



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1803

Facultad de Educación

***POSICIONES CRÍTICAS EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN
UN CONTEXTO DEL COMERCIO Y EL TURISMO***

EDWIN JAVIER MARTÍNEZ ALMANZA

Asesor

MG. LINA MARÍA MUÑOZ MESA

Investigación para optar al título de Magíster en Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2016



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

POSICIONES CRÍTICAS EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO DEL COMERCIO Y EL TURISMO

EDWIN JAVIER MARTÍNEZ ALMANZA

Investigación para optar al título de Magíster en Educación

MG. LINA MARÍA MUÑOZ MESA

Asesora

Línea de Investigación en Educación Matemática

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2016

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

DEDICATORIA

A mis padres y hermanos y, en especial, a mi esposa Lorena y mis dos hijos Julián David y Alfonso Carlos.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Agradecimientos

A *Dios* porque con su gracia y misericordia todo es posible.

A *mi familia* por su apoyo y aliento constante.

A *mi asesora Lina María Muñoz Mesa* porque su apoyo incondicional, experiencia y conocimiento me brindaron herramientas a nivel personal y académico para llevar a feliz término este trabajo de investigación.

A *los profesores* que hicieron parte del proceso académico, sus aportes y experiencias fueron fundamentales en el proceso investigativo.

A *Lina Márquez, Jorge Coterá y Daladier Rangel*, compañeros de maestría que fueron apoyo y testigos de todo el proceso de investigación.

A *los estudiantes Sofí, Yeni, Meli y Jei* que participaron con mucho entusiasmo de la investigación.

A aquellos cuyos nombres no aparecen pero que de una u otra forma aportaron e hicieron parte de este proceso, a ellos muchas gracias.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

TABLA DE CONTENIDO

Introducción	1
Planteamiento del problema	6
Contexto de la investigación.....	7
Contexto general de la región.....	7
Contexto comercial y turístico de la región.....	8
Contexto Institucional.....	11
Problema.....	13
Descripción de la experiencia personal: una mirada docente.....	13
Revisión de la literatura internacional y nacional.....	18
Formulación del problema.....	28
Pregunta.....	32
Objetivo.....	32
Objeto.....	32
Marco Teórico	34
Educación Matemática Crítica.....	34
Posiciones críticas.....	38
Perspectivas de la Modelación Matemática.....	42
Modelación Matemática.....	45
Actividades de Modelación Matemática.....	48
Los contextos en el aula de clase.....	50
Marco Metodológico	55
Paradigma.....	55
Tipo de estudio.....	57
Participantes.....	58
Métodos de recolección de la información.....	59
Observación participante.....	59
Entrevista no estructurada.....	60
Documentos.....	61
Trabajo de campo.....	62
Momento Uno: La Exploración.....	63
Momento dos: Desarrollo.....	67
Análisis de la información.....	76
Validación de la Investigación.....	78

Posiciones críticas de los estudiantes de grado séptimo en actividades de modelación matemática	81
<i>Posiciones críticas</i> a partir de la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad ...	82
Los resultados matemáticos como alternativa para desarrollar <i>posiciones críticas</i> en los estudiantes.	96
<i>Posiciones críticas</i> a partir de las interacciones que se generan en las actividades de modelación matemática.....	119
Conclusiones.....	129
Aspectos relevantes	129
<i>Posiciones críticas</i> en actividades de modelación matemática.....	130
Incursión en las situaciones del contexto.	131
Los argumentos a partir de resultados matemáticos.....	133
Reflexiones sobre la implementación de las actividades de modelación en las clases de matemáticas.....	134
Aportes y futuras investigaciones.....	139
Divulgación del trabajo de investigación.....	141
Referencias	142
Anexo I. Actividad propuesta desde las mallas curriculares por contenidos.....	147
Anexo II. Consentimiento de participación del estudiante.	148
Anexo III. Consentimiento de la rectora de la institución	150
Anexo IV. Actividad del agua.	152
Anexo V. Situación emergente de la actividad del agua.	155
Anexo VI. Actividad de las comidas típicas de la región.....	157
Anexo VII. Actividad del servicio de transporte público.....	161
Anexo VIII. Aceptación al congreso de la Universidad de Medellín.....	165

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Esquema del planteamiento del problema.	6
Ilustración 2. Región de Urabá-Antioquia.	7
Ilustración 3. Playas del municipio de Arboletes. Espacio propicio para el comercio en torno al turismo.	8
Ilustración 4. Aulas bloque uno I.E. José Manuel Restrepo.	11
Ilustración 5. Situación planteada en clases propuestas de mallas curriculares por contenidos... 15	
Ilustración 6. Desarrollo matemático de un estudiante con respecto a la situación planteada.	16
Ilustración 7. Esquema del marco teórico.	34
Ilustración 8. Esquema del marco metodológico.	55
Ilustración 9. Argumentos con respecto a la mejor opción para viajar. Equipo de Jei.....	84
Ilustración 10. Ingredientes, cantidad, costo y otros aspectos que influyen en el plato típico. Meli y Sofi.	86
Ilustración 11. Ingredientes, cantidad, costo y otros aspectos que influyen en el plato típico. Yeni.	86
Ilustración 12. Respuestas de Jei con relación a la exploración de la información de los envases de agua.	98
Ilustración 13. Respuestas de Sofi con relación a la exploración de la información de los envases de agua.	98
Ilustración 14. Respuestas de Yeni con relación a la exploración de la información de los envases de agua.	99
Ilustración 15. Respuestas de Meli con relación a la exploración de la información de los envases de agua.	99
Ilustración 16. Solución propuesta por Sofi.....	102
Ilustración 17. Solución propuesta por Jei.	103
Ilustración 18. Solución propuesta por Yeni.....	103
Ilustración 19. Solución propuesta por Meli.....	103
Ilustración 20. Solución propuesta por Jei para ayudar al tendero.	108
Ilustración 21. Solución Propuesta por Yeni para ayudar al tendero.....	108
Ilustración 22. Solución propuesta por Meli para ayudar al tendero.	111
Ilustración 23. Solución propuesta por Sofi para ayudar al tendero.	111
Ilustración 24. Cálculo de la ganancia de un conductor de taxi en un día de trabajo. Respuesta de Jei.	114
Ilustración 25. Precio del plato típico propuesto por Meli y Sofi. Imágenes de la diapositiva presentada por el grupo.	116
Ilustración 26. Precio del plato típico propuesta por Yeni.....	116
Ilustración 27. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Jei.	119
Ilustración 28. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Sofi.	119



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 29. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Yeni. 120
Ilustración 30. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Meli. 120



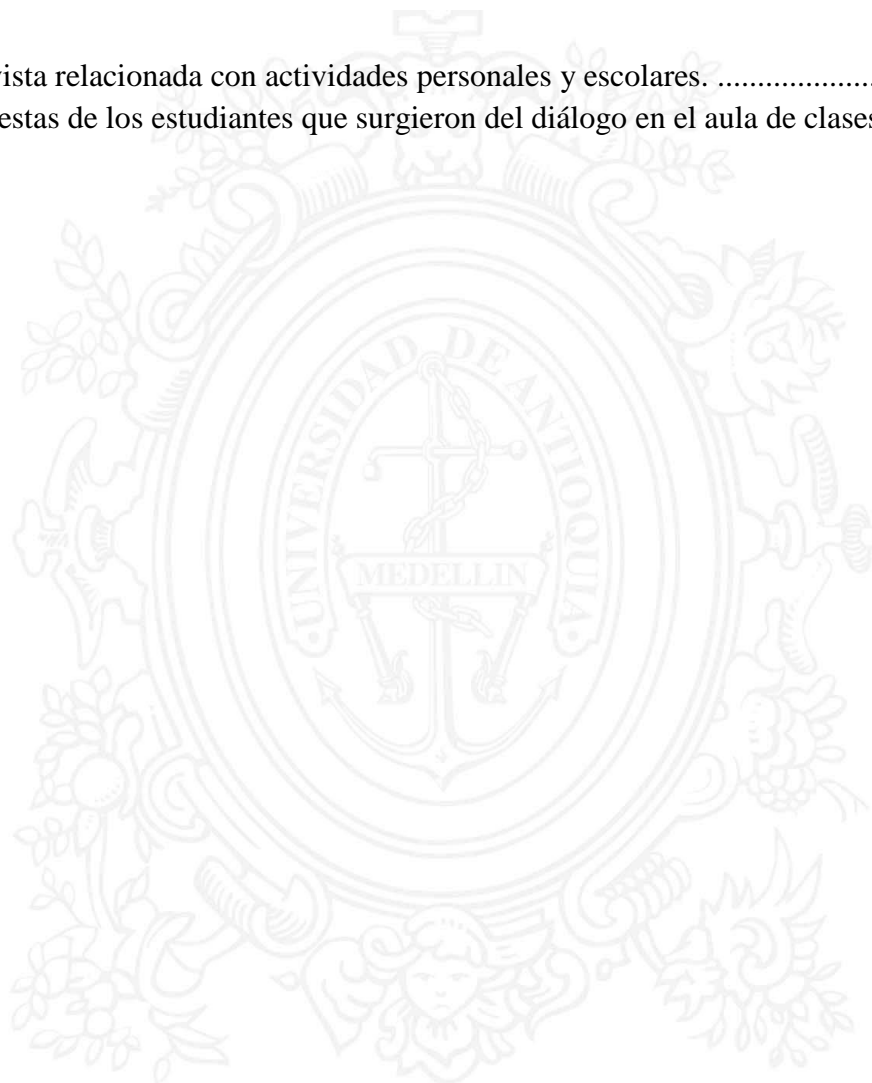
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Entrevista relacionada con actividades personales y escolares.	63
Tabla 2. Respuestas de los estudiantes que surgieron del diálogo en el aula de clases.	65



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Introducción

En la Educación Matemática en Colombia, tener en cuenta los contextos en relación con las prácticas sociales del estudiante y sus familias, brinda la oportunidad de generar un aprendizaje con sentido, tal como lo proponen los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas “[...] *el aprendizaje no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se entiende a su inserción en las prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia*” (MEN, 2006, p. 49). De lo anterior se rescata que en la enseñanza se deben problematizar las clases, donde se propongan situaciones que llevan al estudiante a participar de forma activa y crítica, y a cuestionarse sobre ¿Cómo las matemáticas se pueden emplear en la cotidianidad?

Es así que la participación activa y crítica se puede fortalecer a partir de la propuesta de las actividades de modelación matemática en el aula que según Barbosa (2006) pueden ser, para los estudiantes, una problemática extraída de la cotidianidad u otras ciencias. De esta manera, el quehacer pedagógico a través de la modelación matemática, además de incluir las situaciones que rodean al estudiante, también fomenta una persona crítica y comprometida, que conozca y reconozca tales situaciones y su participación en ellas.

Al respecto, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en Colombia proponen desarrollar en el aula cinco procesos generales, entre ellos la modelación, proceso que según Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo (2009) poco se ha tenido en cuenta en la enseñanza de las matemáticas como estrategia didáctica. Sin embargo, Villa-Ochoa (2012) argumenta que en los últimos años hay un crecimiento importante de trabajos y aportes en relación con las aplicaciones y con la implementación de la modelación matemática en Educación Matemática. Es por esto que dentro

de este campo investigativo, existe la necesidad de aportar elementos a partir de la enseñanza en correspondencia con las actividades de modelación matemática y las posiciones críticas que surgen cuando se relacionan los contextos de los estudiantes con algunos problemas en los que se hace uso de las matemáticas.

En ese sentido, el diseño y construcción de actividades de modelación en relación con lo que vive el estudiante, como recurso para el aula de clase, es propicio y relevante para que actúe de forma crítica en las situaciones y problemáticas sociales, aprenda y le dé sentido a las matemáticas (MEN, 1998).

El problema que se estudió en esta investigación tuvo lugar en una Institución Educativa del municipio de Arboletes¹, ubicado en el Urabá² antioqueño, donde se observó que los estudiantes tienen la necesidad de relacionar los conceptos abordados en clase y su utilidad en situaciones reales, pues surgen de forma constante inquietudes referentes a la aplicabilidad e importancia de las matemáticas para su vida. Además, la instrucción docente está enfocada en solucionar ejercicios rutinarios y de ejercitación, prácticas que dificultan el desarrollo del pensamiento crítico a través de la solución de problemas reales, simulados, artificiales y otros en relación con algunos conceptos matemáticos trabajados en el aula.

En consecuencia, este estudio apuntó a involucrar “actividades de modelación” que permitan promover *posiciones críticas* y reflexiones frente a la implementación de las matemáticas y a las situaciones en contextos extra-matemáticos que surgen del contexto del

¹ Municipio costero con múltiples actividades económicas, entre ellas el creciente desarrollo ecoturístico. Información adaptada de <http://arboletes-antioquia.gov.co/turismo.shtml>

² Subregión costera del departamento de Antioquia sobre el mar Caribe, se caracteriza por sus paisajes exóticos y gran diversidad cultural. Información adaptada de http://antioquia.gov.co/antioquia-v1/organismos/planeacion/descargas/perfiles/Perfil_Subregional_Uraba.pdf

comercio y el turismo del municipio de Arboletes, como una alternativa para que el aprendizaje tenga sentido o relación con la vida cercana de los estudiantes.

La presente investigación explora las *posiciones críticas* de los estudiantes que surgen de su incursión en el contexto particular del turismo y el comercio, como una alternativa para reflexionar sobre el propósito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas cuando se plantean situaciones de modelación matemática. Por esta razón, se respondió la pregunta ¿Qué caracteriza la *posición crítica* que tienen los estudiantes de grado séptimo cuando se enfrentan a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio?

El estudio se desarrolló bajo un paradigma cualitativo, ya que se tuvo interés por indagar por las *posiciones críticas* y las producciones de los estudiantes cuando se ven enfrentados a situaciones que resultan del contexto, de las actividades económicas y laborales de sus familias, con una mirada del aprendizaje de las matemáticas en relación con las prácticas sociales que los rodean, para analizar en qué aspectos se transforma la opinión y la visión del desarrollo de la clase de matemáticas y la aplicación o no de las matemáticas a un contexto particular. Por lo tanto, esta investigación se presenta en 5 capítulos que se detallan a continuación:

En el primer capítulo se describe el contexto, planteamiento y formulación del problema, que surgió de la actividad pedagógica en relación con las reflexiones y actitudes de los estudiantes cuando se abordan las matemáticas de forma abstracta y separada del sentido cotidiano que ésta tiene. Estas reflexiones, en conjunto con la revisión de la literatura nacional e internacional en el marco de la modelación matemática implementada en el aula, fueron la base para pensar en la contribución que se puede hacer para el desarrollo de *posiciones críticas* y una caracterización que pudiera generar acciones específicas que aportaran a la transformación del aprendizaje y del currículo institucional.

En el segundo capítulo se presenta las bases teóricas que sustentan el estudio, desde la modelación matemática y los diversos contextos que rodean al estudiante. De este modo, se presenta la revisión de la literatura a nivel nacional e internacional en relación con las *posiciones críticas*, la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, la implicación de las actividades de modelación y los contextos en el aula. La modelación matemática como referente teórico es abordada como lo plantea Barbosa (2001) y los contextos como se establecen en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 1998)

En el tercer capítulo se presenta la forma cómo se aborda la investigación, se plantea los aspectos metodológicos y un estudio de casos instrumental donde se analizaron las producciones de 4 estudiantes de séptimo grado de una Institución Educativa del municipio de Arboletes-Antioquia. El trabajo de campo cuenta con los momentos de exploración, planteamiento de las “actividades de modelación”, desarrollo de actividades y las discusiones que cada actividad generó.

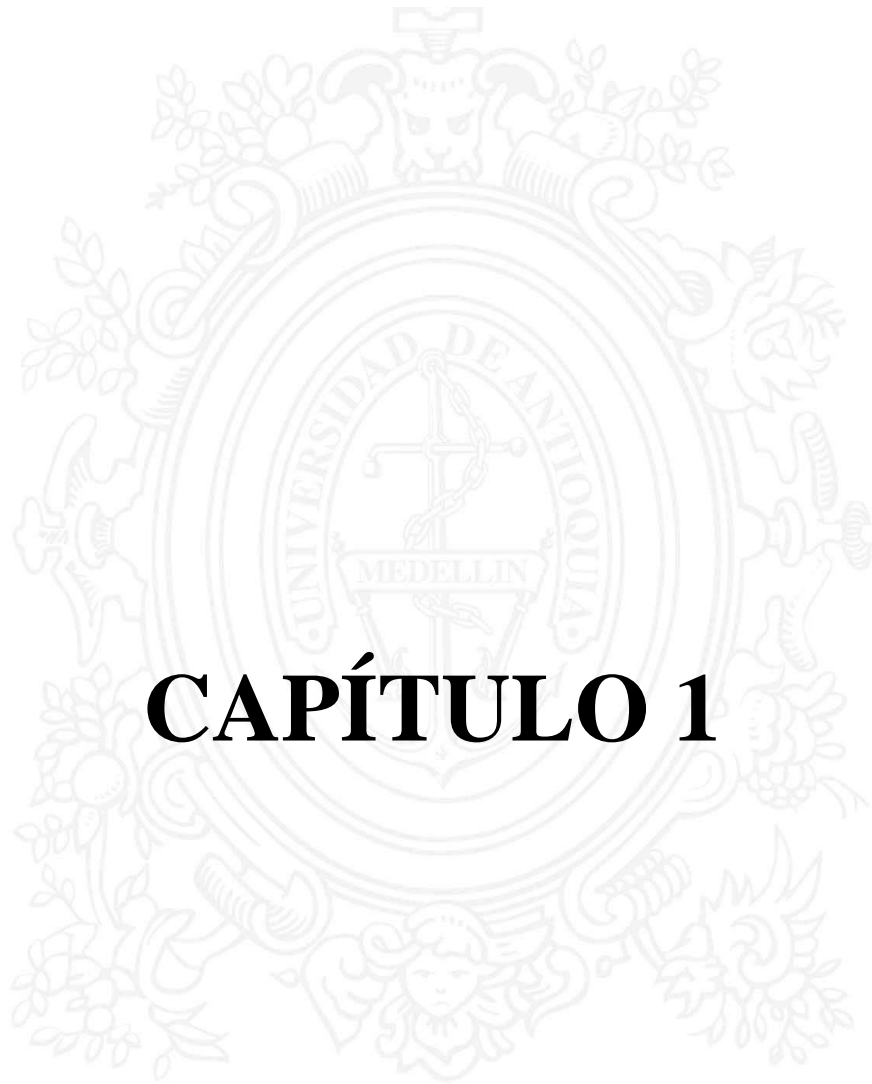
En el cuarto capítulo se presenta los resultados y análisis de los datos obtenidos al aplicar los métodos de recolección de la información en las actividades propuestas a los estudiantes para cada uno de los momentos en el tercer capítulo.

En el quinto capítulo se concluyó el estudio con base en los resultados y análisis que reflejaron las *posiciones críticas* de los estudiantes cuando se enfrentaron a actividades de modelación matemática, en relación con la transformación y las implicaciones que generan en su aprendizaje y en las problemáticas sociales. Además, se expone las implicaciones del trabajo en la Educación Matemática y asuntos que pueden ser abordados en investigaciones futuras.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación



CAPÍTULO 1

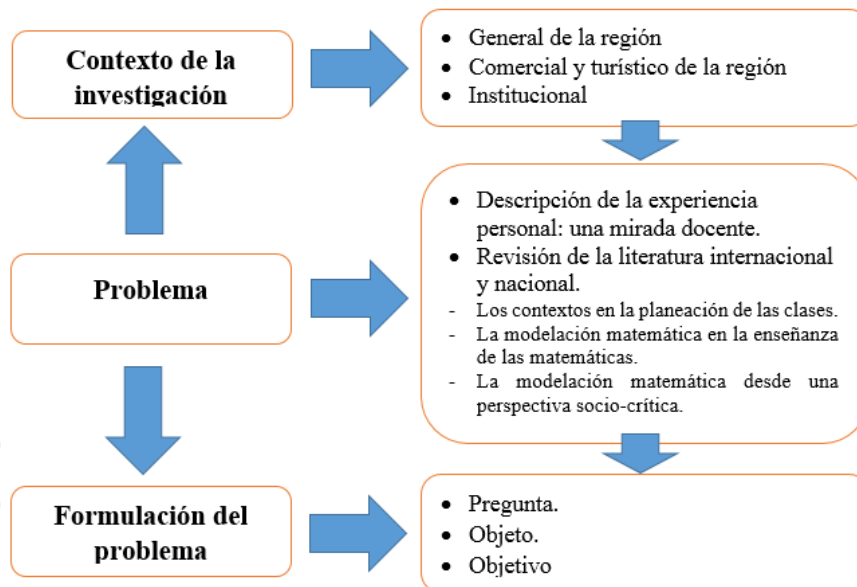
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Planteamiento del problema

A continuación se describen los elementos generales que esbozan el planteamiento del problema como una manera de reflexionar en la práctica docente y la necesidad de involucrar situaciones del contexto en el aula de clase, para que el estudiante sea un actor activo y crítico en su proceso de aprendizaje, desde sus posiciones, opiniones y el re-conocimiento³ que tenga del contexto del turismo y el comercio. El planteamiento se apoya en la revisión de la literatura nacional e internacional sobre algunos elementos de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática. En esa medida, analizar el contexto de la investigación llevó a plantear el problema, tal como se esquematiza en la ilustración 1.

