

RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO DESDE EL DESARROLLO DE LA
INTUICIÓN DEL AZAR EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE PRIMARIA.
SECUENCIA DE ACTIVIDADES BASADA EN JUEGOS DE AZAR

DORIS MARGOTH BARRAGAN CASTILLO
LEIDY PAOLA RIVERA URIBE

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.

2015

RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO DESDE EL DESARROLLO DE LA
INTUICIÓN DEL AZAR EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE PRIMARIA.
SECUENCIA DE ACTIVIDADES BASADA EN JUEGOS DE AZAR

DORIS MARGOTH BARRAGAN CASTILLO
LEIDY PAOLA RIVERA URIBE

Trabajo de grado para optar el título de
Licenciadas en Matemáticas

Asesora
INGRITH ÁLVAREZ ALFONSO
Magister en Docencia de la Matemática

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BOGOTÁ D.C.

2015

DEDICATORIA

Dedico este trabajo de grado, culminado con mucho esfuerzo pero también con mucho amor especialmente a Dios por estar pendiente en todos los momentos de mi vida, iluminándome el camino; con su protección y bendición me ayudó a hacerle frente a todos los problemas durante mis estudios.

A mis padres y hermanos por creer en mí y darme todo su apoyo durante la carrera, por infundir en mí la lucha y el deseo de superación, resaltando el apoyo en los momentos de duda, desesperación y felicidad.

A mi hijo Mathias, por su comprensión y apoyo.

A mi compañera de tesis, que con sus conocimientos brindo aportes útiles y valiosos para el desarrollo de este trabajo de grado.

Margoth Barragán

Dedico este trabajo de grado a mi mamá, a mi papá, a mis hermanos, a mis familiares y amigos que me acompañaron en el proceso de realización de este trabajo, ya que me apoyaron incondicionalmente para que lo pudiera culminar con éxito.

Paola Rivera Uribe

AGRADECIMIENTOS

En primera instancia agradecemos a Dios por estar con nosotras en cada paso que damos e iluminar nuestras mentes y darnos fuerzas para seguir adelante en cada tropiezo. Por permitirnos haber llegado hasta este momento tan importante en nuestras vidas y haber puesto en nuestro camino a aquellas personas que han sido nuestro soporte y compañía durante todo el periodo de estudio.

A la Universidad Pedagógica Nacional, por la oportunidad de formarnos como docentes, al Colegio Liceo Carrión por permitirnos aplicar la secuencia de actividades, a los estudiantes del grado quinto por ser cómplices de esta secuencia de actividades y a la profesora Ingrith Álvarez por su paciencia y acompañamiento en todo el proceso de diseño, aplicación y redacción de este trabajo de grado.

Sin lugar a dudas, este trabajo no pudo haberse realizado sin la formación que recibimos durante varios años en el Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Por ello, nuestro agradecimiento a todos los maestros que contribuyeron en nuestra formación académica.

RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN-RAE

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO DESDE EL DESARROLLO DE LA INTUICIÓN DEL AZAR EN ESTUDIANTES DE QUINTO DE PRIMARIA SECUENCIA DE ACTIVIDADES BASADA EN JUEGOS DE AZAR
Autor(es)	Barragán Castillo, Doris Margoth Rivera Uribe, Leidy Paola
Director	Álvarez Alfonso Ingrith
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2015. 96p.
Palabras Claves	RAZONAMIENTO PROBABILISTICO; INTUICIÓN DEL AZAR; JUEGOS DE AZAR.

2. Descripción
<p>Este trabajo de grado propone desarrollar el razonamiento probabilístico, a partir de la intuición del azar en estudiantes de quinto de primaria, a través de una secuencia de actividades que está basada en los juegos de azar; actividades que se caracterizan por la exploración empírica de situaciones aleatorias, formulación de hipótesis y comprobación de expectativas a la luz de los resultados que se presentan a través juegos de azar como piedra, papel o tijera, y Boli – Color.</p>

3. Fuentes

- Acevedo, M. y Pérez, M. (2013). *Enlace 5 matemáticas*. Bogotá, Colombia.: Grupo Editorial Educar.
- Girón, F. (2004). Breve introducción a la obra de A. N. Kolmogorov (1903-1987). *Arbor* CLXXVIII, N° 704, 583-588.
- Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *Revista SUMA*, N° 4, 61-64.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares*. Bogotá
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá
- Muñoz, H. (2006). *Aciertos Matemáticos*. Bogotá, Colombia.: Grupo Editorial Educar.
- Piaget, J. (1975). El tiempo y el desarrollo intelectual del niño. En J. Piaget, *Problemas de Psicología Genética*, Barcelona: Ariel.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1975), *The origin of the idea of chance in children*. New York: W. W. Norton & Company Inc.
- Vergel, R., Rocha, P. y León, O. (2006). *El Juego, la resolución de problemas y el proyecto de aula como dispositivos en las didácticas de la matemática y de la estadística*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

4. Contenidos

El primer capítulo se expone la caracterización del problema, la justificación y los objetivos propuestos para llevar a cabo el trabajo de grado. En el segundo capítulo se presenta algunos aspectos teóricos, como el razonamiento probabilístico, la intuición del

azar y los juegos de azar como herramienta de enseñanza, con el fin de caracterizar elementos importantes a tener en cuenta en el diseño de la secuencia de actividades y en el análisis de los resultados, luego de su implementación. En el tercer capítulo a partir de los referentes teóricos y los resultados de una prueba diagnóstica se presenta la metodología del proceso de indagación y la metodología de la instrucción, asociada a la planeación de la secuencia de actividades que ha de permitir alcanzar el objetivo general. En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los resultados de la gestión de la secuencia de actividades, acompañado de las conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos respectivos.

5. Metodología

Se tuvo en cuenta dos metodologías la primera se refiere a todo el proceso de indagación reportado en el documento, y la segunda relacionada con las acciones propias llevadas a cabo en el aula de clase, la cual describe la metodología de la instrucción.

En la metodología de indagación se consideran las siguientes fases para el desarrollo de la indagación.

Fase 1. Indagación y construcción del marco de referencia

Fase 2. Caracterización del problema a abordar

Fase 3. Diseño y aplicación de una prueba diagnóstica

Fase 4. Diseño de la secuencia de actividades

Fase 5. Aplicación de la secuencia de actividades

Fase 6. Recolección de la información

Fase 7. Análisis de los resultados de la secuencia de actividades

Fase 8. Evaluación de la secuencia de actividades

Por otro lado la metodología de la instrucción presenta una secuencia de actividades, que se desarrolla en dos sesiones, cuya finalidad es cumplir con los objetivos establecidos en este trabajo, así se plantean dos juegos de azar, donde cada uno se desarrolla a partir de tres etapas.

6. Conclusiones

Las siguientes conclusiones se generan con respecto al grupo de estudiantes de quinto de primaria a los cuales fue dirigida la propuesta. De acuerdo con los objetivos del trabajo de grado que se plantearon al principio se puede concluir lo siguiente:

- ❖ La propuesta aporta al desarrollo de la intuición del azar de los estudiantes de quinto de primaria, permitiendo transitar de las intuiciones primarias a las secundarias y corrigiendo características erróneas que se presentan en las intuiciones primarias a partir de la secuencia de actividades basada en juegos de azar, respondiendo al objetivo general planteado en el trabajo de grado.
- ❖ Los procesos de enseñanza relacionados con el razonamiento probabilístico y la intuición del azar se van desarrollando poco a poco y conducen a los estudiantes a que se apropien y comprendan contenidos de probabilidad permitiendo el desarrollo de las características de la intuición del azar por medio de juegos de azar. Se recomienda adelantar la enseñanza a la educación primaria de forma que se pueda proporcionar a los alumnos una experiencia más directa desde su infancia.
- ❖ Las características de la intuición del azar de los estudiantes se evidencian en dos momentos, uno al aplicar una prueba diagnóstico donde se encontró que un 75% de los estudiantes presentan falencias en el desarrollo de la intuición del azar, como errores en sus intuiciones primarias; por otro lado después de aplicar la secuencia de actividades se logra modificar las intuiciones primarias y transitar por algunas de la intuición secundarias. Se recomienda realizar más actividades de este tipo las cuales permitan desarrollar las intuiciones secundarias.

- ❖ Se propuso y valoro una secuencia de actividades desarrollada en dos sesiones la cual se puede ampliar a más sesiones, combino el juego pero también un momento de instrucción y de conceptualización del conocimiento, aportando al desarrollo de la intuición del azar.
- ❖ A partir de los resultados de la gestión de la secuencia de actividades se puede concluir se aportó en un 70% al desarrollo de la intuición del azar hasta las características de categoría teórica y capacidad extrapolatoria, pero las preguntas no lograron aportar al desarrollo de las características de globalidad y carácter implícito, se recomienda realizar más actividades enfocadas al aporte del desarrollo de estas características.

Por otro lado a partir de la pregunta propuesta en el trabajo de grado se puede concluir:

- ❖ De esta experiencia como profesoras en formación consideramos que una vez desarrollada la secuencia de actividades para el diseño y la implementación de una secuencia de actividades que aporte en el desarrollo de la intuición del azar de niños de quinto de primaria a partir de los juegos de azar se debe establecer:
 - Un objeto de estudio específico, para tratar en la clase, el profesor debe conocer y manejar el tema de manera puntual.
 - Un marco teórico, conocer las necesidades y expectativas de estudiantes a los cuales va dirigido la propuesta, y a partir de esto planear la secuencia de actividades con sus respectivas sesiones y el tiempo dedicado a cada una de ellas, además de los desempeños y propósitos que se esperan.
 - La base de la secuencia de actividades se debe fundamentar en juegos de azar cercanos a los estudiantes.
 - Generar varias repeticiones del juego con el fin de que los estudiantes identifiquen generalidades en los resultados de dichos experimentos y a partir de estas contrastar con las intuiciones primarias para pasar a las características de las intuiciones secundarias a partir de la formalización del conocimiento.

- Trabajar con actividades de la vida cotidiana
- Llevar material concreto
- Generar tareas que les permita pasar de una característica a otra
- Generar actividades motivadoras de interés para los estudiantes.

Elaborado por:	Barragán Castillo Doris Margoth Rivera Uribe Leidy Paola
Revisado por:	Álvarez Alfonso Ingrith

Fecha de elaboración del Resumen:	30	07	2015
--	----	----	------

CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN	5
INTRODUCCIÓN	17
1. CAPITULO: INFORMACIÓN GENERAL	20
1.1. CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA	20
1.2. JUSTIFICACIÓN	24
1.3. OBJETIVOS	26
1.3.1. OBJETIVO GENERAL	26
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	26
2. CAPÍTULO: MARCO DE REFERENCIA	27
2.1. LINEAMIENTOS CURRICULARES Y ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS	27
2.2. EL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO	28
2.3. INTUICIÓN DEL AZAR	31
2.4. JUEGOS DE AZAR	34
2.5. LA PROBABILIDAD	37
3. CAPITULO: METODOLOGÍA	40
3.1. METODOLOGÍA DE INDAGACIÓN	40
3.2. METODOLOGÍA PARA LA INSTRUCCIÓN	42
4. CAPITULO: ANÁLISIS DE RESULTADOS	51
	11

4.1. DESCRIPCIÓN GESTIÓN DE LA SECUENCIA	51
4.2. ANÁLISIS PRIMERA SESIÓN	53
4.2.1. CONCLUSIONES PRIMERA SESIÓN	61
4.3. ANÁLISIS SEGUNDA SESIÓN	62
4.3.1. CONCLUSIONES SEGUNDA SESIÓN	66
5. CAPITULO: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	68
BIBLIOGRAFÍA	71
ANEXOS	73

TABLAS

Tabla 1 Sesión # 1 juego piedra, papel o tijera	43
Tabla 2 Sesión # 2 juego Boli-Color	47
Tabla 3 Análisis sesión #1 juego piedra, papel o tijera	53
Tabla 4 Análisis sesión #2 juego Boli - Color	62

FIGURAS

Figura 1 Piedra, papel o tijera	43
Figura 2 Instrucciones piedra, papel o tijera	43
Figura 3 Juego Boli-Color	47
Figura 4 Reconocimiento reglas del juego	56
Figura 5 Elemento del espacio muestral	56
Figura 6 Reconocimiento reglas del juego	56
Figura 7 Confusión de eventos con elementos	57
Figura 8 Reconocimiento auto-evidencia	57
Figura 9 Reconocimiento certeza intrínseca	58
Figura 10 Generan conjetura, no nombran eventos	58
Figura 11 Reconocimiento perseverancia	58
Figura 12 No presenta característica de perseverancia	58
Figura 13 Reconocimiento coercitividad	58
Figura 14 No presenta característica de coercitividad	58
Figura 15 Suceso posible, imposible o seguro	58
Figura 16 No reconoce sucesos posibles, imposibles o seguros	58
Figura 17 Confusión de definición de sucesos	59
Figura 18 Situaciones de azar	59
Figura 19 Espacios muestrales experimentos aleatorios	59
Figura 20 Espacio muestral lanzamiento dos dados	59
Figura 21 Probabilidad de un evento, lanzamiento de un dado	60
Figura 22 Error al hallar la probabilidad de un evento	60

Figura 23 Modificación de características erróneas	60
Figura 24 Características erróneas de la intuición	60
Figura 25 Tránsito a la categoría teórica	60
Figura 26 Reconocimiento de eventos, pero no realiza conjeturas	60
Figura 27 Característica globalidad	60
Figura 28 No presenta eventos y característica de la coercitividad	60
Figura 29 Características: globalidad y carácter implícito	61
Figura 30 No organiza elementos y no halla la probabilidad	61
Figura 31 Característica auto-evidencia	64
Figura 32 Característica certeza intrínseca	65
Figura 33 No realiza conjeturas válidas	65
Figura 34 No presentan la característica de perseverancia	65
Figura 35 Característica perseverancia	65
Figura 36 No presentan la característica de coercitividad	65
Figura 37 Característica coercitividad	65
Figura 38 Tránsito a la categoría teórica	66
Figura 39 No generan conjeturas	66
Figura 40 Característica de globalidad y carácter implícito	66

ANEXOS

Anexo A Prueba diagnóstico	73
Anexo B Actividad 1. Piedra, papel o tijera	76
Anexo C Actividad 2. Piedra papel y tijera	77
Anexo D Actividad 3. Instrucción sobre azar y probabilidad	80
Anexo E Actividad 4. Piedra, papel y tijera	82
Anexo F Actividad 1. Boli – Color	84
Anexo G Actividad 2. Boli – Color	87
Anexo H Actividad 3. Boli – Color	93
Anexo I Rediseño actividad 4. Piedra, papel o tijera	95

INTRODUCCIÓN

El presente documento se realiza en el marco de la formación como docentes de Matemáticas, en el Proyecto Curricular Licenciatura en Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional, teniendo en cuenta lo aprendido en los diferentes espacios académicos y las experiencias vivenciadas en las Prácticas Pedagógicas. A partir de estos dos aspectos han surgido inquietudes tanto de carácter teórico como en términos de la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, más puntualmente sobre el razonamiento probabilístico, específicamente desde el desarrollo de la intuición del azar.

Para comenzar a realizar este trabajo en un principio se presenta un anteproyecto, el que llevaba por nombre “Estrategia didáctica para el desarrollo de la intuición del azar mediante juegos de azar en estudiantes de quinto de primaria”, durante la indagación para el proceso de construcción del marco teórico sobre el cual se trabaja, se encuentra que al desarrollar la intuición del azar específicamente se le aporta el razonamiento probabilístico, generado a partir de la instrucción para pasar de las intuiciones primarias a las secundarias, debido a esto se toma una decisión conjunta de cambiarle el nombre al trabajo de grado, en la cual participan las dos estudiantes y la asesora, para que estuviera acorde con la teoría y la idea principal planteada en dicho anteproyecto, quedando así: Razonamiento probabilístico desde el desarrollo de la intuición del azar en estudiantes de quinto de primaria. Secuencia de actividades basada en juegos de azar.

Cabe señalar que para abordar algunas inquietudes respecto a la intuición del azar se realiza el presente trabajo de grado, el cual propone una secuencias de actividades que pretenden aportar al desarrollo de dicha intuición en estudiantes de quinto de primaria; actividades que se espera se caractericen por la exploración

empírica de situaciones aleatorias, formulación de hipótesis y comprobación de expectativas con los resultados que se presentan a través de la interacción con juegos de azar. Así, se quiere enriquecer el conocimiento probabilístico y el procedimiento analítico de los estudiantes, herramientas que permiten comprobar y poner de manifiesto la veracidad o no de hipótesis para poder interpretar y explicar situaciones aleatorias.

