocimiento pedagógico del contenido
Retomando los procesos de generalización los MF diseñan y exponen un ejercicio realizado previamente con alguno de los compañeros, en el cual se muestra como a partir de una prueba de ensayo, error y casos particulares se puede establecer o no un patrón general.	Procesos de generalización.	Conocimiento del contenido

Narrativa + Analogía		
Se describe una experiencia cotidiana: en vacaciones invitó a mi sobrina a ir a la biblioteca todos los días...aunque inicialmente no gusta de ello, al final ha desarrollado gusto por la actividad. Para realizar una analogía entre la innovación en los procesos educativos para el área de matemáticas.	Innovación matemática	Conocimiento pedagógico del contenido.

Preguntas exploratorias		
¿Por qué el área de la figura es $x^2 - x$?	Ecuaciones	Conocimiento del contenido
¿Qué son las fracciones en relación con los racionales?	Significado de fracciones y números racionales.	Conocimiento del contenido
¿La evolución del Álgebra se corresponde con	Cambios en la	Conocimiento histórico

la propuesta que se plantea para la enseñanza del Álgebra?	enseñanza del Álgebra.	
¿Por qué se llama objeto matemático y no tema? (el objeto matemático involucra procesos, pensamientos...)	Significado de objeto matemático.	Conocimiento Pedagógico del contenido
¿Por qué creen que se debe consultar aspectos de las edades de estudiantes a los que se les va aplicar la actividad?	Aspectos que se deben considerar para la preparación de una clase.	Conocimiento Pedagógico del contenido
¿Es posible que en el proceso de generalización aritmética la letra aparezca como incógnita?	Tipo de letra (letra como incógnita)	Conocimiento Pedagógico del contenido
¿Qué imaginarios tienen ustedes de elementos didácticos?	Elementos didácticos	Conocimiento Pedagógico del contenido
¿Cuál ha sido la innovación en la enseñanza de las matemáticas y la intención de la UPN para salir del modelo tradicionalista?	Modelos y estrategias de enseñanza de las matemáticas en la actualidad.	Conocimiento práctico
¿Cómo ha influido la historia en los procesos matemáticos en Colombia?	Evolución de la Aritmética o el Álgebra en relación con la enseñanza de las matemáticas (desde la experiencia).	Conocimiento histórico
¿La generalización desde primaria facilitaría el aprendizaje del Álgebra? ¿Están de acuerdo? ¿Por qué? argumentar teniendo en cuenta las lecturas realizadas.	Procesos de generalización.	Conocimiento pedagógico del contenido.

Preguntas guía		
¿Quién es Vieta? ¿Vieta pertenece al siglo XVII?	Precusores del Álgebra.	Conocimiento histórico

Preguntas literales		
¿Cuál es el propósito del curso? Preguntas orientadas a lo que se logrará con el curso a nivel profesional (el vínculo existente entre el programa y el quehacer docente en matemáticas).	Conocimiento del programa del espacio académico	Conocimiento práctico
¿Cuál es el objetivo de la práctica? considerando que se deben tener en cuenta objetivos de enseñanza y aprendizaje. (ej.: Del MF, experimentar si la representación gráfica permite una conceptualización de la variable).	Planteamiento de objetivos	Conocimiento pedagógico del contenido
¿Cuáles son los aportes de la investigación a la enseñanza del Álgebra?	Relación investigación y enseñanza del Álgebra	Conocimiento Pedagógico del contenido
¿Qué hacían los Pitagóricos?	Historia de los Pitagóricos	Conocimiento histórico

Q3			
A partir de una representación gráfica de la ecuación cuadrática, definir si el valor numérico del área es correcto o no, argumentando la respuesta.	Ecuaciones cuadráticas y áreas.	Conocimiento del contenido	
Después de realizar la lectura a un Estándar Básico en Educación Matemática (Ministerio de Educación Nacional, 2006) se piensa en actividades que cumplan con éste y se puedan desarrollar en diferentes	Estándar y actividad matemática.	Conocimiento pedagógico del contenido.	Conocimiento Curricular

niveles educativos.			
---------------------	--	--	--

Razonamiento de adaptación		
Esta actividad se realiza para evaluar (a modo de quiz) una lectura propuesta como tarea en la clase anterior. A cada estudiante se le entrega una hoja con un título que corresponde a una competencia del Álgebra, este debe plantear una actividad y su solución según la asignación. Luego cada hoja se pega en el tablero debajo del título de la categoría asignada y la docente dirige la socialización de las mismas, haciendo las siguientes preguntas para cada una: ¿es una tarea que pertenece a la Aritmética generalizada? ¿Sí o no? y ¿por qué?... Debe existir en la tarea que se le propone al estudiante el proceso de generalizar ¿cómo se debe plantear? ¿Por qué era necesario pedirles la actividad con su solución en el ejercicio?	Competencias matemáticas y actividades asociadas.	Conocimiento pedagógico del contenido

Taller		
Se realiza una lectura previa de un documento y cada MF se identifica con la postura expuesta por alguno de los autores de este; se organizan grupos de trabajo y se desarrolla un taller.	Conocimiento sobre los precursores del Álgebra.	Conocimiento histórico

Tareas		
Buscar bibliografía acerca de revistas matemáticas.	Recopilación de bibliografía matemática.	Conocimiento práctico
Consultar diferentes demostraciones del	Tipos de	Conocimiento histórico

Teorema Fundamental del Álgebra en algunos de los documentos de la bibliografía del programa (se mencionan los autores) y consultar si Pitágoras realizó algún aporte al Álgebra.	demostraciones acerca del Teorema Fundamental del Álgebra con sus respectivos autores.	
Por parejas los MF deben elegir un juego y traer el material para realizar una clase suponiendo que los compañeros son los estudiantes.	Actividades lúdicas.	Conocimiento Pedagógico del contenido

Tareas para abordar temas... dificultad de aprendizaje		
Se analizan los diferentes pasos que debe seguir un estudiante para poder generalizar determinada situación matemática. Para este caso específico es realizar la suma de $1 + 1$, $11 + 11$, $111 + 111$,... en diferentes bases.	Procesos de generalización.	Conocimiento del contenido

Video-Grabaciones		
Se observa el video de una clase de matemáticas (la docente de MF dirige la actividad) en donde se desarrollan procesos de generalización y a partir de este los MF realizan un análisis de las fases que desarrollan los niños para elaborar una conjetura (en el video se usa material concreto-palitos de paleta), entre estas: 1. Ver (se evidencia el nivel de abstracción cuando el estudiante presenta ejemplos de la situación, cuando presenta características en común de los objetos, realiza un procedimiento), 2. Describir, y 3. Escribir. Se hace un paréntesis para hablar de la actuación del maestro ¿Qué hacer cuando algunos estudiantes avanzan más rápido y otros	Procesos de generalización.	Conocimiento pedagógico del contenido

<p>no?...es necesario que el docente tome una decisión...se hace una reflexión sobre lo que hacen la mayoría de los docentes, y es ir al ritmo de la mayoría. Se muestran diferentes representaciones que modelan lo que el estudiante hace con los palos de paleta.</p>		
--	--	--