Ilustración 1. Esquema del planteamiento del problema.



³ Según la Real Academia de la Lengua Española, el prefijo re se puede utilizar como intensificación. De esta manera, en este estudio la expresión la asumo como “intensificar o hacer énfasis en el conocimiento que se tiene de las situaciones del contexto”.

Contexto de la investigación

En esta investigación cobra importancia la implementación de actividades que son propuestas en el aula a partir de los contextos para promover las actitudes y el acercamiento a las *posiciones críticas* de los estudiantes, sus aprendizajes y las prácticas pedagógicas en el diseño y planeación de las clases por parte del profesor.

A continuación, se describe el municipio de Arboletes y la institución educativa, para explorar los diferentes aspectos sociales y las posibilidades que la región puede proporcionar a la vida escolar, con respecto al abordaje en el aula de las situaciones, problemáticas y reflexiones alrededor del turismo en la zona.

Contexto general de la región.

Ilustración 2. Región de Urabá-Antioquia.



La subregión de Urabá (Ilustración 2), única zona costera del departamento de Antioquia en su extensa geografía, comparte ecosistemas estratégicos con los departamentos de Córdoba y

⁴ Imagen tomada de <http://www.idea.gov.co/es-co/ciudadano/PublishingImages/regionesAntioquia/rUraba.jpg>

Chocó, que atribuyen al territorio de Urabá unas características únicas que favorecen su riqueza, biodiversidad y pluriculturalidad.

Los paisajes exóticos, la diversidad cultural y las diferentes formas de producción económica que caracterizan a la región de Urabá, proporcionaron, en la práctica educativa y como investigador, un amplio campo de acción para explorar las realidades socioculturales y cotidianas en las que está involucrado el estudiante, y que se pueden vincular el proceso de enseñanza de las matemáticas con el propósito de construir estrategias didácticas, como una forma de promover las *posiciones críticas*, diferentes soluciones a una misma situación, trabajo en grupos, entre otros elementos que dinamizan las clases y los ambientes propiciados por dichas situaciones (consultas, investigaciones, discusiones, diálogos, entre otros).

Algunos elementos de esos ambientes se describen a continuación y fueron referentes para docente en el desarrollo de la investigación.

Contexto comercial y turístico de la región.

Ilustración 3. Playas del municipio de Arboletes. Espacio propicio para el comercio en torno al turismo.



⁵ Fotografía tomada de http://www.iejosemanuelrestrepo.edu.co/web/images/stories/arboletes/gallery/13_MG_6233.jpg

En la subregión de Urabá se halla Arboletes⁶, municipio costero que ofrece grandes posibilidades de un desarrollo ecoturístico en su territorio (Ilustración 3.), una de las actividades económicas que se ha convertido en alternativa para la generación de empleo, recreación y esparcimiento para propios y foráneos, propiciando de esta manera el aumento en la calidad de vida de sus pobladores.

En la actualidad, el perfil de las labores económicas del municipio tienden a cambiar, la población urbana cada vez más se emplea en ocupaciones asociadas al sector de servicios y en especial al del transporte hacia la ciudad de Montería, también presenta un buen auge el servicio de restaurante y hospedaje, teniendo presente que estas actividades se acrecientan en un ciclo que se determina por las temporadas vacacionales.

De este modo, a muchos de los habitantes del municipio de Arboletes les corresponde desempeñarse en actividades temporales de comercio relacionadas con el turismo (hoteles, ventas ambulantes en la playa, restaurantes, paseos turísticos, entre otros); ellos y sus hijos se desempeñan en dichas labores aun cuando no tengan la competencia para hacerlo.

En ese sentido, los estudiantes están familiarizados con algunas de las problemáticas que se presentan en su contexto particular, las cuales se abordaron y problematizaron en las clases de matemáticas. Para este fin, fue necesario la reorganización de la planeación curricular y el replanteamiento de las actividades, necesidad que permitió promover una educación con sentido tal como lo propone el MEN (2006), y aplicada a la realidad de la región, donde hubo un acercamiento a las *posiciones críticas* a partir del interés de los componentes sociales hasta potenciar el trabajo en el aula.

⁶ Información tomada y adaptada de: <http://www.arboletes-antioquia.gov.co/turismo.shtml>

De acuerdo con lo anterior, es importante reconocer que las actividades para el aula según Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa (2014), además de desarrollar habilidades y producir elementos conceptuales de las matemáticas, también es importante estudiar los contextos donde la actividad tiene lugar. En esa medida, es relevante considerar no solo el contexto que las matemáticas mismas puedan proporcionar, sino también las situaciones y problemáticas con las que el estudiante convive de forma cotidiana; es por esto que el comercio y el turismo del municipio de Arboletes aportan un contexto para explorar y estudiar en el aula de matemáticas, en busca de dinamizar el proceso de enseñanza y potenciar los aprendizajes y *posiciones críticas* y reflexivas de los educandos.

Kaiser & Schwarz (2010) argumentan que la enseñanza de las matemáticas no implica simplemente impartir competencias para aplicarlas, sino enfatizar en el desarrollo de la capacidad de los estudiantes para utilizarlas en su vida cotidiana, en su entorno y las ciencias, de una forma crítica. Tal utilidad de las matemáticas cobra importancia con la implementación de la modelación matemática como medio para relacionar los contextos y los conocimientos matemáticos, que le permite al estudiante identificar otras formas de percibir e interactuar con lo que sucede a su alrededor; aspecto que se resalta en la perspectiva Socio-crítica de la modelación, que según Kaiser y Sriraman (2006) se dirige al estudio de situaciones problemáticas que; a través de las matemáticas, los estudiantes identifican otras formas de ver el mundo en el que viven, en las que les permiten ampliar su espectro de posibilidades de acción e interacción en la sociedad.

Con respecto a lo anterior, a continuación, se detallan algunas dificultades que se presentan en la actividad escolar y que se pueden considerar relevantes para exponer el problema

de investigación, por la propuesta de actividades descontextualizadas y la poca participación de los estudiantes que estas generan.

Contexto Institucional.

Ilustración 4. Aulas bloque uno I.E. José Manuel Restrepo⁷.



La Institución Educativa José Manuel Restrepo (Ilustración 4) ubicada en el barrio Kennedy, sector la playa, es privilegiada por tener una vista en forma directa al mar caribe. Actualmente, la institución cuenta con 15 aulas para atender a 17 grupos de básica secundaria y media, un aula múltiple donde se realizan las actividades cívicas y culturales, una tienda escolar, un solo patio para la población estudiantil, un aula de sistemas con computadores portátiles, aula de apoyo para atender a estudiantes en condición de discapacidad, secretaría y rectoría.

Los espacios son insuficientes, en infraestructura, espacios de interacción, material didáctico, entre otros, y hacen que, de cierta manera, los actores de la educación se desmotiven con respecto a la academia, puesto que esos espacios son necesarios para el buen desarrollo

⁷ Fotografía tomada de http://www.iejosemanuelrestrepo.edu.co/web/images/stories/arboletes/sede1_R_R0000138.jpg



social y escolar del niño, complementan las diferentes acciones que se realizan en el proceso de enseñanza y aprendizaje, como elemento fundamental para la socialización.

Por otra parte, las mallas curriculares del área de matemáticas están propuestas por contenidos, el docente presenta los conceptos matemáticos de forma magistral y el estudiante toma un rol pasivo y receptivo en el proceso de aprendizaje. Este tipo de enseñanza está presente en muchas de las prácticas pedagógicas donde solo se promueven las representaciones abstractas y no se tienen en cuenta otro tipo de experiencias, y mucho menos la relación con los contextos de los estudiantes.

Además, en la planeación se pone de manifiesto que las matemáticas separadas de los contextos apuntan a la desarticulación entre lo que se enseña y lo que se evalúa, tanto en la institución como en las pruebas externas. Es por esto que las actividades no promueven el análisis y la argumentación en los estudiantes, por el contrario, se ven orientados a ser receptores, pasivos y sin oportunidades de formación en pensamiento matemático crítico.

Respecto a la planeación, los Lineamientos Curriculares de matemáticas desde 1998 promueven que la labor docente sea la de un investigador, ya que “(...) *debe determinar el tipo de actividad a proponer al alumno, de tal manera que cada conocimiento surja de la respuesta a un problema que el alumno se ha planteado y del cual ha formulado su solución*” (p. 99). En ese sentido, en esta investigación se plantearon nuevas estrategias de enseñanza, con el fin de propiciar ambientes académicos donde se articule la cotidianidad del estudiante con el trabajo matemático, en busca de aprendizajes que promuevan su participación activa, y de esta manera generar en él una idea diferente respecto a la clase de matemáticas.

Problema

Como parte de la tarea investigativa, es preciso presentar los elementos cruciales que se abordan en el planteamiento del problema de investigación. Es por esto que el problema está basado en algunas preguntas que orientan su desarrollo: ¿Cómo se transforma la visión reduccionista que tiene el estudiante de las matemáticas al incorporar situaciones del contexto? ¿Por qué la modelación matemática es alternativa en las clases de matemáticas para generar un acercamiento a las *posiciones críticas* en los estudiantes? ¿Qué debe hacer el maestro para promover en sus estudiantes *posiciones críticas* sobre una situación? ¿Cómo potenciar o desarrollar *posiciones críticas* en el grado séptimo respecto a las situaciones que se estudian y la vida escolar?

Este tipo de cuestionamientos orientaron esta investigación y la reflexión a partir de una mirada pedagógica y de la evaluación de la labor docente. En esta línea, a partir de las inquietudes como maestro, se revisó la literatura para conocer otras investigaciones que se orientaron en aspectos similares y así establecer los cimientos de la presente investigación. En este sentido, se exponen los argumentos que llevaron a plantear el problema de investigación:

Descripción de la experiencia personal: una mirada docente.

El quehacer pedagógico es una labor que promueve la reflexión y el surgimiento de estrategias que tienden a subsanar las dificultades y tensiones que se tejen en el acto educativo a partir de las interacciones que se presentan entre el docente y los estudiantes, y que están enfocadas a favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje (MEN, 1998). También se puede notar que el estudiante en el aula de clase establece inquietudes con respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, los conceptos abordados y, su aplicabilidad y utilidad en situaciones reales, inquietudes que no se tienen en cuenta al momento de diseñar y proponer

actividades para el aula. Por tal razón, el estudiante puede estar distante del desarrollo de *posiciones críticas* y reflexiones, en relación con su aprendizaje y las situaciones o problemáticas de la cotidianidad.

Al respecto, las reflexiones y posiciones de los estudiantes de grado séptimo de la institución educativa José Manuel Restrepo, hacia las matemáticas, separadas de las situaciones y problemáticas presentes en su cotidianidad, muestran la desmotivación por la asignatura, sentida en expresiones como: “Profe, ¿otra vez ejercicios?”, “Denos hora libre”, “... profe, trabajemos en grupo”, entre otras.

También se presentan otras dificultades al interior del aula que están asociadas a diferentes aspectos como la propuesta del currículo institucional que se orienta por mallas curriculares y, en este caso, contenidos que privilegian las clases esquematizadas en explicaciones, ejemplos, ejercicios y el desarrollo repetitivo y algorítmico de los conceptos matemáticos. Otra de las falencias está asociada a la incoherencia entre las Pruebas externas e internas y la manera de enseñar del maestro porque el estudiante se evalúa mediante situaciones problema que no se abordan en el aula de clase o, ocasiones, se usan en forma separada y descontextualizada de su entorno, con el fin de darle aplicabilidad a los conceptos trabajados. Estos aspectos niegan la posibilidad de que los estudiantes desarrollen *posiciones críticas* y reflexiones frente al aprendizaje de las matemáticas y de que se enfrenten a las situaciones o problemáticas que emergen de los diferentes contextos que los rodean.

Tal es el caso de una tarea propuesta en la institución a partir de las mallas curriculares por contenidos (Ver ilustración 5), donde la estructura de la clase, la disposición del profesor y del estudiante hacia la tarea y el tipo de situaciones difícilmente permiten un acercamiento, la

incursión y el desenvolvimiento de los estudiantes en problemáticas sociales. En esa medida la situación propuesta está distante de desarrollar *posiciones críticas* y reflexiones con respecto a lo que implica realizar la labor comercial que se referencia en la tarea (Anexo I), y del análisis que los estudiantes podrían realizar.

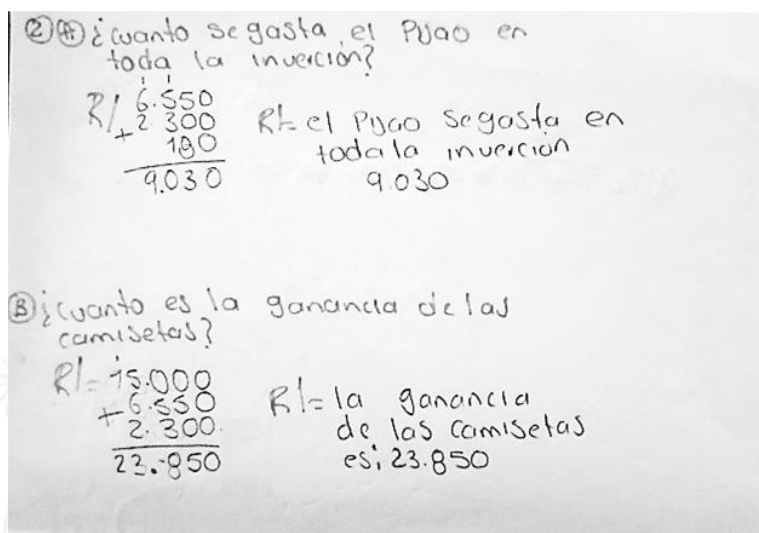
Ilustración 5. Situación planteada en clases propuestas de mallas curriculares por contenidos.

2. El pijao, artesano y comerciante del pueblo va a invertir en camisetas para estamparlas con paisajes de la región y luego venderlas. El pijao compra 180 camisetas a \$6550 cada una y por estampar cada camiseta le cobran \$2300.
 - a. ¿Cuánto se gasta el pijao en toda la inversión?
 - b. Si el pijao vende todas las camiseta a \$15000 cada una, ¿cuánto es la ganancia de las camisetas?

En relación con la situación anterior, los motivos por los cuales los estudiantes no desarrollan *posiciones críticas* se relacionan con el tipo de preguntas que plantea, la poca interacción entre estudiantes y docente, y entre ellos mismos, y las limitaciones que la tarea tiene para que los estudiantes incursionen en las situaciones de su cotidianidad.

Como se puede ver en la ilustración 6, este tipo de situaciones en el aula pueden conducir, en primer lugar, al interés de los estudiantes en la resolución de situaciones con procedimientos y procesos aritméticos, aunque presenten dificultades en su solución; en segundo lugar, a la separación entre lo que se aprende y lo que se relaciona con su cultura, dado que a partir de tales situaciones, posiblemente no se reconoce el papel que las matemáticas juegan en la sociedad, y en tercer lugar, a la limitación de los estudiantes para plantear las ideas, pensamientos y opiniones que podrían surgir del análisis de situaciones del contexto vividas por ellos y sus familias.

Ilustración 6. Desarrollo matemático de un estudiante con respecto a la situación planteada.



②Ⓜ ¿cuánto se gasta el Pjao en toda la inversión?

$$\begin{array}{r} R/ 6.550 \\ + 2.300 \\ \hline 180 \\ \hline 9.030 \end{array}$$
 R= el Pjao se gasta en toda la inversión 9.030

③ ¿cuánto es la ganancia de las camisetas?

$$\begin{array}{r} R/ 15.000 \\ + 6.550 \\ + 2.300 \\ \hline 23.850 \end{array}$$
 R= la ganancia de las camisetas es: 23.850

Con relación a los párrafos anteriores, el desarrollo de un conocimiento que se enmarca en el trabajo de contenidos matemáticos, la aplicación de propiedades y algoritmos para solucionar problemas, distantes de las situaciones del mundo, son aspectos que desmotivan a los estudiantes y opacan sus habilidades para afrontar y dar solución a situaciones en contextos de la realidad. Al respecto, Gómez-Chacón, Op't Eynde, y De Corte (2006) argumentan que es necesario reflexionar con respecto a las acciones que realizan los estudiantes, a los conocimientos sean matemáticos o no, a la influencia del profesor en las prácticas de aula y en el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, y que minimizan “las dificultades y la falta de destrezas para reconocer, formular y abordar problemas matemáticos en contextos reales” (p.10). Estas dificultades influyen de forma considerable en la formación de un estudiante pasivo, alejado de argumentos, actitudes y posicionamientos críticos con respecto a los problemas o situaciones de la cotidianidad.

En relación con lo anterior, surgen cuestiones por aspectos como: ¿Cuáles son las situaciones del contexto que debo identificar para que el estudiante tome *posiciones críticas*

frente a ellas y al desarrollo de la clase? ¿Cómo enfocar el currículo para apoyar el aprendizaje en el estudiante desde la enseñanza contextualizada? ¿Cómo influyen los contextos que son cercanos al estudiante en el aprendizaje de conocimientos matemáticos enseñados en el aula? ¿Qué situaciones percibe el estudiante de su contexto para ser problematizados en el aula? Además, de encontrarme algunas expresiones de los estudiantes, como: “*ya nos va a enredar el profe*” “*nos enseña con mangos y nos pregunta por manzanas*” “*¿eso de qué sirve?*” “*coloque ejercicios similares*”.

Estos cuestionamientos se pueden abordar con la implementación de la modelación matemática en el aula, puesto que Araújo (2009) plantea que ésta se relaciona con la forma como las matemáticas se utilizan para resolver situaciones de la realidad. Es así que el trabajo del estudiante a través de situaciones del contexto, le permite aprender de forma diferente e involucrarse con tales situaciones, cambiar la percepción que tiene de la ejercitación y los procedimientos mecánicos como la única forma de desarrollar las clases de matemáticas, y promover el desarrollo *posiciones críticas*, tanto de las situaciones que se presentan en la cotidianidad como de su propio aprendizaje.

En correspondencia con lo anterior, se propone en esta investigación, el desarrollo de problemáticas del contexto (cercanas a las familias) para abordarlas en el aula de clase, que se proyecten en la planeación de las actividades hacia la producción de argumentos para el análisis de las *posiciones críticas* que toma el estudiante cuando actúa con las matemáticas.

Después de plantearse las dificultades que se presentan en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a partir de las reflexiones como docente de aula, se presenta a continuación la revisión de la literatura internacional y nacional que fundamenta el problema investigativo.

Revisión de la literatura internacional y nacional.

En el apartado anterior, se pone de relieve a partir de la labor docente del investigador las dificultades que se perciben en el aula de clase y que no promueven un acercamiento a las *posiciones críticas*. Por consiguiente, se presenta en la literatura, la importancia de los contextos en la planeación de las clases, la modelación matemática como ambiente que posibilita el acercamiento a las situaciones cotidianas y algunas características de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, que apuntan al desarrollo de las *posiciones críticas* de los estudiantes.

Los contextos en la planeación de las clases.