Ateniendo a lo anterior, en el primer capítulo se encuentra información general sobre la caracterización del problema, la justificación y los objetivos generales y específicos del trabajo de grado.

En el segundo capítulo se exponen algunos aspectos teóricos como el razonamiento probabilístico, la intuición del azar identificando y determinando cada uno de los aspectos importantes de sus características (auto-evidencia, certeza intrínseca, perseverancia, coercitividad, categoría teórica, capacidad extrapolatoria, globalidad y carácter implícito) y los juegos de azar como herramienta de enseñanza, con el fin de caracterizar elementos importantes a tener en cuenta en el diseño de la secuencia de actividades y en el análisis de los resultados, luego de su implementación.

En el tercer capítulo a partir de los referentes teóricos y los resultados de una prueba diagnóstica, se presenta una secuencia de actividades que se divide en dos sesiones, la primera generada a partir del juego piedra, papel o tijera y la segunda desde el juego Boli-Color, se describe la metodología del proceso de indagación y la de instrucción de la secuencia de actividades que se va a llevar a cabo dentro del aula de clase, que ha de permitir alcanzar el objetivo general del trabajo de grado.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados de la gestión de dicha secuencia de actividades, realizando el análisis a partir de los desempeños y propósitos descritos para cada una de las sesiones propuestas, también se encuentran unas conclusiones con respecto al desarrollo de cada una de las dos sesiones.

En el quinto capítulo, se encuentran las conclusiones relacionadas al desarrollo de los objetivos planteados en el trabajo de grado, con la pregunta realizada a la hora de la caracterización del problema y en último lugar las recomendaciones a los lectores, en cuanto a la construcción e implementación de una secuencia de actividades que tenga como objetivo aportar al desarrollo del razonamiento probabilístico específicamente a partir de la intuición del azar. Finalmente en el documento se encuentra la bibliografía y los anexos correspondientes a la cada una de las actividades realizadas.

1. CAPITULO: INFORMACIÓN GENERAL

1.1. CARACTERIZACIÓN DEL PROBLEMA

Aunque la enseñanza de la probabilidad en los últimos años ha estado presente en los currículos declarados de las instituciones, desde la experiencia como maestras en formación inicial y a través de las Prácticas Pedagógicas (iniciales y de profundización) asociadas a los cursos del Ambiente de Pedagogía y Didáctica de la Licenciatura en Matemáticas, se ha observado que la enseñanza de los temas relacionados con el azar y la probabilidad en ocasiones son los últimos que se abordan en el plan de estudios de las instituciones educativas, o en ocasiones no se generan actividades que permitan desarrollar el pensamiento aleatorio, tal como está establecido en los Lineamientos Curriculares (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), lo cual se evidencia tanto en los currículos prescritos de las instituciones como en diálogos con docentes del área de matemáticas encargados de desarrollar dichos currículos.

La falta de tiempo genera en algunas ocasiones afán por cubrir las temáticas establecidas en las planeaciones o en el currículo general, lo cual no permite analizar de forma objetiva y consiente el proceso de enseñanza en relación con el pensamiento aleatorio, específicamente dentro del campo de la probabilidad. En algunos casos los docentes por decisiones institucionales acuden a los textos escolares para que los estudiantes realicen de manera autónoma las actividades allí propuestas. Al hacer una breve revisión de algunos textos escolares de grado quinto, se puede evidenciar que en primer lugar el espacio que se le dedica al desarrollo de pensamiento aleatorio no es suficiente, por ejemplo en el texto *Aciertos Matemáticos 5º* (Muñoz, 2006) de 223 páginas, solamente se dedica al pensamiento aleatorio 12 páginas, 8 de ellas para Estadística y 4 para Probabilidad, y el 50% de éstas (4 páginas) corresponden a ejercicios relacionados

con probabilidad de ocurrencia de eventos, para que el estudiante los resuelva siguiendo el modelo del ejercicio resuelto. Un texto más reciente, Enlace 5^o (Acevedo y Pérez 2013) de 223 páginas usa 24 páginas para el desarrollo del pensamiento aleatorio, 20 para Estadística y 4 para Probabilidad. En estas últimas se dedican a trabajar la probabilidad de eventos, mediante ejemplos apoyados en experimentos aleatorios. De lo anterior se puede deducir que en algunos libros de texto se le da mayor importancia al tratamiento de datos, lo cual corresponde al campo de la estadística, y en menor proporción se presta atención al desarrollo del campo probabilístico.

En segundo lugar en términos del desarrollo de la intuición del azar en el texto Aciertos Matemáticos 5^o (Muñoz, 2006), se da un ejemplo de probabilidad de ocurrencia de un evento y se resuelve, explicitando las fórmulas para la solución; a partir de este ejemplo le proponen al estudiante una forma de solucionarlo, usando cálculo de probabilidades, las situaciones que proponen se pueden solucionar usando la formula dada en el ejemplo. Por el contrario el texto Enlace Matemáticas 5^o (Acevedo y Pérez, 2013) se dedica al desarrollo de las intuiciones de los estudiantes a través de preguntas que los lleva por ejemplo a describir un evento, pero estas no se usan para llegar a una formalización del concepto de evento, las actividades propuestas se centran en procesos repetitivos tales como reconocer eventos y su probabilidad.

Debido a que en estos y otros textos escolares no se la da la importancia al desarrollo de la intuición del azar, se construye y aplica una prueba diagnóstico para contar con herramientas para el diseño de las actividades, con la intención de conocer los niveles de razonamiento probabilístico que han desarrollado hasta el momento los estudiantes con los que se pretende trabajar, dicha prueba está

compuesta de cinco preguntas (Anexo A) a partir de las cuales se analizan cuatro categorías:

- La primera con el objetivo de observar la intuición del azar que han desarrollado los estudiantes a partir de sus experiencias cotidianas (pregunta 1) donde se establecieron tres grupos: los que tiene más desarrollada la intuición; los que a veces parecen tener la intuición del azar pero luego se retractan, y los que definitivamente presentan intuiciones no adecuadas para llegar a las intuiciones secundarias a partir de la instrucción.
- La segunda categoría se observa a través de la pregunta 2, en relación con el uso de la probabilidad subjetiva, cuando han de tomar decisiones sin realizar ningún tipo de experimentación. Se ve inmersa la noción de probabilidad desde el enfoque subjetivo.
- La tercera categoría tiene el propósito de reconocer la importancia y uso que le dan los estudiantes a los datos recogidos durante un experimento, es decir verificar si acuden a la probabilidad frecuencial. (pregunta 3).
- La cuarta categoría se basa en el uso de la probabilidad clásica, ya que tiene como intención reconocer cuáles son las fórmulas o procesos algorítmicos que usan los estudiantes al enfrentarse con situaciones de cálculo de probabilidades (preguntas 4 y 5).

La prueba diagnóstico se aplicó a 20 estudiantes de quinto de primaria en edades de 9 a 11 años, el análisis de los resultados se realizó teniendo en cuenta las cuatro categorías mencionadas anteriormente. Con la pregunta 1 se logró establecer que en algunos casos los estudiantes no realizan argumentos claros de forma escrita, ya que con algunas respuestas no se puede determinar la idea que quiere comunicar. Por ejemplo *“Sí, porque con el agua y el jabón podemos eliminar más de la cantidad de las bacterias”* y *“25%, porque como son tantas entonces por eso”*. Por otro lado se puede decir que los estudiantes en algunos sucesos usan de manera adecuada su intuición al generar respuestas a

experimentos deterministas, como: “100%, porque todas son verdes” o preguntas como ¿Qué tan seguro es sacar un as en una baraja que tiene 52 cartas?: “No es tan probable porque hay muchas cartas y no es muy probable que la saque muy fácil”.

La segunda categoría pretende ver el uso que hacen los estudiantes de probabilidad subjetiva, analizada desde los resultados arrojados en la pregunta 2, análisis que se hace a partir de lo que propone (Batanero y Godino citados por Cañizares (1997)) sobre la probabilidad subjetiva, ya que la probabilidad es en mayor o en menor extensión, una expresión de la creencia o percepción personal. A partir de las respuestas dadas por los estudiantes se puede decir que la mayor parte de ellos argumentan a partir de razones que no tienen relación con el campo probabilístico, por ejemplo, al indagarlos por lo justo o injusto de un juego en donde está involucrado el azar, responden: “Sí, es un juego justo porque tienen la oportunidad”.

La pregunta 3 se analiza desde el enfoque frecuencial de la probabilidad, la cual se estima experimentalmente, y a partir de la frecuencia relativa de la cantidad de veces que apareció el suceso favorable en el total de repeticiones del experimento. A partir de las respuestas generadas por los estudiantes se pueden concluir que los estudiantes toman decisiones basados en la probabilidad subjetiva, sin usar los resultados del experimento.

Las preguntas 4 y 5 se formularon para analizarlas a partir del enfoque de la probabilidad clásica, esperando que los estudiantes las resolvieran usando la fórmula dada en el libro de texto que habían usado el año anterior, pero aquí ningún niño usó fórmulas, sus respuestas fueron de lo que pudieron observar en la ruleta, por ejemplo: “Cae en rojo porque es la más grande es la de mayor

probabilidad”, sin usar el algoritmo para hallar la probabilidad propuesto por el libro.

Teniendo en cuenta que los estudiante a los que se les aplicó la prueba, han trabajado con secciones de textos escolares, donde se abordan asuntos de probabilidad, se observa y concluye que las estrategias implementadas en algunos de éstos textos no logran desarrollar la intuición del azar, por lo que surge la siguiente pregunta ¿Cómo aportar al desarrollo de la intuición del azar de estudiantes de quinto de primaria, a partir de una secuencia de actividades basada en juegos de azar?

1.2. JUSTIFICACIÓN

Este trabajo se considera importante, ya que pretende abordar el razonamiento probabilístico a partir del desarrollo de la intuición del azar, asumiendo el azar como:

La ausencia de patrones o esquemas específicos en las repeticiones de eventos o sucesos, y otras veces con las situaciones en las que se ignora cuáles puedan ser esos patrones, si acaso existen, como es el caso de los estados del tiempo; de la ocurrencia de los terremotos, huracanes u otros fenómenos de la naturaleza; de los accidentes, fallas mecánicas, epidemias y enfermedades; de las elecciones por votación; de los resultados de dispositivos como los que se usan para extraer esferas numeradas para las loterías y de las técnicas para efectuar los lanzamientos de dados o monedas (MEN, 2006, p. 65)

Es necesario que se aporte en el desarrollo de la intuición del azar ya que un gran porcentaje de situaciones de la vida diaria lo involucran, por ejemplo en la ciencia,

la política, lo social, entre otros campos; iniciando dicho proceso de formación desde la básica primaria. Las intuiciones se comienzan a desarrollar ya sean de manera correcta o incorrecta antes de abordar estos temas en la escuela, y es desde ésta donde se le debe dar un manejo adecuado a partir de la instrucción, con el fin de desarrollar la capacidad de razonamiento probabilístico y la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. Es por esto que se pretende trabajar esta instrucción a partir del juego, ya que la población a la que está dirigida la propuesta se encuentra en edades entre 9 y 10 años, y desde la experiencia como docentes se ha podido observar que el juego con sentido es una herramienta útil para aportar en el proceso de enseñanza y aprendizaje en los niños, es por esto que los juegos azar es el instrumento didáctico a usar para el diseño y gestión de la secuencia de actividades.

1.3. OBJETIVOS

Los siguientes objetivos se generan con el fin de delimitar las expectativas del trabajo, teniendo en cuenta el marco de referencia y el uso de éste, tanto para la planeación de la secuencia de actividades como para el análisis de los resultados de la gestión de la misma.

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Aportar en el desarrollo de la intuición del azar en estudiantes de quinto de primaria, a partir de una secuencia de actividades basada en juegos de azar.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudiar referentes teóricos relacionados con el razonamiento probabilístico específicamente desde la intuición del azar.
- Conocer las características de la intuición del azar, presentadas en los estudiantes a los que se dirige la propuesta.
- Proponer una secuencia de actividades basada en juegos de azar, que sirva como herramienta para aportar al desarrollo de la intuición del azar de estudiantes de quinto de primaria a los que va dirigida la propuesta.
- Categorizar el desarrollo de la intuición del azar de los estudiantes a partir de los resultados de la gestión de la secuencia de actividades.
- Valorar la pertinencia de la secuencia de actividades en pro de aportar una propuesta metodológica para el desarrollo de la intuición del azar.

2. CAPÍTULO: MARCO DE REFERENCIA

El propósito del marco de referencia es aportar conceptualmente el sustento para la construcción de la secuencia de actividades, su implementación y la interpretación de los resultados de ésta. A lo largo de este capítulo se describen nociones respecto al razonamiento probabilístico propuestas por diferentes autores que han investigado sobre el tema; además se encuentra una introducción a lo que es la intuición del azar, sus niveles, características y procesos de desarrollo desde algunos puntos de vista, los cuales permiten una mayor comprensión del tema en el cual se hace énfasis a lo largo del trabajo. Posteriormente se encuentran referencias relacionadas con juegos de azar sus propiedades y características como un instrumento didáctico, en particular los juegos tradicionales (propios de la cultura) encontrados dentro del contexto de los estudiantes. Finalmente, se explica de manera formal los conceptos de la probabilidad que se usan en la secuencia de actividades.

2.1. LINEAMIENTOS CURRICULARES Y ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS

En los Lineamientos Curriculares (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se refieren a cinco tipos de pensamiento matemático uno de ellos es el pensamiento aleatorio y sistema de datos el cual es la base del presente trabajo de grado, estos documentos mencionan a este pensamiento como:

Este tipo de pensamiento, llamado también probabilístico, ayuda a tomar decisiones en situaciones de incertidumbre, de azar, de riesgo o de ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible

predecir con seguridad lo que va a pasar. El pensamiento aleatorio se apoya directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. (MEN, 2006, p. 64)

Desde esta perspectiva se puede inferir que el estudiante debe hacer predicciones sobre los diferentes resultados en experimentos aleatorios sencillos, luego obtengan datos empíricos y finalmente comparen las probabilidades experimentales con sus predicciones.

Después de estudiar esta normatividad y hacer el análisis respectivo en la prueba diagnóstico se decide desarrollar la secuencia de actividades en grado quinto debido a los resultados arrojados por dicha prueba y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) para grado cuarto y quinto donde se encuentra el siguiente estándar. Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos. Permitiendo así enlazar la normatividad vigente con las actividades diseñadas para abordar el razonamiento probabilístico a través de la intuición del azar.

2.2. EL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO

En el mundo actual con una cultura científica que reclama a gritos un conocimiento estadístico y un pensamiento probabilístico, es necesario que se aborde el desarrollo del razonamiento probabilístico dentro de la escuela, por lo que es importante que para el desarrollo del trabajo se comprenda de manera clara lo que se entiende por dicho razonamiento.

Según Fischbein (1975) el razonamiento probabilístico se puede caracterizar como la estructura donde se relacionan intuiciones primarias y secundarias, las cuales aportan herramientas para resolver situaciones (cotidianas o no) de carácter probabilístico y donde tiene presencia la incertidumbre. Para ello el ser humano recurre a una serie de procesos, como por ejemplo: ordenar, pensar y tomar decisiones, para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación y llegar a resultados matemáticos razonables, pero no necesariamente exactos y únicos, por lo que este tipo de razonamiento se apoya en la teoría de las probabilidades, para darle sentido a acontecimientos de la vida cotidiana mediante el cálculo de probabilidades de que ocurra o haya ocurrido un determinado acontecimiento, con el fin de llegar a predicciones adecuadas y basadas en información y no en intuiciones subjetivas.

Diferentes autores han estudiado este tipo de razonamiento, por lo que a continuación se exponen dos de las principales teorías desarrolladas. En primera instancia la teoría desarrollada por Piaget (1975) y Piaget e Inhelder (1975) postula que cuando un individuo afronta un problema matemático, lo intenta resolver mediante los conocimientos que ya posee, usando esquemas conceptuales existentes. Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para adaptarse a la situación, el conocimiento es construido activamente por el sujeto y no recibido pasivamente por este de parte del entorno. Piaget afirma que la experiencia, la actividad y el conocimiento previo son las bases que determinan el aprendizaje, esto también aplica al desarrollo del razonamiento probabilístico, pero en las etapas sensorio motora (0 a 2 años) y pre operacional (2 a 7 años) los niños no comprenden la naturaleza irreversible de la mezcla aleatoria y esto le impide una apreciación del azar; en operaciones concretas (7 a 11 años) el niño comienza a comprender la interacción de sucesos impredecibles, y la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios,

logrando que la etapa de las operaciones formales (11 a 15 años) el adolescente agrupe las relaciones según esquemas operacionales.

