ARGUMENTOS LOGRADOS POR ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA AL REALIZAR UNA TAREA QUE INVOLUCRA PATRONES Y PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

JORGE ARTURO MURCIA PÉREZ
2014182020
JULIO ARMANDO SILVA MUÑOZ
2014182038

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR EL TÍTULO DE ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ASESOR:
DIEGO FERNANDO IZQUIERDO RODRIGUEZ

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BOGOTÁ
2014

"Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría; en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos"

NOTA DE ACEPTACIÓN

ASESOR

JURADO

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a los docentes de la Especialización en Educación Matemática, quienes nos acompañaron durante todo este proceso y contribuyeron en nuestra formación personal y profesional. De igual manera, queremos dar un agradecimiento especial a nuestro asesor, Diego Fernando Izquierdo, quien nos apoyó y orientó con sus valiosos aportes haciendo posible la realización de este trabajo.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado ***"Argumentos logrados por estudiantes de grado quinto de educación básica primaria al realizar una tarea que involucra patrones y procesos de generalización."*** Presentado por los estudiantes:

Jorge Arturo Murcia Pérez - 2014182020
Julio Armando Silva Muñoz -2014182038

Como requisito parcial para optar al título de **Especialización en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigno la calificación de **Aprobado** con **45** puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 01 días del mes de diciembre de 2014.

JURADOS

Director(a) del Trabajo: Profesor(a) Diego Izquierdo
DIEGO IZQUIERDO

Jurado:

Profesor(a)
EDWIN CARRANZA

	FORMATO
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE
Código: FOR020GIB	Versión: 01
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	Página 1 de 7

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado de especialización
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Titulo del documento	Argumentos Logrados por Estudiantes de Grado Quinto de Educación Básica Primaria al Realizar una Tarea que Involucra Patrones y Procesos de Generalización
Autor(es)	Murcia Pérez, Jorge Arturo; Silva Muñoz Julio Armando
Director	Diego Fernando Izquierdo Rodríguez
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2014. 74 p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Argumentación, Modelo de Toulmin, Generalización.
2. Descripción	

El presente trabajo se enmarca en la línea investigativa "Argumentación y Prueba" de la Universidad Pedagógica Nacional, en el cual se describen 4 de los argumentos presentados por los estudiantes de grado quinto de una institución educativa privada, al enfrentarse con una tarea de generalización.

El interés de indagar sobre este campo, surge a partir de las dificultades que presentan los estudiantes para describir y dar razones sobre muchas de sus ideas y enunciados, de tal manera que puedan convencer a los demás sobre lo que piensa o logra obtener. En este sentido, varias investigaciones realizan aportaciones centrando su mirada, por un lado, en los procesos argumentativos (Sarda, 2003. Plantin, 2001. Toulmin, 1958), quienes hacen todo un desarrollo teórico sobre este concepto y, en algunos casos crean o adoptan modelos de construcción de argumentos. Y por otro lado, en la generalización (Cañadas, Castro y Castro, 2008. Merino, 2012), el impacto que tienen las actividades en torno a la detección de patrones y secuencias y como a partir de ellas pueden justificar y entrar a argumentar sus resultados.

Por este motivo se diseña y propone una tarea sobre generalización, para determinar si estas actividades aportan a los procesos de argumentación de los estudiantes y, en otra mirada, como son el tipo de argumentos que ellos comunican.

3. Fuentes

Se consultaron referentes teóricos que guardaran relación con los conceptos de argumentación y generalización.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. PNA, 1(2), 67-78.

Cañadas, M., Castro, E., & Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación

Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. PNA, 2(3), 137-151.

Izquierdo, D. & Granados, J. (2012). *Caracterización de los argumentos que emergen en el desarrollo de una tarea de generalización realizada por estudiantes de grado noveno*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá D.C

Merino, E. (2012). *Patrones y Representaciones de Alumnos de 5° de Educación Primaria en una Tarea de Generalización*. Universidad de Granada, Granada España.

Ministerio de Educación Nacional, (1998), *Lineamientos Curriculares en Matemáticas,* Bogotá: MEN. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_ pdf9.pdf

Plantin, C. (2001). *La argumentación*. Barcelona: Ariel, 2a. Edición.

Radford, L. (2010). *Layers of Generality and Types of Generalization in Pattern Activities*. PNA, 4(2), 37-62

Santibáñez, C. (2001). *La Argumentación. Variantes y ejemplos*. RLA: Revista de lingüística teórica y aplicada, 39, 183-202.

Sardà, A. (2003). Argumentar: proposar i validar models. In N. Sanmartí (coord.) (Ed.), Aprendre Ciències: tot aprenent a escriure ciència (pp. 121-148). Barcelona: Edicions 62.

Secretaría de Educación Distrital. (2007). *Colegios Públicos de Excelencia para Bogotá*. *Orientaciones curriculares para el campo de Pensamiento Matemático*. Bogotá, D.C.

Toulmin, S. (2007). *Stephen Toulmin los Usos de la Argumentación. Traducción de María Morrás y Victoria Pineda*. Barcelona: Ediciones Península.

Toulmin, S. (1958). The layout of arguments. *The uses of argument* . (pp. 87-105) Cambridge university Press.

4. Contenidos

Este trabajo se divide en tres capítulos. En el primero se presenta el desarrollo del marco teórico, en el cual se trata el concepto de argumentación, comenzando desde la perspectiva de los lineamientos curriculares y posteriormente haciendo una descripción general de diversos referentes teóricos sobre dicho concepto. Luego se trabaja la generalización y de igual manera se revisan varias fuentes, donde se hace un tratamiento sobre el concepto y su importancia en el campo del aprendizaje de las matemáticas.

El capítulo dos, hace alusión a la metodología usada, describiendo el grupo de estudiantes sobre el cual se trabajo, la tarea propuesta y los instrumentos para la recolección de información.

En el capitulo tres, se desarrolla en análisis de los resultados, tomando como base los instrumentos de recolección de información descritos en el capitulo dos. Se toman los cuatro argumentos más significativos; se trabajan sobre estos, donde finalmente se organizan según el modelo de Toulmin presentado en el capítulo uno.

Finalmente se dedica un apartado presentar las conclusiones obtenidas a partir del análisis realizado y enfocados al cumplimiento de los objetivos planteados en el presente trabajo.

5. Metodología
El objetivo de este trabajo se relaciona con el análisis de los argumentos que emergen en estudiantes de grado quinto, evidenciados en una prueba escrita y videos de las plenarias de los mismos a partir de una tarea de generalización; por lo cual ésta se enmarca en un enfoque cualitativo y descriptivo. Los niños y niñas, protagonistas de esta investigación, son 43 estudiantes de grado quinto (año 2014), cuyas edades oscilan entre los 9 y 11 años; pertenecientes a una institución educativa privada (Colegio Andrés Escobar), ubicada en la localidad de Usme. En el proceso de recolección de información se tuvo en cuenta dos instrumentos, el primero relacionado con las pruebas escritas desarrolladas por los estudiantes objeto de ésta investigación; y el segundo referido a los videos donde se grababan las plenarias de algunos de estos estudiantes y la socialización de sus resultados. Finalmente el análisis se basa en primera instancia de las plenarias consignadas en las grabaciones de audio y video, y en segunda instancia de las pruebas escritas por los estudiantes, donde se reflejan de forma más directa, los resultados que cada uno de ellos obtuvo al desarrollar la tarea.

6. Conclusiones
En el primer objetivo específico se pretende de alguna manera, identificar argumentos en los estudiantes y construirlos a la luz del modelo de Toulmin. Con relación a este objetivo se puede decir que los estudiantes encuentran relaciones entre el enunciado inicial y cada una de las preguntas generadas, logrando contestar a ellas por medio de esquemas gráficos y de forma escrita. Así, la información suministrada en cada una de las pruebas, pudo ser esquematizada bajo el modelo de Toulmin, identificando a través del análisis

elaborado, cada uno de los elementos que lo componen, a pesar que los estudiantes no argumentan generando el esquema propio de dicho modelo.

Frente al segundo objetivo, referido a verificar si las tareas de generalización fomentaban la argumentación en los estudiantes, los resultados registrados evidencian la viabilidad de comenzar en los primeros años de educación primaria el desarrollo del razonamiento algebraico con tareas de generalización, partiendo de conceptos y temas propuestos en el currículo de matemáticas para este nivel de enseñanza. Esto en vista que la actividad realizada sobre secuencias fue bien vista por los estudiantes, quienes lograron identificar patrones que ayudaron al trabajo de la generalización; y en este sentido ofrecer argumentos que dieran cuenta de los resultados y el proceso realizado.

Con la elaboración de este trabajo se aportan elementos conceptuales como metodológicos, que permiten de alguna manera reflexionar sobre el comienzo del algebra a temprana edad, proponiendo actividades de secuencias, patrones y generalización que ayuden a potencializar el pensamiento variacional, logrando así mejores resultados en la práctica del algebra en secundaria.

En el desarrollo de la actividad propuesta los estudiantes identificaron el patrón utilizando la visualización, y luego lo exteriorizaron de forma escrita y verbal, en el caso particular, donde se les realiza las grabaciones correspondientes. En este proceso, muchos de ellos utilizan símbolos y representaciones gráficas que les permitió acercarse más al concepto de generalización utilizado en algebra, logrando resultados como: *nx2=?+2=?*

Elaborado por:	Murcia Pérez, Jorge Arturo; Silva Muñoz Julio Armando
Revisado por:	Diego Fernando Izquierdo Rodríguez

Fecha de elaboración del Resumen:	27	10	2014

CONTENIDO

pág.

LISTA DE TABLAS

pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ANEXOS

pág.

INTRODUCCIÓN

El objetivo fundamental de este trabajo de grado es hacer el análisis de argumentos alrededor de una tarea de generalización, logrados por estudiantes de grado quinto del colegio Andrés Escobar en el primer semestre del año 2014.

En el capítulo I, se desarrolla el marco teórico, el cual incorpora elementos de análisis relacionados con la argumentación. Para esto, se hizo una revisión de los referentes conceptuales, entre estos, los propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (1998), Toulmin (1958), donde además se toma como base para el análisis de resultados el Modelo Argumentativo de Toulmin (2007).

Adicionalmente, autores como Cañadas, Castro y Castro (2008), Merino (2012) se emplearon como referentes en torno al concepto de generalización y así mismo, la riqueza que tiene la implementación de tareas de generalización.

En el capítulo II, se presenta la metodología desarrollada, en el que se incluyen aspectos como la descripción de los estudiantes con los que se llevó a cabo la propuesta, los instrumentos para la recolección de información y la tarea de generalización aplicada. En esta última, se menciona el proceso realizado para la elaboración de dicha tarea, dando a conocer la intencionalidad y modificaciones de varios de los ítems tratados en la prueba final.

El capítulo III, presenta el análisis de los argumentos logrados por los estudiantes, de los cuales se mencionan y describen los más significativos. Se identifican los elementos fundamentales sobre cada uno y se ubican dentro de la teoría sobre el modelo de Toulmín, trabajada en el capítulo I.

Finalmente, se dedica un apartado para mostrar las conclusiones obtenidas, cada una de ellas enfocadas a los objetivos del presente trabajo y además, brindando la opción de una ampliación del mismo.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde ya hace varios años atrás, se ha venido trabajando sobre la importancia de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas adoptando una postura que va mas allá del desarrollo del pensamiento lógico, el papel socio-cultural, y su estrecha relación con la ciencia y la tecnología; se ha llegado a establecer que el involucrar la formación matemática en niños y jóvenes apunta al objetivo de vincular otros aspectos referidos a los valores democráticos que los estudiantes deben adoptar para responder a las demandas sociales de la actualidad (MEN, 2006). Sin embargo, el abordar dichos aspectos implica que a partir de un conocimiento conceptual y procedimental, el estudiante debe ser matemáticamente competente, y es en este sentido donde toman fuerza los procesos de argumentación, ya que éste es uno de los elementos a tener en cuenta para lograrlo, según el MEN (2006), en los estándares curriculares, “Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración” (p. 51).