En la educación colombiana se debe tener en cuenta los diferentes aspectos sociales y las vivencias de los estudiantes en la planeación curricular, tal como lo proponen los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, donde “[...] el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que puedan vivir y en las que los conocimientos va a aparecer como la solución óptima y descubrible de los problemas planteados” (MEN, 1998, p.13), donde se promueva en la enseñanza la importancia de las matemáticas en situaciones de nuestra cotidianidad.

Sin embargo, en la mayoría de las prácticas pedagógicas se resalta el uso de operaciones y algoritmos en la solución de problemas intra y extra matemáticos con el fin de darle aplicabilidad a los conceptos trabajados, lejos del sentido cotidiano que tienen las matemáticas. Al respecto, Berrío (2011) expone que la enseñanza de las matemáticas “[...] se ha centrado en la aplicación de algoritmos, propiedades, axiomas o postulados para dar solución a ejercicios matemáticos, pero que ha estado distante en la relación con el contexto escolar u otras situaciones del mundo” (p. 11), argumentos que pueden ser válidos para el contexto del comercio y el turismo, donde la planeación de las clases tengan en cuenta las conexiones entre los conocimientos matemáticos y

las situaciones que emergen de la cotidianidad, y que pueden favorecer la incursión crítica del estudiante en su aprendizaje y en las problemáticas del comercio y la actividad turística, por medio de cuestionamientos, consultas, el trabajo matemático, discusiones y reflexiones que resulten de tales situaciones.

En correspondencia con lo anterior, es importante entonces identificar rasgos sociales y características de las personas involucradas en el acto educativo, tal como lo promulga el MEN (1998) donde establece que la planeación deberá

[...] tener en cuenta la caracterización de las personas a quienes se pretende formar, el tipo de formación que se quiere proporcionar, formación que dependerá básicamente de las tendencias universales reflejadas en las exigencias de tipo social hechas a los contenidos, a los procedimientos y en general a la actividad escolar (p. 97).

La formación y las exigencias en los diferentes aspectos de la sociedad pueden encaminar a los estudiantes hacia el empoderamiento y el acercamiento por medio de las acciones, reflexiones y decisiones, así como a las posturas críticas en esos aspectos y en la vida escolar, en los cuales ellos se desenvuelven cotidianamente.

Para Skovsmose (1999), la planeación en relación con los contextos de los estudiantes permite que se elimine el paradigma de que las matemáticas están lejos de hacer posible una educación crítica, lo que abre una brecha hacia la interdisciplinariedad y la cooperación. Este mismo autor expresa que al separar del aula de matemáticas los textos tradicionales y el currículo por contenido, se brinda la oportunidad para que los estudiantes se capaciten y puedan notar, comprender y juzgar las aplicaciones de las matemáticas en la sociedad; por tal razón, la planeación de actividades juega un papel fundamental para que los estudiantes actúen con las matemáticas de forma crítica en situaciones o problemáticas de su contexto escolar o comunidad.

Por su parte, Jacobini y Wodewotzki (2004) plantean que la planeación puede generar un entorno adecuado que separa a los docentes y estudiantes del cumplimiento de programas, tiempos y horarios, donde se resalta la importancia de la implementación de acciones en el aula que permitan la interacción del estudiante con las situaciones de la cotidianidad de forma crítica y reflexiva, así amerite más tiempo. Tal separación potencia, en primer lugar, una buena disposición y una mejor percepción de las matemáticas por parte de los estudiantes; en segundo lugar, la conexión que hay entre esta área del conocimiento (matemáticas) y las situaciones relacionadas con su cultura; y en tercer lugar, la oportunidad de hacer cuestionamientos y tener posturas críticas frente a las matemáticas, su aprendizaje y a las problemáticas de la cotidianidad.

Con respecto a las dificultades que genera la planeación a partir de currículo por contenidos, Camelo, García y Martínez (2013) argumentan que

Debemos señalar, de manera inicial, que la cultura tradicional del aula de matemáticas, en donde el profesor es quien presenta los contenidos y los estudiantes memorizan técnicas y destrezas, se constituye en una de las mayores dificultades para la incorporación de prácticas socio-críticas en las aulas de matemáticas. Lo anterior se refuerza en tanto la organización estándar de los contenidos matemáticos en los currículos, la geometrización de los espacios de clase y los tiempos de aprendizaje de las matemáticas que se consideran en la escuela son más importante que la posibilidad de incorporar ambientes en los que nuestros estudiantes cuestionen, de la mano de las matemáticas, estructuras sociales en las que se desenvuelven cotidianamente. (p. 3925)

Lo expresado por los autores en el párrafo anterior pone de manifiesto que al incorporar prácticas socio-críticas en las aulas de clase, se invita a los estudiantes a la incursión y a los



cuestionamientos de problemáticas que se puedan presentar en su entorno, donde se resalta la utilidad social que las matemáticas generan.

De acuerdo con los planteamientos anteriormente expuestos, existe la necesidad de incorporar en las prácticas pedagógicas los contextos que son cercanos a los estudiantes con el propósito de articular los diferentes aspectos sociales y los conocimientos matemáticos que puedan surgir, y así apuntar a que en la planeación de actividades para el aula de clase se perciban otras formas de conocer, entender y actuar con respecto lo que sucede a su alrededor. En ese sentido, la planeación de las actividades debe involucrar a los estudiantes a partir de la participación, de las acciones, las discusiones y los cuestionamientos que ellos generan, y su incursión en situaciones de la cotidianidad, y así desarrollar o por lo menos tener un acercamiento hacia las *posiciones críticas* individuales y grupales.

Así como se rescata la importancia de la planeación de actividades matemáticas con la incorporación de situaciones o problemáticas del contexto, como aquellas que puedan propiciar reflexiones y posturas críticas en los estudiantes, a continuación, también se resalta pertinencia de modelación matemática en una perspectiva socio-crítica.

La modelación matemática en la enseñanza de las matemáticas.

En la literatura internacional se encuentran aportes e investigaciones que dan cuenta de que la modelación matemática no tiene un origen epistemológico y una comprensión homogénea (Kaiser y Sriraman, 2006; Kaiser y Schwarz, 2010), en consecuencia estos autores señalan en torno a la modelación varias perspectivas que han surgido de análisis de algunas investigaciones en relación con sus marcos teóricos y la intención que revelan dichas investigaciones. Así, la modelación matemática se ha convertido en una de las tendencias de investigación en la Educación Matemática con mayor crecimiento, prueba de ello son las diferentes investigaciones

que se realizan estudiantes de maestría y doctorado en Colombia y a nivel internacional, las producciones y publicaciones en varias revistas de comunidades académicas.

Cabe precisar que la modelación matemática cobra relevancia en esta investigación desde la implicación que tiene en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, por tal motivo, como estrategia para el aula permite profundizar y establecer argumentos y conclusiones por medio de la incursión y las acciones de los estudiantes en situaciones del contexto, e invita a visualizar ambientes de aprendizaje a partir de las situaciones de la cotidianidad, que desencadenen inquietudes conducentes a la exploración e indagación de los conceptos matemáticos empleados en un contexto particular.

Es así que en la literatura se encuentran algunos aportes que apuntan a la relación que existe entre la modelación matemática enfocada desde la enseñanza y aprendizaje con los contextos socioculturales de los individuos, puesto que, al plantearse actividades para el aula desde los saberes particulares, intereses y necesidades de los estudiantes, hace que ellos se involucren en el diseño y construcción de las situaciones que se pretenden abordar, en relación con las problemáticas del contexto. En consecuencia, a continuación, resalto algunas manifestaciones de la modelación matemática con relación al proceso de enseñanza y aprendizaje.

Bassanezi y Biembengut (1997) consideran relevante que se utilice la modelación matemática para enseñar matemáticas en las aulas de clase, donde los estudiantes propongan los temas para ser trabajados y el docente reflexione sobre las implicaciones y desventajas que pueda tener determinado tema o no. En ese sentido, los autores resaltan que en los estudiantes también recae la responsabilidad de su propio aprendizaje, ya que los cuestionamientos que les surgen,

propician en ellos aprendizajes de nuevos conceptos matemáticos y el posible entendimiento y reconocimiento de lo que sucede a su alrededor.

Hein y Biembengut (2006) establecen que la modelación matemática como método de enseñanza proporciona a los estudiantes un mejor entendimiento de los conceptos matemáticos, capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones-problema, así como despertar el sentido crítico y creativo con respecto al uso de las matemáticas en situaciones reales. De este modo, la modelación matemática se considera un punto de partida para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas porque se da una separación de la trasmisión de técnicas de resolución de problemas que nada tiene que ver con la realidad de los estudiantes.

Para Blomhøj (2004) la modelación matemática permite encaminar a los estudiantes en el uso de las matemáticas con experiencias que les permitan describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones o problemáticas presentes en su cotidianidad, con el propósito de incentivar el trabajo con las matemáticas y establecer raíces cognitivas sólidas de algunos conceptos matemáticos básicos.

Muñoz, Londoño, Jaramillo, y Villa-Ochoa (2014) resaltan que las situaciones estén enmarcadas en un contexto significativo, donde la modelación matemática involucre al estudiante en discusiones y en alternativas de solución, puesto que estas centran la atención del estudiante en los diferentes aspectos que se presentan en la sociedad de manera integral con las matemáticas.

Los aportes planteados por los autores en los párrafos anteriores fundamentan que la modelación matemática implementada en las aulas escolares, fija la atención en el desarrollo de destrezas y habilidades matemáticas donde se resalta la importancia que tienen las experiencias y

los contextos reales de los estudiantes en la consolidación de conceptos matemáticos al servicio de la sociedad, en las interacciones que esos contextos generan y en la comprensión de lo que sucede a su alrededor. De esta manera, la modelación matemática implica en los estudiantes, actuar con las matemáticas en situaciones del contexto de tal forma que estas (las matemáticas) posibilitan y privilegian a estudiantes que conocen, construyen y resuelven problemáticas del comercio y el turismo.

A continuación, se presentan otros aspectos que son importantes en esta investigación con respecto a la implementación de la modelación matemática en el aula de clase, y están enfocados en una mirada social de la Educación Matemática, desde una perspectiva crítica.

La modelación matemática en una perspectiva socio-crítica.

Al ser tenidos en cuenta los aspectos culturales, políticos y económicos que pueden ser abordados en la Educación Matemática, se pudo establecer que en la literatura se resaltan algunos aportes e investigaciones que dan cuenta de que la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica apuntan a la comprensión crítica y reflexiva de la realidad (Blomhøj, 2009), donde se rescatan acciones importantes tales como el establecimiento de argumentos, discusiones, conclusiones a partir de resultados matemáticos, trabajo en equipo, interacciones entre el profesor y el estudiante, entre otros. Seguidamente se presentan algunos aspectos relevantes de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica.

En efecto, Araújo (2004, 2009, 2012) argumenta que la modelación matemática es entendida como una forma de resolver problemas de la realidad con el uso de las matemáticas, tales problemas son considerados situaciones de la cotidianidad de los estudiantes. Además, la modelación implementada en el aula de matemáticas como aquella que desarrolla la capacidad de realizar cálculos matemáticos, también debe estar encaminada a promover la participación

crítica de los estudiantes en la sociedad por medio de las acciones e interacciones que se dan cuando ellos se incursionan en situaciones cotidianas. Dentro de la perspectiva Socio-crítica, la autora considera la modelación matemática como un ambiente de aprendizaje donde se resaltan algunas características importantes, tales como:

- El trabajo en grupos, donde los estudiantes además de resolver situaciones reales, también cuestionan de la mano de las matemáticas su utilidad tanto en el grupo, como en la sociedad, donde ellos interactúan por medio del diálogo, las discusiones y las exposiciones que los resultados generan.
- Proporcionar momentos de discusión sobre el papel de las matemáticas al servicio de la Economía, Sociología, Geografía, Ecología o cualquier otra área.
- La incursión de los estudiantes en su realidad, donde la *posición crítica* que ellos toman se puede interpretar como la receptividad de las acciones que realizan cuando utilizan la modelación matemática.
- Establecer una *posición crítica* por medio de resultados matemáticos con el fin de extraer conclusiones y también cuestionar tales argumentos.
- Participación crítica de los estudiantes en la sociedad, donde se destaca el diálogo y la democracia en la formación y discusiones políticas, económicas, ambientales en las cuales las matemáticas sirven como soporte tecnológico. Entre otras características.

Por lo tanto, la perspectiva socio-crítica permite organizar ambientes de aprendizaje de modelación matemática, donde se propone a los alumnos que trabajen en equipos, por medio de las matemáticas, para resolver problemas reales o de la cotidianidad. En ese sentido, las matemáticas se pueden considerar como argumentos útiles para la solución de problemas.

En el debate teórico de la modelación matemática en la perspectiva socio-crítica, Barbosa (2001, 2006, 2008) considera la modelación matemática como un ambiente de aprendizaje que anima a los estudiantes a investigar y consultar las situaciones que se originan en otras áreas del conocimiento a través de las matemáticas. Entre tanto, las actividades de modelación matemática tienen que ser extraídas de la cotidianidad o de las ciencias, y son consideradas una oportunidad para explorar el rol que cumplen las matemáticas al servicio de la sociedad y generar cierto nivel de crítica en los estudiantes.

Según Silva y Kato (2012) la modelación matemática en la perspectiva socio-crítica no solo se enfoca en la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos, sino que apunta a la formación de la ciudadanía mediante el tratamiento de problemáticas pertenecientes a la cotidianidad de los estudiantes, empoderándolos del uso de argumentos matemáticos para su interpretación y solución. En ese sentido, estas autoras sustentan que las actividades de modelación matemática propician en el aula de clase un espacio de participación, donde el estudiante expone sus ideas de forma que, por medio de las matemáticas, pueda analizar y tomar decisiones sobre las situaciones a las cuales se enfrenta.

Dentro de la perspectiva socio-crítica, Silva y Kato (2012) presentan algunos elementos que caracterizan una actividad de modelación matemática, a partir del análisis de algunos referentes teóricos publicados en la “VI Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática”; las características emergentes de ese análisis son:

- La participación activa de los estudiantes en la construcción de un modelo, donde se resalta el trabajo en equipo, participación crítica y democrática en las aulas, y la elección de la problemática por los estudiantes.

- La participación activa de los estudiantes en la sociedad, que se constituye por el desenvolvimiento de las acciones comunitarias, extensión al contexto social, actuación crítica en la sociedad y la importancia de las matemáticas en la sociedad.
- Los problemas no matemáticos de la realidad, donde se utilizan problemas de la realidad seleccionados por los estudiantes, la interpretación de modelos matemáticos en relación con la realidad, donde se considera la cultura de los estudiantes y la importancia de las matemáticas en la sociedad.
- La actuación del profesor como mediador, que está constituido por el trabajo en equipo, la importancia de las matemáticas en la sociedad, problemas de la realidad seleccionados por los estudiantes, considerar la cultura de los estudiantes y la participación crítica y democrática en las aulas.

En relación con estas características, las actividades de modelación matemática brindan la oportunidad para que los estudiantes trabajen en equipos, donde se estimule la exposición de las ideas y argumentos, de tal manera que el aula de clase se convierte en un espacio de participación e interacción. También se destaca la importancia que tiene el profesor como mediador en las actividades y apoyo para la elección de la problemática a ser estudiada, en correspondencia con la cultura de los estudiantes.

En ese sentido, las actividades de modelación son el puente que relacionaron los conceptos y contextos cercanos, las cuales pueden generar diferentes opiniones y puntos de vista en relación con el trabajo en las aulas escolares, como una forma de transformar el aprendizaje del estudiante (crítico y reflexivo), su concepción de la clase de matemáticas (participativa y activa) y su incursión en las situaciones y problemáticas cotidianas (la educación de un ser inmerso en una sociedad).

En este estudio se tuvo como eje principal la caracterización y desarrollo de las *posiciones críticas* de los estudiantes mediante la exploración e incursión en situaciones relacionadas con el turismo y el comercio, y la propuesta de actividades de modelación en la clase de matemáticas, donde involucré contextos cercanos a la vida del estudiante, tal como lo proponen los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas, en Colombia.

En concordancia con lo expuesto, se presenta a continuación la formulación del problema que direccionó las actividades de modelación que se implementaron con los estudiantes en el ámbito escolar.

Formulación del problema

De acuerdo con la revisión de la literatura, son notorios los aportes que dan cuenta del progreso que tiene la modelación matemática como una de las principales tendencias de investigación en Educación Matemática. En ese sentido, se resalta las diversas características de las actividades de modelación matemática como insumos para caracterizar o tener un acercamiento a las *posiciones críticas* de los estudiantes cuando se involucraron con situaciones o problemáticas relacionadas con su diario vivir.

Además, las investigaciones dentro de la perspectiva socio-crítica se centran en la búsqueda de diversas estrategias para abordar situaciones de la realidad por medio de las matemáticas, donde se encuentran en esas estrategias algunas características que apuntan a la participación de los estudiantes de una forma diferente a como venían trabajando en el aula de clase, y que permiten el acercamiento o el desarrollo de *posiciones críticas*.

En efecto, Skovsmose (1999) argumenta que *la posición crítica* es una necesidad permanente del ser humano y está relacionada con el conocimiento, es lo que el autor llama conocer reflexivo, donde tal relación se fundamenta en las intenciones y reflexiones del ser que aprende. De esta manera, las *posiciones críticas* parten de la disposición de los estudiantes hacia el aprendizaje y el interés por el estudio de las situaciones de la realidad.

Jacobini y Wodewotzki (2004) se refieren a las *posiciones críticas* como una expresión que se relaciona con actitudes democráticas, el diálogo, constantes cuestionamientos, investigaciones y reflexiones, que subyacen de un contexto particular hacia el desarrollo de la educación crítica. De esta manera, los participantes del proceso educativo asumen *posiciones críticas* cuando los estudiantes realizan acciones dentro de las situaciones que se estudian y las interacciones que se generan entre ellos, y entre estos últimos y el docente.

Además, Jacobini y Wodewotzki (2004) en torno a las situaciones y problemáticas sociales, también relaciona *las posiciones críticas* con las discusiones, con la forma de reaccionar frente a las desigualdades y los cambios en las estructuras sociales, políticas, económicas y éticas de la sociedad. En ese sentido, *las posiciones críticas* pueden surgir de la incursión de los estudiantes en situaciones de su cotidianidad, donde ellos crean conciencia de lo que sucede a su alrededor para actuar y reaccionar frente a lo que perciben.

Para, Araújo (2004) *las posturas críticas* de los estudiantes están asociadas al trabajo que desarrollan y a la propuesta de fórmulas a través de cálculos y operaciones para crear índices que miden el comportamiento y desenvolvimiento del ser humano. Para la autora las fórmulas merecen una comprensión y crítica de cómo son utilizadas las matemáticas para construirlas, con el propósito de validar y tener certeza del trabajo de los estudiantes. Además, *las posiciones críticas* están en correspondencia con las actitudes críticas (Araújo, 2012), las cuales se

catalogan como las reflexiones que los estudiantes extraen a partir de la incursión en situaciones reales. De esta forma, la *posición crítica* se encamina hacia el desenvolvimiento y la acción que los estudiantes realizan en las actividades de modelación matemática. En ese sentido, Araújo (2012) relaciona *las posiciones críticas* con la expresión “*ser crítico*” la cual tiene que ver con la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad y con los resultados y certezas matemáticas que extraen los estudiantes para llegar a ciertas conclusiones.

Por otra parte, Ballestas, Sánchez y Angulo (2013) argumentan que *las posiciones críticas* a partir de la modelación matemática surgen de las reflexiones sobre aspectos sociales y en los análisis y las críticas que los estudiantes realizan sobre los modelos matemáticos presentes en las decisiones políticas o en los diferentes aspectos de la sociedad. De esta forma, *las posiciones críticas* están relacionadas con las reflexiones que se extraen de las situaciones de la cotidianidad cuando se estudian por medio de la modelación matemática y con la forma cómo son interpretados y utilizados los modelos matemáticos en situaciones de la vida real.

Para Silva y Kato (2012) *las posiciones críticas* pueden estar relacionadas con la forma como los estudiantes se posicionan en la sociedad, a partir de las acciones que muestran un cambio de actitudes con respecto a determinada situación. De esta manera, las autoras argumentan que tales posicionamientos tienen que ver con acciones comunitarias, discusiones y la toma de decisiones con respecto a las interpretaciones de los modelos matemáticos en la sociedad.