La otra teoría es la expuesta por Fischbein (1975) que plantea que para aportar al desarrollo del razonamiento probabilístico se transita por dos tipos de intuiciones: primarias y secundarias. Las intuiciones primarias son las que se han de generar a partir de la interacción del sujeto con el mundo, y las intuiciones secundarias que se generan a partir del proceso de instrucción, principalmente el impartido en la escuela. Cada una de estas intuiciones se encuentra caracterizada de diferente manera y se desarrollan a partir de diversos ámbitos en las siguientes facetas:

- Intuición del azar
- Intuición de la frecuencia relativa
- Estimación de probabilidades
- Operaciones combinatorias

Debido a la complejidad que se puede dar en las diversas relaciones emergentes entre cada una de las facetas y el paso de un tipo de intuición a otra, en este trabajo se propone trabajar en el desarrollo del razonamiento probabilístico a partir de la faceta de la intuición del azar, transitando de las intuiciones primarias que tengan los estudiantes a las intuiciones secundarias, a partir de procesos de instrucción, ateniendo la etapa de desarrollo en la que se encuentran los estudiantes según su edad, pre-operacional, sumado así la experiencia del alumno a la instrucción, para generar una modificación estructural cognitiva, en relación con la intuición del azar. Esta teoría desarrollada por Fischbein es la base del trabajo y la construcción de la propuesta.

2.3. INTUICIÓN DEL AZAR

La intuición la definen Fischbein y Gazit (1984) como una creencia cognitiva subjetiva, lo cual puede que coincida con afirmaciones científicas que ya han sido aceptadas por la comunidad, por ejemplo, en el lanzamiento de una moneda, las personas intuitivamente saben que hay tres sucesos posibles, el primero que caiga cara, el segundo que caiga sello y el último que caiga de canto, los dos primeros tienen la misma probabilidad de ocurrencia, los estudiantes llegan a ésta conclusión simplemente con las herramientas que le ha dado su experiencia de la vida cotidiana, sin la necesidad de realizar cálculos probabilísticos tales como $P \text{ cara} = \frac{1}{2} = 0,5$ y $P \text{ sello} = \frac{1}{2} = 0,5$, y sin tener claro o sin conocer el concepto de equiprobabilidad de un fenómeno aleatorio.

Para desarrollar la intuición del azar, se ha contado principalmente con dos posturas –al parecer contradictorias–, la de Piaget y la de Fischbein. Piaget (1975) afirma que esta intuición no aparece antes de los 7 años, ya que el niño no comprende aspectos como el principio de reversibilidad de un suceso aleatorio y la relación causa y efecto. Piaget en este caso hace la comparación del comportamiento del niño con el del hombre primitivo ya que para ellos los fenómenos aleatorios fueron atribuidos a seres superiores. Por otra parte Fischbein (1975) afirma que el niño antes de los 7 años, puede realizar una distinción entre el fenómeno aleatorio visto como la *no* certeza de lo que va a pasar y determinar cuándo *sí* se tiene la certeza de lo que va a ocurrir.

Las intuiciones las describe Fischbein (1975) como adquisiciones cognitivas que intervienen en las acciones prácticas y en el razonamiento, por medio de sus características de inmediatez, certeza intrínseca, globalidad, capacidad

extrapolatoria, perseverancia, estructurabilidad y auto-evidencia. A continuación se describen estas características:

- *Auto-evidencia*: Se basa en un comportamiento significativo y que no requiere de mayor explicación para el sujeto; por ejemplo, el hecho de que en un experimento aleatorio debe ocurrir alguno de los sucesos elementales es autoevidente y no necesita explicación; por ejemplo al lanzar una moneda, ha de caer cara o sello y no hay otra posibilidad (a menos que quede de canto, asunto que tradicionalmente es descartado en los libros donde exponen este tipo de experimento).
- *Certeza intrínseca*: Las intuiciones se aceptan como ciertas para el sujeto, puede ser a partir de su experiencia. Por ejemplo, en el juego de dados se tiene una certeza acerca de que al lanzar dos dados una de las posibles sumas de los dos resultados sea 7, la persona tiene el conocimiento de que existe una explicación teórica de que este evento tiene mayor probabilidad de ocurrencia pero no lo puede demostrar.
- *Perseverancia*: Dado que el sujeto ha interiorizado unas determinadas intuiciones, estas se arraigan y a pesar de que los eventos puedan ser variados y sustentados teóricamente, el sujeto insiste en conservar una determinada postura en relación con los posibles eventos de los experimentos. Por ejemplo en un juego de dados, después de obtener tres veces seguidas un par, el jugador afirma que en el cuarto lanzamiento va a obtener también un número par, a pesar de que en otras ocasiones de su experiencia este suceso no se ha dado.
- *Coercitividad*: El sujeto se comporta y toma decisiones teniendo en cuenta sus intuiciones, las cuales son tomadas como única alternativa a la hora de razonar, dejando de lado otras posibilidades. Por ejemplo, en las últimas 6 rondas de la ruleta ha salido el color rojo y por ende él asume que en la

siguiente ronda ha de salir nuevamente el rojo, dejando de lado la posibilidad del negro.

Las anteriores cuatro características hacen parte de las intuiciones primarias que tienen los sujetos, mientras que las siguientes corresponden a el nivel de las intuiciones secundarias.

- *Categoría teórica:* Se sabe de la existencia de una teoría que puede llegar a explicar los resultados de un experimento aleatorio, pero no se puede establecer específicamente un ejemplo que explique dicha afirmación teórica. Un ejemplo de ello es el juego de dados, en el que la persona sabe que la probabilidad de que al lanzar dos dados la suma de los números que aparece en las respectivas caras sea 7, es de $\frac{1}{6}$, pero no sabe específicamente mostrar esto a la luz de la teoría.
- *Capacidad extrapolatoria:* Se le da un sentido teórico a los resultados generados en la propiedad de la certeza, para que estos no se queden en simples conjeturas. Por ejemplo, para el juego del baloto, aunque es muy complicado explicitar por extensión el espacio muestral, es posible calcular el cardinal del mismo.
- *Globalidad:* Se establece una estructura para las intuiciones, de forma que en primer lugar se reconocen todos los elementos que se encuentran dentro de un experimento aleatorio, después se identifican los elementos que no son importantes para el análisis de dicha situación y se organiza el resto de información de manera clara. Así se llega a diagramas que le sirven al sujeto para organizar la información y establecer generalidades. Por ejemplo en el lanzamiento de una moneda los posibles eventos son cara y sello y no hay otra posibilidad pero en el experimento hay más variables que intervienen, como el clima, pero incluir el clima en el análisis no va a ser importante en la medida

que no va a permitir generar regularidades y no se va poder establecer una conjetura clara y concisa en relación con dicha variable.

- *Carácter implícito*: Son intuiciones que el sujeto ha interiorizado pero aunque están ahí no se ven, y los sujetos no son conscientes de ellas. Por ejemplo el uso de un diagrama de árbol en problemas de combinatoria para organizar la información y esta usarla para generar solución a diferentes tipos de situaciones de carácter probabilístico.

Para la construcción de la secuencia de actividades se tiene en cuenta la postura de Fischbein (1975) y las características propuestas por él.

2.4. JUEGOS DE AZAR

Para el desarrollo de esta propuesta se reconoce que existe una diferencia entre los objetos que se abordan en el pensamiento matemático y los que se abordan en el pensamiento aleatorio, pero se consideran las mismas características e importancia de los juegos en el desarrollo de cualquier tipo de pensamiento, por lo que a continuación se encuentran características del juego en una clase de matemática, y después se especifican estas para los juegos de azar.

En el desarrollo del trabajo se tiene en cuenta el juego como un dispositivo didáctico para la enseñanza de la matemática reconociendo que “los estímulos y motivaciones que infunde el espíritu del juego, hacen más agradable la acción matemática en la clase y pueden tener el efecto de volver apasionante la labor” (Vergel, Rocha y León, 2006, p.4).

En el juego como dispositivo didáctico se identifican cuatro dimensiones:

- *Dimensión matemática*: Se ve al juego y a la matemática como actividades culturales, pero la matemática ya está desarrollada, ya que en los juegos los sujetos se encargan de establecer reglas para el inicio, desarrollo y la

finalización del juego con el fin de generar placer, en cambio en la matemática a partir de repeticiones de un juego específico se buscan aspectos matemáticos que emergen en el desarrollo del juego.

- Dimensión cognitiva: Se considera importante que desde muy pequeño el sujeto se relaciona con diferentes tipos de juegos y esos permiten que desarrolle aspectos como la efectividad, la inteligencia, la motricidad y el uso de instrumentos, con el fin que el estudiante genere diferentes tipos de estrategias
- Dimensión comunicativa: Generada desde la necesidad del estudiante de construir y comunicar, el desarrollo del lenguaje a partir de la construcción de discursos que dentro del juego permiten narrar, explicar o argumentar.
- Dimensión sociomatemática: El desarrollo de las formas de interacción ya sean de una sola persona con el juego, o cuando éste requiere de más jugadores.

Los juegos de azar desde sus orígenes han tenido gran importancia en el desarrollo de la teoría de probabilidades, ya que su práctica es tan antigua como el hombre, se han encontrado inmersos diversas culturas. Los juegos de azar son también uno de los principales contextos en el que los niños tienen contacto con situaciones aleatorias, tomando conciencia de la impredecibilidad de los resultados y de la incertidumbre que caracteriza a determinados hechos. Piaget (1975) señala que al jugar, el niño desarrolla su inteligencia, y mediante el juego el niño puede llegar a asimilar realidades intelectuales que sin el juego, son externas a la inteligencia infantil. En investigaciones relacionadas con la forma en que los niños adquieren nociones probabilísticas, se encuentran resultados favorables al introducir éstas mediante actividades basadas en juegos de azar, ya que

favorecen su adquisición de la manera más natural: la intuitiva. Como referentes, se citan los trabajos de Fischbein (1975) y Piaget (1975), los cuales reportan resultados exitosos en la aplicación de juegos de azar para la comprensión de estos conceptos.

Guzmán relaciona al juego y la enseñanza de la matemática mediante el siguiente pensamiento:

El juego matemático bien escogido puede conducir al estudiante de cualquier nivel a la mejor atalaya de observación y aproximación inicial a cualquiera de los temas de estudio con los que se ha de enfrentar. Los beneficios de hacerlo así son innumerables: apertura, desbloqueo, motivación, interés, diversión, entusiasmo,... (Guzmán, 1989,p.64).

En este trabajo se utilizará el juego como un dispositivo didáctico para el desarrollo de la intuición del azar a partir de los procesos intelectuales y los afectivos, el intercambio de actitudes y puntos de vista, la participación activa y trabajo colectivo, para propiciar la creatividad y la imaginación de estudiantes de quinto de primaria.

2.5. LA PROBABILIDAD

La teoría de la probabilidad es la que se encarga de estudiar diferentes tipos de modelos matemáticos que tienen como finalidad encontrar un número real que represente la posibilidad que un evento (X) ocurra en la realización de un experimento aleatorio, esta se nombra como ($p(X)$). Desde una mirada frecuencial de la probabilidad, una forma de obtener esta medida es realizando muchas veces el experimento aleatorio y apoyarse en el cálculo de la frecuencia relativa, en este caso ($p_r(X)$).

El desarrollo de los diferentes tipos de modelos para el cálculo de probabilidad se ha encargado de omitir la necesidad de repetir el experimento para encontrar el número que representa la probabilidad de ocurrencia de uno de sus eventos, por ejemplo, Laplace establece que la probabilidad está dada por $p(X) = \frac{\text{Numero de casos favorable}}{\text{Numero de casos posibles}}$, desde una mirada clásica, ya que no se tiene establecido cuántas veces se tiene que repetir un experimento para llegar a que $p(X) = p_r(X)$ donde se tiene que $p(X)$: probabilidad clásica, y $p_r(X)$: Probabilidad frecuencial del evento X

Para el cálculo de la probabilidad se tienen en cuenta diferentes conceptos asociados, entre otros:

Experimento aleatorio: es una actividad en la cual no se puede establecer un resultado con total certeza, este se puede realizar de manera repetitiva y al aumentar el número de repeticiones se pueden generar algunos patrones desde los resultados y la frecuencia de ocurrencia de los mismos. Aunque se conozcan los posibles resultados (eventos) no se puede determinar cuál de ellos será el siguiente que se presente si se repite el experimento.

Espacio muestral: es el conjunto de todos los posibles eventos que pueden suceder dentro de la realización de un experimento aleatorio. Estos se dividen en dos clases, el espacio muestral discreto, que se genera cuando hay un cantidad de eventos numerables, por ejemplo en la extracción de una carta de una baraja; y el espacio muestral continuo el cual contiene eventos incontables, por ejemplo en un experimento químico para hallar el ph de diferentes elementos.

Evento: Es un subconjunto del espacio muestral. Se encuentran tres clases de eventos; el primero evento nulo es cuando la probabilidad de cualquier evento es cero, por ejemplo al sumar los resultados del lanzamiento de dos dados regulares la probabilidad de que la suma sea 13 es nula; el segundo son los eventos mutuamente excluyentes, esto es si uno de los eventos sucede el otro no puede ocurrir en el mismo momento, la intersección es vacía, por ejemplo al lanzar un dado si cae 2 no puede caer al mismo tiempo el 6; y finalmente los eventos independientes cuando la probabilidad de ocurrencia o no ocurrencia de un evento no tiene efecto sobre la probabilidad del otro, por ejemplo al sacar una carta de una baraja puede salir un 3 y al mismo tiempo que este sea de corazones.

Girón (2004) señala que en el año de 1933 Kolmogorov, vio necesario generar una mirada formal de la probabilidad, definiendo tres axiomas:

Axioma 1: La probabilidad de un evento que pertenece al espacio muestral esta entre cero y uno.

$$0 \leq p X \leq 1$$

Axioma 2: La probabilidad del espacio muestral o de la suma de las probabilidades de todos los eventos es uno.

$$p \text{ Espacio muestral} = 1$$

Axioma 3: Si hay dos eventos que sean mutuamente excluyentes, quiere decir que si sucede uno el otro no puede suceder, entonces la probabilidad de la unión de los dos eventos es igual a la probabilidad del evento uno más la probabilidad del evento dos.

$$p(X_1 \cup X_2) = p(X_1) + p(X_2)$$

Los anteriores conceptos relacionados con el cálculo de la probabilidad, son utilizados de forma explícita en la secuencia de actividades propuestas para desarrollar la intuición del azar.

3. CAPITULO: METODOLOGÍA

Esta sección se divide en dos partes, una referida a la metodología que se tuvo en cuenta a lo largo de todo el proceso de indagación, y la otra relacionada con las acciones propias llevadas a cabo en el aula de clase, la cual refiere la metodología para la instrucción.

3.1. METODOLOGÍA DE INDAGACIÓN

Se consideran las siguientes fases para el desarrollo de la indagación.

Fase 1. Indagación y construcción del marco de referencia.

Se revisó la propuesta bibliográfica y se identifican las teorías que contribuyen a caracterizar el razonamiento probabilístico específicamente desde la intuición del azar a partir de los juegos de azar, estableciendo de manera formal conceptos probabilísticos inmersos en la secuencia de actividades.

Fase 2. Caracterización del problema a abordar.

A partir de una breve revisión de libros de texto trabajados por estudiantes y docentes en formación, un breve estudio del currículo declarado en diferentes instituciones educativas y charlas con docentes en ejercicio, se identifican y caracterizan los procesos de desarrollo de la intuición del azar con estudiantes de quinto de primaria.

Fase 3. Diseño y aplicación de una prueba diagnóstica.

Después de la fase anterior se diseña y aplica una prueba con preguntas y actividades tomadas de los libros de texto revisados, y posteriormente se hace un

análisis de los resultados, con el fin de encontrar un punto de partida para la construcción de la secuencia de actividades.

Fase 4. Diseño de la secuencia de actividades.

Búsqueda, elección y adaptación de juegos de azar tradicionales, entendidos como los arraigados a la cultura, y que todas las generaciones los han practicado, ya que estos permiten el desarrollo de la intuición del azar en los estudiantes de quinto de primaria, teniendo en cuenta los tipos de intuiciones. En este diseño se delinean los momentos en los que se estructura cada actividad, constituidas a partir de tres etapas, la primera de ellas el acercamiento a los juegos, una segunda de experimentación con repeticiones y finalmente la formalización de los conceptos probabilísticos que están inmersos en los juegos.