En el ciclo de educación básica, específicamente en los grados de tercero a sexto, según la SED (2007), en su documento Orientaciones Curriculares para el campo de Pensamiento Matemático, los estudiantes presentan dificultades en cuanto a justificar o dar razones sobre algunas ideas. Al plantear argumentos que den validez a los resultados obtenidos frente a una tarea y, más aun, cuando de presentar contra argumentos se trata, solo se remiten al hecho de manifestar su inconformidad basados en que “ellos tienen otra forma de resolverlo”, mas no por expresar o dar a conocer un contraejemplo. Por otro lado, desde la experiencia docente de los autores del presente documento, también se ha podido evidenciar la dificultad que tienen los estudiantes, en particular de grado quinto, para argumentar sus ideas y resultados obtenidos cuando resuelven algún tipo de tarea; muchas de las afirmaciones que realizan las fundamentan en diálogos como: “es así porque así me lo enseñaron” o “así fue como me salió” entre otras.

Por lo anterior es de gran interés, realizar un trabajo que aporte a la comunidad educativa sobre posibles tareas que promuevan la argumentación en estudiantes de básica primaria, particularmente en el grado quinto, tareas que ayuden a superar dichas dificultades

En este sentido, se trata entonces de proponer situaciones donde el estudiante elabore razones sencillas que respalden sus ideas y la validez de las mismas. En primer lugar, se pretende verificar hasta donde ciertas actividades permiten promover la construcción de argumentos fuertes, dando herramientas a los estudiantes a la hora de presentar y validar un resultado, dando respuesta a lo que pone de manifiesto la SED (2007) cuando afirma que en el ciclo de educación básica

> Conviene que los educandos tomen conciencia del hecho de que para mostrar la falsedad de una idea basta mostrar un caso en la que ésta no se cumple, mientras que la verdad de una idea no se muestra porque se verifique en uno o varios casos; que igualmente en estas situaciones hay que construir argumentos con ideas generales, en los que se explicite su validez para el universo de casos en los que se pretende que la idea sea verdadera. (p. 118)

Y por otra parte, algunas de estas situaciones se enmarcan en que los alumnos, en los grados de tercero a sexto, puedan:

> Estudiar secuencias de datos e identificar patrones de variación que tienen una variable única. Se trata entonces de apoyarlos a encontrar los patrones en secuencias que incluyen dos variables, y para que en situaciones sencillas no se limiten a resolver el caso particular, sino den cuentan de una regla general que justifique todos los casos posibles. Además que ofrezcan razones que justifiquen la necesidad lógica del patrón. (SED, 2007, p. 98)

Cabe la pena resaltar que las tareas de generalización comienzan a considerarse necesarias en la educación básica primaria, y más aun, como una brecha que abre las puertas al algebra. El National Council of Teachers of Mathematics (2000, citado en Merino, 2012) sostiene que “el álgebra ha de ser tratada desde la educación infantil en adelante. La intención es ayudar a los alumnos a construir una base sólida de aprendizaje y experiencia como preparación para un trabajo más sofisticado en el álgebra de los grados medio y superior” (p. 12).

Con todo lo anterior se puede observar que las tareas de generalización podrían contribuir, de cierto modo, a la obtención de los objetivos propuestos en el presente trabajo, referidos a los procesos argumentativos de los estudiantes de grado quinto dado que como menciona Dörfler (1991, citado en Merino, 2012) “tanto en la vida cotidiana como en el pensamiento científico, las generalizaciones son de gran importancia ya sea en la construcción de conceptos o proposiciones como en la generación de ideas, hipótesis o argumentaciones” (p. 25)

OBJETIVOS

GENERAL

Describir los argumentos logrados por estudiantes de grado quinto de educación básica primaria, al realizar una tarea relacionada con patrones y procesos de generalización.

ESPECÍFICOS

- Identificar los posibles argumentos logrados por los estudiantes al realizar una tarea sobre generalización utilizando el modelo de Toulmin.

- Determinar si las tareas que involucran procesos de generalización y patrones potencian la argumentación.

1. MARCO TEÓRICO

1.1 LINEAMIENTOS CURRICULARES EN MATEMÁTICAS FRENTE A LA ARGUMENTACIÓN

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas han sido objeto de análisis desde ya hace varios años atrás; en este sentido los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998) han aportado una serie de elementos que generan reflexión sobre el quehacer docente y del alumno, dando una mirada en torno a las acciones que pueden orientar la educación matemática.

Partiendo de este hecho, el MEN propone una serie de procesos generales que, aunque no se menciona de forma explícita, guardan estrecha relación, con algunos aspectos referidos a la argumentación y su importancia, no solo a la hora de dar razones sobre un procedimiento o resultado matemático para ser validado, sino también sobre las aportaciones que realizan las matemáticas a los fines generales de la educación, formar sujetos críticos que den cuenta a las necesidades sociales actuales (MEN, 1998). En este sentido, dichos procesos se encaminan a dar cuenta del papel que juega el estudiante en el aprendizaje de las matemáticas y no nos referimos a que cada uno de ellos sea un ente exclusivamente receptor, por el contrario, busca que el estudiante interactúe más y se vuelva protagonista de su propio aprendizaje.

Los procesos de los cuales hacemos referencia, surgen a partir del papel que el estudiante tiene a la hora de realizar una tarea matemática, esto es, no solo aprender una serie de definiciones y conceptos, sino de formular y resolver problemas haciendo, de cierto modo, lo que se podría decir el trabajo del matemático o por lo menos un acercamiento a éste; por tanto se requiere que el alumno realice actividad científica en la cual se produzcan formulaciones, conjeturas, modelos, entre otros procesos de tal forma que tenga la capacidad de comunicar sus resultados a la demás comunidad, siendo el profesor quien oriente, contextualice situaciones y genere estos espacios (MEN, 1998).

Ahora bien, estos procesos generales básicamente son 5: La resolución y el planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. El primero de ellos nos indica:

> En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel (MEN, 1998, p. 52).

Así al plantear y desarrollar problemas se está enriqueciendo al estudiante de herramientas para construir argumentos que den cuenta de la actividad desarrollada y, de la misma manera, pueda convencer a los demás de sus resultados.

El segundo proceso, el razonamiento, aparece mucho más ligado desde el punto de vista que si "entendemos por razonar la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión" (MEN, 1998, p. 54) se ponen de manifiesto algunas acciones referidas a este proceso como lo son:

- Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos,
- propiedades y relaciones para explicar otros hechos.

- Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar. (MEN, 1998, p. 54)

Aquí podemos observar la argumentación como una de las acciones inmersas en el razonamiento y que no viene desligada de las otras, ni surge de la nada, sino que es producto de una serie de ejercicios previos que dan fuerza a las ideas expuestas ante los demás. Cabe la pena resaltar que no siempre los argumentos que un estudiante presenta son válidos; en ocasiones se presentan situaciones donde a pesar que no se duda de la validez de algún teorema o un concepto, este mismo no sirve para el caso particular en el cual desea usarse y justificar o fundamentar los resultados obtenidos.

Un tercer proceso hace alusión a la modelación, definida como un sistema figurativo, mental gráfico o tridimensional que permite volver cercano y concreto un concepto o idea, apuntando hacia lo real y sobre el cual se pueden operar transformaciones y procedimientos (MEN, 1998). Este sirve como un elemento fundamental para la construcción y consolidación de un argumento en el sentido que posee una estructura en cuanto a su diseño o construcción lo cual fundamenta su veracidad y lo apropiado para dar cuenta de una respuesta o conclusión.

Los argumentos pueden ser tomados como válidos una vez que la forma de comunicarlos sea lo más clara posible evitando así ambigüedades; tal cual como lo señala el MEN (1998) cuando se refiere a la comunicación como otro de los procesos generales y como una necesidad común de las personas en diversas actividades de su vida diaria, la cual involucra la evaluación de ideas que son expuestas de forma oral, escrita o visual para luego producir y presentar argumentos convincentes ya sea a favor o en contra de las afirmaciones planteadas en algún momento.

Finalmente, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, se muestra como un proceso fundamental para los estudiantes, y más aun a la hora de presentar argumentos, ya que a través de estos se puede dar o no fuerza a los mismos; esto se apoya en las ideas presentadas por el MEN (1998) cuando habla de los procedimientos refiriéndose a que “Los alumnos deben saber cuándo aplicarlos, por qué funcionan, y cómo verificar que las respuestas que ofrecen son correctas; también deben entender los conceptos sobre los que se apoya un proceso y la lógica que lo sustenta”

En este orden de ideas la argumentación se ve estrechamente relacionada con cada uno de los procesos mencionados anteriormente, en el sentido que no basta con decir se realizó algún procedimiento o que se obtuvo un resultado determinado, sin tener en cuenta que, cada uno de estos ejercicios merece una serie de justificaciones dando un valor de veracidad a las acciones y resultados presentes en la resolución de un problema, no solo para la comunidad a quienes se les comunica sino al sujeto mismo que lo desarrolla, el convencerse así mismo y a los demás que lo hecho y obtenido es producto de un razonamiento coherente y preciso.

1.2 ARGUMENTACIÓN

El concepto de argumentación ha sido trabajado por varios autores, entre los cuales se encuentra Sarda (2003) quién presenta una noción general sobre lo que éste significa:

> La argumentación es una actividad social, intelectual y verbal que sirve para justificar o refutar una opinión, y que consiste en hacer declaraciones teniendo en cuenta al receptor y la finalidad con la cual se emiten. Para argumentar hace falta elegir entre diferentes opciones o explicaciones y razonar los criterios que permiten evaluar como más adecuada la opción elegida.”(p. 123)

En este sentido, la argumentación como actividad social, se manifiesta como un discurso cuyo fin es justificar o contradecir ideas, teniendo en cuenta aspectos como: a quién va dirigido y la intencionalidad, para determinar criterios y opciones en las cuales se debe basar el emisor para exponer dicho discurso.

Otra noción sobre argumentación es la que propone Álvarez (citado en Santibañez, 2001), sobre la cual menciona

> Como dice Vignaux (1976: 17) "toda argumentación es un conjunto de razonamientos que apoyan una tesis. Es decir, hay argumentación cuando se trata de resolver un problema. El problema permite que se desplieguen argumentos en favor de una tesis o contra ella". Dicho en los términos de Charolles (1980: 7) "hay argumentación cada vez que un agente (individual o colectivo) produce un comportamiento destinado a modificar o a reafirmar las disposiciones de un sujeto (o conjunto de sujetos) respecto a una tesis". La argumentación supone, entonces, que existe un sujeto argumentador, que pone en acción medios discursivos para provocar o aumentar la adhesión de una audiencia a las tesis que se presentan para su asentimiento (p.148-9)

Así, puede entenderse la argumentación como razonamientos que surgen al desarrollar una tesis y posibilitan dar solución a un problema y, que este proceso, no solo se remite en dar a conocer un discurso sino también brinda la posibilidad de refutarlo; aunque su fin último es convencer a la audiencia de la validez del mismo.

Desde otra mirada, según Duval (1999) "se considera como argumento todo aquello que se ofrece, o todo lo que es utilizado, para justificar o para refutar una proposición" (p. 3); en este orden de ideas se aceptaría que en esta clasificación entrarían los ejemplos, resultados de experiencias, definiciones, inclusive, hasta una creencia. Ahora bien, todo ello implica que la necesidad de convencer a otros sobre algún saber o resultado, requiere de no solo uno sino de varios argumentos

(Duval, 1999) y así mismo este conjunto de argumentos tomen fuerza dentro del mismo contexto sobre el cual se trabaja.

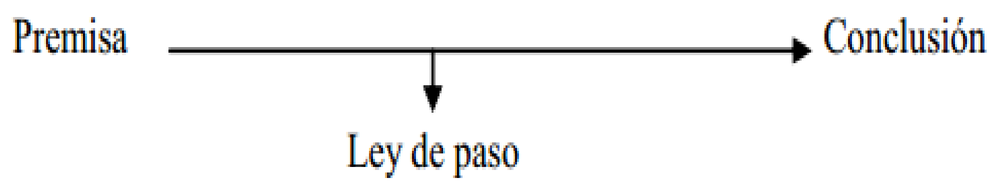
Otro de los autores representativos que tratan sobre el constructo de argumentación es Plantin (2001), para quien:

> La argumentación es, en consecuencia, una operación lingüística que se apoya en un enunciado asegurado o aceptado, para llegar a un enunciado menos aceptado o menos seguro como conclusión. Argumentar es dirigir argumentos a un interlocutor, es decir, dar razones para hacerle admitir una interpretación e incitarlo a adoptar los comportamientos adecuados (p.151).