En correspondencia con lo expuesto en los párrafos anteriores, la literatura muestra una correlación entre *las posiciones críticas* y algunas de las características de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, donde las posiciones críticas de los estudiantes se

enfocan en las acciones que realizan en un contexto cercano, en la construcción e interpretación de un modelo y en criticar modelos matemáticos presentes en la cotidianidad. En ese sentido, se puede ver que las investigaciones no se detienen a estudiar *las posiciones críticas* como tal, sino que utilizan la expresión en correspondencia con algunos términos característicos de la modelación matemática.

Por lo tanto, se puede ver que existen escasas investigaciones que se preocupan por indagar sobre qué caracteriza *la posición crítica* de los estudiantes cuando se enfrentan a actividades de modelación matemática. En ese sentido, esta investigación se enfocó en caracterizar *las posiciones críticas* de los estudiantes de grado séptimo, cuando ellos se vieron enfrentados a actividades de modelación matemática.

El estudio se respaldó en la modelación matemática como un ambiente de aprendizaje donde los estudiantes se involucraron con situaciones de la cotidianidad a través de las matemáticas, para desarrollar un acercamiento a *las posiciones críticas* de los estudiantes frente las situaciones del contexto social, cultural y escolar en las cuales las matemáticas cumplen un papel importante.

Con base en lo expuesto anteriormente, se formuló la pregunta, el objetivo y el objeto de investigación en correspondencia con las diferentes *posiciones críticas* que pueden surgir en el aula cuando se plantean situaciones que se presentan en la comunidad costera, donde los estudiantes se involucran a través de las consultas, investigaciones, acciones y decisiones. Además, la modelación matemática como ambiente de aprendizaje es propicia para abordar situaciones y problemas de la realidad que permiten que los estudiantes puedan hacer reflexiones y críticas que se encaminan hacia el empoderamiento de ellos en forma individual y grupal. En

ese sentido, se torna importante plantear diferentes estrategias y transitar por otros contextos cercanos que influyen la vida de los estudiantes y sus familias, con el propósito de promover las posiciones críticas.

En esta perspectiva, la pregunta, objetivo y objeto son:

Pregunta.

¿Qué caracteriza la *posición crítica* que tienen los estudiantes de grado séptimo cuando se enfrentan a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio?

Objetivo.

Analizar la *posición crítica* que tienen los estudiantes de grado séptimo cuando se enfrentan a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio, potenciando y estableciendo la modelación matemática como una estrategia habitual en el desarrollo de las clases de matemáticas.

Objeto.

La *posición crítica* que tiene el estudiante de grado séptimo cuando se enfrenta a actividades de modelación matemática.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

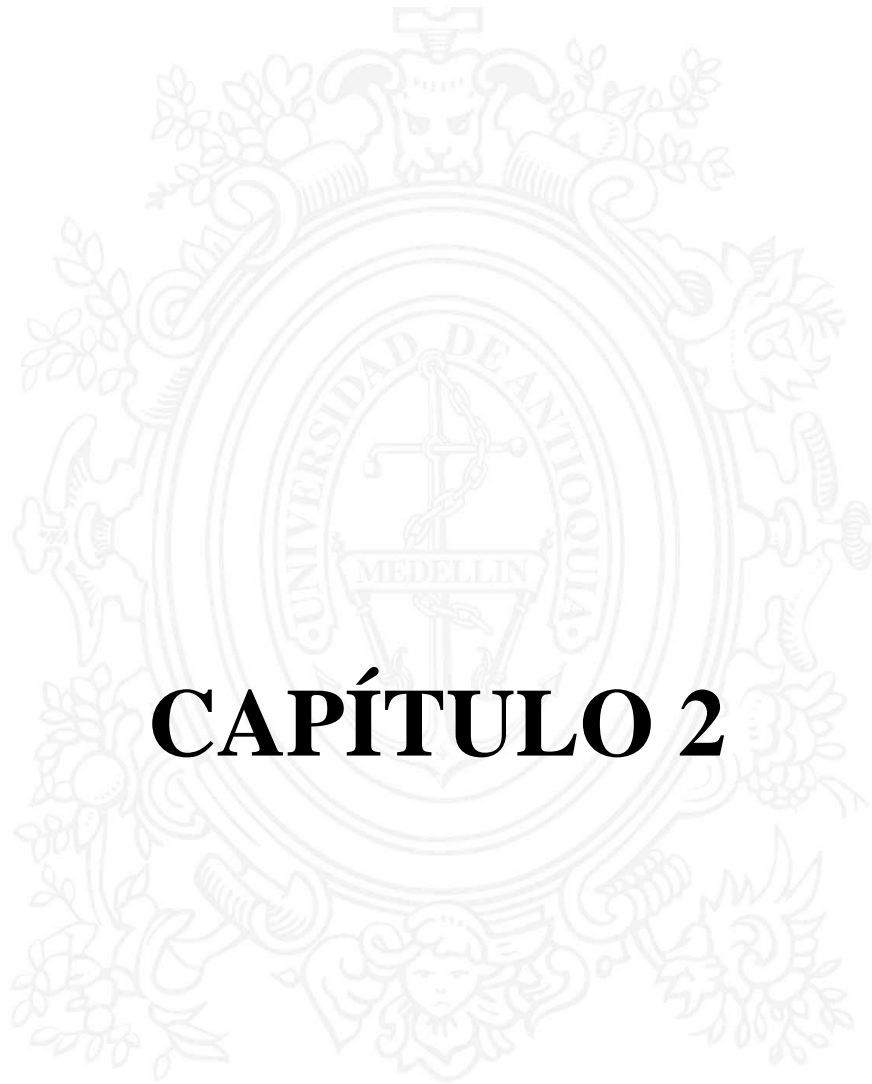
1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



CAPÍTULO 2

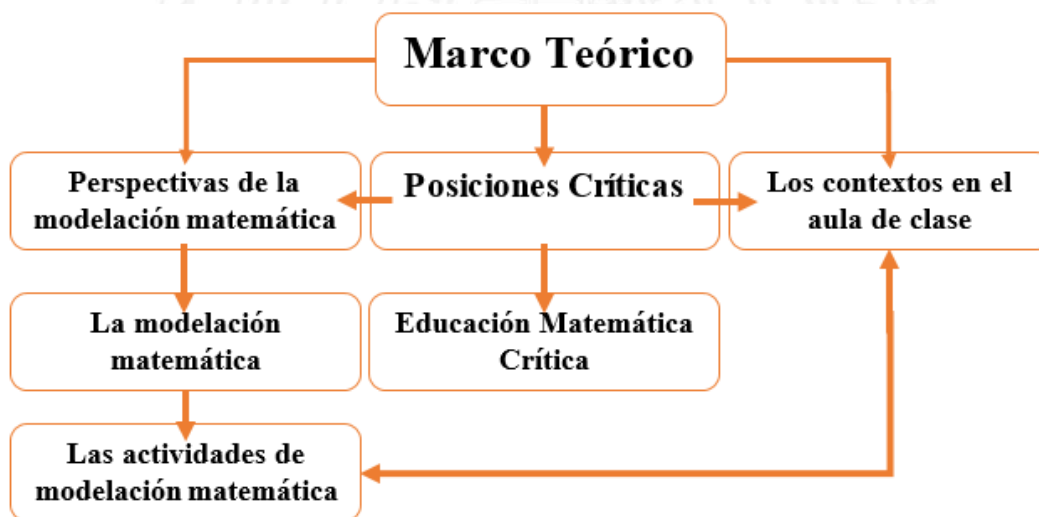
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Marco Teórico

En concordancia con el propósito de esta investigación y su objeto de estudio, se centró el marco teórico en la presentación de los referentes teóricos, basados en *las posiciones críticas*, en la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica y en algunos de los contextos que rodean al estudiante en el proceso educativo, tal como se esquematiza en la ilustración 7.

Ilustración 7. Esquema del marco teórico.



En efecto, para hablar de *las posiciones críticas* y la modelación matemática hay que remitirse a establecer algunas características o fundamentos de la Educación Matemática concebida a partir de una connotación crítica.

Educación Matemática Crítica

Skovsmose (1999) en su libro, *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*⁸, pone de manifiesto los conceptos y argumentos que fundamentan el marco de la Educación

⁸ Traducción al español del texto original en inglés *TOWARDS A PHILOSOPHY OF CRITICAL MATHEMATICS EDUCATION* por Paola Valero en 1999, quien escribe el prefacio de la versión en español.

Matemática Crítica, tras hacer un minucioso análisis de los aportes realizados por importantes autores cuyas teorías se relacionan con el término crítica.

En ese recorrido teórico, Skovsmose (1999) encuentra una relación dialógica entre la *crítica*⁹ y la *educación*¹⁰, en la medida en que la crítica como concepto educativo pone de relieve la responsabilidad de establecer criterios de lucha contra las acciones políticas y sociales que están arraigados por causa de la cultura de occidente. Estos criterios de lucha están relacionados con la implementación constante de prácticas pedagógicas tradicionales desarticuladas de situaciones de la cotidianidad, donde el docente es trasmisor de los contenidos; otro aspecto que se puede considerar es el aprendizaje de los estudiantes, en relación con la evaluación del conocimiento donde solo se privilegia la repetición de procedimientos y algoritmos; y por último se puede considerar lo que generan los dos criterios anteriores hacia la intervención de los estudiantes en los diferentes aspectos de la vida escolar y social.

En consecuencia, desarrollar *posiciones críticas* en los estudiantes a partir de un enfoque educativo permite que reconozcan características de las diferentes formas de construir una cultura social basada en políticas comunes, lejos de intereses particulares. De otro modo, la educación divorciada de la crítica se centra en la transmisión y reproducción de conocimiento, lo que hace que el estudiante participe de las desigualdades e injusticias de las problemáticas y situaciones presentes en su cultura.

De acuerdo con Skovsmose (1999) se debe tener en cuenta el concepto de crítica como aquello que se sitúa tanto en la opinión, como en la realidad, proviene de la reacción o del

⁹ A Immanuel Kant se le atribuye uno de los orígenes del término “crítica” en relación con “educación”, en su obra *Crítica de la Razón Pura*. Este término recibió una mayor elaboración en la teoría crítica desarrollada por muchos pensadores de la escuela de Frankfurt.

¹⁰ Theodor W. Adorno considerado como el pilar de la educación crítica donde le da importancia a la educación como parte de conflictos en relación con la cultura y con lo político.

resultado de una situación que es establecida como crisis, es decir, la actividad de juzgar y salir de una dificultad hace referencia a la crítica, como también las acepciones¹¹ de análisis, evaluación, juicio y valoración, que confluyen de tales situaciones. Es así que la situación en estado de crisis de esta investigación se concretiza en la falencia que existe en la inclusión de los contextos en nuestras clases, el cual se muestra como uno de los factores para que los estudiantes desarrollen *posiciones críticas*; por tal razón, esta investigación reaccionó con respecto a la situación crítica con el fin de transformarla, a partir de la articulación con las problemáticas presentes en los contextos y la intervención de los estudiantes de forma activa.

En ese sentido, el *ser crítico*¹² se encamina hacia alternativas posibles e implica prestar atención, identificar, tratar de captar, comprender y reaccionar frente a la situación. Las situaciones críticas siempre están presentes, la dificultad está en que el ser humano ha visto la realidad con lentes polarizadas por la hegemonía capitalista que imprime un estilo de vida de conformismo y agradecimiento, lejos de mecanismos de lucha y oposición.

La *educación crítica*¹³ debe insertarse en la sociedad actual, aun cuando corra el riesgo de ser marginada de las políticas capitalistas, en la lucha contra las diferencias de clases, de género, de raza, etc., que pueden estar presentes en los establecimientos educativos y las cuales pueden crear divergencias de oportunidades al interior de estos. Tales diferencias son el producto o reflejo de las desigualdades presentes en la sociedad que la educación crítica debe encarar.

¹¹ Skovsmose incluye el término *crisis* en su perspectiva, interpretada de una forma amplia desde la sociología, aunque el autor argumenta que el término *conflicto* es más útil para ideas de la educación crítica.

¹² Una *crisis* confluye en una situación crítica frente a la que hay que reaccionar y transformar. Estas ideas son la base de una actividad crítica y parten de la noción de educación crítica.

¹³ Skovsmose establece que el término *educación crítica* se ha manifestado en una pluralidad de conceptos y elementos expuestos por algunos autores, entre estos conceptos está el *principio de ejemplaridad* que implica una comprensión general de un tema, la educación en relación con la democracia, la educación como una crítica a la ideología, la teoría educativa a través de la orientación por problemas y organización por proyectos, la educación desde un punto de vista emancipatorio, etc.

De este modo, se enfoca al estudiante hacia una educación crítica cuando se tiene en cuenta, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el contexto escolar y social, de tal manera que se amplíen las posibilidades para crear y desarrollar *posiciones críticas* y, por ende, se orienta hacia las competencias que sean importantes para tratar tales situaciones. Para ello existe la necesidad de insertar en el currículo de las instituciones educativas aspectos críticos provenientes de ellas o de la comunidad, donde los estudiantes participen de forma activa y transformen su forma de pensar y desenvolverse en la sociedad.

En correspondencia con lo expuesto en los párrafos anteriores, Skovsmose (1999) resalta tres términos claves en lo que convergen las anteriores consideraciones y se mencionan a continuación:

El primero término es la *competencia crítica* que debe ser desarrollada y habitual en los profesores y estudiantes, a través de la participación de estos en los diferentes procesos educativos y democráticos de la sociedad.

El segundo término es la *distancia crítica* con respecto al currículo, puesto que la tradición en los establecimientos educativos está establecida por los entes territoriales de educación, donde se enfoca la enseñanza de las áreas del conocimiento de forma estructurada. Este hecho implica la revisión constante de la actividad pedagógica a través de resultados numéricos que surgen de pruebas externas, que en algunas veces poco tienen que ver con la cualificación del aprendizaje.

El tercer término es el *compromiso crítico* que debe ser considerado en la enseñanza y el aprendizaje con el propósito de brindar al estudiante elementos que le permitan desarrollar una competencia crítica, en pro de una participación activa en los diferentes aspectos de la sociedad. Es así que, el estudiante y el profesor son llamados a adoptar una orientación crítica en relación

con el devenir de la escuela (currículo, áreas del conocimiento, etc.) y encarar los problemas o situaciones fuera del entorno escolar, orientación que se puede catalogar como la piedra angular para el compromiso crítico.

El gran reto de la educación y de esta investigación en la Educación Matemática es ofrecer la oportunidad de comprender y criticar estructuras sociales. En este caso, las situaciones que están presentes en el contexto del comercio y el turismo fueron motivo de comprensión y crítica, al igual que el servicio de transporte público y las comidas típicas en un municipio costero; donde se reconocen en estas labores las desigualdades sociales que pueden estar asociadas a las pocas oportunidades de estudio, el desempleo, la falta de apoyo económico, o costumbres generacionales, entre otros aspectos.

Después de abordar aspectos importantes de la Educación Matemática Crítica y de centrarse en el compromiso crítico, donde los diferentes actores del proceso educativo se asuman como participes y responsables en la consolidación de estructuras sociales, es importante establecer fundamentos de la *competencia crítica* que se desarrollen en el proceso de enseñanza y aprendizaje, en relación con algunas de las particularidades de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica. Es así que se basó el estudio en las *posiciones críticas*, en las características de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, donde se hace énfasis en lo que se entiende por modelación matemática y por actividades propuestas en esta perspectiva, y los contextos, las cuales se desarrolla a continuación.

Posiciones críticas

Jacobini y Wodewotzki (2004) argumentan que la educación crítica surge del papel que cumple la Educación Matemática en la relación entre el profesor y el estudiante, y entre ellos

mismos, por medio de *posiciones críticas*, reflexiones que surgen de la razón y el propósito de la enseñanza de las matemáticas, el diálogo constante, actitudes democráticas, cuestionamientos e indagaciones. De esta manera, las prácticas pedagógicas son propicias para promover una educación crítica, donde se potencien las interacciones entre los actores del proceso educativo y surjan posicionamientos críticos, por medio de las matemáticas, alrededor de las situaciones problemáticas presentes en la cotidianidad.

Los estudiantes asumen *posiciones críticas* cuando realizan acciones dentro de las situaciones que se estudian, tales como los cuestionamientos, las consultas y el cambio de actitud a partir de las reflexiones que extraen, y cuando se favorecen las interacciones que se generan entre los participantes del acto educativo y entre estos y las situaciones de su entorno.

Por su parte, Ballestas et al. (2013) se refieren a las *posiciones críticas* como aquellas que permiten potencializar, en los diferentes niveles educativos, el desarrollo del pensamiento crítico alrededor del rol de las matemáticas y la modelación matemática en la sociedad.

Así, al tener en cuenta que la *posición crítica* se debe fomentar en los diferentes niveles de enseñanza, Ballestas et al. (2013) puntualizan que:

La conciencia de estos niveles de reflexión puede proveer una base para orientar a los estudiantes hacia la asunción de una postura crítica y reflexiva sobre el uso de la modelación matemática. El llamado de los estudiosos en esta perspectiva es a empoderar a los estudiantes para usar críticamente la modelación matemática en la reflexión sobre aspectos sociales y para criticar los modelos matemáticos en situaciones de la vida real (p. 29)

De esta forma, las *posiciones críticas* surgen de las reflexiones que se extraen de las situaciones de la cotidianidad cuando se estudian por medio de la modelación matemática y,

además, cómo son interpretados y utilizados los modelos matemáticos en situaciones de la vida real. Por lo tanto, se propiciaron ambientes de aprendizaje que permitieron el desarrollo o un acercamiento a las *posiciones críticas* de los estudiantes de grado séptimo que hacen parte del proceso investigativo, sus edades oscilan entre los 11 y 14 años. Se tomaron situaciones particulares centradas en la ganancia en un día de trabajo de un conductor de taxi inter-municipal y la elaboración y venta de un plato típico de la región, de las cuales surgieron reflexiones y *posiciones críticas* a partir de las acciones por parte de los estudiantes.

En ese sentido, los posicionamientos o actitudes críticas tal como lo interpreta Araújo (2012), se refiere a la incursión crítica del estudiante en sus realidades, con el fin de problematizar y trascenderla; por medio de las reflexiones y críticas que surgen de la realidad en correspondencia con las acciones que realizan los estudiantes. Así pues, la posición crítica que evidencia el estudiante cuando estudia y trasciende su realidad es producto de las afirmaciones y reflexiones mediante su incursión y conexión de forma activa con las situaciones de la cotidianidad.

De igual forma, Jacobini y Wodewotzki (2004) relacionan las *posiciones críticas* con las discusiones que se generan al interior del aula, con la forma de reaccionar de los estudiantes frente a las desigualdades y los cambios en las estructuras sociales, políticas y económicas. Es así que, las *posiciones críticas* se pueden promover cuando los estudiantes razonan, reaccionan y actúan frente a lo que sucede a su alrededor o lo que perciben.

De acuerdo con lo anterior, la *posición crítica* del estudiante frente a la realidad es interpretada como la capacidad para dar respuesta a las actividades de modelación matemática, donde la conexión con las situaciones promueve en los estudiantes las consultas, el trabajo en equipo, las comparaciones, llegar a acuerdos, establecer opiniones y argumentos, identificar

divergencias y convergencias, entre otros aspectos que los encaminen a actuar de forma crítica y reflexiva, desde el quehacer escolar hacia las situaciones propias de su cotidianidad, y por qué no, de otros contextos similares al suyo.

Para entender el concepto de las *posiciones críticas* en el estudio, se retoma la idea de Araújo (2012) que conlleva al estudiante a ser crítico:

“[...] a capacidade de tirar conclusões a partir de dados e de cálculos feitos sobre eles, é a capacidade de utilizar resultados matemáticos para fazer inferências sobre fatos reais. Este conjunto de capacidades é o primeiro passo em direção a uma postura intelectual e críticaes” (p. 843)

De este modo, se posibilita un acercamiento a las *posiciones críticas* que toman los estudiantes a través de los resultados matemáticos que ellos obtengan mediante el uso de operaciones, fórmulas y modelos matemáticos, sin menospreciar el poder que tienen estos resultados para conducir a los estudiantes al establecimiento de conclusiones equivocadas con respecto a las situaciones problemáticas presentes en el contexto. Por ello es necesario que, a partir de los resultados matemáticos, los estudiantes establezcan análisis, argumentos e inferencias desde su nivel de madurez escolar (séptimo grado), después de generarse las discusiones respectivas al interior del aula. Al ser consecuente con lo anterior, una *posición crítica* surge de las *certezas matemáticas*¹⁴ como insumos para examinar y extraer conclusiones a las que llega después de afrontar situaciones que se abarcan en las actividades de modelación matemática en el ámbito escolar.