Fase 5. Aplicación de la secuencia de actividades.

Interacción en el aula y gestión de las dos sesiones de clase, cada una de hora media.

Fase 6. Recolección de la información.

Uso de diferentes métodos de recolección de información como, grabaciones con el fin de capturar las expresiones y afirmaciones intuitivas de los estudiantes durante un solo acercamiento a cada uno de los juegos y un cuestionario que se entrega antes de haber realizado este primer acercamiento.

Fase 7. Análisis de los resultados de la secuencia de actividades.

Establecer y construir categorías de análisis las cuales permitan organizar los resultados obtenidos en la secuencia de actividades y a partir de ellas generar conclusiones sobre los desarrollos en relación con la intuición del azar.

Fase 8. Evaluación de la secuencia de actividades.



Evaluar la secuencia de actividades con el fin de reconocer si ésta aportó al desarrollo de la intuición del azar y en qué niveles.

3.2. METODOLOGÍA PARA LA INSTRUCCIÓN

A partir de los resultados de la prueba diagnóstica (Anexo A) y la pregunta planteada en la identificación del problema: ¿Cómo aportar al desarrollo de la intuición del azar de estudiantes de quinto de primaria, a partir de una secuencia de actividades basada en juegos de azar?, se presenta una secuencia de actividades, que se desarrolla en dos sesiones, cuya finalidad es cumplir con los objetivos establecidos en este trabajo. Así se plantean dos juegos de azar, donde cada uno se desarrolla a partir de tres etapas. En la primera se realiza un acercamiento al juego de azar, buscando que se expliciten las intuiciones primarias de los estudiantes; la segunda etapa se efectúa a partir de un proceso de experimentación, en el cual los estudiantes realizan varias repeticiones del juego, buscando que reafirmen o cambien las intuiciones primarias expuestas en la anterior etapa; y por último, en la tercera etapa se formalizan algunos conceptos probabilísticos que intervienen en cada uno de los juegos, con el propósito de transitar de las intuiciones primarias a las secundarias.

A continuación se describe la secuencia de actividades, sus respectivas sesiones y el tiempo dedicado a cada una de ellas. De tal manera que por cada sesión se encuentra cada una de las etapas y dentro de estas se hallan los momentos, sus tiempos y propósitos; posteriormente se enuncian cada una de las intuiciones primarias y secundarias, los desempeños que se proponen y las preguntas con las que se espera alcanzar dichos propósitos.

Tabla 1. Sesión # 1 juego piedra, papel o tijera.

SESIÓN #1: JUEGO PIEDRA, PAPEL O TIJERA	
<p>Esta sesión, prevista para desarrollarse a lo largo de 150 minutos en dos bloques uno de 60 minutos y otro de 90 minutos cada uno, aborda inicialmente la noción de experimentos aleatorios para que el niño tome conciencia de los posibles resultados de los mismos y la necesidad de hacer cálculos de probabilidad de eventos simples, a través de tres etapas: reconocimiento del juego, exploración y formalización.</p>	 <p>Figura 1. Piedra, papel o tijera</p>
PRIMERA ETAPA: Reconocimiento del juego	
<p>En esta etapa se da el reconocimiento del juego en la cual se procura que el niño haga un acercamiento a éste y a su vez reconozca las reglas, instrucciones y los posibles resultados, intentando caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes presentan al participar en el juego de azar, describiéndolas a través de los respectivos desempeños.</p>	
PROPÓSITOS	MOMENTO(S)
<p>Generar ambiente de trabajo a través de la organización por grupos de estudiantes.</p>	<p>Presentación: (10 minutos) Se hace una presentación de las docentes en formación que llevan a cabo la actividad. Luego se forman grupos de dos estudiantes cada uno, para distribuir uniformemente a los estudiantes que participan en la actividad, los cuales se ubican en el salón de clase con espacio suficiente entre cada grupo.</p>
<p>Reconocer a partir de una explicación las instrucciones y reglas del juego.</p>	<p>Reglas e instrucciones: (5 minutos) Las docentes en formación explican de manera rápida cada una de las instrucciones y reglas de juego, ya que se espera que este sea un juego con el que los estudiantes están familiarizados.</p> <div style="text-align: center;">  <p>Figura 2. Instrucciones piedra, papel o tijera</p> </div> <p><i>Instrucciones</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Los dos jugadores que van a jugar a "piedra, papel, tijera" se sitúan uno frente al otro, con las manos en la espalda. • Cuentan juntos hasta tres y extienden la mano en alguna de las tres figuras que se presentan en la imagen. <p><i>Reglas del juego:</i> El objetivo es vencer al oponente seleccionando la posición que gana a la que ha elegido el otro jugador, siguiendo estas reglas: la piedra aplasta o rompe la tijera (gana la piedra); la tijera corta el papel (gana la tijera); el papel envuelve la piedra (gana el papel).</p>
<p>Reconocer si los estudiantes identifican y tienen claras las reglas del juego.</p>	<p>Reconocimiento. (10 minutos) Entregar la Actividad 1. Piedra, papel o tijera (Anexo B) para que los estudiantes contesten individualmente, antes de participar en el juego.</p>

<p>Identificar afirmaciones en relación con las intuiciones primarias que los estudiantes presentan a la hora de jugar con el fin de identificar las características de las intuiciones primarias de los estudiantes.</p>	<p>Reacciones durante el juego. (5 minutos) Se inicia el juego. En cada uno de los grupos se realizan dos partidas en las cuales se observa por parte de las docentes en formación las reacciones y el lenguaje que usan los estudiantes ante el juego. Reacciones como expresiones que tienen al ganar, al perder o al empatar, o el patrón que siguen los niños al realizar las figuras (piedra, papel o tijera).</p>
---	--

SEGUNDA ETAPA: Exploración del juego

En esta etapa, que corresponde a la exploración, se espera que el niño haga una indagación acerca de las posibilidades que tiene un jugador de ganar, perder o empatar. Se le entrega a cada uno de los estudiantes la Actividad 2. Piedra, papel o tijera (Anexo C), formato que deben completar de manera individual (30 minutos). Las preguntas planteadas para esta actividad se explican a continuación con el respectivo desempeño en el que se identifican algunos elementos de la probabilidad y se espera que el estudiante exteriorice características de las intuiciones primarias.

PROPÓSITO	CARACTERÍSTICAS DE LAS INTUICIONES PRIMARIAS SOBRE EL AZAR	DESEMPEÑO(S)
<p>Caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes presentan al participar en juegos de azar.</p>	<p>Auto evidencia</p>	<p>El estudiante reconoce y comunica alguno(s) o todos (espacio muestral) los sucesos presentes en juegos de azar. (Pregunta 1)</p>
	<p>Certeza intrínseca</p>	<p>El estudiante identifica y organiza los posibles resultados (evento) con el fin de generar conjeturas en relación con la ocurrencia de eventos relacionados con juegos de azar, asumiendo sus argumentos como válidos sin fundamentarse en elementos teóricos. (Preguntas 2 a 5)</p>
	<p>Perseverancia</p>	<p>El estudiante se arraiga a la ocurrencia de un evento (evento simple) o a uno de los elementos del evento (evento excluyente) a partir de sus creencias a priori en relación con los juegos de azar. (Preguntas 6 a 8)</p>
	<p>Coercitividad</p>	<p>El estudiante se arraiga a la ocurrencia de un evento (evento simple) o a uno de los elementos del evento (evento excluyente) a pesar de los resultados de su experiencia y de los experimentos. (Preguntas 9 a 11)</p>

TERCERA ETAPA. Formalización del conocimiento

En esta etapa se pretende transitar de las intuiciones primarias a las secundarias a partir de interpretaciones de conceptos que involucran el azar y la probabilidad. Para cumplir con esta actividad a continuación se describe los momentos con sus respectivos tiempos y los propósitos que se quieren desarrollar.

Actividad 3. **(60 minutos)**. Instrucción sobre azar y probabilidad (Anexo D). Esta actividad aborda el tema azar y probabilidad y su aplicación en la vida cotidiana. Se espera promover la relación entre estos dos términos, con el objetivo de iniciar el proceso de modificar las intuiciones primarias erróneas presentes en los estudiantes, a partir de situaciones inmersas en juegos de azar, a través de la formalización de conceptos como: probabilidad clásica, eventos, espacio muestral, para lo cual se usaran materiales como monedas, dados, tablero, cuestionario, video, televisor.

PROPÓSITO(S)	MOMENTO(S)
Organizar a los estudiantes para proyectar un video.	Organización: (5 minutos) Se organizan los estudiantes para ver un video.
Contextualización sobre el azar y la probabilidad.	Visualización:(15 minutos) Se inicia la actividad visualizando el video titulado el azar en las matemáticas- probabilidades (https://www.youtube.com/watch?v=PmjKP4Y7Nv0 , posteriormente las docentes en formación hacen preguntas tales como ¿Qué entiendes sobre el azar? ¿En qué espacios de la vida diaria encontramos el azar? Explicando ¿qué es un suceso? y ¿cuándo un suceso es posible, imposible y seguro?
Identificar si el estudiante reconoce cuando un evento es seguro, posible e imposible. Identificar si el estudiante reconoce el azar en la vida cotidiana.	Eventos posibles, imposibles y seguros: (15 minutos) Se le hace entrega de la Actividad 3. Instrucción sobre azar y probabilidad (Anexo D), para que conteste de manera individual.
Reconocer el espacio muestrales en un experimento aleatorio.	Espacio muestral de un experimento aleatorio:(10 minutos) Se darán ejemplos que permitan llevar al estudiante a construir la noción de probabilidad desde el enfoque clásico. Se les explica a los estudiantes que una moneda tiene dos partes, las cuales se les conoce culturalmente como cara y sello. Posteriormente se le pedirá a uno de los estudiantes que pase al frente a lanzar la moneda al aire y observe en cuál figura cae. Se realiza a todos los estudiantes las siguientes preguntas: <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿En qué figuras o figuras puede caer la moneda después del lanzamiento? 2. ¿Cuántos posible resultados encuentras al lanzar la moneda una sola vez? A partir de las respuestas de los estudiantes, las docentes en formación explican que todos los posibles resultados del lanzamiento de la moneda es lo que se va a llamar ESPACIO MUESTRAL. Entendido como el conjunto de todos los posibles resultados en un experimento, dando como ejemplo el lanzamiento de un dado, ya que en sus caras puede caer son en el 1,2,3,4,5, y 6 por lo tanto ESPACIO MUESTRAL={1,2,3,4,5,6} Las docentes en formación pedirán a los estudiantes que escriban en una hoja el espacio muestral del experimento del lanzamiento de una moneda.
Identificar eventos en espacios muestrales	Eventos de un experimento aleatorio: (10 minutos) Se le entrega a cada uno de los estudiantes un dado regular de 6 caras, indicándoles que lo lancen 10 veces. Se les pide que construyan el espacio muestral para dicho experimento. Las docentes en formación explican que a cada uno de los subconjuntos del espacio muestral se le llama EVENTO, y las tablas de los puntos 3 y 4 (Anexo D) escriban los eventos correspondientes al lanzamiento de la moneda, al lanzamiento del dado y al lanzamiento de dos dados.

<p>Hallar probabilidades clásicas de un evento.</p>	<p>Probabilidad de un evento: (10 minutos) Las docentes en formación expondrán de forma general el principio de probabilidad clásica, como la medida de la posibilidad de ocurrencia de un evento y que esta se representa con un número.</p> $\text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{Numero de casos favorables}}{\text{Numero de casos posibles}}$ <p>Teniendo en cuenta esta fórmula las docentes en formación usaran el experimento del lanzamiento del dado y la anterior tabla para realizar el ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad de que en el lanzamiento del dado caiga el número 5, en el 3, en el 3 o el 5?</p> $\text{Probabilidad de que caiga en el numero 5} = \frac{1}{6}$ $\text{Probabilidad de que caiga en el numero 3} = \frac{1}{6}$ $\text{Probabilidad de que caiga en alguno de los numeros 5 o 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ <p>¿Cuál es la probabilidad que caiga en un número par? ¿Cuál es la probabilidad que caiga en el número 6? ¿Cuál es la probabilidad que caiga en un número impar?</p>	
<p>Actividad 4. Piedra, papel o tijera. (30 minutos) Se solicita que cada estudiante desarrolle individualmente la Actividad 4. Piedra, papel o tijera. (Anexo E). A continuación se describe los propósitos y los desempeños. Además se desea verificar si los estudiantes después de la instrucción pueden modificar las intuiciones primarias hacia las secundarias y transitar por cada una de estas intuiciones.</p>		
<p>PROPÓSITO(S)</p>	<p>INTUICIONES SECUNDARIAS A TRABAJAR</p>	<p>DESEMPEÑO(S)</p>
<p>Modificar las intuiciones primarias erróneas presentes en los estudiantes, generando situaciones a partir de juegos de azar.</p>	<p>Modificar las intuiciones de <i>Perseverancia</i> y <i>Coercitividad</i></p>	<p>El estudiante identifica los eventos (<i>eventos simples</i>) que se encuentran en juegos de azar reconociendo que en algunos existen diversas posibilidades para ganar, (<i>espacio muestral</i>) modificando su intuición primaria en cuanto las características de perseverancia y coercitividad. (Preguntas 1 a 3)</p>
<p>Transitar de las intuiciones primarias desde la auto evidencia y la certeza intrínseca a las secundarias a través de la categoría teórica</p>	<p>De auto evidencia y certeza intrínseca a Categoría teórica</p>	<p>El estudiante realiza conjeturas acerca de la probabilidad de un evento a partir de ejemplos particulares, que evidencia en los juego de azar. (Pregunta 4 a 7)</p>
<p>Transitar de la categoría teórica a la capacidad extrapolatoria para emitir conjeturas generales.</p>	<p>De <i>categoría teórica</i> a <i>capacidad extrapolatoria</i>.</p>	<p>El estudiante conjetura, desde casos particulares, acerca de los eventos presentes en el juego de azar. (Pregunta 8)</p>
<p>Pasar de conjeturas presentadas en la capacidad</p>	<p>De Capacidad extrapolatoria a globalidad.</p>	<p>El estudiante organiza los diferentes eventos, identificando los <i>eventos favorables</i> y los <i>eventos posibles</i> y se aproxima a la <i>probabilidad de</i></p>

extrapolatoria a organizar la información y consolidarla de manera más universal		ocurrencia de un evento.(Pregunta 9)
	De globalidad a carácter implícito	El estudiante usa la probabilidad clásica para hallar la probabilidad de ocurrencia de eventos relacionados con el juego de azar. (Preguntas 10 a 12).

Tabla 2. Sesión # 2 juego Boli-Color.


SESIÓN #2: BOLI – COLOR	
<p>Esta sesión aborda el tema de probabilidad de eventos mutuamente excluyentes, a partir del desarrollo de las intuiciones primarias y secundarias, usando el juego “Boli-Color”, el cual se compone de una canica y una mesa en la que se encuentran cuadros de color azul, verde, amarillo, rojo y blanco. Esta sesión se espera desarrollar en dos bloques, cada uno de 60 minutos, en el salón de clase, a partir de tres etapas: reconocimiento del juego, exploración y formalización.</p>	
PRIMERA ETAPA: Reconocimiento del juego	
<p>En esta etapa se da el reconocimiento del juego, en la cual se procura que el niño haga un acercamiento a éste y a su vez reconozca las reglas, instrucciones y los posibles resultados, intentando caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes presentan al participar en el juego de azar, describiéndolas a través de los respectivos desempeños.</p>	
PROPÓSITOS	MOMENTO(S)
<p>Generar ambiente de trabajo a través de la organización de los grupos.</p>	<p>Presentación: (10 minutos) Las docentes en formación forman tres grupos, cada grupo se va a ubicar en una parte específica del salón de clase, de tal forma que todos queden distribuidos con espacio suficiente para el desarrollo del juego.</p>
<p>Reconocer instrucciones y reglas del juego.</p>	<p>Reglas e instrucciones: (10 minutos) Las docentes en formación explican a los estudiantes las reglas del juego Boli-Color: consiste en conseguir el puntaje más alto. Cada jugador tiene cinco lanzamientos, alternados entre jugador y jugador los cuales deben ser realizados a 1 metro de la mesa donde está la tabla Boli-Color. Cada uno de los participantes lanza la canica y dependiendo en el espacio que caiga esta, se anota el puntaje correspondiente y al finalizar se realiza la suma total de los puntajes por jugador según sus cinco lanzamientos. Los puntos se contabilizan así:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caer en los espacios en blanco 0 puntos. • Caer en los espacios azules: 2 puntos. • Caer en los espacios verdes son 4 puntos. • Caer en los espacios amarillos son 6 puntos. • Caer en el espacio rojo son 8.