En este sentido, Plantin (2001) clasifica el concepto en dos campos el dialogo argumentativo y el monólogo argumentativo. En el dialogo argumentativo se distinguen 4 etapas, la primera se refiere a la proposición donde el emisor expone un discurso mínimo dando un punto de vista, la segunda es una contraposición por parte del receptor en la cual se hace necesario la presentación de argumentos, en este sentido "Sólo hay argumentación si hay desacuerdo sobre una posición, es decir, confrontación entre un discurso y un contradiscurso" (Plantin, 2001, p. 35). La tercera etapa es en la que se establece el debate frente al problema de discusión; y finalmente, la última etapa, hace alusión a los argumentos, sobre los cuales se fundamentan en una serie de datos para llegar a una proposición y el paso de datos a proposiciones debe estar ligada a una ley que lo justifique, por tanto "Los datos al apoyarse sobre una ley de paso adecuada, adquieren el estatus de argumento y la proposición el estatus de conclusión" (Plantin, 2001, p. 37).

Frente al monólogo argumentativo, Plantin (2001) menciona que para este campo, también se puede llegar a clasificar en los estadios anteriormente descritos; sin embargo basta con presentar un esquema básico en el que a partir de una premisa se llega a una conclusión por medio de, por lo menos, el uso de una razón de validación y dejando a un lado los demás estadios como se presenta en la figura 1.

Figura 1. Esquema argumentativo mínimo de Plantin (2001)



Plantin fundamenta su teoría de la argumentación en los trabajos de Toulmin (1958) quien considera que las argumentaciones de la vida cotidiana no siguen el modelo riguroso del silogismo, por el contrario define el argumento como una estructura compleja de datos que por medio de interacciones entre los mismo, nos llevan al establecimiento de una conclusión, es decir “una cadena de razonamientos o secuencias interconectadas entre pretensiones y razones que establece el contenido y fuerza de la posición a partir de la que un hablante arguye, y argumentación como la actividad total de exponer pretensiones, desafiarlas, apoyarlas produciendo razones y nuevamente refutar esas razones” (Toulmin, 1958 y Toulmin, Rieke & Janik, 1979; citado en Izquierdo y Granados, 2012).

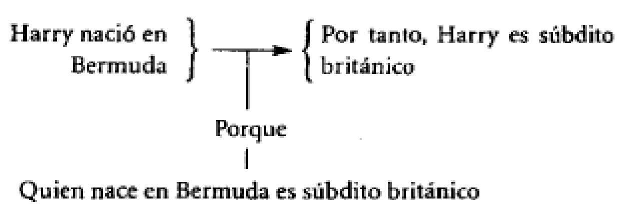
1.3 MODELO DE TOULMIN

Para la construcción de argumentos, Toulmin (2007) propone un modelo basado en tres componentes esenciales, sobre los cuales se van manifestando otros tres, en la medida que se vayan requiriendo. En primer lugar menciona que cuando se hace una aseveración, la afirmación sobre la cual nos apoyamos, debe mostrar que tiene un fundamento para poder dar validez a lo que se dice, por tanto se comienza a establecer una estructura que parte de los datos (D) para obtener la conclusión (C). Los datos se presentan como la base del argumento, son los elementos justificatorios e información requerida para poder llegar a la conclusión, que es la afirmación a la cual se pretende llegar.

Sin embargo, en dicha estructura, la abundancia de datos no garantiza que la afirmación sea totalmente cierta, sino que promueve a más interrogantes y puede llegar a crear confusiones. Lo que solventaría esta situación serian algunos enunciados para mostrar que tienen que ver los datos expuestos con la conclusión y es aquí donde se involucra otro elemento, fundamental, en la estructura, el cual se ha denominado garantías (G), que de forma más concreta es explicativa y es quien registra explícitamente la legitimidad del paso. En otras palabras, la garantía se refiere a "una serie de reglas, principios, enunciados etc que permitan hacer inferencias en lugar de agregar información adicional. Lo que se necesita en este momento son enunciados hipotéticos de carácter general que actúen como puente entre unas y otras" (Toulmin, 2003, p. 134).

Toulmin (2007) para representar este esquema con mayor claridad propone el siguiente ejemplo

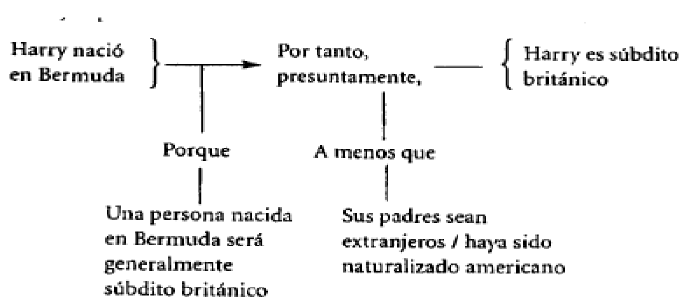
Figura 2. Ejemplo del esquema básico del modelo de Toulmin



Donde D: Harry nació en Bermuda, G: quien nace en Bermuda es súbdito británico y C: Harry es súbdito británico.

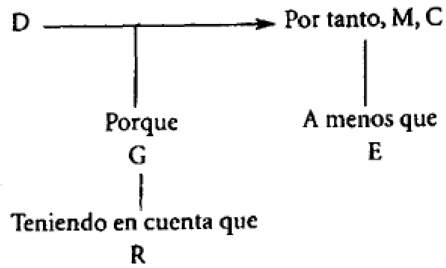
Sin embargo el presentar una garantía como ésta, no deja de lado que el argumento sea susceptible de ser interrogado, para lo cual se añaden otros elementos a la estructura referidos a calificativos o matizadores modales (M) y condiciones de refutación (E). El primero de estos, que generalmente se manifiesta con expresiones tales como “presuntamente” o “probablemente”, hace alusión a poder dar el paso de datos a conclusiones, señalando que son provisionales o condicionantes, dando así fuerza al argumento. El segundo indica el caso en el cual la garantía expuesta ha de dejarse a un lado, por lo tanto no puede tenerse en cuenta (Tolumin, 2007). Estos nuevos elementos Toulmin (2007) los ejemplifica como se muestra a continuación:

Figura 3. Ejemplo del esquema completo del modelo de Toulmin



Finalmente, en el ejemplo anterior se muestra que la garantía es un enunciado el cual puede llegar a ser cuestionado, ¿por qué se puede decir que una persona nacida en Bermuda será generalmente súbdito británico?, de aquí nace un nuevo elemento que nos permite respaldarla, podría decirse que a esta garantía la podemos defender porque existe una ley que indica que una persona nacida en Bermuda es súbdito británico. A estos se les denomina respaldo de las garantías (R). Todo lo anterior conduce a que los argumentos son una estructura completa, en el sentido que no deja ideas sueltas sino que cada cosa que se hace o dice tiene un sentido y un fin y que el no tener en cuenta cada uno de estos elementos puede llevar a una argumentación sin fundamento y propensa a ser derrumbada con facilidad; en conclusión el modelo que presenta Toulmin se resume en el siguiente esquema

Figura 4. Esquema completo del modelo de Toulmin



Para el presente trabajo se va a tomar el modelo de Toulmin como referencia para esquematizar los argumentos propuestos por los estudiantes de grado quinto; sin embargo se tendrán solo en cuenta los tres elementos básicos: Datos, aserción y garante.

1.4 GENERALIZACIÓN

El concepto de generalización es otro de los elementos que hacen parte de la construcción del conocimiento (Piaget 1975, citado por Merino, 2012), y aún más en el campo de las matemáticas se puede considerar como la habilidad para generar ese conocimiento matemático a partir de objetos, las relaciones y operaciones que puedan establecerse entre ellos distinguiéndose en dos niveles: en primer lugar la habilidad personal para ver lo general y conocido en lo que es particular y concreto; y segundo, ver algo general y aún desconocido en lo que es particular y aislado (Krutestskii, 1976, citado en Merino, 2012).

Cañadas y Castro (2007), también se refieren a la generalización como la extensión del razonamiento que va más allá de los casos particulares, la consideran como un paso clave en la construcción del conocimiento hablando en términos cognitivos dentro del razonamiento lógico.

De igual forma se refiere Dörfler (1991, citado en Merino, 2012) cuando señala el valor de la generalización no solo en el marco científico sino también en la vida diaria, resalta su importancia tanto en el desarrollo del pensamiento individual como en la comunicación social; en este sentido distingue dos clases: las teóricas y las empíricas; donde las últimas consisten en hallar una cualidad común y general entre una serie de objetos y situaciones.

Por otro lado, varios autores no solo se enfocan en describir el concepto de generalización como tal sino también en las formas como ésta se comunica. Radford (2010) señala la importancia de los medios y las formas en que un estudiante expresa una generalización, en este sentido distingue dos tipos: uno es la generalización algebraica en la cual indica que un estudiante obtiene una expresión matemática que le permite llegar a cualquier caso particular. El segundo se refiere a la generalización aritmética y es en donde el estudiante describe de forma numérica un patrón encontrado, común de los casos particulares, usándolo para obtener otro caso particular sin la necesidad de introducirse en el contexto algebraico.

Cañadas, Castro y Castro (2008) también distinguen entre dos tipos: generalización textual y generalización pictórica. La primera de ellas hace alusión a expresar en un lenguaje natural lo común que ha sido identificado en los casos particulares y, que por tanto, es aplicado a cualquier otro caso particular. El segundo tipo se refiere a las representaciones que los estudiantes elaboran, dibujos o esquemas, poniendo de manifiesto la generalización encontrada.

Ya habiendo dado una mirada en torno al concepto de generalización, otros autores consideran la importancia que este tiene, y en el caso particular en el grado quinto. Según Manson (1996) “la detección de patrones y la expresión de generalidad están en el centro de las matemáticas; sin duda, el estudio de las matemáticas puede ayudar a desarrollar y a refinar las capacidades naturales” (pág. 232).

En esta perspectiva el autor señala la importancia de reconocer patrones y expresar una generalidad, además indica la relevancia que estas tienen en las matemáticas, pues su estudio ayuda a potencializar capacidades como el mismo razonamiento matemático.

De este último hace mención el MEN (1998) en los Lineamientos Curriculares, donde la generalización se clasifica como parte de los cinco procesos generales a tener presentes en el aprendizaje de las matemáticas, y del cual subraya que los procesos de generalización tienen un gran impacto.

> Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y las leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización. Esta es una forma muy apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar al séptimo y octavo grado. (MEN, 2006. Pag. 67).

Todo lo anterior conlleva a la implementación y promulgación de tareas de generalización cuyo fin es generar que en el desarrollo de estos procesos, aporten a la construcción del conocimiento. Dichas tareas "involucran la búsqueda de patrones y su solución exige hallar un elemento a partir de otros dados o conocidos" (Merino, 2012), es por eso que muchas de estas tareas se enfocan en la búsqueda de regularidades numéricas y un término general, así lo describen Moss y Beatty (2006, citado en Merino 2012) cuando mencionan que estas tareas son secuencias numéricas o geométricas crecientes, resaltando que cuando se proponen a los estudiantes patrones de crecimiento en diferentes contextos, piden a ellos una secuencia numérica y que ésta sea expresada como una función o una regla.

En este sentido la generalización entraría a ser un componente pertinente, mas no único, frente al fortalecimiento de los procesos argumentativos, pues desde la perspectiva de Dörfler (1991, citado en Merino, 2012) las tareas de generalización son de gran importancia en la construcción de argumentos al manifestar que "las generalizaciones son tanto objetos como medios de pensamiento y comunicación" (p. 25), no solo en el pensamiento individual sino también en el desarrollo social.