¹⁴ Araújo (2012) pone de manifiesto que las *certezas matemáticas* dentro de la Educación Matemática Crítica actúan de forma neutral, puesto que se les atribuye el poder de establecer argumentos definitivos. En esa medida, los argumentos matemáticos pueden surgir de resultados imprecisos. En esta investigación se consideraron las *certezas matemáticas* como la capacidad de hacer inferencias a partir de resultados y operaciones matemáticas, sin desconocer la amenaza que plantea Araújo (2012).

Lo anterior implica, en el marco de la perspectiva socio-crítica, que la caracterización de las *posiciones críticas* surgen de la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad propuesta en la actividades de modelación matemática, a partir del análisis de las reflexiones y enmarcada en la capacidad de respuesta, de las certezas matemáticas, y la manera en que se den las interacciones en el aula.

En conclusión, la *posición crítica* es considerada como las reflexiones que surgen de las situaciones propuestas a partir del comercio y el turismo, del aprendizaje en torno a las situaciones, de la actividad matemática y de las opiniones que emergen del diálogo entre el estudiante y el maestro investigador; así como las acciones y la trascendencia de los estudiantes en problemáticas sociales. En ese sentido, las reflexiones, *posiciones críticas*, discusiones y acciones se contextualizaron al tenerse en cuenta el nivel escolar en el que están los participantes.

A continuación, se hace referencia a la perspectiva socio-crítica en las que se define la modelación matemática en correspondencia con la idea de las *posiciones críticas* asumidas como se declaró anteriormente.

Perspectivas de la Modelación Matemática

El Ministerio de Educación en Colombia propone desde 1998 los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los cuales establecen que en el aula de clase se debe abordar la modelación matemática que permite un aprendizaje con sentido para los estudiantes. Al respecto, Villa-Ochoa, Bustamante, Berrío, Osorio y Ocampo (2008) argumentan que en algunas instituciones no se apropian e implementan tales procesos, por el contrario, prevalece la actividad pedagógica magistral enfocada en aspectos formales y abstractos de la matemática.

A nivel internacional, autores como Kaiser y Sriraman (2006) argumentan que en el debate teórico es impreciso identificar el origen epistemológico y una comprensión homogénea de la modelación. Estos autores señalan varias perspectivas que surgieron del análisis de algunas investigaciones en relación con sus marcos teóricos y la intención que revela dicha investigación, y que según Córdoba (2011) hay de cierta manera aproximaciones entre ellas u otras tendencias en investigación matemática.

Kaiser y Schwarz (2010) retoman las perspectivas de la modelación matemática y establecen su objetivo central que se describe en el texto *Authentic Modelling Problems in Mathematics Education—Examples and Experiences*, y se presentan las perspectivas: realística o aplicada, contextual, obtener modelos, educativa a partir de lo didáctico y conceptual, socio-crítica, epistemológica y teórica, y cognitiva. En relación con las perspectivas de la modelación matemática propuesta por Kaiser y Schwarz (2010), esta investigación muestra interés por la perspectiva socio-crítica, puesto que tiene objetivos pedagógicos en correspondencia con la comprensión crítica de situaciones o problemáticas de la cotidianidad de los estudiantes.

Además, la modelación matemática en esta perspectiva actúa de forma crítica y reflexiva ante las situaciones y problemáticas de la sociedad y del mundo actual (adaptadas en este estudio al entorno escolar y a la edad de los participantes). Al respecto, Blomhøj (2009) plantea que la modelación matemática juega un papel preponderante en el crecimiento y formación de las sociedades, donde las desigualdades sociales y económicas son objeto de reflexiones y críticas.

Dentro de la perspectiva socio-crítica, se rescatan aspectos importantes de la implementación de la modelación en las aulas escolares, puesto que:

- Se refiere a la comprensión crítica y reflexiva de la realidad y, el uso y poder de la modelación matemática para crear un discurso reflexivo entre los estudiantes (Blomhøj, 2009).
- Se puede potencializar la intervención del estudiante en los debates y toma de decisiones sociales en relación con las aplicaciones de las matemáticas o una contribución para extender las posibilidades de la construcción y consolidación de sociedades democráticas (Barbosa, 2004).
- El profesor y el estudiante aceptan y asumen el rol de participantes en el aprendizaje, a través de creación de múltiples posibilidades para la construcción del conocimiento, en primer lugar, por medio de actividades intelectuales relacionadas con investigaciones, consultas y críticas, y en segundo lugar, a través de actitudes enfocadas en la práctica social relacionadas con el diálogo constante, el involucramiento y la comunicación (Jacobini y Wodewotzki, 2004).
- No solo se trata de desarrollar la capacidad de realizar cálculos matemáticos, sino también promover la participación crítica del estudiante/ciudadano en la sociedad, la discusión política, económica, y las problemáticas ambientales en las que las matemáticas sirven como soporte tecnológico. Este es el objetivo principal de la *Mathemacy*¹⁵, que va más allá de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Araújo, 2009).
- Es útil para apoyar experiencias en el aula y viceversa, y su función en la relación entre los profesores y las acciones de los estudiantes (Barbosa, 2008).

¹⁵ *Mathemacy* es una extensión de la matemática problematizadora y concepción liberadora propuesta por Paulo Freire (1970), donde la crítica se dirige a la matemática en sí, así como su uso en la sociedad.

Se pueden promover discusiones sobre las situaciones en torno a las miradas que tiene el estudiante sobre la ejercitación de los temas tratados en las clases de matemáticas y el papel que éstas cumplen en la sociedad, y así procurar una transformación tanto en la *posición crítica* del estudiante como del desempeño pedagógico del profesor en el aula de clase.

Además, se puede vincular a los estudiantes en su proceso de aprendizaje, encaminarlos a la comprensión de algunos conceptos y usar los conocimientos matemáticos para participar de forma crítica en situaciones y problemáticas reales, en la incursión con argumentos y criterios.

En el siguiente apartado se aborda lo que se entiende por modelación matemática y las características que esta posee en términos de lo que se vislumbra en esta investigación dada la perspectiva socio-crítica.

Modelación Matemática.

En la literatura se encuentran algunas acepciones de la modelación matemática y se llega a la conclusión de que existen múltiples definiciones que difieren en aspectos teóricos y epistemológicos. Entre las definiciones encontradas, algunas se identifican con la intención de construir modelos matemáticos mediante un proceso estructural (Bassanezi y Biembengut, 1997; Borromeo Ferri, 2010; Hein y Biembengut, 2006; Nieto, 2004; Villa-Ochoa et al., 2009), y otros aportes se relacionan con la propuesta y solución de situaciones problemáticas del contexto en las aulas escolares (Araújo, 2009; Suárez y Cordero, 2010; Bassanezi y Biembengut, 1997; Berrío, 2011; Biembengut y Hein, 2004; Blomhøj, 2004; Bossio, 2014; Hein y Biembengut, 2006; Muñoz, Londoño, Jaramillo y Villa-Ochoa, 2014; MEN, 2006; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, Osorio y Ocampo B, 2009; Huapaya Gómez, 2012)

A pesar de las diferencias teóricas que existen entre las diferentes acepciones de la modelación matemática, es importante reconocer, en esta investigación bajo una perspectiva socio-crítica, la implicación que tienen los contextos cercanos de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. Es así que, la modelación matemática se considera como aquella que actúa con las matemáticas en las situaciones problemáticas que se presentan en la realidad (Araújo, 2009), como aquella que enriquece la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes y como aquella que los empodera de argumentos y de *posiciones críticas* en relación con lo que ellos realizan (entorno escolar y social).

Es así como la modelación matemática, en primer lugar, es aquella que se sustenta en la relación dialógica entre las situaciones o problemáticas de la cotidianidad del estudiante y los contenidos matemáticos, donde el estudiante como ser social activo puede comparar, decidir, argumentar y participar de una forma consciente y crítica en las situaciones del devenir del mundo actual al utilizar sus conocimientos matemáticos. En segundo lugar, el profesor a partir del diseño y propuesta de actividades (Barbosa, 2001) incentiva a los estudiantes hacia la búsqueda de información con relación a las problemáticas que resultan de la cotidianidad, y propician discusiones en el aula de clase, entre los estudiantes y el profesor, entre ellos y sus comunidades, diferentes formas de ver tales problemáticas y crear conciencia del rol que cada uno desempeña en la sociedad.

En consecuencia, esta investigación se direcciona bajo la definición de modelación en la perspectiva socio-crítica, como la propone Barbosa (2001) “*Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade*” (p. 6).

Se considera relevante las experiencias de los individuos dentro del ambiente escolar, ya que ellos desempeñan un rol constante dentro del contexto en el cual se encuentran inmersos, permitiéndoles aplicar o aprender un conocimiento matemático por medio de las situaciones que estudian y por consiguiente, dándole sentido a lo que aprenden y posibilitar la transformación de su forma de pensar con respecto a la academia y a su entorno particular a partir de las interacciones que se generan.

Por otra parte, Araújo (2009) resalta el trabajo en grupos de estudiantes en la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática, ya que es relevante para el aprendizaje cuando se abordan problemas de la realidad. En ese sentido, el trabajo en grupo de estudiantes permite la negociación, el debate y el respeto por las ideas de los demás, a partir de los resultados y las reflexiones que extraen cuando se apropian de su realidad a través de las matemáticas.

Por su parte, Silva y Kato (2012) rescatan la importancia de la socialización de ideas, conjeturas y opiniones, de modo que el trabajo en grupo permite que los estudiantes argumenten en defensa de lo que piensan, además, las autoras puntualizan que el aula de clases de matemáticas se convierte en un espacio democrático donde todos los estudiantes expresan sus ideas, con la exposición, la crítica y reformulación de estructuras de cualquier situación.

En estos términos, la modelación matemática propicia el trabajo colaborativo cuando los estudiantes por medio de la interacción con el profesor y sus compañeros establecen diálogos, discusiones y argumentos cuando resuelven situaciones de la cotidianidad. Tales interacciones favorecen la comunicación constante para llegar a una interpretación a partir de la diversidad de la situación, después de haber negociado, debatido y analizado con los integrantes de su grupo. Es así que la modelación matemática como ambiente de aprendizaje con particularidades diferentes a la clase magistral de matemáticas permite abrir un camino hacia el diálogo y

establecer una forma de comunicación que permita la inclusión del estudiante en su proceso de aprendizaje (Camelo et al., 2013).

De igual forma, Araújo (2002) establece que el diálogo como elemento de la comunicación en un ambiente educativo posibilita a los estudiantes la participación activa en su propio aprendizaje. En este sentido, la comunicación que se teje entre el profesor y el estudiante, y entre ellos mismos, además de darse por medio del diálogo, también es posible a través de los gestos y escritos en la medida en que los resultados que se obtienen de las diferentes formas de comunicación surgen de las discusiones, acuerdos y reflexiones en torno a las situaciones estudiadas.

De acuerdo con lo abordado en el marco de la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, a continuación se citarán algunos elementos teóricos que caracterizan las actividades de modelación matemática dentro del proceso de trabajo de campo de la investigación.

Actividades de Modelación Matemática.

Algunos autores rescatan aspectos relevantes en las actividades de modelación como aquellas que:

- *“(...) podem ser conduzidas de forma que, por meio da Matemática, o aluno identifique outras formas de ver o mundo em que vive, ampliando seu espectro de possibilidades de ação e interação na sociedade” (Silva y Kato, 2012, p. 819).*
- *“(...) fazem da sala de aula um espaço em que todos podem participar igualmente, expondo seus pensamentos e incentivando o respeito pelas ideias dos outros, permitindo que observem como a Matemática e o modelo matemático construído podem*

servir para analizar e tomar decisões sobre determinado problema” (Silva y Kato, 2012, p. 830).

- *“(…) são necessárias algumas ações, por parte do aluno, que evidenciam mudança de atitudes em relação à determinada situação ou, ainda, uma nova maneira de se posicionar na sociedade” (Silva y Kato, 2012, p. 830).*

- *“(…) podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática” (Barbosa, 2004).*

- *Involucran a los estudiantes y están formadas por diversos ciclos de interpretación del contexto, donde las soluciones que ellos plantean evolucionan en forma que cada vez son más útiles para describir, explicar y tomar decisiones acerca de la situación problemática a la cual se están enfrentando (Cruz Contreras, 2006).*

- *Além disso, a forma como o problema foi apresentado aos alunos indica, no primeiro momento, que eles não são problemas matemáticos ou que, aparentemente, envolvem alguma matemática. Esta escolha considera a cultura do grupo e também da comunidade a qual pertencem, o que envolve, igualmente, os conhecimentos que já possuem (matemáticos ou não) (Silva y Kato, 2012, p. 831).*

En relación con lo anterior, las actividades de modelación matemática propician la manifestación de ideas, pensamientos y la toma de decisiones en determinadas situaciones, que permiten el desarrollo de posicionamientos críticos en los estudiantes. Al mismo tiempo, las matemáticas cumplen un papel preponderante para describir y analizar determinada situación o problemática, donde los resultados que los estudiantes obtienen por medio de cálculos y operaciones matemáticas sirven para actuar y ampliar las posibilidades que tienen frente a los diferentes aspectos de la sociedad.

Barbosa (2001) establece que las actividades de modelación en el aula bajo la perspectiva socio-crítica son consideradas como una oportunidad para explorar los roles que las matemáticas cumple en la sociedad actual, y así, potenciar en los estudiantes *posiciones críticas*. Esto es, las matemáticas juegan un papel fundamental en la sociedad, donde el estudiante convive con diferentes problemáticas que pueden ser abordadas a través de la modelación matemática, con el propósito de vincular a los estudiantes en su contexto y desarrollar *posiciones críticas*.

En ese sentido, al incursionar las problemáticas y situaciones del contexto cercano en el aula, los estudiantes pueden observar, analizar y generar discusiones que den cuenta de las *posiciones críticas* a través de las conclusiones, argumentos y reflexiones en relación con el uso cotidiano de las matemáticas y la manera en que es concebida en las clases a partir de una metodología diferente a la trasmisión de conceptos.

Barbosa (2008) plantea que las actividades de modelación se caracterizan principalmente por dos aspectos. En primer lugar, la actividad tiene que ser una problemática y no un ejercicio para el estudiante, y en segundo lugar, la actividad tiene que ser extraída de la cotidianidad, de otras ciencias o de las matemáticas mismas. Es así que, en este estudio las actividades de modelación que problematizarán las clases, emergen del contexto del turismo y el comercio, donde se vincula a los estudiantes en situaciones que puedan indagar en su entorno.

A continuación se menciona de manera general lo que se entiende por contexto en el estudio.

Los contextos en el aula de clase

Como se declaró en los apartados anteriores, las actividades de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica van de la mano con el estudio de problemáticas del contexto de una

forma crítica y reflexiva, y son tenidas en cuenta para implementarlas en el aula de matemáticas. Se hace necesario tener un acercamiento a la definición de contexto en esta investigación.

En efecto, los contextos se relacionan con ambientes tanto físicos, como académicos o de aprendizaje, donde se diferencian dos vertientes generales, la primera ubica el contexto dentro de lugares geográficos o por sus actividades culturales, políticas, económicas y sociales que caracterizan al individuo y se refleja en lo que hace al interior de esos ambientes, y la segunda, donde el estudiante/individuo se enfrenta a las problemáticas que emergen de su contexto, donde utiliza y desarrolla sus conocimientos. Además, los contextos proporcionan un amplio campo de exploración para escoger situaciones de la realidad (vivencias y experiencias cotidianas) para el diseño y propuestas de actividades a partir de las matemáticas que puedan aportar para el aprendizaje del estudiante. Entre las definiciones de contexto encontradas en la literatura están:

“El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar –no sólo físico, sino ante todo sociocultural– desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas” (MEN, 2006, p. 70).

“Entorno físico o de situación, ya sea político, histórico, cultural o de cualquier otra índole, en el cual se considera un hecho” (Real Academia Española, 2014).

“(…) contextos reales aquellos contextos cotidianos, sociales, culturales, de consumo o de otras ciencias; en los cuales los estudiantes se ven enfrentados a la

identificación y manipulación de datos, a la simplificación y abstracción de cantidades y variables con miras a la construcción del modelo para su resolución”

(Villa-Ochoa et al., 2009, P. 170).

“El marco o circunstancias en las cuales un concepto o procedimiento matemático tiene lugar y cuyo conocimiento permite comprenderlo. En otras palabras, el contexto es el conjunto de situaciones o problemas que dan significado a los conceptos matemáticos” (Martinez S, 2003, p. 190).

“El contexto real refiere a la situación de práctica “real” de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar (...) Contexto simulado tiene su origen o fuente en el contexto real, es una representación del contexto real y reproduce una parte de sus características (...) el contexto evocado se refiere a las situaciones o problemas matemáticos propuestos por el profesor en el aula, y que permiten imaginar un marco o circunstancias en el cual un hecho tiene lugar” (Martinez S, 2003, p. 191).

De acuerdo con las acepciones del término contexto enunciadas anteriormente, se puede ver que apuntan a la aplicabilidad de conceptos abordados en el aula de clase, donde las matemáticas tienen lugar para resolver las situaciones o problemas que se plantean, es decir, los contextos son utilizados con el propósito de construir y proponer situaciones prácticas como pretexto para mostrar las aplicaciones de las matemáticas. En consecuencia, el contexto dentro de la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática difiere de la aplicabilidad de conceptos matemáticos en el aula de clase y de la orientación del estudiante hacia procesos estructurados en situaciones del contexto. Por el contrario, las situaciones o problemáticas que surgen de los contextos que son cercanos a los estudiantes se vinculan en el aula de clase al

servicio de las matemáticas, donde se promueve el diálogo, la interacción y la toma de decisiones.

Por la razón antes expuesta, en este estudio se tiene un acercamiento a la definición de contexto que se referencia en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, donde expresa que “El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende” (MEN, 1998, P. 19), donde se tienen en cuenta variables como las condiciones sociales, económicas y culturales en correspondencia con las interacciones, los intereses y las creencias de los estudiantes.

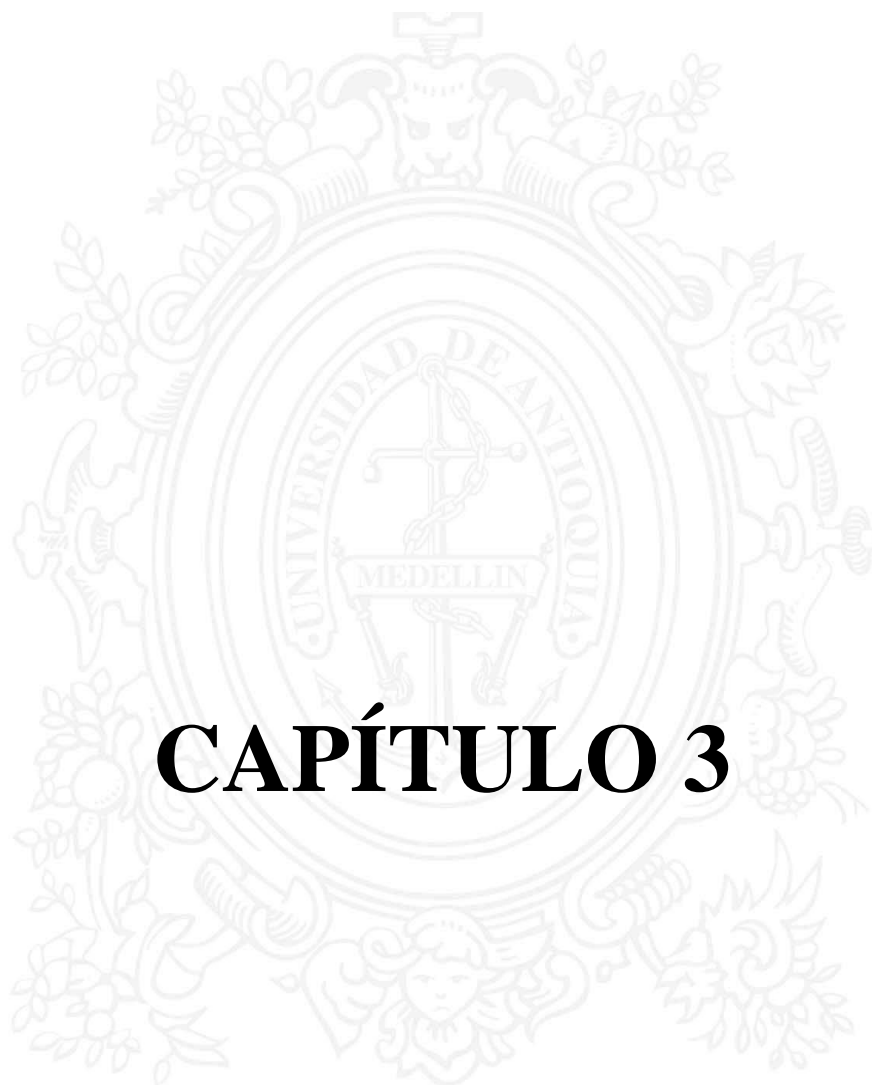
Es así como el interés se centra en la forma como los estudiantes se involucran en problemáticas que emergen de las actividades sociales, culturales, económicas, políticos, escolares, etc., puesto que, a partir de la enseñanza de las matemáticas al proponerse situaciones que involucren la vida cotidiana del estudiante y sus familias, generan en el profesor reflexiones en la práctica pedagógica, y donde se estimula a que el estudiante pueda “(...) *pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva*” como lo expresa el (MEN, 2006, p. 70).