Figura 3. Juego Boli-Color

Reconocer si los estudiantes identifican y tienen claras las reglas del juego.	Reconocimiento. (15 minutos) Entregar la Actividad 1. Boli - Color (Anexo F) a cada estudiante, para que conteste todas las preguntas de manera individual. Esto lo deben hacer antes de iniciar el juego.	
Identificar reacciones y el uso de lenguaje que los estudiantes presentan a la hora de jugar con el fin de identificar las características de las intuiciones primarias de los estudiantes.	Reacciones durante el juego. (10 minutos) Se inicia el juego por parte de los estudiantes. Se llevará a cabo solamente una partida del juego, es decir los cinco lanzamientos a los que tiene derecho cada jugador. Se observa por parte de las docentes en formación las reacciones y el lenguaje que usan los estudiantes durante la realización del juego.	
PROPÓSITO	CARACTERÍSTICAS DE LAS INTUICIONES PRIMARIAS SOBRE EL AZAR	DESEMPEÑO(S)
Caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes presentan al participar en juegos de azar.	Auto evidencia	El estudiante reconoce y comunica alguno(s) o todos (espacio muestral) los eventos presentes en juegos de azar. (Preguntas 1 a 5)
	Certeza intrínseca	El estudiante identifica y organiza los posibles resultados (eventos) con el fin de generar conjeturas (medida de probabilidad) en relación con la ocurrencia de eventos relacionados con juegos de azar, asumiendo sus argumentos como válidos sin fundamentarse en elementos teóricos. (Preguntas 6 a 8)
SEGUNDA ETAPA: Exploración del juego		
En esta etapa se espera que el niño haga una indagación acerca de las posibilidades que tiene un jugador de ganar, perder o empatar.		
Actividad 2. Boli-Color (Anexo G): (15 minutos): Se hace entrega del formato que deben completar al mismo tiempo que repiten el juego cinco veces, registrando los resultados individualmente en las tablas que allí se encuentra, y dando respuesta a las preguntas; esto con el fin de identificar las otras características de las intuiciones primarias las cuales son descritas a través de los respectivos desempeños presentados.		
PROPÓSITO	CARACTERÍSTICAS DE LAS INTUICIONES PRIMARIAS SOBRE EL AZAR	DESEMPEÑO(S)
Caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes presentan al participar en juegos de azar.	Perseverancia	El estudiante se arraiga a la ocurrencia de un evento (evento simple) o a uno de los elementos del evento (evento independiente) a partir de sus creencias a priori en relación con los juegos de azar. (Preguntas 1 y 2)
	Coercitividad	El estudiante se arraiga a la ocurrencia de un evento (evento simple) o a uno de los elementos del evento (evento independiente) a pesar de los

		resultados de su experiencia y de los experimentos. (Preguntas 3 a 5)
TERCERA ETAPA. Formalización del conocimiento		
<p>(15 minutos): En esta etapa se desarrolla la instrucción en el aula por parte de las docentes en formación con el fin de verificar si los estudiantes después de la instrucción han modificado sus intuiciones primarias para llegar a las secundarias, transitando por las características de cada una de ellas. Para el desarrollo de esta etapa se cuenta con cuatro momentos los cuales se explican a continuación, teniendo en cuenta sus propósitos y desempeños.</p>		
<p>Momento 1 (10 minutos): Actividad 3. Boli – Color (Anexo H): Se entrega con el fin apoyar el tránsito de las intuiciones primarias a las secundarias, a partir de interpretaciones de conceptos que involucra el azar y la probabilidad, como eventos, espacio muestral y probabilidad de un evento.</p>		
PROPÓSITO	CARACTERÍSTICAS DE LAS INTUICIONES PRIMARIAS SOBRE EL AZAR	DESEMPEÑO(S)
Modificar las intuiciones primarias erróneas presentes en los estudiantes, generando situaciones a partir de juegos de azar	<i>Modificar Perseverancia y Coercitividad</i>	El estudiante identifica los eventos (eventos simples) que se encuentran en juegos de azar reconociendo que en algunos existen diversas posibilidades para ganar, (espacio muestral) modificando su intuición primaria en cuanto las características de perseverancia y coercitividad.(Pregunta 1)
Transitar de las intuiciones primarias desde la auto evidencia y la certeza intrínseca a las secundarias a través de la categoría teórica	De auto evidencia y certeza intrínseca a Categoría teórica	El estudiante realiza conjeturas acerca de la probabilidad de un evento (probabilidad de un evento) a partir de ejemplos particulares, que evidencia en juegos de azar.(Pregunta 1)
Transitar de la categoría teórica a la capacidad extrapolatoria para emitir conjeturas generales	De <i>categoría teórica</i> a <i>capacidad extrapolatoria</i>	El estudiante conjetura, desde casos particulares, acerca de la probabilidad de ocurrencia de eventos , con juegos de azar. (Pregunta 1)
Pasar de conjeturas presentadas en la capacidad extrapolatoria a organizar la información y consolidarla de manera más universal	De capacidad extrapolatoria a globalidad	El estudiante organiza los diferentes eventos, identificando los eventos favorables y los eventos posibles y se aproxima a la probabilidad de ocurrencia de un evento .(Pregunta 1)

Momento 2 (20 minutos):

Socialización de las respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta 1, con el fin de recordar conceptos vistos en la sesión 1 durante la etapa de formalización, en lo relacionado con suceso seguro, posible e imposible, reconocimiento de espacios muestrales e identificación de eventos en espacios muestrales; realizando preguntas como: ¿cuáles son los eventos aleatorio en el juego Boli-Color?, ¿cuál es el espacio muestral del juego?, ¿cuál es la probabilidad que la bola caiga en el agujero negro?, ¿cuál es la probabilidad que la bola caiga en blanco, azul, verde, amarillo o rojo?.

Momento 3 (15 minutos):

Se le pide a cada estudiante que desarrolle individualmente las preguntas de la 2 a la 7 de la Actividad 3. Boli-Color (Anexo H), a continuación se describe los propósitos que se esperan alcanzar con dichas preguntas y los desempeños que se evidenciarían en los estudiantes.

PROPÓSITO(S)	INTUICIONES SECUNDARIAS A TRABAJAR	DESEMPEÑO(S)
Pasar de conjeturas presentadas en la capacidad extrapolatoria a organizar la información y consolidarla de manera más universal.	De globalidad a carácter implícito	El estudiante usa la probabilidad clásica para hallar la probabilidad de ocurrencia de eventos relacionados con el juego de azar.(Preguntas 2 a 7)

Momento 4: socialización de las preguntas 2 a 7, formalizando de forma explícita la forma de hallar la probabilidad de un evento desde el enfoque clásico.

4. CAPITULO: ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1. DESCRIPCIÓN GESTIÓN DE LA SECUENCIA

La secuencia de actividades se experimentó con un grupo 18 niños de grado quinto del Colegio Liceo Carrión en edades entre los 9 y 11 años. Esta institución educativa es de carácter privado de orientación básica primaria ubicada en el barrio París Gaitán de la localidad de Engativá. De manera general este grupo de estudiantes sienten mucho interés por las matemáticas, reconocen la importancia que estas tiene en la vida cotidiana y se sienten motivados al realizar actividades basadas en juegos de azar y en las cuales ellos sean los principales participes de su conocimiento.

La primera sesión de la secuencia de actividades se basó en el juego Piedra, Papel o Tijera. Esta se divido en dos bloques, uno de 60 minutos que se realizó el día 15 de Abril del 2015 en el cual se desarrollaron dos etapas, en primer lugar el reconocimiento del juego en el que se trabajó la Actividad 1. Piedra, papel o tijera (Anexo B) esta se lleva a cabo de forma adecuada y en los tiempos indicados en la planeación, ya que los estudiantes conocían las reglas del juego con anterioridad debido a que éste hace parte de su cotidianidad; en segundo lugar se realizó la etapa de exploración del juego en la que se entregó a cada uno de los estudiantes la Actividad 2. Piedra, papel o tijera (Anexo C) la cual se planeó para realizarla en un tiempo de 30 minutos, pero a la hora de la gestión los estudiantes la terminaron en 20 minutos porque tenían conocimiento del juego y esto les permito responder a las preguntas de forma rápida. El segundo bloque de 90 minutos, el cual se realizó el 17 de Abril del 2015, desarrollando la etapa de formalización a partir de la Actividad 3. Instrucción azar y probabilidad (Anexo D) planeada para realizar durante un tiempo de 60 minutos, pero la gestión se realizó en 90 minutos, debido a tres principales razones. La primera en el momento de

visualización del video se presenta un inconveniente de tipo logístico por el préstamo del Video Beam y en el momento de realizar la conexión con el computador, la segunda después de la proyección del video los estudiantes realizaron preguntas diferentes a las contempladas dentro de la planeación, por ejemplo “si mi abuela realiza el baloto todos los días, ¿por qué nunca se lo ha ganado?”, y la tercera razón en el momento de eventos posibles, imposibles o seguros, ya que la pregunta en el cuestionario la pregunta es ambigua por ejemplo en el suceso presentado “mañana jugare con mis amigos”, ellos afirmaba a partir de su experiencia que podía ser imposible si uno no tenía amigos, posible dependiendo si sus padres le daban permiso y seguro si sale al parque con sus amigos todos los días. Finalmente para terminar la primera sesión se solicita al colegio 30 minutos más para poder de desarrollar la Actividad 4. Piedra, papel o tijera (Anexo E), la cual se realiza el día 20 de abril del 2015.

La segunda sesión se basó en el juego Boli-Color, esta se dividió en dos bloques cada uno de 60 minutos. El primer bloque se realizó el 18 de Mayo del 2015 en el cual se desarrollaron dos etapas, la primera el reconocimiento del juego en la que se entrega la Actividad 1. Boli-Color (Anexo F) la que respondieron en los 15 minutos establecidos en la planeación, y la segunda etapa de exploración del juego en la que los estudiantes deben completar al mismo tiempo que juegan, esta se planeó para un tiempo de 15 minutos, pero debido a que los estudiantes no conocían el juego pidieron a las docentes poder seguir jugando, y después de esto realizar la Actividad 2. Boli-Color (Anexo G) y en este proceso los estudiantes ocuparon 30 minutos más de lo establecido en la planeación. El segundo bloque se generó el trabajo a partir de la tercera etapa de formalización la cual se realizó el 20 de Mayo del 2015 a partir de la Actividad 3. Boli-Color (Anexo H), prevista para trabajar a lo largo de 60 minutos, en el desarrollo de la actividad en el momento 2 de socialización, los estudiantes recordaron con facilidad los

conceptos vistos en la instrucción realizada en la primera sesión en la tercera etapa de formalización y por esta razón la actividad duro 10 minutos, y finalmente el tiempo invertido total del desarrollo de esta etapa fue de 50 minutos.

4.2. ANÁLISIS PRIMERA SESIÓN

A continuación se presenta el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes con respecto a los propósitos e indicadores generados en las etapas de cada una de las dos sesiones descritas en el capítulo anterior. El análisis se realizara usando como herramientas las repuestas de los estudiantes tanto en pruebas escritas como en grabaciones de voz, comparándolas con los propósitos y/o desempeños establecidos para cada momento.

Tabla 3. Análisis sesión # 1 juego piedra, papel o tijera.

PROPÓSITO	ANÁLISIS
Reconocer a partir de una explicación las instrucciones y reglas del juego.	<ul style="list-style-type: none"> • 16 de los estudiantes mostraron que no tienen ningún problema en reconocer las reglas ni las instrucciones del juego, y que tienen conocimiento de cómo jugar. Un ejemplo de esto se encuentra en la (Figura 4). • Uno de los 16 estudiante, el estudiante B en sus respuestas comienzan a presentar algunas intuiciones con respecto a la identificación de los eventos y la construcción del espacio muestral. (Figura 5), y en el (Dialogo 1) continua presentando algunos eventos presentes en el juego. • Dos estudiantes no reconocen las reglas del juego. Un ejemplo de estos se encuentra en la (Figura 6)
Identificar afirmaciones con relación a las intuiciones primarias que los estudiantes presentan a la hora de jugar con el fin de identificar las características de las intuiciones primarias de los estudiantes.	<p>15 de los 20 estudiantes que participaron en la actividad mantenían diálogos o emitían expresiones, por medio de las cuales evidenciaban características de las intuiciones primarias.</p> <p>Las características de la auto-evidencia y la certeza intrínseca las presentaron al nombrar algunos eventos que se encuentra presentes en el juego, en (Diálogo 1) se puede evidenciar un ejemplo de esto y al realizar conjeturas generales sin necesidad de tener un conocimiento teórico en el (Diálogo 2).</p> <p>Las características de perseverancia y coercitividad, ya que algunos estudiantes se arraigan a la ocurrencia de un evento, ya sea por creencias culturales (Diálogo 3) o después de una racha, seguir creyendo que va a seguir ocurriendo el mismo evento (Diálogo 4).</p>
Caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes	<p>CARACTERÍSTICA AUTO-EVIDENCIA</p> <ul style="list-style-type: none"> • 12 estudiantes, confundieron los sucesos presentes en el juego de azar con los elementos que componen dichos eventos, dentro de

<p>presentan al participar en juegos de azar.</p>	<p>estos estudiantes se encuentra el estudiante F.</p> <ul style="list-style-type: none"> • (Figura 7), que por ejemplo en vez de identificar el suceso (piedra - tijera) identificaron por separado los elementos piedra y tijera. • 6 estudiantes, reconocieron algunos eventos que se encuentran dentro del espacio muestral. (Figura 8) el estudiante B que continua generando más subconjuntos del espacio muestral. <p>CARACTERÍSTICA CERTEZA INTRINSECA</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 estudiantes, nombran algunos de los eventos presentes dentro del juego, y generan conjeturas sin ningún fundamento teórico, el estudiante B, a partir de los eventos expuestos en la anterior categoría, llega a algunas conjeturas con respecto a estos eventos un ejemplo de estos se encuentra en la (Figura 9) • 12 estudiantes, no son explícitos al nombrar los eventos que se encuentran en el juego, pero si generan conjeturas con respecto al juego sin tener ningún fundamento teórico. Por ejemplo la respuesta que se encuentra en la (Figura 10) • 3 estudiantes no respondieron las preguntas presentadas <p>CARACTERÍSTICA PERSEVERANCIA</p> <ul style="list-style-type: none"> • 15 estudiantes se ubican en la característica de la perseverancia, incluyendo al estudiante F ya que se arraiga a alguno de los elementos que hacen parte de los eventos que se encuentran en el juego, por ejemplo la respuesta del estudiante que se encuentra en la (Figura 11). • 3 estudiantes, es este grupo se encuentra él estudiante B, y estos no se ubican dentro de esta característica, ya que en sus respuestas se visibiliza que entienden qué es un experimento aleatorio en el cual, cualquier figura que utilice, tiene la misma probabilidad de ganar y de perder. (Figura 12) <p>CARACTERÍSTICA COERCITIVIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> • 11 estudiantes, incluyendo al estudiante F, después de realizar varias repeticiones del juego y registrarlas en una tabla, se ubican en esta característica ya que siguen arraigándose a los elementos que más se repitieron durante el juego. (Figura 13) • 7 estudiantes no presentan esta característica, ya que son conscientes que el resultado no solo depende del elemento que se elija, sino también depende de lo que elija su compañero y ellos no saben cuál es la figura que va a sacar la otra persona. La (Figura 14) corresponde a la respuesta del estudiante B, en la cual puede establecer que es estudiante no está arraigado a la ocurrencia de algún evento en específico, y comienza a generar conjeturas con respecto a los sucesos presentes.
<p>Identificar si el estudiante reconoce cuando un evento es seguro, posible e imposible.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 15 estudiantes identifican de forma adecuada si un evento es seguro posible o imposible, dentro de estos estudiantes se encuentra el estudiante F. (Figura 15) • 1 estudiante no logra identificar de forma clara la diferencia entre los tres tipos de eventos, los conceptos presentados en el video con respecto a los sucesos no fueron suficientes para que este estudiante lograra establecer la diferencia entre sucesos seguros, posibles o imposibles (Figura 16) • Dos estudiantes ubican en dos opciones algunos eventos que se