2. METODOLOGÍA

El objetivo de este trabajo se relaciona con el análisis de los argumentos que emergen en estudiantes de grado quinto, evidenciados en una prueba escrita y videos de las plenarias de los mismos a partir de una tarea de generalización; por lo cual ésta se enmarca en un enfoque cualitativo y descriptivo.

Para ello, se hizo una revisión bibliográfica, por un lado, de las investigaciones relacionadas con la argumentación tales como las realizadas por Sarda (2003), Plantín (2001) y Toulmin (1958) y por otro lado, investigaciones asociadas al concepto y procesos de generalización, entre ellas Piaget (citado en Merino, 2012), Cañadas, Castro y Castro (2008) y Merino (2012).

2.1 POBLACIÓN

Los niños y niñas, protagonistas de esta investigación, son 43 estudiantes de grado quinto (año 2014), cuyas edades oscilan entre los 9 y 11 años; pertenecientes a una institución educativa privada (Colegio Andrés Escobar), ubicada en la localidad de Usme.

La selección de estos estudiantes fue de forma arbitraria, salvo el nivel educativo que se encontraban cursando, para evitar determinar características especiales y/o excluyentes que generarán un extravío al objetivo del presente trabajo. Por otro lado, cabe la pena resaltar que estos estudiantes no han tenido un acercamiento a tareas de generalización pero si a aquellas que involucran algún tipo de secuencia.

2.2 INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

En el proceso de recolección de información se tuvo en cuenta dos instrumentos, el primero relacionado con las pruebas escritas desarrolladas por los estudiantes, objeto de ésta investigación; y el segundo referido a los videos donde se grababan las plenarias de algunos de estos estudiantes y la socialización de sus resultados.

2.2.1 DISEÑO DE LA TAREA

Para el diseño de la tarea, se llevó a cabo una revisión bibliográfica referida a tareas de generalización, sobre las cuales se optó por tomar una de las tareas propuestas en el trabajo desarrollado por Merino (2012), haciendo algunas adaptaciones a las preguntas planteadas y así generar un primer acercamiento a una prueba que pudiera brindar herramientas para construir una prueba final que posibilitará identificar argumentos en los estudiantes.

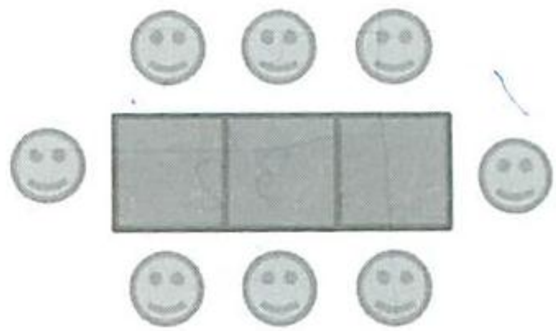
Esta primer prueba piloto fue aplicada a 33 estudiantes de grado quinto, cuyas edades se encuentran entre los 9 y 11 años; quienes hacen parte de una institución educativa de carácter privado (diferente a la población sobre la cual fue aplicada la prueba final), ubicada en la localidad Antonio Ñariño.

A continuación se hace una descripción de la prueba piloto inicial y posteriormente de la final, donde se realizaron pequeñas modificaciones atendiendo a las necesidades en cuanto a la claridad y pertinencia de las preguntas y los objetivos del presente trabajo.

Prueba piloto

ACTIVIDAD

Sara celebra su cumpleaños en casa y quiere invitar a sus amigos a cenar tarta. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.



Las mesas se unen formando una fila como la que observas en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas?
2. ¿Cuántos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Explica como lo has averiguado
3. Y si tenemos 120 mesas. ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado.
4. Organiza los datos obtenidos en la siguiente tabla, escribiendo en una casilla el número de mesas empleadas y al lado el número de amigos que se pueden sentar en estas mesas.

Número de mesas	Número de amigos

5. Si sabes el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarías a alguien como averiguar el número de amigos que pueden sentarse a cenar? Explica como lo has pensado.
6. Supongamos que la letra n representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número n de mesas. Recuerda que n es un número el cual no conozco su valor. Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad n de mesas.

La implementación de la prueba piloto, deja contribuciones significativas para la elaboración de la prueba final. Uno de ellos tiene que ver con la figura inicial, en la cual se muestran tres mesas con la ubicación respectiva de cada uno de los amigos; en ella se pudo identificar la dificultad que tenían algunos estudiantes para interpretar que el gráfico mostraba tres mesas mas no una sola, para lo cual se hizo necesario enumerar cada una de las mesas. De este modo se trataría de evitar cuestiones como, por ejemplo, en el segundo punto cuando se solicitaba averiguar el número de amigos que podían sentarse en 8 mesas, algunos estudiantes hacían 8 dibujos como el presentado en la tarea (figura 5)

Figura 5. Interpretación del estudiante de la primera pregunta

Las preguntas 1 y 2, hacen alusión a una relación de casos particulares, donde es posible y, en algunos casos, conveniente hacer el esquema.

La pregunta número 3 también se refiere a un caso particular de la situación, sin embargo basarse en una representación gráfica se convierte en algo tedioso, motivo por el cual el estudiante se ve en la necesidad de buscar otra estrategia para resolver la situación.

En el ítem 4, se propone una tabla en la cual se busca que el estudiante organice la información, hasta el momento obtenida, y si lo consideraba necesario complementarla con información nueva. En consecuencia se observó que ésta no fue tenida en cuenta para apoyar resultados posteriores, sin embargo se conservó este punto, pensando en que posiblemente al aplicarlo en otro grupo de estudiantes, algunos de ellos la considerarán para responder las preguntas posteriores.

La pregunta 5, va encaminada a tratar que el estudiante identificara algunos elementos que aportarán a los argumentos que dieran sustento a los resultados obtenidos y, por qué no, un paso a la pregunta 6, cuya intencionalidad era poder determinar una generalidad.

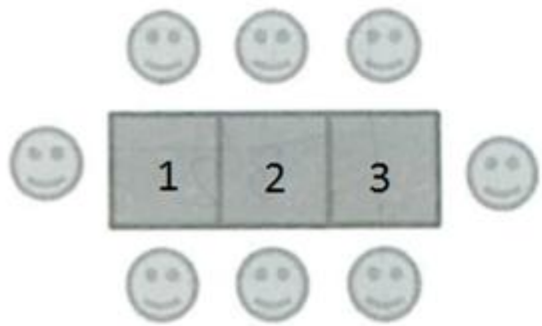
Prueba Final

Teniendo en cuenta la información obtenida al aplicar la prueba piloto, la construcción de la versión final de este instrumento tuvo modificaciones o pequeños arreglos en el esquema inicial de las mesas, donde se considero enumerar cada una para dar a entender que este gráfico mostraba tres mesas juntas; y de este modo los estudiantes no tendieran a crear confusiones y considerar que en el primer dibujo solo había una mesa.

La segunda modificación hecha fue en el ítem 4, donde los estudiantes veían la tabla pero no lograban determinar cual era la información que debía ser plasmada en ésta; por lo cual se especificó de donde podían obtener dicha información y así complementar la tabla.

ACTIVIDAD

Sara celebra su cumpleaños en casa y quiere invitar a sus amigos a cenar tarta. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.



Las mesas se unen formando una fila y se enumeran como se observa en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas?
2. ¿Cuántos amigos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Explica como lo has averiguado
3. Y si tenemos 120 mesas. ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado.
4. Organiza los datos obtenidos en los puntos anteriores, en la siguiente tabla, escribiendo en una casilla el número de mesas empleadas y al lado el número de amigos que se pueden sentar en estas mesas.

Número de mesas	Número de amigos

5. Si sabes el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarías a alguien como averiguar el número de amigos que pueden sentarse a cenar? Explica como lo has pensado.
6. Supongamos que la letra n representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número n de mesas. Recuerda que n es un número el cual no conozco su valor. Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad n de mesas.

Para la aplicación de la prueba final, se dan las indicaciones de forma general y se distribuye el material para responderlo de forma individual donde luego los estudiantes debían organizarse por grupos de trabajo y socializar sus propios resultados.

2.2.2 GRABACIÓN EN AUDIO Y VIDEO

El revisar las pruebas escritas desarrolladas por los estudiantes, no es un insumo suficiente para poder llevar a cabo un análisis verídico, puesto que en éstas se pierde información sobre los procesos que desarrollan los estudiantes, y mas, sobre el razonamiento que hacen al dar respuesta a una pregunta. En este sentido se hace necesario implementar una estrategia, como grabar algunas plenarias y las socializaciones hechas, en donde queden consignadas, no solo para un análisis más profundo sino como evidencia de la investigación realizada.

Como se puede observar en el capítulo siguiente, las grabaciones juegan un papel fundamental, dado que muchas de las razones que los estudiantes daban, no aparecían en los soportes físicos pero si en dichas grabaciones, facilitando así la elaboración del análisis.

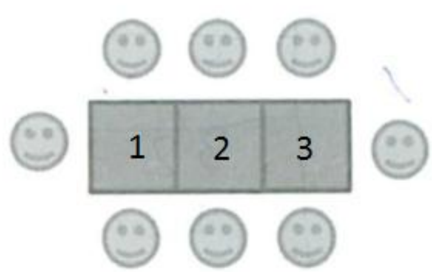
3. ANÁLISIS

El presente capítulo, a pesar que en la aplicación de la prueba se encontraron muchos más argumentos, solo se muestra el análisis de los cuatro más significativos, en la medida que varios de los argumentos propuestos por los estudiantes tenían mucha semejanza. En primer lugar se hace una pequeña descripción del trabajo desarrollado por el estudiante, mostrando para cada uno sus respectivas evidencias; y en segundo lugar se organiza cada argumento siguiendo el modelo de Toulmin para hacer de forma más clara y precisa lo logrado por los estudiantes.

3.1 ARGUMENTO LOGRADO POR EL ESTUDIANTE 1

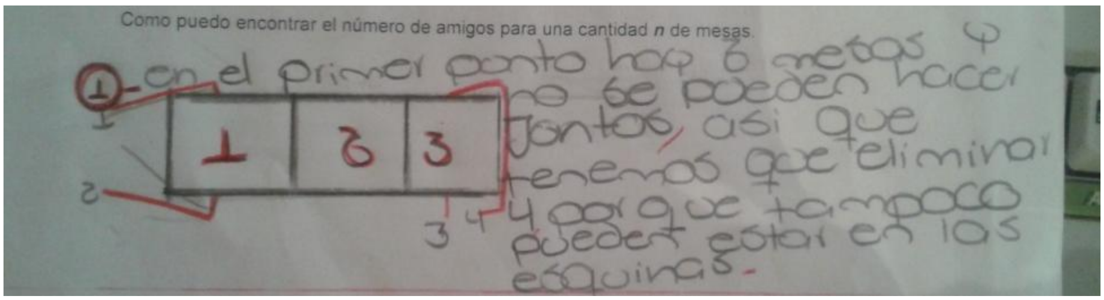
En la pregunta número 1, los estudiantes deben averiguar cuantos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas. El estudiante 1 tras leer el enunciado y pese a que la figura inicial corresponde a 3 mesas juntas, interpreta la información de una forma diferente e infiere que las esquinas de las mesas son los lados extremos (izquierdo y derecho de la figura) mas no los vértices de las mismas. Por otro lado, el estudiante deduce que los niños deben sentarse en cada lado de las mesas, sin tener en cuenta los extremos, ni los lados intermedios dado que los niños no pueden estar juntos. Aquí el estudiante va en contra vía a lo que el enunciado propone ya que lo que allí manifiesta es que las mesas se juntan y por tanto allí no hay niños sentados.