En general, esta investigación busca apoyarse en las actividades de modelación matemática como una manera de vincular al estudiante con ambientes y estructuras metodológicas diferentes a la repetición de ejercicios, manera en que identifican el desarrollo usual de la clase de matemáticas. A partir de esta intención, se espera que el estudiante pueda generar posicionamientos críticos y las posibilidades de cambiar su expresión reduccionista con relación al aprendizaje de la misma. También se espera la transformación de la práctica pedagógica del maestro investigador y la forma de concebir la clase por parte del estudiante en un contexto en donde su participación marca el rumbo del desarrollo de la clase.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



CAPÍTULO 3

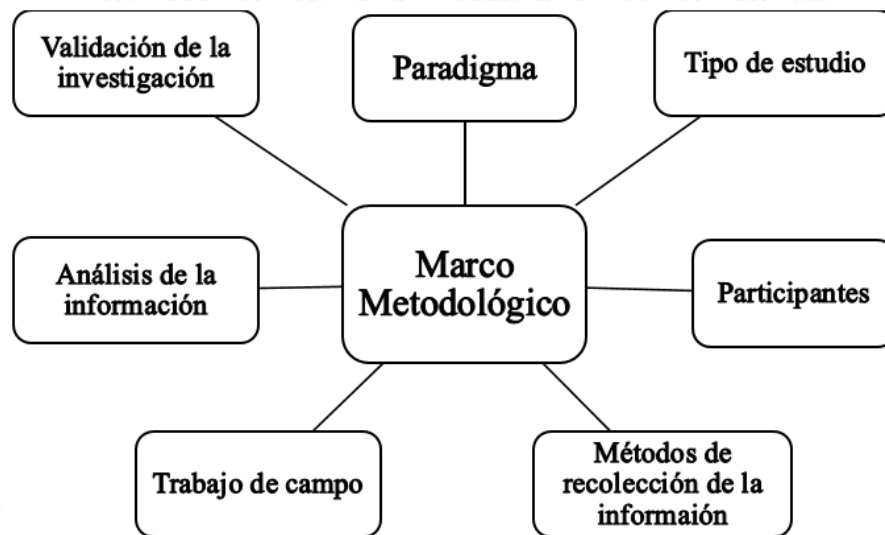
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Marco Metodológico

Los rasgos sociales y los procesos de enseñanza y aprendizaje permiten indagar, analizar y describir cómo forjar una mirada metodológica con el fin de dinamizar el trabajo en las aulas escolares. Es por esto que se presenta, a continuación, los aspectos que identifican a nivel metodológico el presente estudio. En este sentido, para abordar el cómo se realizó esta investigación, tendré en cuenta el paradigma, el trabajo de campo, las técnicas de recolección y análisis de los datos y la validación, de tal forma que haya concordancia con los objetivos del estudio, tal como se esquematiza en la Ilustración 8.

Ilustración 8. Esquema del marco metodológico.



Paradigma

Al pretender dar respuesta a ¿Qué caracteriza la *posición crítica* que tiene el estudiante de grado séptimo cuando se enfrenta a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio? Me centro en un paradigma cualitativo del cual Sandoval (2002) argumenta que se

permite evidenciar los intereses, necesidades y motivos de los estudiantes, al abordar diferentes situaciones relacionados con los contextos socioculturales.

Así mismo, Hernández, Fernández y Baptista (2010) argumentan que la investigación desde este paradigma “*busca comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodean, profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados, es decir, la forma en que los participantes perciben subjetivamente su realidad*” (p. 364). Para estos autores, en este enfoque de investigación se rescatan aspectos importantes como características esenciales para esta investigación, entre ellas: la lógica del estudio y el proceso inductivo en el que se puede explorar, describir y generar conocimiento; los datos obtenidos son producto de las perspectivas y los puntos de vista de los participantes cuando expresan sus emociones, necesidades, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos.

El investigador se centra en las experiencias de los participantes y construye el conocimiento, potencia la investigación desde las ideologías y cualidades únicas de los actores del estudio; la realidad surge de la convergencia entre las realidades de los participantes, del investigador y la interacción entre ellos, que se modifica conforme al avance del estudio.

Por su parte, los estudiantes son partícipes en el aprendizaje en la medida en que no solo se apunta al estudio de conceptos matemáticos, sino que se encamina a la comprensión del contexto cercano y el reconocimiento de características subjetivas, que difieren entre uno y otro estudiante. De esa forma, se pretende promover en los estudiantes el interés por el trabajo que realiza, más que por los resultados que obtiene cuando se enfrenta a las situaciones de la cotidianidad.

Es así que, la investigación en una perspectiva cualitativa se orienta en varias prácticas materiales e interpretativas que ponen de manifiesto la interacción con el mundo y las

transformaciones que este requiere, de manera que los participantes interpreten y entiendan sus fenómenos y significados, a partir de las representaciones que se logran con el diario de campo, entrevistas, conversaciones, grabaciones, talleres, fotografías, entre otras, necesarias para el investigador (Hernández et al. 2010; Denzin y Lincoln, 2012).

Las representaciones que surgen son relevantes para esta investigación, ya que resaltan la interacción del trabajo realizado por los estudiantes a través de las matemáticas con lo que viven cotidianamente, desarrollando las actividades de modelación que son generadas en este caso por el investigador y maestro a su vez, para dar lugar a la caracterización de las *posiciones críticas* que surgen en esta interacción. En ese sentido, las producciones escritas y lo expresado por los estudiantes en observaciones y entrevistas, se tienen en cuenta para identificar en los aportes de los estudiantes y las características, en correspondencia con las *posiciones críticas*, y que direccionan el análisis que la investigación requiere desde las construcciones hechas por los participantes.

Tipo de estudio

En concordancia con el paradigma cualitativo que se abordó en esta investigación, se realizó un estudio de casos, que según Stake (1999) se estudia “[...] cuando tiene interés en sí mismo. Busca el detalle de la interacción con sus contextos. [...] Es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p. 11). En ese sentido, el estudio de casos permite comprender la forma como se vincula el contexto cercano de los estudiantes, para caracterizar sus *posiciones críticas* frente al trabajo matemático en el aula de clase, tomándolas como punto de partida para potenciarlas o desarrollarlas como maestro investigador.

Stake (1999) plantea una clasificación de estudios de casos. El estudio *intrínseco*, donde el caso viene dado, es propio de la situación que se desea comprender de una forma en particular. El estudio *instrumental*, contrario al intrínseco, es un instrumento que busca comprender la transformación de una persona cuando se enfrenta a situaciones nuevas o diferentes en su quehacer. El estudio *colectivo* es considerado un grupo de personas que haciendo uso del estudio instrumental de casos se puede hacer una coordinación con cada uno de los casos individuales.

En esta investigación se realizó un estudio de *casos instrumental*, donde se implementaron nuevas acciones que pueden favorecer al proceso de enseñanza (Stake, 1999), con relación a la planeación de actividades de modelación matemática y a las *posiciones críticas* de los estudiantes en situaciones de la cotidianidad. En ese sentido, los estudiantes fueron seleccionados y motivados para hacer parte de la investigación desde la propuesta de actividades de modelación, que permite evidenciar sus opiniones sobre los cuestionamientos que están en juego en este estudio y que son motivo de análisis. Por tal razón, el caso hace referencia a la caracterización que surge de las *posiciones críticas* de cuatro participantes de la Institución Educativa José Manuel Restrepo del municipio de Arboletes-Antioquia.

Participantes

Esta investigación se dirigió, en su etapa inicial, a dos grupos de estudiantes que cursaban grado séptimo, de los cuales el orientador del área es a su vez investigador. Posteriormente, fueron seleccionados cuatro estudiantes del total de uno de los grupos para el estudio de caso, los

cuales ellos mostraron interés¹⁶ por el desarrollo de las actividades y por la cercanía que tienen ellos y sus familiares a las actividades comerciales en relación con el turismo.

Durante las clases se propiciaron espacios para identificar las diferentes situaciones o problemáticas que se presentan en el contexto del comercio y el turismo. En este sentido, las actividades se propusieron como instrumentos para comprender y analizar el caso descrito en el apartado anterior, y enfocarse hacia las *posiciones críticas* de los estudiantes, quienes participaron en la investigación, con la respectiva autorización de los padres o acudientes (Anexo II) y se distinguieron por tener una cercanía a las actividades laborales ya mencionadas.

Métodos de recolección de la información

Los métodos y medios para generar y recolectar la información en las investigaciones desde una perspectiva cualitativa según Sandoval (2002) buscan que “respondan a un encuadre particular derivado de las características de cada situación, circunstancia, persona o grupo. Así como, también, a los progresos obtenidos en la comprensión de las respectivas realidades por parte del investigador” (p. 125) Es por esto que, al pretender caracterizar las *posiciones críticas* de los estudiantes cuando se ven enfrentados a actividades de modelación matemática, se tuvieron en cuenta los siguientes instrumentos:

Observación participante

La observación participante como lo afirma Sandoval (2002) es un mecanismo para registrar diacrónicamente todo lo que surge desde el inicio hasta la finalización de la investigación. Ésta es importante porque como lo expresa el autor, se preocupa “(...) por realizar

¹⁶ Inclinación o ánimo para participar en el desarrollo de las actividades de modelación matemática.

su tarea dentro de las realidades humanas que pretende abordar, en contraste con la mirada externalista, las formas de observación no interactiva” (p. 140). En este sentido, la observación participante es pertinente en investigaciones que plantean situaciones o problemáticas relacionadas con el contexto cercano de los individuos para ser abordados en el aula de clases, en los cuales el investigador está inmerso y toma un doble rol: docente e investigador.

Dentro de la observación participante, el investigador debe conocer el lenguaje del grupo participante de la investigación ya que los términos o palabras pueden variar de un estudiante a otro, así que se debe prestar total atención a lo que se escucha y a lo que se observa. Además, la observación participante implica un mayor reconocimiento del contexto y de las interacciones que se tejen en su interior, de los intereses y necesidades de los estudiantes.

El rol del docente investigador se desarrolló en las sesiones trabajadas en clase, se registraron las observaciones de las experiencias que tuvieron los estudiantes en las actividades de modelación matemática en el contexto del comercio y el turismo que permitieron caracterizar las *posiciones críticas*.

Entrevista no estructurada

En el estudio de casos, para Stake (1999) es de suma importancia las descripciones que se obtienen de los individuos y según este autor, “(...) no todos verán el caso de la misma forma. Los investigadores cualitativos se enorgullecen de describir y reflejar las múltiples visiones del caso. La entrevista es el cauce principal para llegar a las realidades múltiples” (p. 63). En ese sentido, la entrevista evidencia de forma verbal o escrita lo que no se percibe gestualmente, ya que a partir del diálogo se puede dilucidar las *posiciones críticas* que los individuos establecen

en relación con la enseñanza y el aprendizaje, y la implementación de los contextos que son cercanos para ellos.

La entrevista no estructurada no posee esquemas de preguntas, tampoco una secuencia prefijada, las preguntas tienen carácter abierto y el entrevistado debe construir la respuesta, son flexibles y permiten una mayor adaptación a las necesidades de la investigación y a las características de los sujetos (Vargas, 2012). Este tipo de entrevistas destaca la interacción entre el investigador y el entrevistado ya que no existen preguntas predeterminadas, sino aquellas que se relacionen con la idea principal del tema de investigación. De esta forma, el uso de la entrevista permitió develar el sentir de los estudiantes con respecto a las situaciones y el aprendizaje, la prioridad de sus necesidades, el carácter discursivo en la toma de decisiones y los argumentos para justificar sus acciones, por medio del diálogo entre el investigador y los participantes.

Documentos

Para Sandoval (2002) los documentos como fuente para la recolección y análisis de información pueden ser diversos:

“[...] personales, institucionales o grupales, formales o informales. A través de ellos es posible capturar información muy valiosa para lograr la descripción de los acontecimientos rutinarios así como de los problemas y reacciones más usuales de las personas o cultura objeto de análisis. Es oportuno señalar que los documentos son una fuente bastante fidedigna y práctica para revelar los intereses y las perspectivas de comprensión de la realidad” (p. 137-138)

En ese sentido, las producciones escritas de las actividades a las cuales se enfrentaron los estudiantes fueron evidenciadas en fotocopias, carteleras, diapositivas y videos, donde se rescataron los pensamientos, las afirmaciones, las opiniones, el diálogo entre los participantes, la exposición de ideas, y donde se pudo transformar la visión que tienen los estudiantes sobre el trabajo matemático, y generar así, *posiciones críticas* con respecto a la problemáticas que surgen de dichos contextos y que tuvo en cuenta para el análisis de la información.

Desde estos instrumentos, propuse el siguiente camino que direccionó el trabajo con los estudiantes.

Trabajo de campo

Como se mencionó, Araújo (2004, 2009, 2012); Barbosa (2001, 2006, 2008); y Silva y Kato (2012); indican que la modelación matemática es entendida como un ambiente de aprendizaje que permite la incursión de problemáticas sociales en el aula de clases, con el propósito de abordarlas por medio de las matemáticas. Al respecto, los estudiantes incursionaron en el contexto del comercio y el turismo, a través de experiencias y consultas.

Cabe resaltar que el trabajo de campo se desarrolló mediante sesiones de clases escolares (observación, entrevistas y documentos o producciones de los estudiantes) y algunas extra-escolares (producciones de los estudiantes), bajo la orientación del docente-investigador. De acuerdo a lo expuesto anteriormente, se describe el trabajo de campo que cuenta con dos momentos:

1 8 0 3

Momento Uno: La Exploración.

En correspondencia con las características de la modelación matemática, en este primer momento se resaltaron algunas de ellas, tales como:

- El trabajo en equipo, la participación activa, crítica y democrática en el aula, y la elección de las problemáticas en común acuerdo con los estudiantes.
- La extensión al contexto social, actuación crítica en la sociedad y la importancia de las matemáticas en la sociedad.
- La actuación del profesor como mediador en las discusiones y en los debates.

Las actividades de exploración se realizaron con estudiantes de los grados 7°A y 7°B de la Institución Educativa José Manuel Restrepo, con el consentimiento de la rectora de la institución (Anexo III), distribuidos en grupos de cuatro estudiantes, de los cuales se tomaron dos estudiantes por cada grupo para el caso de esta investigación. El estudio se inició con cuestionamientos a todos los estudiantes de grado séptimo (Tabla 1), organizados en grupos de cuatro estudiantes, donde se preguntó por aspectos personales y escolares relacionados con el uso del tiempo libre y el proceso de enseñanza de las matemáticas, respectivamente. La entrevista apuntó a que los estudiantes expresaran sus opiniones con respecto a las clases y la forma como se instruyen las matemáticas en la institución.

Tabla 1. Entrevista relacionada con actividades personales y escolares.

Personal	
¿Qué te gusta hacer en tu tiempo libre?	Leer-jugar-bailar-cantar-ver televisión- Salir de compras-pasear-caminar-salir con mis amigos-escuchar música-dibujar-ir a la playa-redes sociales.
¿Qué es lo que más te gusta hacer con tus amigos?	Ir a pasear-jugar-divertirnos-conversar-comer-recocha.

¿Qué es lo que más te gusta hacer en tu casa?	Labores del hogar-escuchar música-jugar en equipos electrónicos-ver tv-dormir-bailar-comer-
¿Qué quieres ser cuando seas adulto(a)?	Sector salud (Veterinaria, Medico, fisioterapeuta, bacterióloga) Artes (Actriz, Diseñador, Modelo) Deportes Educación (Profesora) Periodismo Policía Ingeniero
Escolar	
¿Qué opinas del colegio?	Tener amigos-conocer personas Aprender mas Chévere-agradable-útil- excelente
¿Cómo te sientes en el colegio?	Chévere Recibo valores porque eso doy Muy reconocida Me siento como en mi casa
¿Cómo es el desempeño de los profesores en las clases?	Aburridos Regañones Excelentes-normal-agradables Algunos no se desempeñan bien en clase por la forma de expresarse hacia nosotros, pero otros si nos tratan bien.
¿Cómo te parece el desarrollo de las clases de matemáticas?	Bien porque explica antes de colocar el taller A veces muy aburrida y a veces chévere Regular Bien-excelente

La entrevista permitió que los estudiantes expresaran sus opiniones con respecto a las actividades que realizan en su tiempo libre y en el colegio. En los argumentos se encontraron algunas similitudes desde las actividades extraescolares y diferencias en lo que respecta al proceso de enseñanza.

Según la información que proporcionó por la encuesta, en relación con el aspecto escolar, se vio la necesidad de involucrar situaciones donde los estudiantes actúan con las matemáticas. En este caso, algunos de los estudiantes y sus familias se desempeñan en actividades relacionadas con el comercio y el turismo en el municipio, de forma oficial o informal.

Con respecto a lo anterior, Silva y Kato (2012) rescatan la actuación del profesor como mediador cuando los problemas de la realidad son seleccionados por los estudiantes, con el fin de promover la incursión, la participación crítica y democrática en las aulas. Por tal razón, se esperaba que los estudiantes propusieran posibles situaciones o problemáticas en relación con el comercio y el turismo para ser abordadas en las clases de matemáticas. Sin embargo, la tradición donde el docente presenta de manera instruccional los contenidos, poco aporta al estudiante para que visualice situaciones diferentes a las clases esquematizadas. En consecuencia, los estudiantes no mencionaron alguna situación, es por esto que surgió la necesidad de proponer las siguientes preguntas:

¿Cuáles son las problemáticas relacionadas con las actividades del turismo y comercio de Arboletes?

¿Cómo atraer más turistas al municipio de Arboletes?

A partir de los interrogantes con relación a las problemáticas que perciben los estudiantes en relación con las situaciones que surgen del comercio y turismo, se generó un diálogo y se recopilaron sus opiniones (tabla 2), basadas en lo que observan de forma cotidiana o en la vinculación que ellos y sus familias tienen con las situaciones en torno a ese contexto.

Tabla 2. Respuestas de los estudiantes que surgieron del diálogo en el aula de clases.

¿Cuáles son las problemáticas relacionadas con las actividades del turismo y comercio de Arboletes?	¿Cómo atraer más turistas al municipio de Arboletes?
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Mercado público. ➤ Vendedores ambulantes en espacios públicos sin permiso-falta de legalidad. ➤ Mala presentación de los empleados de los restaurantes – higiene en los restaurantes. ➤ Venta de frutas y verduras en mal estado (Conservación de productos). 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Buena atención. ➤ Promoción de las playas – Dar a conocer nuestro bello municipio de Arboletes. ➤ Presentación de actos (culturales) en el municipio – muestras folclóricas. ➤ Buenos hoteles.