	presentan en la actividad, ya que todavía tienen confusión entre las definiciones, por ejemplo en la (Figura 17)
Identificar si el estudiante reconoce el azar en la vida cotidiana.	Todos los estudiantes presentan confusión con respecto a las situaciones de azar en la vida cotidiana, ya que hasta ahora comienzan a acercarse al concepto de azar. Un ejemplo de esto se encuentra en la (Figura 18)
Reconocer el espacio muestral en un experimento aleatorio.	<ul style="list-style-type: none"> • Ninguno de los estudiantes presentó dificultad en escribir los espacios muestrales de los experimentos: lanzamiento de la moneda y lanzamiento de un dado. Por ejemplo (Figura 19) • Para la construcción del espacio muestral del lanzamiento de dos dados, se tuvo que explicar a los estudiantes algunos eventos presentes en el juego, y que ellos continuaran generando los otros, los estudiantes entendieron y construyeron de forma adecuada el espacio muestral, comenzando a entender de forma adecuada el concepto de espacio muestral y específicamente el de evento, asumió que es importante para la construcción del espacio muestral del juego piedra, papel o tijera, por ejemplo en la (Figura 20)
Hallar probabilidades clásicas de un evento.	<ul style="list-style-type: none"> • 13 estudiantes no presentaron ningún problema en hallar la probabilidad de ocurrencia de un evento, ya que usaron de manera adecuada la expresión que se les presentó, en este grupo se encuentran los estudiantes B y F. (Figura 21). • 2 estudiantes no hallaron correctamente la probabilidad, ya que confundieron el número de casos posibles con el número del evento que se les pedía hallar la probabilidad. Un ejemplo de esto se encuentra en la (Figura 22). • 3 estudiantes no hallaron la probabilidad de que en el lanzamiento de un dado caiga 2, 4 y 6, ya que no emitieron ninguna respuesta.
Modificar las intuiciones primarias erróneas presentes en los estudiantes, generando situaciones a partir de juegos de azar.	<ul style="list-style-type: none"> • 14 estudiantes reconocen que en los juegos de azar existen diferentes posibilidades para ganar, modificando las características erróneas de las intuiciones primarias que se habían visibilizado en la primera etapa, la Figura 23 corresponde a la respuesta del estudiante F. • 2 estudiantes siguen presentando las características de perseverancia y certeza intrínseca, erróneas en las intuiciones primarias. Por ejemplo (Figura 24) • 1 estudiante no responde las preguntas.
Transitar de las intuiciones primarias desde la auto evidencia y la certeza intrínseca a las secundarias a través de la categoría teórica	<ul style="list-style-type: none"> • 13 estudiantes, incluyendo a el estudiante B, comienzan a construir el espacio muestral del juego y generan algunas conjeturas a partir de la ejemplos particulares, ubicándolos en la categoría teórica, ya que comienzan a formalizar algunos conceptos utilizando las intuiciones primarias para poder llegar y organizarlas en las intuiciones secundarias, por ejemplo (Figura 25) • 4 de los estudiantes no realizan conjeturas, entre ellos el estudiante F, no realizan conjeturas solo nombran algunos eventos. Un ejemplo de esto se encuentra en la (Figura 26) • 1 estudiante no respondió las preguntas.
Pasar de conjeturas presentadas en la capacidad extrapolatoria	<ul style="list-style-type: none"> • 15 estudiantes organizan los eventos, y generan conjeturas generales con respecto al juego, sin la necesidad de volver a realizar el juego y para un mayor número de participantes sin

<p>a organizar la información y consolidarla de manera más universal</p>	<p>construir todo el espacio muestral, al realizar esto se ubica a los estudiantes en la característica de capacidad extrapolatoria. (Figura 27), la imagen presentada corresponde a la respuesta del estudiante F.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 2 estudiantes no organizan los eventos, ya que aún están arraigados al uso de una figura o a una creencia que tiene con respecto al desarrollo del juego. Por ejemplo (Figura 28) • 13 estudiantes, organizan de forma adecuada los elementos que se han encontrado en el proceso que comienza desde las intuiciones primarias a partir de la característica de la globalidad, usando esta organización para poder llegar de una manera adecuada a hallar la probabilidad clásica de la ocurrencia de un evento y evidenciando el carácter implícito. Por ejemplo (Figura 29) • 4 estudiantes no logran establecer los eventos favorables y los eventos posibles para hallar la probabilidad. Por ejemplo (Figura 30) • 1 estudiante no respondió las preguntas.
--	---

1. ¿Cuántas figuras puedes realizar con tu mano? 3 Figuras con la mano

2. ¿Si el otro jugador saca tijera, con cuál figura le puedes ganar? piedra

3. ¿Si el otro jugador saca piedra, con cuál figura le puedes ganar? papel

4. ¿Si el otro jugador saca papel, con cuál figura le puedes ganar? tijeras

5. ¿Cuándo se producirá un empate en el juego?
Explica cuando 2 personas sacan la misma figura

Figura 4. Reconocimiento reglas del juego

5. ¿Cuándo se producirá un empate en el juego?
Explica cuando saca igual

Ej: piedra - piedra
tijera - tijera
papel - papel

Figura 5. Elemento del espacio muestral

1. ¿Cuántas figuras puedes realizar con tu mano? 5

2. ¿Si el otro jugador saca tijera, con cuál figura le puedes ganar? _____

3. ¿Si el otro jugador saca piedra, con cuál figura le puedes ganar? piedra

4. ¿Si el otro jugador saca papel, con cuál figura le puedes ganar? tijera

Figura 6. Reconocimiento reglas del juego

Diálogo 1:

-Estudiante A: Si saco tijera, siempre te voy a ganar.

Estudiante B: No, porque yo puedo sacar piedra, y piedra le gana a tijera, o puedo sacar también tijera y tijera empata con tijera.

Diálogo 2:

- Docente: ¿Con cuál figura es más probable ganar?

Estudiante C: Con cualquiera porque todas tienen la misma posibilidad de ganar, perder o empatar.

Diálogo 3:

-Docente: ¿Por qué siempre usas la figura de tijera?

-Estudiante D: Porque mis compañeros usan más el papel y por uso tijeras.

Diálogo 4:

	<p>-Estudiante D: Te voy a ganar, porque tengo suerte cuando juego. Estudiante E: No, yo tengo más suerte que tú.</p>
<p>1. Si juegas una partida con un compañero ¿Cuáles son los posibles resultados que se pueden obtener? <u>pedra, papel, tijera</u></p> <p>f Figura 7. Confusión de eventos con elementos</p>	<p>1. Si juegas una partida con un compañero ¿Cuáles son los posibles resultados que se pueden obtener? <u>empate - tijera papel</u> <u>tijera piedra piedra tijera piedra papel</u> <u>papel tijera papel piedra</u></p> <p>Figura 8. Reconocimiento auto-evidencia</p>

2. ¿Cuántas posibilidades distintas hay para que se presente un empate?
3 posibilidades

3. Para ganar, ¿es importante la figura que se escoja? No ¿Por qué? no sabemos lo que va a sacar el otro

4. ¿Cuáles son las posibilidades de ganar? Piedra Tijera, Tijera papel y papel Piedra

5. ¿Crees que antes de jugar puedes decir con seguridad cuál será el próximo resultado? No ¿Por qué? nunca voy a poder leer la mente de mi oponente

Figura 9. Reconocimiento certeza intrínseca

2. ¿Cuántas posibilidades distintas hay para que se presente un empate?
3

3. Para ganar, ¿es importante la figura que se escoja? No ¿Por qué? porque los dos sacan al tiempo entonces no se sabe

4. ¿Cuáles son las posibilidades de ganar? 3

5. ¿Crees que antes de jugar puedes decir con seguridad cuál será el próximo resultado? No ¿Por qué? por que eso es, nadie lo sabe hasta que empieza a jugar

Figura 10. conjetura, no nombran eventos

6. ¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para ganar? tijera ¿Por qué? es mi favorita

7. ¿Cuál de las posibles opciones que se da en el juego es la que más usas para empatar? tijera ¿Por qué? mis amigos así siempre sacan tijera

Figura 11. Reconocimiento perseverancia

6. ¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para ganar? Todas ¿Por qué? por que uso hay una que le gane a dos opciones

7. ¿Cuál de las posibles opciones que se da en el juego es la que más usas para empatar? todas ¿Por qué? porque con cualquiera se puede empatar

Figura 12. No presenta característica de perseverancia

¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para ganar? Tijera ¿Por qué? por que gane más veces con ella

¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para empatar? tijera ¿Por qué? por que empate mas veces con ella

¿Después de una racha de haber ganado con la misma opción crees que en la siguiente partida ganarás nuevamente usando la misma opción?
Si ¿Por qué? me parece bien intentar de nuevo

Figura 13. Reconocimiento coercitividad

¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para ganar? todas ¿Por qué? porque con todas se puede

¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para empatar? todas ¿Por qué? porque con todas se puede

¿Después de una racha de haber ganado con la misma opción crees que en la siguiente partida ganarás nuevamente usando la misma opción?
No ¿Por qué? porque el otro jugador puede usar otro metodo

Figura 14. No presenta característica de coercitividad

Marca con una X cuando el evento es posible, imposible o seguro.

SUCESO	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE
Lanzar un dado y que salga un cero			X
Lanzar un dado y que salgan dos cinco			X
Sacar una bola blanca de una bolsa de bolas rojas			X
Lanzar una moneda y que salga cara		X	
Caminar por el sol y hacer sombra			X
Mañana jugare con mis amigos		X	
Después del día llega la noche	X		

Figura 15. suceso posible, imposible o seguro

Sacar una bola blanca de una bolsa de bolas rojas		X	
Lanzar una moneda y que salga cara		X	

Figura 16. No reconocimiento de sucesos posibles, imposibles o seguros.

Marca con una X cuando el evento es posible, imposible o seguro.

SUCESO	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE
Lanzar un dado y que salga un cero			X
Lanzar un dado y que salgan dos cinco			X
Sacar una bola blanca de una bolsa de bolas rojas			X
Lanzar una moneda y que salga cara		X	
Caminar por el sol y hacer sombra	X	X	
Mañana jugare con mis amigos	X	X	
Después del día llega la noche	X	X	

Figura 17. Confusión de definición de sucesos

Clasificar si las situaciones pertenecen al azar o no

SITUACIONES	SI	NO
Sacar un cinco al lanzar un dado	X	
Caer al suelo una moneda después de lanzarla al aire		X
Meter canasta al lanzar un balón		X
Número de personas que acudirán a una panadería	X	
Coger la carta del número 1 al sacarla de una baraja		X
Obtener menos de 7 puntos al lanzar un dado	X	
Caerte de una silla si tiene una pata rota	X	
Ganarse el balón		X
Extraer un balón rojo de una bolsa de balones con diferentes colores		X

Figura 18. Situaciones de azar

EVENTOS LANZAMIENTO DE LA MONEDA
si
no

EVENTOS LANZAMIENTO DE UN DADO
5
2
1
3
4
6

Figura 19. Espacios muestrales experimentos aleatorios

En el lanzamiento de 2 dados cuales son las posibilidades.

$$M = \{(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,4) (3,5) (3,6) (4,4) (4,5) (4,6) (5,5) (5,6)\}$$

Figura 20. Espacio muestral lanzamiento dos dados

¿Cual es la probabilidad que caiga en 2?
 $P = \frac{1}{6}$
 ¿Cual es la probabilidad que caiga en 4?
 $P = \frac{1}{6}$
 ¿Cual es la probabilidad que caiga en 6?
 $P = \frac{1}{6}$

Figura 21. Probabilidad de un evento, lanzamiento de un dado

Probabilidad
 ¿Cual es la probabilidad que caiga 2?
 $P = \frac{1}{2}$
 ¿Cual es la probabilidad que caiga 4 $\frac{1}{4}$

Figura 22. Error al hallar la probabilidad de un evento

1. ¿Crees que en los juegos de azar hay solo una posibilidad para ganar? No ¿Por qué? porque hay muchas posibilidades

2. A partir de las diferentes posibilidades (eventos) que se establecieron con las docentes, ¿crees que usando solo uno de esos resultados es posible ganar? No ¿Por qué? no siempre gana

1. En las próximas partidas jugarías siempre con el mismo elemento? No ¿Por qué? porque sabría cual es el elemento

Figura 23. Modificación de características erróneas

1. ¿Crees que en los juegos de azar hay solo una posibilidad para ganar? Si ¿Por qué? porque hay una posibilidad

2. A partir de las diferentes posibilidades (eventos) que se establecieron con las docentes, ¿crees que usando solo uno de esos resultados es posible ganar? Si ¿Por qué? el otro puede sacar otra figura

1. En las próximas partidas jugarías siempre con el mismo elemento? Si y no ¿Por qué? puedo ganar o puedo perder

Figura 24. Características erróneas de la intuición

4. ¿Con cuáles se puede ganar? (P,P) (P,T) (T,P)
 ¿Por qué? P le gana a P, T le gana a P y P le gana a T

5. ¿Con cuáles se puede empatar? (P,P) (P,P) (T,T)
 ¿Por qué? los dos sacan lo mismo

6. ¿Con cuáles se puede perder? (P,P) (P,T) (T,P)
 ¿Por qué? cada una de las jugadas que uno hace tiene su debilidad

7. ¿Con cuál figura tienes más posibilidad de ganar?
Ninguna porque todas tienen debilidades

Figura 25. Tránsito a la categoría teórica

A partir de las posibilidades construidas.

4. ¿Con cuáles se puede ganar? pedra
 ¿Por qué? porque la piedra le gana a la tijera

5. ¿Con cuáles se puede empatar? tijera
 ¿Por qué? porque la mayoría usa tijera

6. ¿Con cuáles se puede perder? papel
 ¿Por qué? porque el papel le gana a la piedra pero la tijera le gana al papel

7. ¿Con cuál figura tienes más posibilidad de ganar?
pedra

Figura 26. Reconocimiento de eventos, pero no realiza conjeturas

8. Si son tres jugadores, ¿cuáles crees que serán las posibilidades de empatar? (P,P,P) (T,T,T) (P,P,P)

¿Cuáles las de ganar?
(T,P,P) (P,P,P) (P,T,T)

¿Cuáles las de perder? (T,P,P) (P,P,P) (P,T,T)

Figura 27. Característica globalidad

8. Si son tres jugadores, ¿cuáles crees que serán las posibilidades de empatar? con papel piedra o tijera

¿Cuáles las de ganar?
piedra y tijera

¿Cuáles las de perder? papel y tijera

Figura 28. No presenta eventos y característica de la coercitividad

9. ¿Cuál es la probabilidad que saque piedra? $\frac{1}{3}$
 ¿Por qué? el 3 es casos posibles y 1 es caso favorable

10. ¿Cuál es la probabilidad que saque papel?
 ¿Por qué? el 3 es posible y el 1 es caso favorable

11. ¿Cuál es la probabilidad que saque tijera?
 ¿Por qué? el 3 es posible y 1 el 1 es caso favorable.

Figura 29. Características: globalidad y carácter implícito

9. ¿Cuál es la probabilidad que saque piedra? papel
 ¿Por qué? le gana a piedra

10. ¿Cuál es la probabilidad que saque papel? tijera
 ¿Por qué? le gana a papel

11. ¿Cuál es la probabilidad que saque tijera? piedra
 ¿Por qué? le gana a tijera

Figura 30. No organiza elementos y no halla la probabilidad

4.2.1. CONCLUSIONES PRIMERA SESIÓN

El desarrollo de esta sesión tanto en su construcción como en el análisis, se genera a partir del juego de azar piedra, papel o tijera y a la luz de las características de las intuiciones del azar en sus dos niveles (primarias y secundarias), a continuación se presentan las conclusiones a las que se llegan a partir del análisis de los resultados.

- Los estudiantes realizaron las actividades propuestas de manera activa, ya que se generó a partir de un juego que se encuentra en su cotidianidad.
- 12 de los estudiantes que participaron en esta actividad presentan las características de auto-evidencia y certeza intrínseca, aunque en sus respuestas escritas no se refleja esto, en sus expresiones durante la realización del juego si se lograron observar aspectos de estas características.
- El 75% de los estudiantes presentan las características de las intuiciones primarias erróneas, observando esto a partir de las respuestas dadas en la actividad y en las expresiones que usaban al jugar piedra, papel o tijera.
- La instrucción realizada, fue pertinente ya que algunos estudiantes logran identificar de forma adecuada aspectos importantes para hallar la probabilidad de un evento, como evento y espacio muestral.