Figura 6. Dato inicial del enunciado



Las mesas se unen formando una fila y se enumeran como se observa en la figura 6. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

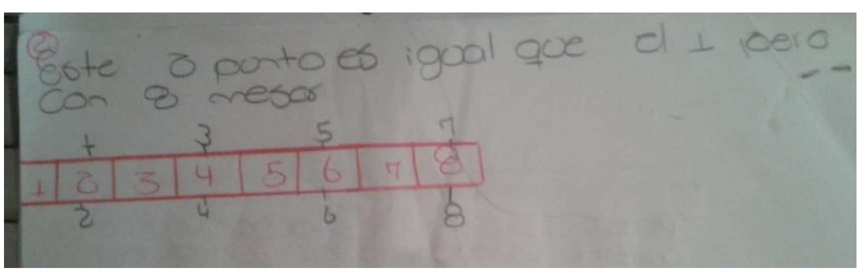
Figura 7. Producción escrita 1 del estudiante 1



En la prueba escrita el estudiante, manifiesta que se deben eliminar 4 niños de la figura inicial ya que no se pueden tener en cuenta los de las esquinas, ni los lados intermedios (figura 7). Aunque no se encuentre registrado, de manera implícita el estudiante sabe que hay 8 niños alrededor de la mesa y simplemente realiza el respectivo descuento que asume de los datos del enunciado.

Para dar respuesta a la pregunta 2, donde se expone*: ¿Cuántos amigos pueden sentarse si se juntan 8 mesas?*

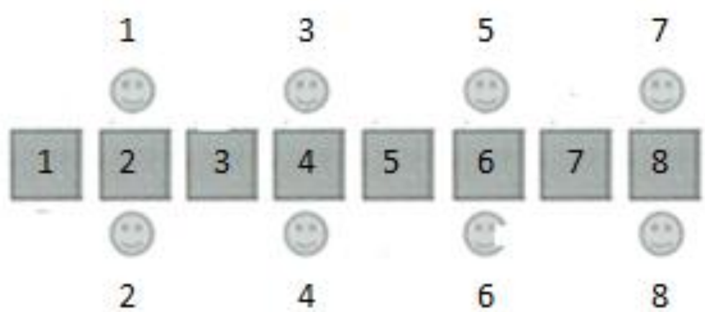
Figura 8. Producción escrita 2 del estudiante 1



El estudiante 1 se basa en la información suministrada para 3 mesas y de forma más clara realiza un gráfico como se evidencia en la prueba escrita; aquí no escribe pero de manera implícita da por hecho que la ilustración indica la cantidad de niños que se deben sentar para las 8 mesas. Escribiendo así los números respectivos y descarta las mesas intermedias; para efectos de orden el estudiante enumera de tal forma que en la parte superior ubica los números en forma de secuencia impar y en la parte inferior como secuencia par.

Haciendo la mirada de éste argumento desde el modelo de Toulmin, el dato correspondería a la información o reglas planteadas en el enunciado de la actividad, puesto que es éste la base sobre la cual descansa la afirmación, no se basó en la representación gráfica sino que la omitió para dar una interpretación diferente. El garante, a la luz de Toulmin, es el diagrama realizado por el estudiante de cómo pueden sentarse los niños siguiendo las reglas establecidas en los datos; en este sentido se refiere a una hipótesis sobre la ubicación, que si bien pareciera ser incorrecta, tiene validez desde el esquema planteado, dado que permite hacer inferencias en lugar de agregar información (Toulmin, 2007), lo cual permite establecer un puente entre los datos y la aserción obtenida, la cual indica que para 8 mesas se pueden sentar 8 niños. A continuación se muestra la producción del estudiante 1, según la descripción anterior.

Tabla 1. Análisis de la producción del estudiante 1

Dato	Aserción
Las mesas se unen formando una fila y se enumeran como se observa en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.	En 8 mesas se pueden sentar 8 niños
Garante	
	

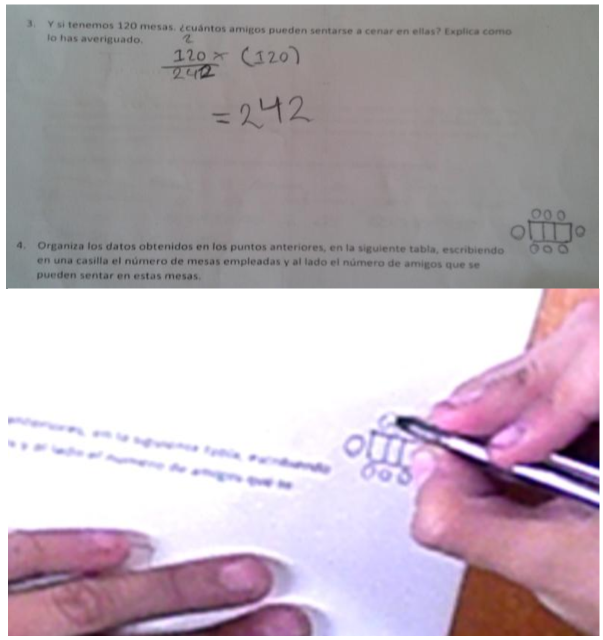
3.2 ARGUMENTO LOGRADO POR EL ESTUDIANTE 2

En la pregunta número tres, los estudiantes deben averiguar cuántos amigos se pueden sentar en 120 mesas. El estudiante 2 logra reconocer un patrón donde por cada mesa que hay, se pueden ubicar dos niños y, que en todos los casos, se adicionan los dos que se encuentran en los bordes laterales; en este sentido cuando se tienen tres mesas, el estudiante identifica que, sin contar los niños de los bordes laterales, en la mesa 1 se sientan dos niños al igual que en la mesa 2 y 3, por tanto debe realizar la multiplicación 2x3 y al final adicionar 2. Haciendo la mirada al caso donde se tienen 8 mesas, se realiza el producto 2x8 donde el 2 indica el número de niños que se sientan por mesa y 8 la cantidad de mesas que hay; de nuevo adiciona 2 al final que representan los niños de los extremos laterales. Finalmente para la pregunta número tres "*Y si tenemos 120 mesas. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado*" La figura 9, muestra al estudiante señalando la gráfica de las tres mesas, que el mismo vuelve a construir, y de este modo describe que: en cada mesa se sientan de a dos niños, por lo tanto multiplica 120 por 2, done el 120 indica el número de mesas y el 2 el número de niños por mesa, aplicando el patrón encontrado; luego suma dos al resultado, señalando que ésta última operación indica los estudiantes que se sientan en ambos costados; en conclusión plantea unas operaciones que lo conducen a la respuesta sin tener la necesidad de realizar el dibujo para las 120 mesas.

En la evidencia escrita se observa la operación 2x120=242. Aquí el estudiante desarrolla la operación 2 x 120 = 240, pero al final como sabia que debía sumar dos, debido a los niños que se encontraban en los extremos laterales, tacha el cero reemplazando por un dos. El proceso realizado anteriormente, corresponde a la expresión $2n+2$ siendo n el número de mesas, la cual representa la generalidad obtenida por el estudiante 2, claro está, sin escribir la expresión algebraica.

Cabe la pena resaltar que en el trabajo escrito por el estudiante, puede observarse que tiene dificultades para describir sus ideas; sin embargo cuando se le pregunta sobre los resultados obtenidos, se evidencia una claridad del proceso desarrollado y de las variables a tener en cuenta para dar respuesta a la pregunta.

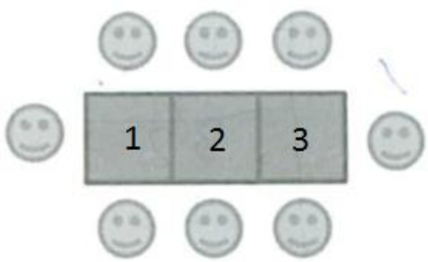
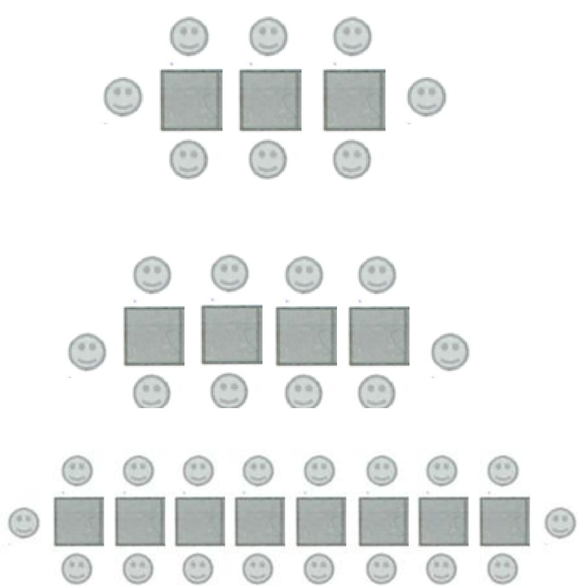
Figura 9. Producción escrita del estudiante 2



En este argumento, el estudiante toma como dato la gráfica dada en el enunciado, puesto que dicha representación le da la información suficiente para apoyar la aserción obtenida (En 120 mesas se pueden sentar 242 niños), sin necesidad de tener en cuenta las reglas que se expresaban en el anunciado de forma escrita; adicionalmente a esto, Toulmin (2007) resalta que no es necesario la existencia de varios datos sino que se tengan presente los que son suficientes para llegar a la conclusión. Por otra parte Rodriguez (2004), quien trata sobre el modelo de Toulmin, menciona que los datos pueden llegar a ser estadísticas o evidencias físicas como la presentada por el estudiante 2.

Las representaciones gráficas que se muestran para conectar los datos con la aserción, se toman como garantías puesto que éstas se refieren a reglas o principios que son de carácter general y permiten hacer inferencias (Toulmin, 2007) como el patrón hallado por el estudiante 2; lo cual le permite poder dar una conclusión para el caso de las 120 mesas. En la siguiente tabla se muestra la producción lograda por el estudiante 2.

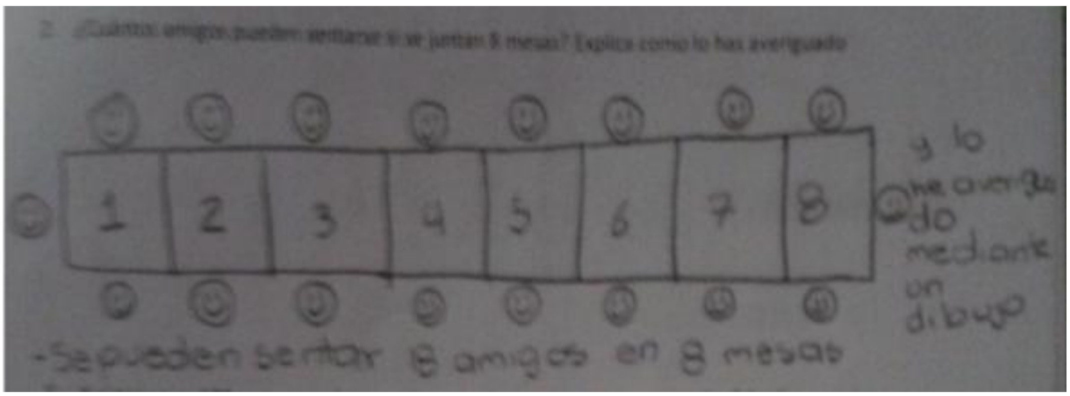
Tabla 2. Análisis de la producción del estudiante 2

<table>
<tr><td colspan="2">Plenaria
Prof: ¿Qué hiciste para encontrar ese valor?
Est 2: como acá hay tres mesas (va dibujando el esquema con tres mesas)… entonces en cada lado hay tres… entonces como acá era de a dos, multiplique 2 por 120… me da 240… entonces como acá caben dos (señalando los extremos laterales) me quedó 242.</td></tr>
<tr><td>Datos</td><td>Aserción</td></tr>
<tr><td>
</td><td>En 120 mesas se pueden sentar 242 niños</td></tr>
<tr><td colspan="2">Garante</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

3.3 ARGUMENTO LOGRADO POR EL ESTUDIANTE 3

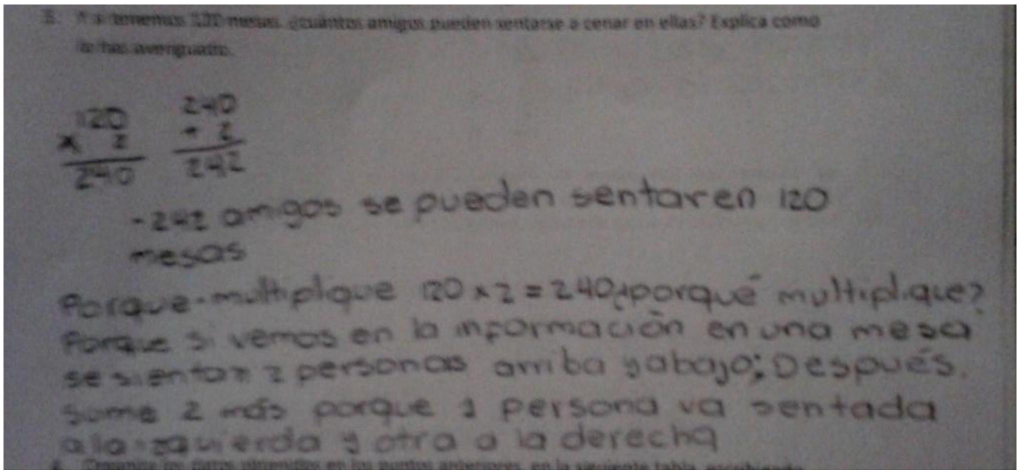
Para dar solución a la pregunta dos, donde se pedía determinar el número de niños que podían sentarse en 8 mesas; semejante al argumento del estudiante 2, quién no se valió de la gráfica para desarrollar el segundo punto, el estudiante 3 se basa en una representación gráfica (ver figura 10) en donde enumera cada una de las mesas ubicando las caras que representa a cada niño y escribe que la forma en que encontró la respuesta fue mediante dicho dibujo.