-
- Falta de centros de orientación y promoción turística – gentileza al turismo – guías turísticos.
 - Basuras en las playas – compromiso con el medio ambiente – contaminación auditiva.
 - Indiferencia de la administración municipal frente algunos lugares.
 - Unificación de precios a los turistas – control de ingresos, egresos y ganancias de los vendedores.
 - La falta de higiene de los vendedores.
 - Falta de espacios recreativos en la playa – recreación en sitios turísticos.
 - Insuficientes vehículos de servicio público.
 - Falta de seguridad en los sitios turísticos.
 - Falta de préstamos bancarios para pequeños comerciantes.
 - Hacer publicidad a los sitios turísticos – volantes en terminales, aeropuertos, visitantes, etc.
 - Juegos y deportes náuticos, pesca artesanal para turistas.
 - Comidas típicas.
 - Señalización en las playas.
 - Creación de página web que muestre lugares, historia y actividades de nuestro municipio.
 - Vender productos y artesanías que provengan del municipio, mostrando imágenes de grandiosos paisajes.
 - Utilizar el transporte público para promocionar el turismo de nuestro municipio.
-

Estas preguntas tuvieron como objetivo involucrar al estudiante a partir de la exposición de sus ideas por ser problemáticas cercanas, e incluso, cotidianas para él y sus familias. En ese sentido, se seleccionaron, de común acuerdo con los estudiantes algunas situaciones que implicaron la búsqueda de información necesaria para la resolución (Barbosa, 2001) y el trabajo matemático, donde se tuvieron en cuenta datos numéricos, operaciones y cálculos que permitan a los estudiantes establecer argumentos a través de las matemáticas, y además, permitan estudiar las *posiciones críticas* que surgen cuando se enfrentan a dichas situaciones a través de las matemáticas y las interacciones con el grupo.

Por lo tanto, el trabajo de campo se direccionó por tres actividades de modelación en relación con las problemáticas del contexto de los estudiantes, de tal forma que les permitiera incursionar, a través del área de matemáticas, en ejercicios esquematizados de forma diferente. Es así como las actividades de modelación matemática estuvieron enfocadas en problemáticas, en términos de Barbosa (2008), extraídas de la cotidianidad de los estudiantes. En el siguiente momento del trabajo con los estudiantes, se describen las actividades de modelación matemática.

Momento dos: Desarrollo.

La participación activa de los estudiantes en el momento uno fue muy importante porque surgieron elementos esenciales para diseñar las actividades de modelación matemática. Además, para tener un mayor y mejor acercamiento a las situaciones y problemáticas que se presentan en el contexto del comercio y el turismo del municipio de Arboletes, como docente investigador fue necesario el diálogo con algunos padres de los estudiantes, personas de la comunidad y con otros docentes, con el fin de generar ideas y explorar aspectos relevantes. En este momento se implementaron las actividades de modelación matemática que se describen a continuación:

Actividades de modelación matemática.

Las características de las actividades de modelación matemática cumplieron un papel importante en el diseño de éstas, donde todos los estudiantes tienen las mismas oportunidades de participación a través de sus pensamientos y el respeto por las ideas de los demás (Silva y Kato, 2012). De esta forma, el aula se considera como un espacio democrático, donde los estudiantes son actores activos de su aprendizaje y de las situaciones problemáticas a las cuales se enfrentan.

Por otra parte, Barbosa (2001) establece que las actividades de modelación matemática que se implementan en el aula se consideran relevantes para explorar los roles que las matemáticas cumple en la sociedad actual, donde los estudiantes por medio de estas puedan analizar, comprender y tomar decisiones sobre la problemática. Es así que en los estudiantes se promovió la trascendencia, la incursión y reflexión crítica en aspectos de su cotidianidad.

Con relación a lo anterior, las actividades de modelación matemática planteadas en esta investigación como un ambiente de aprendizaje que buscó desarrollar o tener un acercamiento a las *posiciones críticas* de los estudiantes, implicó que se reunieran en grupos y se dieran las

interacciones entre ellos, y consultaran e investigaran a través de las matemáticas situaciones pertenecientes a su cotidianidad (Barbosa, 2001).

En ese sentido, las actividades de modelación matemática se presentaron a los estudiantes como situaciones o problemas no matemáticos, con una descripción que conlleva al planteamiento de preguntas que desencadenen acciones de los estudiantes, donde se tiene en cuenta el trabajo en grupos en el que todos tienen las mismas posibilidades de participación en ellas. Además, actividades diseñadas para que los estudiantes exploren aspectos de su comunidad y cultura mediante un conjunto de acciones correlacionadas, lo que permitió la interacción entre los estudiantes, y entre ellos y el investigador, como aspecto fundamental para identificar y caracterizar las *posiciones críticas* de los estudiantes cuando desarrolla este tipo de actividades.

Se desarrollaron tres actividades de modelación matemática que se describen a continuación:

Actividad de modelación Uno.

Esta actividad de modelación se presentó en términos de Barbosa (2004), como un problema en el que se muestran datos cualitativos y cuantitativos, donde se invitó a los estudiantes a desarrollar cuestionamientos sin tener que salir del aula para recoger nuevos datos. En esa medida, los cuestionamientos que surgieron después de plantearse la situación les implicó a los estudiantes participar activamente en el aula de clase, enfrentar nuevas experiencias de aprendizaje, utilizar sus conocimientos previos, interactuar y establecer roles, diálogos y discusiones entre ellos.

La actividad de modelación (ANEXO IV) surgió del hecho de que Arboletes, por ser un municipio costero y tropical, presenta altas temperaturas en la mayor parte del año. Por tal razón,

todos los habitantes y visitantes necesitan hidratarse por medio del consumo agua o bañándose de forma constante. Pero el agua que llega a los habitantes del municipio no es apta para el consumo humano (no es potable) por eso hay que hervirla o comprarla envasada.

Esta actividad se propició en aula de matemáticas a partir de las preguntas *¿Sabes cuánto cabe en un envase de agua? ¿Cómo lo podemos medir?*, donde se aprovechó el consumo diario de agua envasada que tienen muchos habitantes, los envases nos ofrecen informaciones numéricas (cantidad de agua, precio, etc.) que muchas veces no se tienen en cuenta en la economía familiar, posiblemente, porque los precios son accesibles para nosotros, por lo tanto pensamos que son favorables.

La actividad de modelación se desarrolló en tres sesiones que se detallan a continuación.

Sesión 1. Los estudiantes desarrollaron esta sesión en dos horas de clase de 55 minutos. Inició con la presentación de un video como ambientación para la clase sobre el uso y consumo adecuado del agua, luego se invitó a los estudiantes a organizar los equipos de trabajo en SA1 y SA2 (Situación del Agua, numeral 1 y Situación del Agua, numeral 2, respectivamente), luego se plantearon preguntas (fotocopias que entregué a cada grupo), SA3, SA4, SA5a y SA5b, que orientaron la actividad de modelación en la que el estudiante analiza la información que proporcionan los diferentes envases y las facturas del servicio de acueducto que él llevó al aula y que le permitió involucrarse con la situación; posteriormente, con la ayuda de elementos de medida de capacidad (Beaker, tasas, vasos, etc.) los estudiantes midieron la cantidad de agua que posee cada envase, compararon los resultados con la información (cantidad) que trae cada envase y realizaron cálculos para dar solución a las preguntas propuestas.

Sesión 2. Esta sesión fue realizada por los estudiantes en 2 horas de clase, donde se propuso al estudiante, en fotocopias, una situación en contexto (SA6) que implicó el trabajo matemático, con la elaboración de una propuesta para resolver la situación. También planteé las preguntas *¿Cómo les pareció el trabajo?*, *¿Qué aspectos le causaron dificultad?* y *¿Qué aprendieron?* como una forma de conocer sus actitudes y opiniones en relación con cada uno de los aspectos (en lo metodológico y no de los conceptos matemáticos), a través de la socialización o exposición de cada propuesta.

Sesión 3. Esta sesión se desarrolló en dos horas de clase, donde se tuvo en cuenta el trabajo matemático que se motivó en la actividad del agua, se tomó una situación con el fin de vincular a los estudiantes en otros contextos por medio del uso de las matemáticas, de sus reflexiones y críticas. Esta situación fue publicada por la Secretaría de Educación de Bogotá con relación a un novedoso proyecto que permite preservar el agua en pro de generar un impacto a favor del medio ambiente.

La publicación¹⁷ que nos invita a docentes y estudiantes a tomarla como ejemplo para idear estrategias novedosas que apunten a la formación integral del estudiante, fue propicia para proponer la situación en fotocopias (ANEXO V) que consta de tres numerales, donde los estudiantes utilizaron las matemáticas en correspondencia con los datos que proporcionó:

- En el primer numeral se cuestiona a los estudiantes con la pregunta *¿Cuántas botellas de 3 litros se emplearon?* Con respecto a la realización del muro que propone la noticia.

¹⁷ Información tomada de la página web de la Secretaría de Educación del distrito de Bogotá <http://www.educacionbogota.edu.co/sitios-de-interes/nuestros-sitios/agencia-de-medios/noticias-institucionales/el-muro-ecologico-que-conquisto-a-google-la-onu-y-el-foro-mundial-del-agua>, como fuente para la propuesta de la situación planteada a los estudiantes.

- En el segundo numeral se cuestiona a los estudiantes con la pregunta ¿Cuántas bolsas resultan? Haciendo alusión a la cantidad de bolsas de 300 mililitros que se necesitan para empacar la cantidad de agua que contiene el muro.

- En el tercer numeral se hizo las preguntas ¿Cuántas bolsas se necesitan para tener 1m^3 ? y ¿Cuánto cuesta? Refiriéndose a la cantidad de bolsas de 250 mililitros de agua que caben en 1m^3 y haciendo la comparación entre el precio de éste en relación con el valor de una bolsa.

Cabe resaltar que esta situación no solo implicó un trabajo matemático de los estudiantes, también generó diálogos con los participantes que permitieron dilucidar la trascendencia de la noticia en las implicaciones sociales, el impacto ambiental y las reflexiones con relación a la venta de agua envasada como producto de una estructura social enfocada en lo comercial.

Actividad de modelación Dos.

En el aula se presentó a los estudiantes esta actividad de modelación en términos de Barbosa (2004), en este caso ellos fueron más responsables para la realización de la actividad y les correspondió buscar información fuera del aula de clase y del entorno escolar. Cabe resaltar que la situación propuesta contiene preguntas que motivaron a los estudiantes a consultar e investigar, a dialogar y a tomar de decisiones, a proponer alternativas de solución y a extraer conclusiones a través de operaciones matemáticas.

La actividad de modelación (ANEXO VI) surgió de las carteleras que los estudiantes propusieron en cada uno de los grupos de trabajo, al socializarse las preguntas *¿Cuáles son las problemáticas relacionadas con las actividades del turismo y comercio de Arboletes?* y *¿Cómo atraer más turistas al municipio de Arboletes?*, abordadas en el momento uno de la investigación. Algunos grupos coincidieron en aspectos como: establecer precios económicos en

hoteles y restaurantes, conservación de alimentos e higiene de quienes manipulan los alimentos, la muestra y propaganda de platos típicos en diferentes lugares, etc., aspectos que son relevantes y que se relacionan con la elaboración de las comidas típicas, en este caso de la región costera.

De acuerdo con lo que se expresa en el párrafo anterior, la situación se enfocó en las comidas típicas de la región elaboradas por personas que viven de esa labor de manera informal, donde se reconoce lo problemático en esta situación de las desigualdades sociales, las dificultades económicas, la falta de oportunidades de empleo, entre otros aspectos. En ese sentido, los estudiantes por medio de la actividad de modelación matemática desarrollaron *posiciones críticas* a partir del re-conocimiento y las reflexiones que surjan de las situaciones o problemáticas presentes en la sociedad.

Esta actividad de modelación se desarrolló por los estudiantes en el aula de matemáticas bajo la pregunta *¿Cuál sería el precio que propones para tu plato típico?* a sabiendas que Arboletes, como municipio costero, se caracteriza por sus actividades comerciales en relación con el turismo, como la venta de comidas típicas en la playa, donde propios y visitantes disfrutaban de las delicias nativas con productos del mar y el campo.

Es importante aclarar que la actividad se propuso solo a los estudiantes de grado 7^oA porque los familiares de algunos de ellos se desempeñan en esa labor. En la situación propuesta, los estudiantes fueron motivados a elaborar una propuesta de un plato que sea económico para los turistas, el cual se desarrolló en tres sesiones que se describen a continuación.

Sesión 1. Esta sesión se realizó en dos horas de clase. Se inició con la presentación de un video¹⁸ en el tablero interactivo, como ambientación del trabajo, sobre el tipo de alimentación

¹⁸ Video descargado de <https://www.youtube.com/watch?v=nDjv7W3vKUs>

que debe consumir el ser humano según su metabolismo. Luego se organizaron los estudiantes por equipos de trabajo en SC1 (Situación de las Comidas típicas, ítem 1) y se hicieron preguntas sobre los conocimientos previos y sus gustos (SC2 y SC3), de tal forma que cada equipo entrara en discusión y acuerdos para elegir su plato favorito.

Sesión 2. Esta sesión se realizó en horarios extra-clase, puesto que los cuestionamientos SC4 y SC5 implicaron consultar con personas de la comunidad que están relacionadas con los servicios de restaurantes, cooperativas de pescado, familiares, etc., sobre la cantidad y costo de los ingredientes necesarios para elaborar una comida típica de la región, y otros aspectos que influyen en el costo de la comida.

Sesión 3. Esta sesión se realizó en 2 horas de clase, cada grupo de trabajo realizó una propuesta de un plato o comida típica (SC6) con base en los ítems anteriores. Estas propuestas fueron presentadas en fotocopias y socializadas por medio de carteleras o presentaciones en el tablero interactivo, cada grupo expuso el precio que de su comida típica con el fin de generar una ganancia para ellos pero que fuera económica para los turistas. También se plantearon las preguntas: *A las familias y a la comunidad que tienen ventas de comidas típicas por la playa, ¿Qué les aporta esta actividad? ¿Qué te agrada de la situación? ¿Por qué es importante? y ¿Qué dudas te quedaron de la situación?* La actividad se hizo con el propósito de identificar sus actitudes y *posiciones críticas* en relación con cada uno de los aspectos, a través de la socialización o exposición de cada propuesta, destacando el impacto social de la actividad y su inmersión en el contexto.

Cabe resaltar que al finalizar esta actividad, la participación de la comunidad fue muy importante, puesto que en la socialización y las exposiciones de algunas propuestas que presentaron los estudiantes contenían videos o diálogos con personas que tienen experiencia en

el tema de la elaboración de comidas para la venta. Además, la socialización del plato típico generó un diálogo que se grabó en audio y permitió concluir la actividad.

Actividad de modelación Tres.

Al igual que la actividad de modelación de las comidas típicas, ésta la presenté como profesor del aula en términos de Barbosa (2004), formulé la situación inicial, y se resaltaron preguntas que direccionaron a los estudiantes a consultar e investigar, al diálogo y la toma de decisiones, a proponer alternativas de solución y a extraer conclusiones a través de operaciones matemáticas. De esta forma, los estudiantes buscaron datos fuera del aula de clase y del entorno escolar.

La actividad de modelación tres (ANEXO VII) surgió de la cercanía del municipio de Arboletes con la ciudad de Montería-Córdoba, a solo 63 kilómetros, de esta manera los pobladores de Arboletes, estudiantes, comerciantes y turistas utilizan los servicios de transporte que existen en el municipio y en la región hacia la capital cordobesa.

Esta actividad de modelación se desarrolló en el aula de matemáticas bajo la pregunta *¿Cómo puedes calcular la ganancia de un conductor de transporte que viaja hacia Montería?*, dado que el transporte proporciona a nuestros habitantes una gran fuente de empleo formal e informal para su sustento diario, es así que muchas personas se desempeñan como conductores, reboleadores o coteros¹⁹, cobradores, despachadores (as), etc. Se rescata la labor de conducción porque implica una serie de cálculos matemáticos para determinar la ganancia diaria del conductor del vehículo.

¹⁹ Según la página web <http://www.buscapalabra.com/definiciones.html?palabra=coterros#resultados> la definición de *cotero* hace referencia a las personas que cargan objetos pesados o que ayudan en una mudanza o trasteo. En el dialecto costeño (región caribe) los *reboleadores* o *coterros* son personas que se encargan de vociferar, conseguir pasajeros y cargar equipajes en los terminales de transporte público.

Cabe resaltar que esta actividad de modelación se propuso a los estudiantes de grado 7°B, puesto que ellos mostraron interés por trabajarla. Ésta se desarrolló en tres sesiones que se describen a continuación, con la motivación de elaborar una propuesta para calcular la ganancia de un conductor de taxi en un día de trabajo hacia la ciudad de Montería.

Sesión 1. Esta sesión se realizó en 1 hora de clase, se inició con la presentación de un video²⁰ sobre la evolución de los medios de transporte terrestre. Luego se organizaron los estudiantes por grupos de trabajo en ST1 (Situación del Transporte, ítem 1) y se hicieron preguntas sobre los conocimientos previos que tienen de tal labor (ST2 y ST3), discutieron entre ellos y consultaron con profesores y demás personal de la institución sobre las diferentes empresas que prestan servicio de transporte y los vehículos que utilizan, tanto del municipio como de la región.

Sesión 2. Esta sesión se realizó en horarios extra-clase ya que los cuestionamientos ST4 y ST5 implicaban consultar con personas de la comunidad que tenían conocimiento o contacto con la situación, y corroborar los conocimientos iniciales que poseían del valor del pasaje hacia la capital cordobesa y los gastos adicionales de un conductor en un día de trabajo.

Sesión 3. Esta sesión se realizó en 2 horas de clase, cada grupo de trabajo realizó el cálculo de la ganancia de un conductor de taxi que hace el recorrido Arboletes-Montería-Arboletes, en un día de trabajo (ST6) teniendo en cuenta los ítems anteriores; esta información fue recolectada por medio de un documento escrito y socializada por medio de carteleras, donde cada grupo expuso la ganancia que podía tener un conductor de taxi en un día de trabajo. También se plantean las preguntas *¿Qué puedes decir del oficio de servicio de taxis a Montería según tu*

²⁰ Video descargado de <https://www.youtube.com/watch?v=zdbww8hOdS0>

respuesta?, *¿Qué dificultades presentaste en el desarrollo de este trabajo?* y *¿Qué has aprendido?* Esta actividad tuvo el propósito de identificar sus pensamientos y motivaciones para identificar actitudes y *posiciones críticas* en relación con la actividad de modelación matemática, con las acciones que realiza y con el aprendizaje de las matemáticas, a través de la socialización o exposición de cada propuesta, dando relevancia a lo social y a lo disciplinar.

Aunque se pensó en invitar a un conductor de taxi para que dialogara con los estudiantes sobre el oficio, sus ventajas y desventajas, en la consulta propuesta por la actividad, ellos recurrieron a estas personas para lograr obtener la información que les permitió hacer sus cálculos. En ese sentido, se socializó y discutió (grabado en audio) con los estudiantes las apreciaciones que cada grupo tuvo sobre la situación planteada y el desarrollo de la actividad.

En las tres actividades de modelación matemática propuestas en el aula de clase, se tuvo en cuenta de las diferentes manifestaciones de los estudiantes: opiniones, actitudes y *posiciones críticas*. En esa medida, surgieron cuestionamientos que implicaron discusiones y socializaciones entre los participantes, con relación a lo que produjeron los estudiantes.

Las producciones de los estudiantes fueron orales y escritas. Dicha información se registró por medio de las producciones escritas, audios y videos grabados con una Tablet de la institución como mecanismo de captar el audio, gestos y expresiones verbales que los estudiantes realizaron al desarrollar las actividades de modelación matemática.

Análisis de la información

En el análisis de la información se tuvo en cuenta los instrumentos de recolección de la información en los momentos descritos en trabajo de campo, en concordancia con las intenciones

y el marco teórico de la investigación. Según Stake (1999), el análisis es continuo a lo largo de la investigación, se da sentido a las primeras impresiones y a los resultados finales.

En este estudio, en el análisis según las consideraciones de Stake (1999), se establece que el investigador se basa en dos estrategias para lograr los significados de los casos, una es la interpretación directa de los ejemplos individuales por medio de la comprensión, el análisis y síntesis; y la otra es la compilación de todos los ejemplos organizados de forma categórica hasta que se pueda afirmar algo de ellos como conjunto, teniendo en cuenta que de la suma de los ejemplos surgen significados relevantes para la caracterización de las *posiciones críticas*.