- Los estudiantes al realizar el tránsito de las intuiciones primarias a las secundarias específicamente en la categoría teórica, logran establecer de forma explícita el espacio muestral del juego piedra, papel o tijera, nombrando la mayor parte de los eventos que se encuentran en el juego.
- El 80% de los estudiantes que en un principio se ubicaban en las características erróneas de perseverancia y certeza intrínseca, después de la instrucción, presentan argumentos en los cuales se visibiliza que estas características ya no están presentes y que pudieron realizar de forma adecuada el paso a las intuiciones secundarias a partir de la instrucción y las actividades propuestas.

4.3. ANÁLISIS SEGUNDA SESIÓN

Tabla 4. Análisis sesión #2 juego Boli - Color.

PROPÓSITO	ANÁLISIS
Identificar afirmaciones con relación a las intuiciones primarias que los estudiantes presentan a la hora de jugar con el fin de identificar las características de las intuiciones primarias de los estudiantes.	<p>Todos los estudiantes a partir de la explicación de juego y de un primer acercamiento con éste, comienzan a realizar afirmaciones las cuales hacen evidentes las características de las intuiciones primarias de auto evidencia, certeza intrínseca, perseverancia o coercitividad.</p> <p>Las características de auto evidencia y certeza intrínseca se visibilizan en los estudiantes cuando mantienen diálogos sobre los eventos (Diálogo 5) y realizan conjeturas con respecto a la probabilidad de algunos eventos específicos. (Diálogo 6).</p> <p>Las características de perseverancia y coercitividad, la presentan pocos estudiantes ya que se arraigan a la ocurrencia de un evento. (Diálogo 7).</p>
Caracterizar las intuiciones primarias que los estudiantes presentan al participar en juegos de azar.	<p>CARACTERÍSTICA AUTO-EVIDENCIA</p> <p>Todos los estudiantes se ubican en esta característica ya que reconocen que en el juego Boli-Color, la bola va a caer en alguno de los colores, identificando de manera adecuada cuantos espacios de cada uno de los colores están en el juego. Por ejemplo (Figura 31)</p>
	<p>CARACTERÍSTICA CERTEZA INTRINSECA</p> <ul style="list-style-type: none"> • 13 estudiantes identifican y organizan los posibles resultados, para generar conjeturas en relación con el desarrollo del juego Boli-Color, asumiéndolas como válidas sin tener ningún tipo de fundamentación teórica, por esta razón se ubican en esta característica. Por ejemplo (Figura 32)) • 3 estudiantes no organizan los eventos de forma adecuada, y esto no les permite realizar conjeturas válidas. Por ejemplo

	<p>(Figura 33)</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1 estudiante no asistió al colegio, por lo tanto no realizó las actividades de la sesión 2. <p>CARACTERÍSTICA PERSEVERANCIA</p> <ul style="list-style-type: none"> • 14 estudiantes son conscientes de que el juego es de azar, y en su desarrollo puede ocurrir cualquier evento presente en el juego, por lo tanto no se ubican en la característica errónea de perseverancia perteneciente a las intuiciones primarias. Por ejemplo (Figura 34) • 3 estudiantes se arraigan a la ocurrencia de un evento, a partir de sus creencias con respecto a la suerte y de las rachas, el porcentaje de estudiantes que presentan esta característica se redujo en un gran porcentaje con respecto a los de la primera sesión. Por ejemplo (Figura 35) <p>CARACTERÍSTICA COERCITIVIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> • 15 estudiantes no presentan esta característica errónea de las intuiciones primarias, ya que a pesar de la experiencia y ya tener unos resultados generados en la experiencia, y son conscientes de que es un juego de azar. Por ejemplo (Figura 36) • 2 estudiantes aún no han modificado esta característica, ya que en sus respuestas a las preguntas las realizan con respecto a los resultados presentados en la experiencia. Por ejemplo (Figura 37)
<p>Modificar las intuiciones primarias erróneas presentes en los estudiantes, generando situaciones a partir de juegos de azar</p>	<p>Los tres estudiantes que habían presentado las características erróneas de perseverancia y coercitividad, a partir de la instrucción realizada y de la socialización de las respuestas, ya no las presentan y a partir de esto se puede aportar al desarrollo de las intuiciones secundarias.</p>
<p>Transitar de las intuiciones primarias desde la auto-evidencia y la certeza intrínseca a las secundarias a través de la categoría teórica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 15 estudiantes realizan conjeturas acerca de la probabilidad de un evento, a partir de ejemplos particulares del juego, llegando a la capacidad extrapolatoria y comenzando a acercarse a la forma de hallar la probabilidad de un evento desde la característica de la globalidad. Por ejemplo (Figura 38).
<p>Transitar de la categoría teórica a la capacidad extrapolatoria para emitir conjeturas generales</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2 estudiantes no generan conjeturas, ya que no responden de forma clara las preguntas, y por esta razón presentan más dificultades a la hora de llegar a hallar la probabilidad de un evento. Por ejemplo (Figura 39).
<p>Pasar de conjeturas presentadas en la capacidad extrapolatoria a organizar la información y consolidarla de manera más universal.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 15 estudiantes hallan la probabilidad de un evento de forma correcta, organizando de manera adecuada cada uno de los elementos necesarios para establecer el valor de la probabilidad. Ubicando a los estudiantes en las características de globalidad y carácter implícito. Por ejemplo (Figura 40) • 2 estudiantes no responden estas preguntas.

Diálogo 5:

-Estudiante 1: Mira hay muchos hoyos de colores. Estudiante 2: Si en total son 15 hoyos, verdes, azules, amarillos y el rojito.

Diálogo 6:

-Estudiante 1: Hay más posibilidad que la bola caiga en un hueco blanco, porque el juego es así para desarrollar la puntería del jugador y para ponerlo más difícil.

Estudiante 2: pero a si hayan más hoyos blancos es posible que la bola caiga en uno de otro color, pero va a ser un poco más difícil.

Diálogo 6:

-Docente: ¿En cuál crees que caerá más la bola? Estudiante: En el verde ya que es mi color favorito, y siempre le apuesto a ese color.

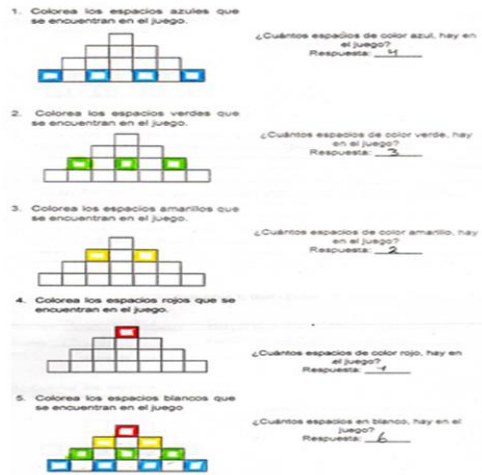


Figura 31. Característica auto-evidencia

6. En un solo lanzamiento, ¿Cuál es el puntaje más alto que puedes obtener?
8 ¿Por qué? Porque el rojo es el que vale más puntos
7. En un solo lanzamiento, ¿Cuál es el puntaje más bajo que puedes obtener?
0 ¿Por qué? Porque el blanco es el que vale menos puntos
8. ¿Por qué crees que hay más espacios blancos que rojos?
Porque el rojo vale más puntos, debe haber más posibilidades de caer en el rojo

Figura 32. Característica certeza intrínseca

6. En un solo lanzamiento, ¿Cuál es el puntaje más alto que puedes obtener?
0 ¿Por qué? Son los que hay mayor cantidad de cuadros blancos
7. En un solo lanzamiento, ¿Cuál es el puntaje más bajo que puedes obtener?
0 ¿Por qué? hay la mayor cantidad de los cuadros blancos
8. ¿Por qué crees que hay más espacios blancos que rojos?
Para que de menos puntaje y más posibilidades de estar en el rojo para que de menos puntaje

Figura 33. No realiza conjeturas válidas

1. Si Alejandra realiza tres lanzamientos y en los tres cae en el color rojo, ¿En cuál color crees que va a caer en el cuarto lanzamiento de Alejandra?
cuadrado ¿Por qué? no sabemos que va a pasar adelante
2. Si Camilo realiza cuatro lanzamientos y en los cuatro cae en color blanco, ¿En cuál color crees que va a caer el quinto lanzamiento?
verde en todos ¿Por qué? no predemos el futuro

Figura 34. No presentan la característica de perseverancia

1. Si Alejandra realiza tres lanzamientos y en los tres cae en el color rojo, ¿En cuál color crees que va a caer en el cuarto lanzamiento de Alejandra?
rojo ¿Por qué? es de buena suerte
2. Si Camilo realiza cuatro lanzamientos y en los cuatro cae en color blanco, ¿En cuál color crees que va a caer el quinto lanzamiento?
Blanco ¿Por qué? uno no siempre puede ganar

Figura 35. Característica perseverancia

3. ¿En cuál espacio y de qué color cae más veces la bola?
en el blanco porque hay más cuadros blancos ¿Por qué crees que sucede esto?
hay más casillas blancas
4. ¿En cuál espacio y de qué color cae menos veces la bola?
en el rojo ¿Por qué crees que sucede esto?
hay menos casillas

Figura 36. No presentan la característica de coercitividad

3. ¿En cuál espacio y de qué color cae más veces la bola?
rojo ¿Por qué crees que sucede esto?
de mas veces
4. ¿En cuál espacio y de qué color cae menos veces la bola?
amarillo ¿Por qué crees que sucede esto?
nose

Figura 37. Característica coercitividad

1. Teniendo en cuenta el anterior ejemplo une con flechas las probabilidades con la imagen que corresponden.

Probabilidad que la bola caiga en blanco

Probabilidad que la bola caiga en verde

Probabilidad que la bola caiga en amarillo

Probabilidad que la bola caiga en rojo

¿Por qué crees que hay más espacios blancos que rojos? *por que mas posibilidades de perder o ganar*

Figura 38. Tránsito a la categoría teórica

1. Teniendo en cuenta el anterior ejemplo une con flechas las probabilidades con la imagen que corresponden.

Probabilidad que la bola caiga en blanco

Probabilidad que la bola caiga en verde

Probabilidad que la bola caiga en amarillo

Probabilidad que la bola caiga en rojo

Figura 39. No generan conjeturas

¡Ahora con números!

Probabilidad de que la bola caiga en azul = $\frac{4}{16}$

Responde las siguientes preguntas, teniendo en cuenta el ejemplo anterior

2. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en rojo?
 ¿Por qué? *porque hay 16 casillas y cada sala roja* $\frac{4}{16}$

3. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en verde?
 ¿Por qué? *porque hay 16 casillas y 3 verdes* $\frac{3}{16}$

4. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en amarillo?
 ¿Por qué? *porque hay 16 y 2 Amarillos* $\frac{2}{16}$

5. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en blanco?
 ¿Por qué? *porque hay 16 casillas y 6 blancas* $\frac{6}{16}$

6. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en blanco o amarillo?
 ¿Por qué? *porque hay 6 casillas de blanco y 2 de Amarillo* $\frac{8}{16}$

7. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en un color diferente de blanco?
 ¿Por qué? *porque hay 16 casillas* $\frac{10}{16}$

Figura 40. Característica de globalidad y carácter implícito

4.3.1. CONCLUSIONES SEGUNDA SESIÓN

- La sesión fue agradable para los estudiantes, ya que se realizó a partir de un juego que ellos no conocían y esto les generó expectativa e hizo que comenzaran a realizar las actividades de manera activa y que fueran participativos en el desarrollo de la sesión.
- el 75% de los estudiantes presentan características de auto-evidencia y certeza intrínseca, en el primer acercamiento al juego Boli-Color, tanto de forma oral como de forma escrita en las actividades propuestas.

- El 70% de los estudiantes superan las dificultades con respecto a las características erróneas de la intuición, ya que el 15 % de los estudiantes, presentaron las características de perseverancia y certeza intrínseca durante la realización de esta sesión.
- Algunos estudiantes que presentaron las características erróneas (perseverancia y certeza intrínseca) de las intuiciones primarias en la etapa de acercamiento, a partir de la instrucción fueron capaces de reafirmar lo que pensaban y corregir las afirmaciones presentadas en la primera etapa, permitiéndoles llegar de forma adecuada a las intuiciones secundarias.
- La instrucción realizada, permitió que algunos estudiantes en esta sesión logaran de forma adecuada reconocer de manera formal cada uno de los conceptos (Evento y espacio muestral) inmersos a la hora de hallar la probabilidad de un evento.

5. CAPITULO: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El presente capítulo tiene como objetivo presentar las conclusiones finales y recomendaciones del trabajo de grado a partir de los objetivos establecidos y la pregunta propuesta en la caracterización del problema.

Las siguientes conclusiones se generan con respecto al grupo de estudiantes de quinto de primaria a los cuales fue dirigida la propuesta

De acuerdo con los objetivos del trabajo de grado que se plantearon al principio se puede concluir lo siguiente:

- ❖ La propuesta aporta al desarrollo de la intuición del azar de los estudiantes de quinto de primaria, permitiendo transitar de las intuiciones primarias a las secundarias y corrigiendo características erróneas que se presentan en las intuiciones primarias a partir de la secuencia de actividades basada en juegos de azar, respondiendo al objetivo general planteado en el trabajo de grado.
- ❖ Los procesos de enseñanza relacionados con el razonamiento probabilístico y la intuición del azar se van desarrollando poco a poco y conducen a los estudiantes a que se apropien y comprendan contenidos de probabilidad permitiendo el desarrollo de las características de la intuición del azar por medio de juegos de azar. Se recomienda adelantar la enseñanza a la educación primaria de forma que se pueda proporcionar a los alumnos una experiencia más directa desde su infancia.
- ❖ Las características de la intuición del azar de los estudiantes se evidencian en dos momentos, uno al aplicar una prueba diagnóstico donde se encontró que un 75% de los estudiantes presentan falencias en el desarrollo de la intuición

del azar, como errores en sus intuiciones primarias; por otro lado después de aplicar la secuencia de actividades se logra modificar las intuiciones primarias y transitar por algunas de la intuición secundarias. Se recomienda realizar más actividades de este tipo las cuales permitan desarrollar as intuiciones secundarias.

- ❖ Se propuso y valoro una secuencia de actividades desarrollada en dos sesiones la cual se puede ampliar a más sesiones, combino el juego pero también un momento de instrucción y de conceptualización del conocimiento, aportando al desarrollo de la intuición del azar.

- ❖ A partir de los resultados de la gestión de la secuencia de actividades se puede concluir se aportó en un 70% al desarrollo de la intuición del azar hasta las características de categoría teórica y capacidad extrapolatoria, pero las preguntas no lograron aportar al desarrollo de las características de globalidad y carácter implícito, se recomienda realizar más actividades enfocadas al aporte del desarrollo de estas características.

Por otro lado a partir de la pregunta propuesta en el trabajo de grado se puede concluir:

- ❖ De esta experiencia como profesoras en formación consideramos que una vez desarrollada la secuencia de actividades para el diseño y la implementación de una secuencia de actividades que aporte en el desarrollo de la intuición del azar de niños de quinto de primaria a partir de los juegos de azar se debe establecer:
 - Un objeto de estudio específico, para tratar en la clase, el profesor debe conocer y manejar el tema de manera puntual.

- Un marco teórico, conocer las necesidades y expectativas de estudiantes a los cuales va dirigido la propuesta, y a partir de esto planear la secuencia de actividades con sus respectivas sesiones y el tiempo dedicado a cada una de ellas, además de los desempeños y propósitos que se esperan.
- La base de la secuencia de actividades se debe fundamentar en juegos de azar cercanos a los estudiantes.
- Generar varias repeticiones del juego con el fin de que los estudiantes identifiquen generalidades en los resultados de dichos experimentos y a partir de estas contrastar con las intuiciones primarias para pasar a las características de las intuiciones secundarias a partir de la formalización del conocimiento.
- Trabajar con actividades de la vida cotidiana
- Llevar material concreto
- Generar tareas que les permita pasar de una característica a otra
- Generar actividades motivadoras de interés para los estudiantes

BIBLIOGRAFÍA

- Acevedo, M. y Pérez, M. (2013). *Enlace 5 matemáticas*. Bogotá, Colombia.: Grupo Editorial Educar.
- Cañizares, M. J. (1997). *Influencias del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada.
- Girón, F. (2004). Breve introducción a la obra de A. N. Kolmogorov (1903-1987). *Arbor* CLXXVIII, N° 704, 583-588.
- Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *Revista SUMA*, N° 4, 61-64.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.
- Fischbein, E. y Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1-24
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá
- Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). Matemáticas Lineamientos Curriculares. Bogotá
- Muñoz, H. (2006). *Aciertos Matemáticos*. Bogotá, Colombia.: Grupo Editorial Educar.