Figura 10. Producción escrita del estudiante 3



Sin embargo, cuando responde la pregunta tres *"Si tenemos 120 mesas ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas?"* en la explicación escrita, la estudiante justifica su resultado indicando que por cada mesa se pueden sentar dos niños, uno arriba y otro abajo (respecto de la gráfica) donde finalmente se suman dos amigos más, uno que se ubica a la derecha y otro a la izquierda. En este sentido las operaciones a realizar se simplifican multiplicando la cantidad de mesas por dos y al resultado obtenido se suma dos; en éste caso la operación realizada es 120 x 2 = 240 y luego 240 + 2 = 242 (Figura 11). Todo lo anterior, corresponde a la generalización obtenida por el estudiante 3, que a pesar de no haberla escrito en forma algebraica, se puede representar mediante la expresión $2n+2$, siendo n el número de mesas.

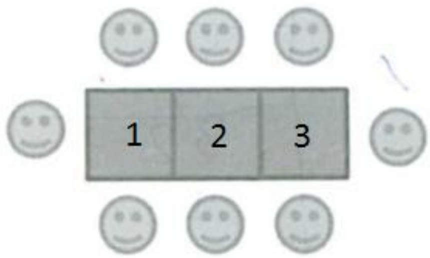
Figura 11. Producción escrita 2 del estudiante 3



Los elementos aquí abordados sobre el modelo de Toulmin son: el dato, referido a la representación grafica que se da en el enunciado de la actividad, la cual arroja información sobre las reglas para ubicar los niños en las mesas y es el punto de partida para llegar a la aserción que es: *En 120 mesas se pueden sentar 242 niños.*

La garantía, para éste caso, es la regla inferida la cual radica en que por cada mesa se sienta un niño arriba y otro abajo, luego se ubican un niño al extremo izquierdo y otro al lado derecho; es una regla que se puede generalizar y, posiblemente, se cumple para todos los casos. Así, aplicando la regla para 120 mesas se logra llegar a la aserción; es decir a través de esta regla se establece un puente entre los datos y la aserción, ya que como dice Toulmin (2007) “Lo que se necesita en este momento son enunciados hipotéticos de carácter general que actúen como puente entre unas y otras” (p. 134), dando cabida así al argumento, siguiendo el esquema del modelo de Toulmin. A continuación se muestra la producción elaborada por el estudiante 3.

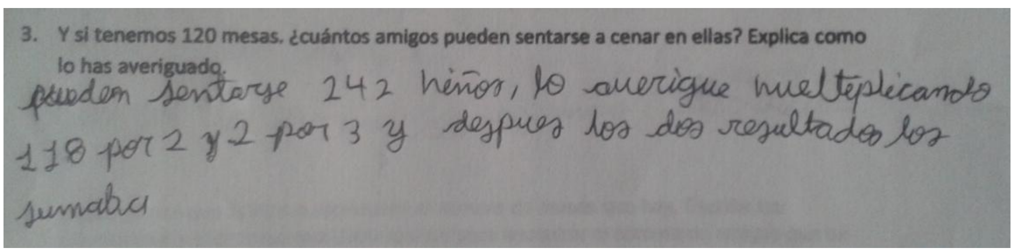
Tabla 3. Análisis de la producción del estudiante 3

<table>
<tr><td>Datos</td><td>Aserción</td></tr>
<tr><td>
</td><td>En 120 mesas se pueden sentar 242 niños</td></tr>
<tr><td colspan="2">Garante</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
</table>

3.4 ARGUMENTO LOGRADO POR EL ESTUDIANTE 4

En el trabajo escrito por el estudiante E4, se observa que éste desarrolla un proceso diferente de los demás. En principio, cuando se le solicita hallar el número de amigos que pueden sentarse a cenar en 120 mesas (pregunta 3), realiza dos multiplicaciones: 118 x 2 y 2 x 3, para así sumar dichos resultados y obtener la respuesta; aunque no muestra la operación efectuada, si la describe de forma textual. (Figura 12)

Figura 12. Producción escrita del estudiante 4

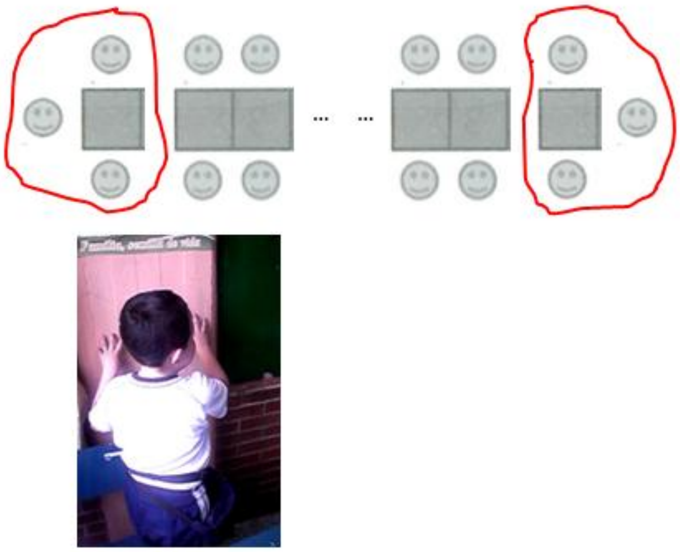

3. Y si tenemos 120 mesas. ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado.

pueden sentarse 242 niños, lo averigue multeplicando 118 por 2 y 2 por 3 y despues los dos resultados los sumaba

En la plenaria realizada por el estudiante E4, se puede reconocer con mayor claridad, no solo las operaciones y resultados obtenidos sino también las razones dadas para emplear su propia estrategia. Aquí describe que de las 120 mesas, toma aparte las dos de las esquinas, donde en cada una de ellas se encuentran sentados tres amigos; de ahí la operación 2 x 3.

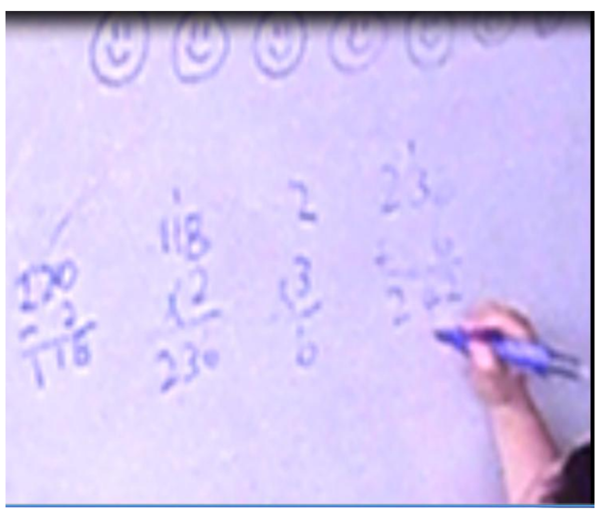
Luego como de las 120 mesas iniciales apartó dos, solo faltaba hacer el conteo de las 118 mesas restantes, para lo cual multiplica 118 por 2 debido a que en cada una de ellas, se ubican de a dos amigos.

Figura 13. Intervención del estudiante 4 en la plenaria



.

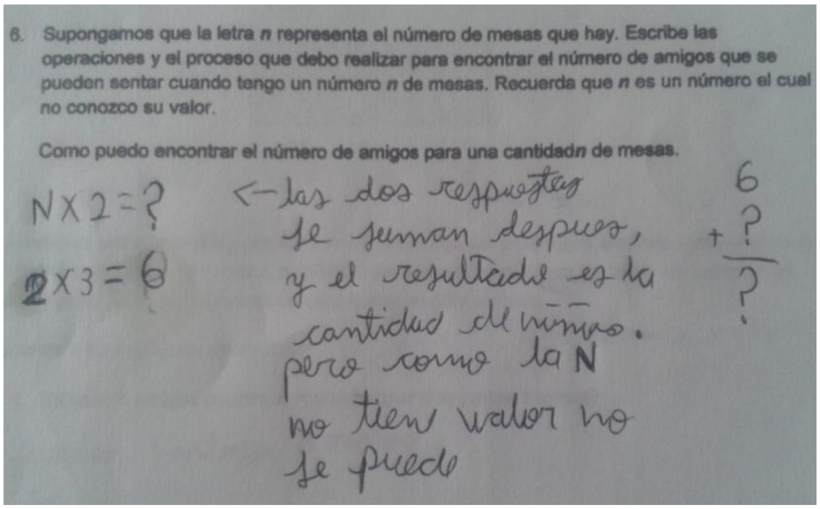
Figura 14. Segunda intervención del estudiante 4 en la plenaria.



Finalmente, en la pregunta número 6, en la cual se solicita tratar de expresar una generalidad por medio de una expresión, partiendo de que se tiene un número *n* de mesas; el estudiante generaliza un procedimiento: multiplicar *n* x 2, 2 x 3 y sumar ambos resultados, de donde se vale del signo de interrogación para indicar las respuestas de las cuales no tiene conocimiento ya que *n* no posee un valor fijo.

El proceso realizado por el estudiante 4 puede representarse mediante la expresión *2(n-2)+6,* siendo *n* el número de mesas; claro está, el estudiante no lo escribe de esta forma.

Figura 15. Producción escrita 2 del estudiante 4



6. Supongamos que la letra *n* representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número *n* de mesas. Recuerda que *n* es un número el cual no conozco su valor.

Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad*n* de mesas.

N X 2 = ?

2 X 3 = 6

<— las dos respuestas se suman despues, y el resultado es la cantidad de niños. pero como la N no tiene valor no se puede

6
+ ?
?

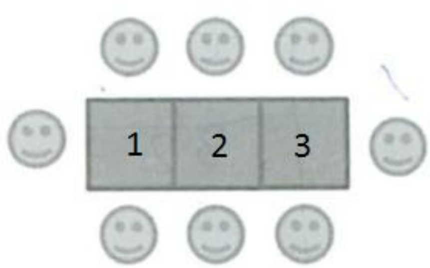
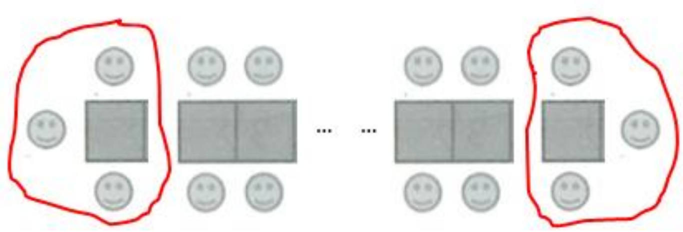
El dato sobre el cual se apoyo el estudiante 4, fue la gráfica

del enunciado, donde se encontró la información suficiente para llegar a la aserción.

El dato sobre el cual se apoyo el estudiante 4 hace alusión a la representación grafica ofrecida en el enunciado de la actividad, la cual brinda información sobre las reglas para ubicar los niños en las mesas y es el punto de partida para llegar a la aserción: *en 120 mesas se pueden sentar 242 niños.*

En este caso, la garantía es también una regla inferida, donde se descartan las mesas de los extremos, haciendo luego el conteo de los niños en las mesas restantes y finalmente adicionando los niños de las mesas que se habían descontado. Al ser una regla y una inferencia cabe entre lo que Toulmin (2007) define como garantía “una serie de reglas, principios, enunciados etc, que permitan hacer inferencias en lugar de agregar información adicional” (p. 134); y a pesar que esta regla, el estudiante 4 no la escribió pero si la describió, se convirtió en el puente para hacer el paso entre los datos y la aserción. Según la descripción anterior, a continuación se muestra la tabla donde se sintetiza la producción del estudiante 4.

Tabla 4. Análisis de la producción del estudiante 4

<table>
<tr><td colspan="2">Plenaria</td></tr>
<tr><td colspan="2">Prof: Bueno como hiciste
E3: primero como en las esquinas se hacían tres niños entonces esas dos mesas las dejamos y nos queda… 118, ese 118…
Realiza la operación 120-2
E3: ese 118 que nos quedó, lo multiplicamos por dos… 236… después el 2 que le restamos lo multplicamos por 3
Realiza la operación 2X3
E3: nos da 6… y el 236 le sumamos le 6… 242</td></tr>
<tr><td>Datos</td><td>Aserción</td></tr>
<tr><td>
</td><td>En 120 mesas se pueden sentar 242 niños</td></tr>
<tr><td colspan="2">Garante</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

CONCLUSIONES

En este apartado se muestran las conclusiones a las que se llegan tras la implementación de la prueba y el análisis de los resultados obtenidos. En primera instancia se detalla de manera global el alcance de los objetivos con la tarea propuesta. Y en segundo lugar se exponen unas conclusiones generales. Vale la pena aclarar que al revisar los instrumentos de recolección de información, los estudiantes de grado quinto propusieron varios argumentos de los cuales se tomaron los cuatro más relevantes y sobre éstos se desarrolló el análisis descrito en el capítulo anterior.

Obtención de los objetivos

Se exponen los argumentos generados por los estudiantes de grado quinto del colegio Andrés Escobar al efectuar una tarea vinculada con los procesos de generalización, esto con el fin de alcanzar los objetivos propuestos.

En el primer objetivo específico se pretende de alguna manera, identificar argumentos en los estudiantes y construirlos a la luz del modelo de Toulmin. Con relación a este objetivo se puede decir que los estudiantes encuentran relaciones entre el enunciado inicial y cada una de las preguntas generadas, logrando contestar a ellas por medio de esquemas gráficos y de forma escrita. Así, la información suministrada en cada una de las pruebas, pudo ser esquematizada bajo el modelo de Toulmin, identificando a través del análisis elaborado, cada uno de los elementos que lo componen, a pesar que los estudiantes no argumentan generando el esquema propio de dicho modelo.

En la construcción de un argumento conforme al modelo de Toulmin, se tiene en cuenta 3 partes fundamentales dato, garante y aserción, donde la fuerza del argumento está fundamentado en los garantes, pues por medio de ellos los datos tienen una conexión con la aserción; para este caso en particular los garantes representan todos los dibujos y gráficas elaborados por los estudiantes que permiten de algún modo identificar un patrón que a la postre puede conducir a la generalización.

Con respecto a la aserción o conclusión, conviene aclarar que los estudiantes no llegaron a una generalización de tipo algebraico *(2n+2)* sino aritmético ya que como dice Radford (2010) ésta se refiere a describir un patrón de forma numérica, el cual es común en casos particulares; y de este modo, poder obtener cualquier otro caso particular sin necesidad de representarlo por medio de expresiones algebraicas.

Frente al segundo objetivo, referido a verificar si las tareas de generalización fomentaban la argumentación en los estudiantes, los resultados registrados evidencian la viabilidad de comenzar en los primeros años de educación primaria el desarrollo del razonamiento algebraico con tareas de generalización, partiendo de conceptos y temas propuestos en el currículo de matemáticas para este nivel de enseñanza. Esto en vista que la actividad realizada sobre secuencias fue bien vista por los estudiantes, quienes lograron identificar patrones que ayudaron al trabajo de la generalización; y en este sentido ofrecer argumentos que dieran cuenta de los resultados y el proceso realizado

Una de las preguntas propuestas, pretendía que el estudiante elaborará una tabla donde se registran los datos del número de mesas con correspondencia al número de amigos que se sientan a cenar en ellas, un estudiante registra cada dato (anexo C), pero al observar el video se puede ver como él argumenta que cada anotación se deriva de la información registrada en la primera hoja de la prueba, y como consecuencia encuentra relaciones de cantidades que le permitieron identificar un patrón y así lograr una generalización de tipo aritmético.

Conclusiones generales

Con la elaboración de este trabajo se aportan elementos conceptuales como metodológicos, que permiten de alguna manera reflexionar sobre el comienzo del algebra a temprana edad, proponiendo actividades de secuencias, patrones y generalización que ayuden a potencializar el pensamiento variacional, logrando así mejores resultados en la práctica del algebra en secundaria.

En el desarrollo de la actividad propuesta los estudiantes identificaron el patrón utilizando la visualización, y luego lo exteriorizaron de forma escrita y verbal, en el caso particular, donde se les realiza las grabaciones correspondientes. En este proceso, muchos de ellos utilizan símbolos y representaciones gráficas que les permitió acercarse más al concepto de generalización utilizado en algebra, logrando resultados como: $n \times 2=?+2=?$ (anexo D)

La actividad planteada a los estudiantes resultó interesante, ya que los estudiantes de primaria, aun teniendo un acercamiento a ejercicios sobre secuencias, no habían desarrollado actividades referidas a la generalización, lo que despertó en ellos agrado por realizar la prueba. Igualmente No fue necesario anteponer una nota o un juicio valorativo, y en ningún momento se sintieron incómodos por las grabaciones realizadas; esto ayudó significativamente a la elaboración del trabajo.

También es importante resaltar que la forma como estaban organizados los datos en la prueba, resultó pertinente, pues estos se apoyaron en una representación gráfica y un texto que explicaba detalladamente la figura; lo cual permitió que los estudiantes entendieran la actividad y lograran escribir en cada pregunta sus ideas, facilitando así la construcción de argumentos.

El apoyo de un medio audiovisual como es el caso de los videos efectuados, complementó lo que los estudiantes expresaron de manera escrita, pues en ocasiones las preguntas fueron contestadas con operaciones aritméticas (suma y multiplicación), información insuficiente para emitir algún tipo de juicio. Sin embargo al observar las grabaciones, se identifican aspectos que no se encontraban de forma escrita, lo cual sin duda, sirvió como apoyo para identificar los garantes, la aserción y en consecuencia lograr construir los argumentos.

REFERENCIAS

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. PNA, 1(2), 67-78.

Cañadas, M., Castro, E., & Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. PNA, 2(3), 137-151.

Izquierdo, D. & Granados, J. (2012). *Caracterización de los argumentos que emergen en el desarrollo de una tarea de generalización realizada por estudiantes de grado noveno*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá D.C.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching*. London: Kluwer Academic Publishers.

Merino, E. (2012). *Patrones y Representaciones de Alumnos de 5° de Educación Primaria en una Tarea de Generalización*. Universidad de Granada, Granada España.

Ministerio de Educación Nacional, (1998), *Lineamientos Curriculares en Matemáticas,* Bogotá: MEN. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_ pdf9.pdf

Plantin, C. (2001). *La argumentación*. Barcelona: Ariel, 2a. Edición.

Radford, L. (2010). *Layers of Generality and Types of Generalization in Pattern Activities*. PNA, 4(2), 37-62

Rodríguez, L. (2004). El Modelo Argumentativo de Toulmin en la Escritura de Artículos de Investigación Educativa. *Revista Digital Universitaria, 5*(1).

Santibáñez, C. (2001). *La Argumentación. Variantes y ejemplos*. RLA: Revista de lingüística teórica y aplicada, 39, 183-202.

Sardà, A. (2003). Argumentar: proposar i validar models. In N. Sanmartí (coord.) (Ed.), Aprendre Ciències: tot aprenent a escriure ciència (pp. 121-148). Barcelona: Edicions 62.

Secretaría de Educación Distrital. (2007). *Colegios Públicos de Excelencia para Bogotá*. *Orientaciones curriculares para el campo de Pensamiento Matemático*. Bogotá, D.C.

Toulmin, S. (2007). *Stephen Toulmin los Usos de la Argumentación. Traducción de María Morrás y Victoria Pineda*. Barcelona: Ediciones Península.

Toulmin, S. (1958). The layout of arguments. *The uses of argument* . (pp. 87-105) Cambridge university Press.

ANEXOS

ANEXO A. Prueba Piloto

Escuela Normal Superior Nuestra Señora de la Paz
"Formando maestras y maestros para la paz"

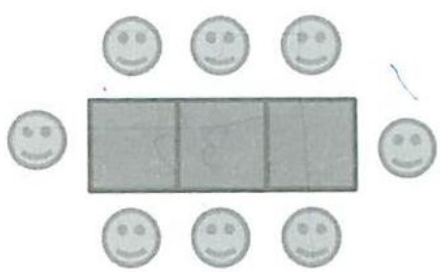
Nombre: ____

Curso: ______________ fecha: __________

Edad: ________

ACTIVIDAD

Sara celebra su cumpleaños en casa y quiere invitar a sus amigos a cenar tarta. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.



Las mesas se unen formando una fila como la que observas en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas?

2. ¿Cuántos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Explica como lo has averiguado

3. Y si tenemos 120 mesas. ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado.

4. Organiza los datos obtenidos en la siguiente tabla, escribiendo en una casilla el número de mesas empleadas y al lado el número de amigos que se pueden sentar en estas mesas.

Número de mesas	Número de amigos

5. Si sabes el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarías a alguien como averiguar el número de amigos que pueden sentarse a cenar? Explica como lo has pensado.

6. Supongamos que la letra ***n*** representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número ***n*** de mesas. Recuerda que ***n*** es un número el cual no conozco su valor.

   Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad ***n*** de mesas.

ANEXO B. Prueba Definitiva

COLEGIO ANDRÉS ESCOBAR

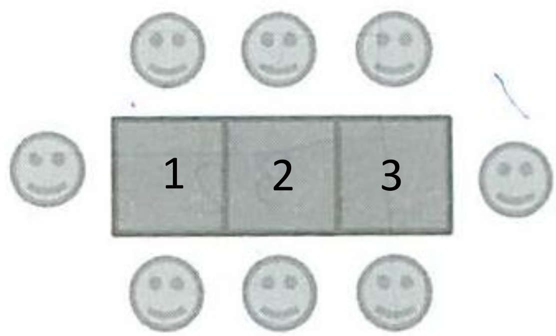
Nombre: ____

Curso: ______________ fecha: __________

Edad: ________

ACTIVIDAD

Sara celebra su cumpleaños en casa y quiere invitar a sus amigos a cenar tarta. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.



Las mesas se unen formando una fila y se enumeran como se observa en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas?

2. ¿Cuántos amigos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Explica como lo has averiguado

3. Y si tenemos 120 mesas. ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado.

4. Organiza los datos obtenidos en los puntos anteriores, en la siguiente tabla, escribiendo en una casilla el número de mesas empleadas y al lado el número de amigos que se pueden sentar en estas mesas.

Número de mesas	Número de amigos

5. Si sabes el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarías a alguien como averiguar el número de amigos que pueden sentarse a cenar? Explica como lo has pensado.

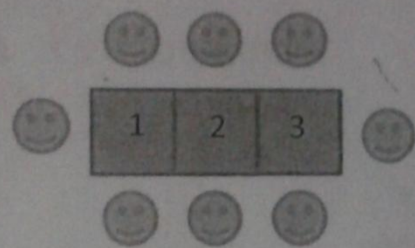
6. Supongamos que la letra ***n*** representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número ***n*** de mesas. Recuerda que ***n*** es un número el cual no conozco su valor.

   Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad ***n*** de mesas.