Piaget, J. (1975). El tiempo y el desarrollo intelectual del niño. En J. Piaget, *Problemas de Psicología Genética*, Barcelona: Ariel.

Piaget, J. e Inhelder, B. (1975). The origin of the idea of chance in children. New York: W. W. Norton & Company Inc.

Vergel, R., Rocha, P., y León, O. (2006). El juego, la resolución de problemas y el proyecto de aula como dispositivos En las didácticas de la matemática y de la estadística. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.

ANEXOS

ANEXO A. Prueba Diagnóstico



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**

Educadora de educadores

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

PRUEBA DIAGNÓSTICO

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

1. ¹

a. Esta seguro que si al lavarse las manos se disminuyen la cantidad de bacterias.



b. ¿Qué tan probable es extraer, sin mirar, una canica verde de una bolsa en la cual solo hay canicas verdes?



Si _____ No: _____

Justifica:

Respuesta: _____

Justifica:

¹ La pregunta uno fue adaptada de Rodríguez, Y. (2013). *Enlace 4 matemáticas*. Educar

c. ¿Estás seguro de ganar un partido de fútbol?



Sí _____ No _____

Justifica:

d. ¿Qué tan seguro es sacar un As, en una baraja que tiene 52 cartas?



Respuesta: _____

Justifica:

2. ²Lucía y Juan han inventado un juego con las siguientes reglas:

- Lanzas dos monedas al aire al mismo tiempo.
- Si las dos monedas caen en cara, Lucía gana 1 punto
- En otro caso gana un punto Juan.

Se repite 20 veces el lanzamiento y gana el que consiga más puntos ¿Crees que es un juego justo? _____ ¿Por qué? _____

a. ¿Qué jugador prefieres ser, Juan o Lucía? ¿por qué? _____

² Las preguntas 2 y 3 azar y probabilidad

- b. ¿Cuáles son los posibles sucesos que pueden ocurrir al lanzar las dos monedas? ¿por qué?_____
3. Practica este juego con un compañero. Uno hará las veces de Lucía y otro de Juan. Realicen 10 lanzamientos, anotando cada resultado del lanzamiento y el nombre del ganador en el siguiente cuadro.

Lanzamientos	Resultados de los lanzamientos									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª moneda										
2ª moneda										
Ganador										

Tienes derecho a una segunda ronda, ¿mantienes tu jugador? _____

¿Por qué?_____

³Observa la siguiente ruleta

¿En qué color hay más probabilidad de que caiga la ruleta?



4. Determina la probabilidad de que la ruleta caiga en:

- a. Rojo
- b. Azul
- c. Naranja
- d. Verde
- e. Violeta

³ Las preguntas 4 y 5 son tomadas de Rodríguez, Y. (2013). *Enlace 4 matemáticas*. Educar

ANEXO B. Actividad 1. Piedra, papel o tijera



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Actividad 1. Piedra, papel o tijera

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Para el desarrollo de las actividades sigue atentamente las indicaciones.

- El juego se realiza por parejas.
- La tijera le gana al papel. El papel le gana a la piedra. La piedra le gana a la tijera.



Antes de comenzar a jugar responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas figuras puedes realizar con tu mano? _____

2. ¿Si el otro jugador saca tijera, con cuál figura le puedes ganar? _____
3. ¿Si el otro jugador saca piedra, con cuál figura le puedes ganar? _____
4. ¿Si el otro jugador saca papel, con cuál figura le puedes ganar? _____
5. ¿Cuándo se producirá un empate en el juego?
Explica _____

ANEXO C. Actividad 2. Piedra papel y tijera



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**

Educadora de educadores

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Actividad 2. Piedra papel o tijera

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

1. Si juegas una partida con un compañero ¿Cuáles son los posibles resultados que se pueden obtener? _____

2. ¿Cuántas posibilidades distintas hay para que se presente un empate? _____

3. Para ganar, ¿es importante la figura que se escoja? _____ ¿Por qué?

4. ¿Cuáles son las posibilidades de ganar? _____

5. ¿Crees que antes de jugar puedes decir con seguridad cuál será el próximo resultado? _____ ¿Por qué?_____
- _____
- _____
6. ¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para ganar? _____ ¿Por qué?_____
- _____
- _____
7. ¿Cuál de las posibles opciones que se da en el juego es la que más usas para empatar?_____ ¿Por qué?_____
- _____
8. Realiza 10 partidas del juego. Apunta los resultados en la Tabla 1 de la siguiente manera:

Jugador 1	Piedra	Papel	Papel
Jugador 2	Tijera	Papel	Tijera
Resultado	Jugador 1	Empate	Jugador 2

Tabla 1.

Jugador 1										
Jugador 2										
Resultado										

Con ayuda de los datos de la Tabla 1, responde individualmente las siguientes preguntas:

9. ¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para ganar?_____

¿Porqué?_____

10. ¿Cuál de las posibles opciones que se dan en el juego es la que más usas para empatar?_____ ¿Por

qué?_____

¿Después de una racha de haber ganado con la misma opción crees que en la siguiente partida ganarás nuevamente usando la misma opción?

_____ ¿Por qué?_____

ANEXO D. Actividad 3. Instrucción sobre azar y probabilidad



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**
Educadora de educadores

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Actividad 3. Azar y probabilidad

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

1. Marca con una X si el suceso es: seguro, posible o imposible

SUCESO	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE
Lanzar un dado y que salga un cero			
Lanzar un dado y que salgan dos cinco			
Sacar una bola blanca de una bolsa de bolas rojas			
Lanzar una moneda y que salga cara			
Caminar por el sol y hacer sombra			
Mañana jugare con mis amigos			
Después del día llega la noche			
Caer en rojo en boli-color			
Sacar piedra en el juego piedra, papel o tijera			

2. Marca con una X si es posible o no cada una de las situaciones indicadas.

SITUACIONES	SI	NO
Sacar un cinco al lanzar un dado		
Caer al suelo una moneda después de lanzarla al aire		
Meter canasta al lanzar un balón		
Número de personas que acudirán a una panadería		
Coger la carta del número 1 al sacarla de una baraja		
Obtener menos de 7 puntos al lanzar un dado		
Caerte de una silla si tiene una pata rota		
Ganarse el baloto		
Extraer un balón rojo de una bolsa de balones con diferentes colores		

3. Escribir los eventos correspondientes al lanzamiento de una moneda

EVENTO LANZAMIENTO DE LA MONEDA

4. Escribir los eventos correspondientes al lanzamiento de un dado regular.

EVENTO LANZAMIENTO DE UN DADO

Anexo E. Actividad 4. Piedra, papel y tijera



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**
Educadora de educadores

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Actividad 4. Piedra, papel o tijera

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

1. ¿Crees que en los juegos de azar hay solo una posibilidad para ganar? _____ ¿Por qué? _____

2. A partir de las diferentes posibilidades (eventos) que se establecieron con las docentes, ¿crees que usando solo uno de esos resultados es posible ganar? _____ ¿Por qué? _____

3. ¿En las próximas partidas jugarías siempre con el mismo elemento? _____
¿Por qué? _____

A partir de las posibilidades construidas, contesta las siguientes preguntas.

4. ¿Con cuáles se puede ganar? _____
¿Por qué? _____

5. ¿Con cuáles se puede empatar? _____ ¿Por
qué? _____

6. ¿Con cuáles se puede perder? _____
¿Por qué? _____
7. ¿Con cuál figura tienes más posibilidad de ganar?

8. Si son tres jugadores, ¿cuáles crees que serán las posibilidades de empatar? _____

¿Cuáles las de ganar? _____

y ¿Cuáles las de perder _____

9. Al jugar dos personas, ¿Cuáles son los eventos? _____

10. ¿Cuál es la probabilidad que saque piedra? _____
¿Por qué? _____

11. ¿Cuál es la probabilidad que saques papel? _____
¿Por qué? _____

12. ¿Cuál es la probabilidad que saques tijera? _____
¿Por qué? _____

ANEXO F. Actividad 1. Boli - Color



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL
Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

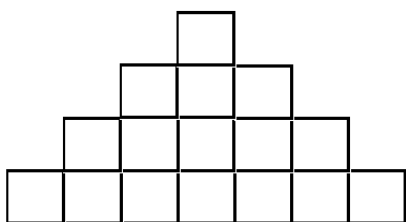
Actividad 1: BOLI - COLOR

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

¡Antes de jugar, realiza las actividades y contesta las preguntas!

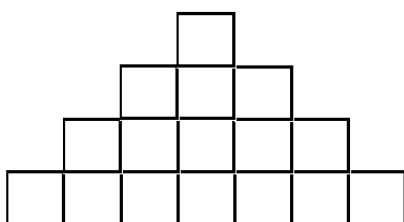
1. Colorea los espacios azules que se encuentran en el juego.



¿Cuántos espacios de color azul, hay en el juego?

Respuesta: _____

2. Colorea los espacios verdes que se encuentran en el juego.



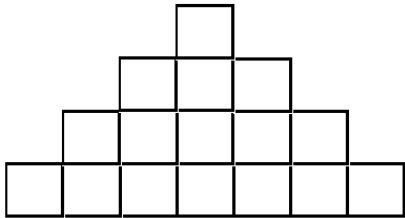
¿Cuántos espacios de color verde, hay en el juego?

Respuesta: _____

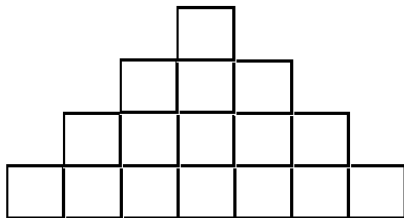
¿Cuántos espacios de color amarillo, hay en el juego?

Respuesta: _____

3. Colorea los espacios amarillos que se encuentran en el juego.



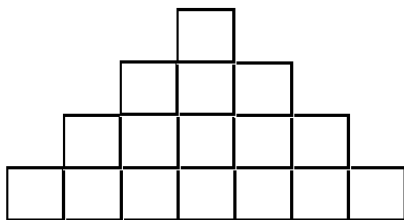
4. Colorea los espacios rojos que se encuentran en el juego.



¿Cuántos espacios de color rojo, hay en el juego?

Respuesta: _____

5. Colorea los espacios blancos que se encuentran en el juego



¿Cuántos espacios en blanco, hay en el juego?

Respuesta: _____

6. En un solo lanzamiento, ¿Cuál es el puntaje más alto que puedes obtener?
_____ ¿Por qué?_____

7. En un solo lanzamiento, ¿Cuál es el puntaje más bajo que puedes obtener?
_____ ¿Por qué?_____

8. ¿Por qué crees que hay más espacios blancos que rojos?_____

ANEXO G. Actividad 2.Boli - Color



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL**
Educadora de educadores

**FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

Actividad 2.Boli - Color

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Los datos de cada uno de los juegos, los vamos a escribir en una tabla siguiendo el ejemplo.

Ejemplo

	ESTEBAN	CARLOS	VIVIANA
LANZAMIENTO #1	Color Blanco = 0 Puntos	Color Amarillo = 6 puntos	Color Blanco = 0 Puntos
LANZAMIENTO #2	Color Amarillo = 6 puntos	Color Blanco = 0 Puntos	Color Verde = 4 Puntos
LANZAMIENTO #3	Color Verde = 4 Puntos	Color Verde = 4 Puntos	Color Amarillo = 6 Puntos
LANZAMIENTO #4	Color Blanco = 0 Puntos	Color Azul = 2 puntos	Color Verde = 4 Puntos
LANZAMIENTO #5	Color Azul = 2 puntos	Color Blanco = 0 Puntos	Color Azul = 2 puntos

Juego 1

LANZAMIENTO #1					
LANZAMIENTO #2					
LANZAMIENTO #3					
LANZAMIENTO #4					
LANZAMIENTO #5					

Juego 2

LANZAMIENTO #1					
LANZAMIENTO #2					
LANZAMIENTO #3					

LANZAMIENTO #4					
LANZAMIENTO #5					

Juego 3

LANZAMIENTO #1					
LANZAMIENTO #2					
LANZAMIENTO #3					
LANZAMIENTO #4					
LANZAMIENTO #5					

Juego 4

LANZAMIENTO #1					
LANZAMIENTO #2					
LANZAMIENTO #3					
LANZAMIENTO #4					
LANZAMIENTO #5					

Juego 5

LANZAMIENTO #1					
LANZAMIENTO #2					
LANZAMIENTO #3					
LANZAMIENTO #4					
LANZAMIENTO #5					

Contesta las siguientes preguntas:

1. Si Alejandra realiza tres lanzamientos y en los tres cae en el color rojo, ¿En cuál color crees que va a caer en el cuarto lanzamiento de Alejandra? _____
¿Por qué? _____

2. Si Camilo realiza cuatro lanzamientos y en los cuatro cae en color blanco, ¿En cuál color crees que va a caer el quinto lanzamiento? _____
¿Por qué? _____

3. ¿En cuál espacio y de qué color cae **más** veces la bola? _____

¿Por qué crees que sucede esto? _____

4. ¿En cuál espacio y de qué color cae **menos** veces la bola? _____

¿Por qué crees que sucede esto? _____

5. ¿Por qué crees que hay más espacios blancos que rojos? _____

ANEXO H. Actividad 3.Boli - Color



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
Educadora de educadores

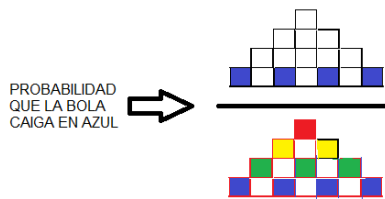
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Actividad 3.Boli - Color

Nombre: _____

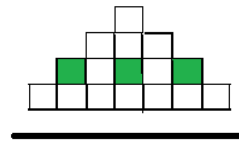
Curso: _____ Fecha: _____

¡Observa con atención la siguiente imagen!

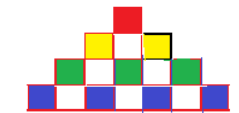


1. Teniendo en cuenta el anterior ejemplo une con flechas las probabilidades con la imagen que corresponden.

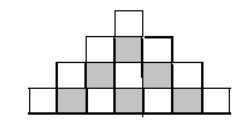
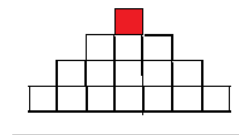
Probabilidad que la bola caiga en blanco



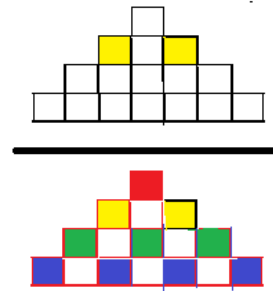
Probabilidad que la bola caiga en verde



Probabilidad que la bola caiga en amarillo



Probabilidad que la bola caiga en rojo



¡Ahora con números!

Probabilidad de que la bola caiga en azul = $\frac{4}{16}$

Responde las siguientes preguntas, teniendo en cuenta el ejemplo anterior.

2. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en rojo? _____
¿Por qué? _____

3. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en verde? _____
¿Por qué? _____

4. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en amarillo? _____
¿Por qué? _____

5. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en blanco? _____
¿Por qué? _____

6. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en blanco o amarillo?
_____ ¿Por qué? _____

7. ¿Cuál es la probabilidad que la bola caiga en un color diferente de blanco?
_____ ¿Por qué? _____

ANEXO I. Rediseño actividad 4. Piedra, papel o tijera.



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA
NACIONAL
Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Actividad 4. Piedra, papel o tijera

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

1. ¿Crees que en cualquier juego de azar hay solo una posibilidad para ganar? _____ ¿Por qué? _____

2. A partir de las diferentes posibilidades (eventos) que se establecieron con las docentes, ¿crees que usando solo uno de esos resultados es posible ganar? _____ ¿Por qué? _____

3. ¿En las próximas partidas jugarías siempre con el mismo elemento? _____ ¿Por qué? _____

A partir de las posibilidades construidas, contesta las siguientes preguntas.

4. ¿Con cuáles se puede ganar? _____ ¿Por qué? _____

5. ¿Con cuáles se puede empatar? _____ ¿Por qué? _____

6. ¿Con cuáles se puede perder? _____ ¿Por qué? _____

7. ¿Con cuál figura tienes más posibilidad de ganar?

8. Si son tres jugadores, ¿cuáles crees que serán las posibilidades de empatar? _____

9. ¿Cuáles las de ganar? _____

10. ¿Cuáles las de perder _____

11. Al jugar dos personas, ¿Cuáles son los eventos? _____

12. ¿Cuál es la probabilidad que saques piedra? _____

¿Por qué? _____

13. ¿Cuál es la probabilidad que tu compañero saque piedra? _____

¿Por qué? _____