ANEXO C. Prueba de un estudiante del Colegio Andrés Escobar

ACTIVIDAD

Sara celebra su cumpleaños en casa y quiere invitar a sus amigos a cenar tarta. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.



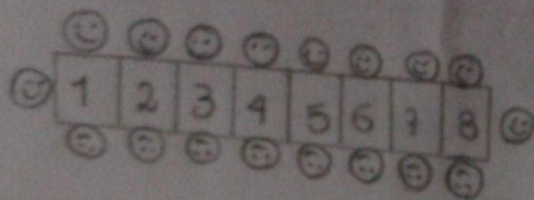
Las mesas se unen formando una fila y se enumeran como se observa en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas?

RTA: Se pueden sentar 8 porque son 3 de arriba y 3 de abajo y nos da 6 mas 2 de los lados nos da 8.

2. ¿Cuántos amigos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Explica como lo has averiguado



RTA: en 8 mesas se podrian sentar 18 Persona.

3. Y si tenemos 120 mesas, ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado

RTA: La respuesta seria 242 Personas en 120 mesas.

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times\ 2 \\ \hline 240 \\ +\ 2 \\ \hline 242 \end{array}$$

4. Organiza los datos obtenidos en los puntos anteriores, en la siguiente tabla, escribiendo en una casilla el número de mesas empleadas y al lado el número de amigos que se pueden sentar en estas mesas.

Número de mesas	Número de amigos
120	242
3	8
8	18
16	34
6	14
200	402
500	1002

16
16
32

5. Si sabes el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarías a alguien cómo averiguar el número de amigos que pueden sentarse a cenar? Explica cómo lo has pensado.

RTA: 8,10
+ 18
242
268

se nesecitan 268 mesas Para 538 Personas

6. Supongamos que la letra *n* representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número *n* de mesas. Recuerda que *n* es un número el cual no conoces su valor.

Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad *n* de mesas.

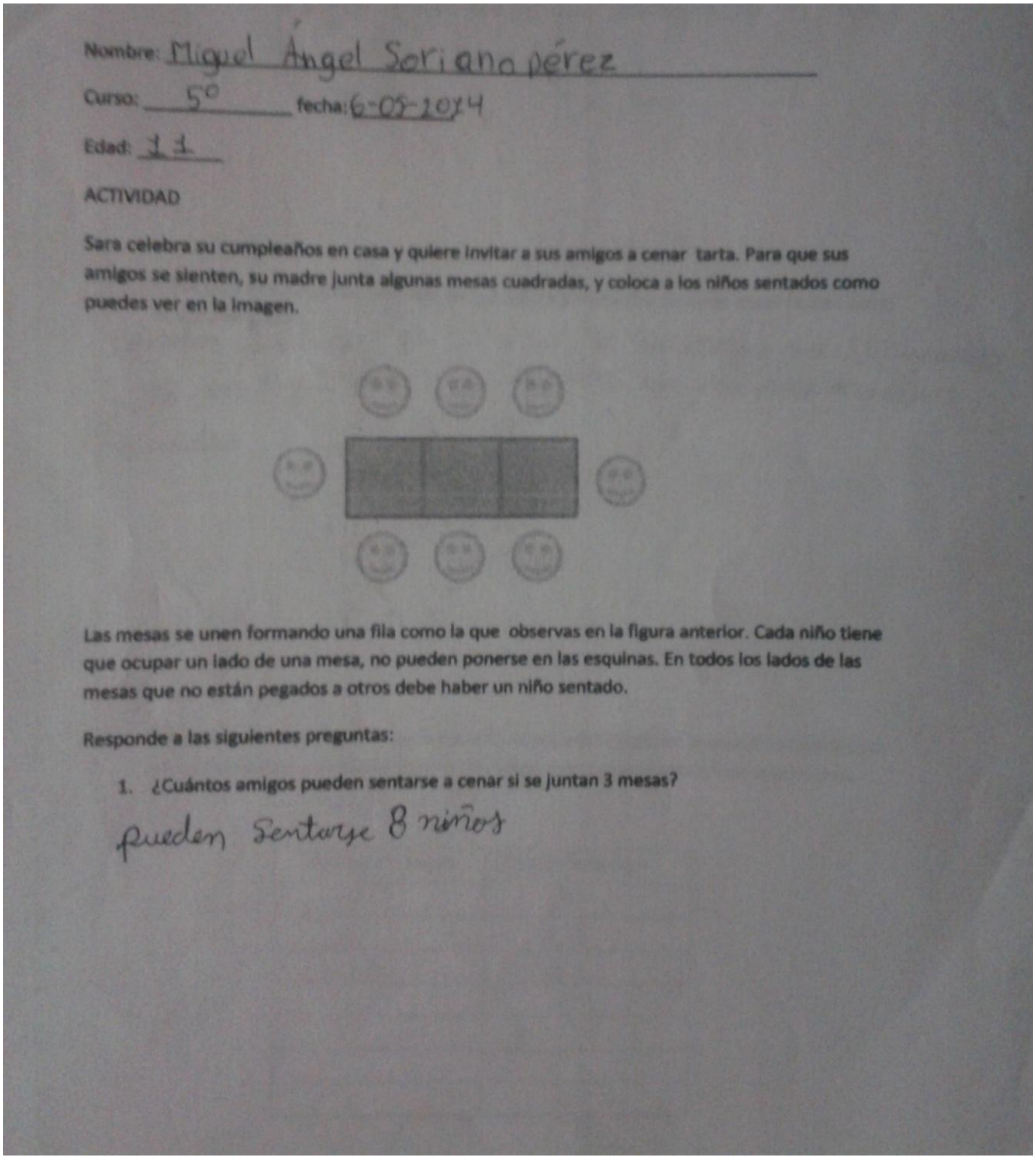
RTA:

n
× 2
0

0
+ 2
2

la n vale 0 mesas entonces 0x2=0 y el 0+2 es igual a 2

ANEXO D. Prueba del estudiante 4


Nombre: Miguel Ángel Soriano pérez

Curso: 5°   fecha: 6-09-2014

Edad: 11

ACTIVIDAD

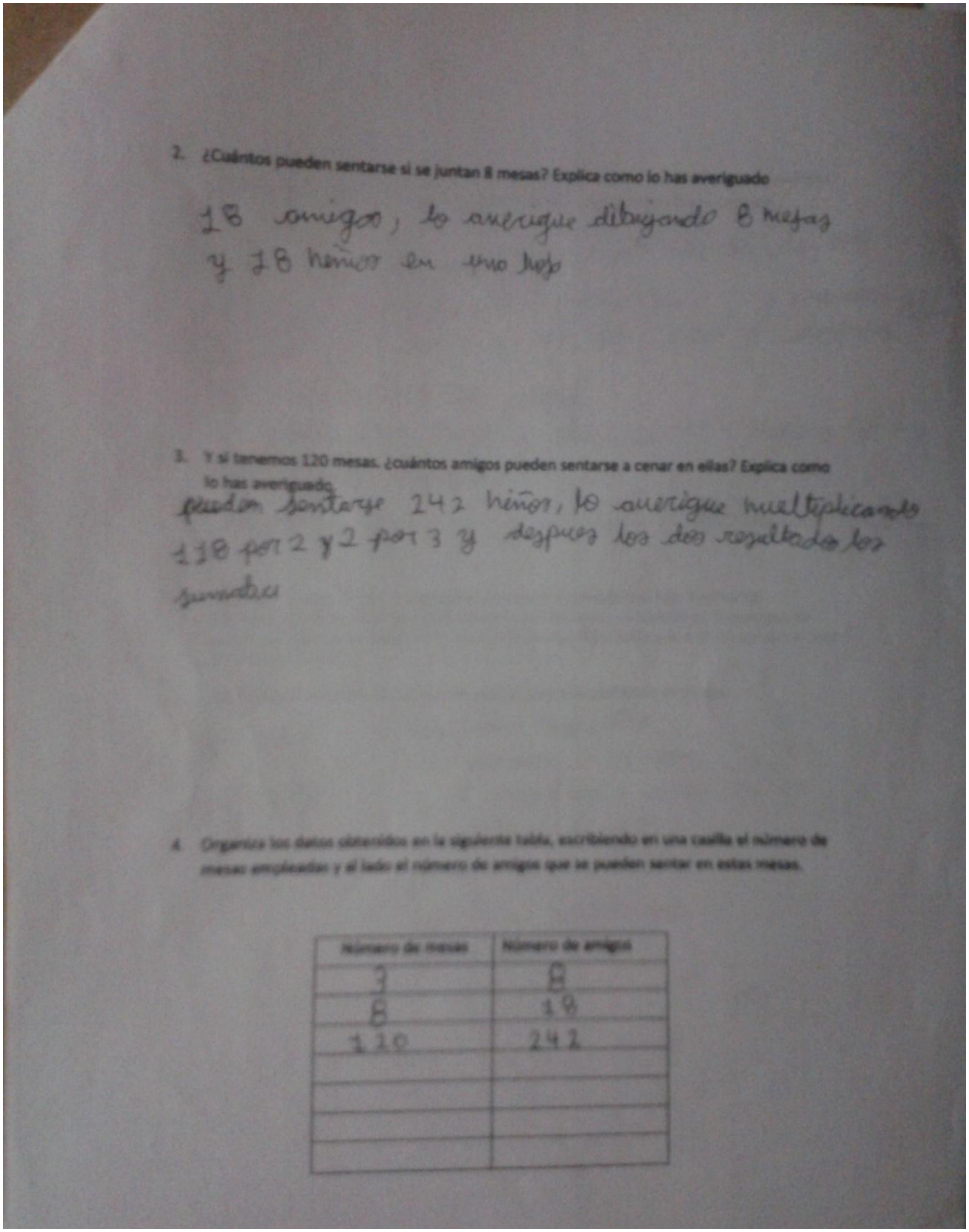
Sara celebra su cumpleaños en casa y quiere invitar a sus amigos a cenar tarta. Para que sus amigos se sienten, su madre junta algunas mesas cuadradas, y coloca a los niños sentados como puedes ver en la imagen.

Las mesas se unen formando una fila como la que observas en la figura anterior. Cada niño tiene que ocupar un lado de una mesa, no pueden ponerse en las esquinas. En todos los lados de las mesas que no están pegados a otros debe haber un niño sentado.

Responde a las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos amigos pueden sentarse a cenar si se juntan 3 mesas?

pueden Sentarse 8 niños



2. ¿Cuántos pueden sentarse si se juntan 8 mesas? Explica como lo has averiguado

18 amigos, lo averigue dibujando 8 mesas y 18 niños en una hoja

3. Y si tenemos 120 mesas. ¿cuántos amigos pueden sentarse a cenar en ellas? Explica como lo has averiguado.

pueden sentarse 242 niños, lo averigue multiplicando 118 por 2 y 2 por 3 y despues los dos resultados los sumaba

4. Organiza los datos obtenidos en la siguiente tabla, escribiendo en una casilla el número de mesas empleadas y al lado el número de amigos que se pueden sentar en estas mesas.

Número de mesas	Número de amigos
3	8
8	18
120	242

5. **Si sabes el número de mesas que hay ¿de qué forma explicarías a alguien como averiguar el número de amigos que pueden sentarse a cenar? Explica como lo has pensado.**

por ejemplo:
me dicen que les explique cual es el de 40
entonces podría de 2 maneras: o el numero que me dejan
1. multiplica 2 por 3 y 40 por dos y despues
los resultados los sumo
2. o cojo una hoja y dibujo 40 mesas y los
muñequitos hay.
aunque la primera es más efectiva

6. **Supongamos que la letra *n* representa el número de mesas que hay. Escribe las operaciones y el proceso que debo realizar para encontrar el número de amigos que se pueden sentar cuando tengo un número *n* de mesas. Recuerda que *n* es un número el cual no conozco su valor.**

Como puedo encontrar el número de amigos para una cantidad*n* de mesas.

$N \times 2 = ?$

$2 \times 3 = 6$

<- las dos respuestas
se suman despues,
y el resultado es la
cantidad del número.
pero como la N
no tiene valor no
se puede

$$\begin{array}{r} 6 \\ + \ ? \\ \hline ? \end{array}$$