Por otra parte, los autores Hernández et al. (2010), expresan que en la investigación cualitativa *“la recolección y el análisis ocurren prácticamente en paralelo; además, el análisis no es estándar, ya que cada estudio requiere de un esquema o “coreografía” propia del análisis”* (p. 439), por tal razón, el análisis se realiza una vez surge la información en el trabajo de campo, sin pretender seguir una ruta estandarizada en el proceso de análisis, sino que el investigador tenga a la mano un camino que le puede ser útil o no según la perspectiva de la investigación.

De esta manera, la recolección de la información no fue estructurada, puesto que esta fue muy variada en cada una de las sesiones y desarrollo particular de las clases en las diferentes dinámicas que acontecen en las aulas regulares, además de las expresiones de los participantes, que surgieron de las entrevistas, documentos escritos y observaciones. El análisis de la investigación se enfocó en analizar los resultados obtenidos en cada uno de las actividades de modelación matemática. Posterior a la recolección, se transcribieron los audios y videos, y los documentos escritos, se codificó la información a partir de la organización, recuperación e interpretación de los datos.

De acuerdo con los códigos y los conceptos se generaron categorías a priori que apuntaron a las *posiciones críticas a partir de la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad y los resultados matemáticos como alternativa para desarrollar posiciones críticas en los estudiantes*, en relación con las características mencionadas en el marco teórico (Araújo, 2012) a partir de las *posiciones críticas* de los cuatro estudiantes, y tomados como temas en la presentación de los resultados. Además, surgió una categoría en el análisis de la información la cual se refiere a *posiciones críticas a partir de las interacciones que se generan en las actividades de modelación matemática*, donde se tiene en cuenta que, en una perspectiva socio-crítica de la modelación, las actividades proveen a los estudiantes de acciones para desarrollar *posiciones críticas*, en este caso, con respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Validación de la Investigación

Los instrumentos que se implementaron para la recolección de la información en cada uno de los momentos que se detallan en este estudio como, las entrevistas, los documentos escritos y las observaciones permitieron la organización, codificación y categorización de los datos recopilados, que posteriormente direccionaron el análisis. Según Stake (1999), la triangulación de las fuentes de datos, de lo que se escucha, observa y lee, se puede identificar si el caso estudiado es el mismo en otros momentos o cuando los estudiantes interactúan de forma diferente a la cual estaban acostumbrados. Por otra parte, Hernández et al. (2010), definen la triangulación:

En la indagación cualitativa poseemos una mayor riqueza, amplitud y profundidad en los datos, si estos provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes y utilizar

una mayor variedad de formas de recolección de datos. Al hecho de utilizar diferentes fuentes y métodos de recolección, se le denomina triangulación de datos. (p. 439)

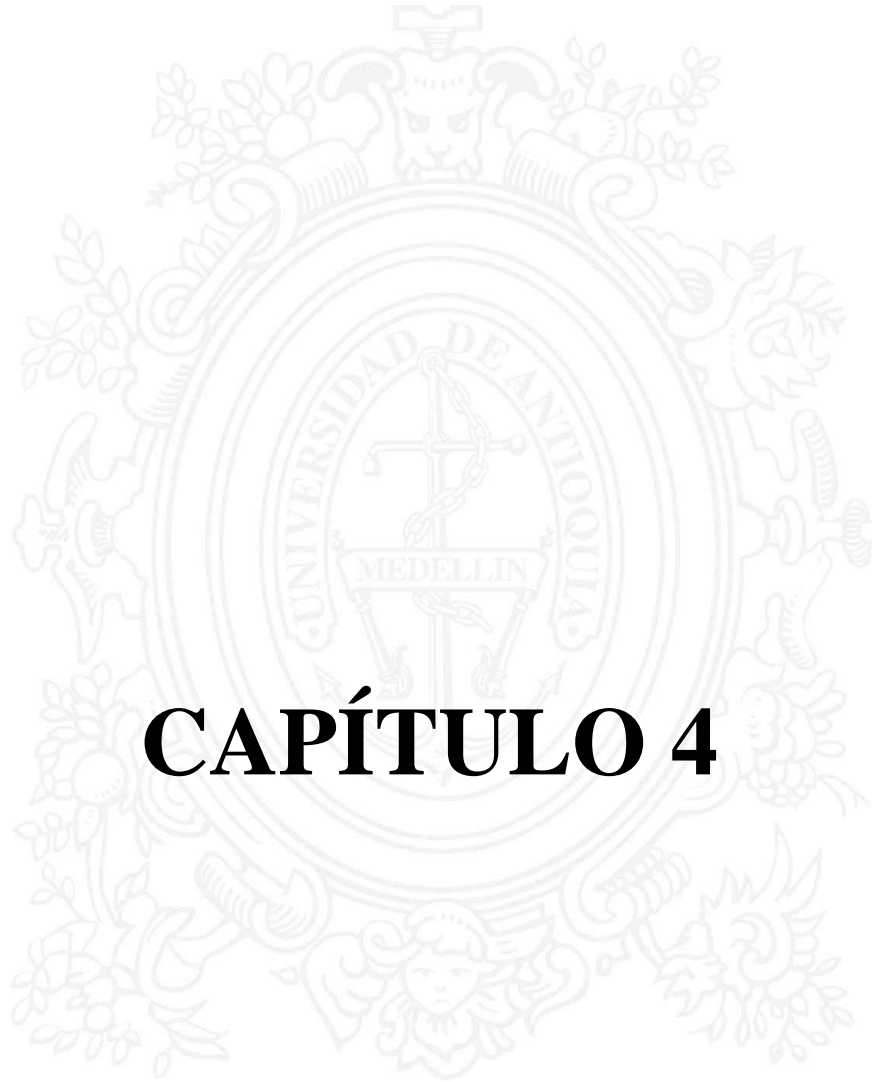
En consecuencia, la información obtenida en los diferentes momentos en que los estudiantes se enfrentaron a las actividades de modelación matemática, se utilizaron en las categorías que surgieron de los datos, en correspondencia con la pregunta de investigación, después de revisar cuáles eran las características con relación a las *posiciones críticas*. En esa medida fue pertinente la triangulación de las fuentes de recolección de la información para tener una mejor comprensión y análisis.

De acuerdo con lo anterior, la validación se dio después de confrontar la caracterización de las *posiciones críticas* de los estudiantes, que surgieron de los datos, con los aportes de algunos autores con respecto a tales posiciones y las características de las actividades de modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, y con las posturas del investigador, con el fin de asegurar o contradecir los aportes teóricos a partir de los resultados obtenidos.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación



CAPÍTULO 4

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Posiciones críticas de los estudiantes de grado séptimo en actividades de modelación matemática

En este capítulo se describen los análisis de los datos y los resultados del estudio con relación a la caracterización de las *posiciones críticas* que surgieron de los estudiantes, al desarrollar actividades de modelación matemática en un contexto del comercio y el turismo del municipio de Arboletes. Los participantes se nombrarán con los seudónimos de **Jei, Meli, Sofi** y **Yeni**, para proteger su identificación (menores de edad) y conservar un análisis ético desde los requerimientos investigativos.

En el análisis de la información recolectada, se generaron dos categorías a priori en correspondencia con las *posiciones críticas* de acuerdo con lo que plantea Araújo (2012), que me permitieron caracterizarlas desde el nivel de los estudiantes de séptimo, destaco esto, ya que las evidencias no son posiciones críticas elaboradas desde una madurez conceptual, sino aproximaciones a las categorías que propone la autora. Una de ellas son las ***Posiciones críticas a partir de la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad***, la cual caractericé por acciones que implicaron un acercamiento y conocimiento del contexto abordado en la investigación (turismo y comercio). Éstas son: consultas o indagaciones, reflexiones, críticas, toma de decisiones, argumentos, afirmaciones y discusiones, donde se contó con la participación de los padres de familia y personas de la comunidad; la otra categoría se centra en ***Los resultados matemáticos como alternativa para desarrollar posiciones críticas en los estudiantes***, en la cual se evidencian las inferencias, los conocimientos previos a nivel matemático, conceptos básicos, operaciones, cálculos o procedimientos matemáticos, argumentos y comunicación matemática en el trabajo en grupo, además de la toma de decisiones

que el o los estudiantes proponen en cuanto a las problemáticas abordadas en las actividades de modelación matemática.

Así mismo surge una categoría emergente como producto del análisis de los datos, que titulé ***Posiciones críticas a partir de las interacciones que se generan en las actividades de modelación matemática***, donde se rescatan aspectos importantes como la reflexión, las experiencias, las comparaciones, la participación (vista como la expresión de ideas individuales y de realización de algunos roles que surgen en la organización del trabajo en grupo), el trabajo en grupo, la comunicación entre los participantes que implicaban elementos tanto matemáticos, como sociales desde los diálogos abiertos o dirigidos, y la disposición del estudiante hacia las actividades de modelación propuestas desde un contexto particular.

A continuación, describo cada una de las categorías anteriores, que caracterizan las *posiciones críticas* dadas en los estudiantes de séptimo grado y que surgen en la implementación de las situaciones cotidianas, inmersas en las actividades de modelación matemática en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Posiciones críticas a partir de la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad

A partir del trabajo promovido en las actividades, se pretendió involucrar a los estudiantes en el contexto del comercio y el turismo, con el propósito de propiciar en ellos la posibilidad de trascender, apropiarse y generar posicionamientos críticos de las situaciones que se plantearon. Es ahí donde la modelación matemática, según Barbosa (2001), establece que la propuesta de actividades diseñadas a partir de situaciones de la realidad son relevantes para hacer de la clase un ambiente de aprendizaje favorable en el que los estudiantes adquieren un rol activo, para desarrollar *posiciones críticas* por medio de su incursión en las situaciones del

contexto cuando indaga, consulta, pregunta, a través de las matemáticas, aspectos que necesiten ser profundizados para beneficio social.

Con respecto a lo anterior, en la incursión de los estudiantes en situaciones de la realidad las *posiciones críticas* se caracterizaron por la toma de decisiones que surgen de la interacción y comprensión de las actividades propuestas, por la trascendencia de las situaciones de la cotidianidad a través de lo que conocen y perciben los estudiantes, y por la exposición de sus argumentos y las afirmaciones de las situaciones que emergen de su contexto.

Conforme se mencionó al inicio de este capítulo, las consultas son una acción que dejó en evidencia la incursión de los estudiantes en el contexto donde, a través del diálogo y búsqueda de información, se pudieron involucrar en las situaciones y generaron *posiciones críticas*. En ese sentido, para tener un mayor acercamiento de la situación del servicio de transporte público, la consulta fue direccionada por las preguntas *¿Cuánto cuesta el pasaje en cada empresa transportadora? ¿Cuál crees tú que es la mejor opción para viajar? ¿Por qué?*, que tienen relación con los problemas planteados en las actividades de modelación. Así, el equipo de *Jei* responde:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Ilustración 9. Argumentos con respecto a la mejor opción para viajar. Equipo de Jei

Situación del servicio de transporte público	Transcripción
<p>Sotracor = 8.000 Cointur = 8.000 Gómez Hernández = 10.000 Cointur es mejor porque los buses están en mejor condiciones traen aire acondicionado y no le da calor al cliente y algunos buses traen wifi y es más económico que Gómez Hernández</p>	<p>Sotracor = 8.000 Cointur = 8.000 Gómez Hernández = 10.000 Cointur es mejor porque los buses están en mejor condiciones, traen aire acondicionado y no le da calor al cliente y algunos buses traen wifi y es más económico que Gómez Hernández</p>

En la respuesta obtenida por el equipo de **Jei** (de aquí en adelante mencionaré a **Jei** para referirme a su equipo), se puede ver la *posición crítica* de los estudiantes en la comprensión de la situación, puesto que la trascienden por medio de las reflexiones que hacen para validar su elección. En efecto, ellos resaltan la comodidad que el servicio pueda ofrecer a los usuarios que son quienes pagan, es decir, los estudiantes establecen un por qué frente a la decisión de elegir la mejor opción para viajar (argumento), la cual refleja el favorecimiento para el usuario (privilegio lo cotidiano y no la diferencia de precio como argumento principal en su elección). En este sentido, cuando dicen: “(...) porque los buses están en mejores condiciones, traen aire acondicionado (...)” aquí se coloca en evidencia la experiencia al transportarse en un servicio que le da las comodidades que otro no, están haciendo comparaciones y esto hace que se sumerjan en el contexto.

De acuerdo con lo anterior, **Jei** expone una razón que es importante, en algunas ocasiones, para una empresa al ofrecer sus servicios y atraer más clientes. De esta manera se resalta que al proponer cuestiones que conlleven al estudiante a realizar consultas, el estudiante desarrolla una *posición crítica* cuando se vincula a partir de lo que percibe y de las decisiones

que toma en correspondencia con las situaciones de la realidad; en términos de Araújo (2012), se resalta la incursión crítica del estudiante en su realidad, con el fin trascenderla a través de sus acciones. Cuando dicen: “(...) *es más económico que Gómez Hernández (...)*” empiezan a argumentar una decisión y trascienden el dato. La comparación entre transportadoras, permite a los estudiantes emplear relaciones de orden entre cantidades de una manera natural y que le permite empezar a construir *posiciones críticas*, tal como lo expresa Araujo (2012) cuando se sacan conclusiones a partir de datos, se está aportando a la capacidad de construir *posiciones críticas*.

Del mismo modo, los equipos de las estudiantes *Yeni, Sofi* y *Meli* incursionaron y analizaron la situación de las comidas típicas, donde se resaltan las *posiciones críticas* a partir de la búsqueda de información y de los argumentos que resultan de la situación. Es así que la consulta fue orientada por las preguntas *¿Qué cantidad de ingredientes se necesitan? ¿Cuánto cuesta cada ingrediente? ¿Qué otros aspectos influyen en el precio de una comida?*, donde los equipos generaron las siguientes respuestas:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Ilustración 10. Ingredientes, cantidad, costo y otros aspectos que influyen en el plato típico. Meli y Sofi.

Situación de las comidas típicas			Transcripción		
Pescado frito con patacón			Pescado frito con patacón		
INGREDIENTES	GRAMOS	VALOR	Ingredientes	Gramos	Valor
Platanos	1000g	\$ 800	Plátanos	1000g	\$800
Pescado	1000g	\$ 12000	Pescado	1000g	\$12000
Aceite	500g	\$ 2500	Aceite	500g	\$2500
Ajo	30g	\$ 250	Ajo	30g	\$250
Cebolla	30g	\$ 300	Cebolla	30g	\$300
Sal	50g	\$ 100	Sal	50g	\$100
Tomate	100g	\$ 500	Tomate	100g	\$500
<ul style="list-style-type: none"> - Consumo de agua - Gasto de energía - Consumo de gas - transporte de alimentos - mano de obra 			<ul style="list-style-type: none"> - Consumo de agua - Gasto de energía - Consumo de gas - Transporte de alimentos - Mano de obra 		

Ilustración 11. Ingredientes, cantidad, costo y otros aspectos que influyen en el plato típico. Yeni.

Situación de las comidas típicas			Transcripción		
Pescado frito con patacón			Pescado frito con patacón		
Ingredientes	Cantidad	Valor	Ingredientes	Cantidad	Valor
Camarón y marisco	1 libra	\$ 5000	Camarón y marisco	1 libra	\$5000
cebolla	1 libra	\$ 2800	Cebolla	1 libra	\$2800
salsa de tomate	90g	\$ 800	Salsa de tomate	90g	\$800
Mayonesa	90g	\$ 800	Mayonesa	90g	\$800
limón	1 unidad	\$ 100	Limón	1 unidad	\$100
sal	1 libra	\$ 300	Sal	1 libra	\$300
<ul style="list-style-type: none"> Vasos - \$ 1000 Cucharas - \$ 1500 Papel plástico - \$ 2800 Galletas - \$ 900 picante - \$ 1000 → Y salen 10 porciones grandes 			<ul style="list-style-type: none"> Vasos - \$1000 Cucharas - \$1500 Papel plástico - \$2800 Galletas - \$900 Picante - \$1000 → Y salen 10 porciones grandes 		

En ambos casos se evidenció que las estudiantes consideraron aspectos que posiblemente son relevantes e influyen en la producción y venta de una comida en particular y, que tales aspectos pueden o no ser considerados o sistematizados (de forma empírica) por quien ejerce esa labor. Es así que **Sofi** (se refiere al equipo de **Sofi** y del cual hizo parte **Meli**) en la elaboración de su plato típico resalta el gasto en los servicios públicos, el transporte de alimentos y el costo de la mano de obra, aspectos que no se aprecian en el producto final (comida elaborada), pero que sí influyen en el costo de producción del mismo; en cambio, **Yeni** detalla elementos que hacen parte, tanto de la elaboración de la comida, como de la presentación de la misma.

Cuando se propician preguntas que impliquen la búsqueda de información a través de diversas fuentes (familiares, personas relacionadas con el oficio, comerciantes, etc.), se resaltan las estrategias que utilizan los estudiantes para presentar los resultados, tales como las tablas de doble entrada que dejan en evidencia los datos recopilados, para mostrar y explicar lo que perciben de la situación. Este aspecto lo resalta Barbosa (2001), donde las actividades de modelación matemática son propicias para incentivar en los estudiantes la búsqueda de información con relación a las situaciones que surgen de la cotidianidad.

Además, el acercamiento de los estudiantes hacia la situación, imprime una comprensión del contexto, tal como lo menciona Cruz (2006), donde las soluciones que plantean les sean útiles para tomar decisiones cuando eligen inicialmente el plato típico, para describir cuando listan los ingredientes necesarios y los gastos que tiene la elaboración de la comida, y para explicar cuando discriminan la cantidad y el precio de los insumos para la preparación del plato típico. Por tal razón, cuando se abordan las variables descritas y las inquietudes conducentes a los planteamientos del estudiante, se puede ver su incursión en el contexto a partir de lo que se consultó referente a la actividad propuesta. Es aquí donde resalto, lo dicho por Siva y Kato

(2012), cuando expresan que una actividad de modelación, permite que el estudiante aparentemente no esté resolviendo un problema matemático, donde coloca en juego los conocimientos con los que cuenta.

En efecto, para la discusión con respecto a la actividad del transporte se toma la participación de **Jei** en algunas de las preguntas que resultaron de la actividad, por ejemplo, se usará el código “L1” para referirme a la línea número uno (1) de la transcripción.

- L1-4 Inv.: En la consulta que ustedes [estudiantes de 7°B] hicieron, nombraron varias empresas de transporte. Yo hago una pregunta, ¿Qué influye para que una empresa tenga un valor diferente en el pasaje que otra?

- L5 **Jei:** Que es menos eficiente que la otra [empresa]

- L6 Inv.: El que es más barato...

- L7 **Jei:** Es menos eficiente que él, [transporte] que es más caro.

- L8 Inv.: ¿Menos eficiente en qué sentido?

- L9-10 **Jei:** Como que el bus sea como más lento, que esté más o menos espichado [refiriéndose a la incomodidad]

- L11 Inv.: ¿Qué ventajas o desventajas tiene el servicio de taxi?

- L12-15 **Jei:** La ganancia [ventaja], digo porque un conductor de bus se gana bastante plata porque va bastante gente, un conductor de taxi va con dos o tres personas ahí [desventaja]. Entonces la ganancia se tiene que usar pa' [para] la gasolina.

- L16-17 Inv.: ¿Qué debe pasar para que un conductor tenga una buena ganancia en el día?
- L18 **Je:** va y viene, va y viene, va y viene
- L19 Inv.: ¿Varias vueltas?
- L20 **Je:** Sí.

Con base en los aportes de **Je**, se pone de manifiesto que se establecen puntos de vista en relación con la versatilidad de los aspectos que se relacionan con el día de trabajo de un conductor de servicio público, donde se hacen conjeturas encaminadas desde las matemáticas hacia la economía y la periodicidad con que se debe realizar tal oficio para generar una ganancia. Esto se puede afirmar cuando **Je** en L12-13 expresa que “*un conductor de bus se gana bastante plata porque va bastante gente*”, refiriéndose que además de la capacidad que tiene el vehículo, este lo pretende la mayoría de los usuarios al ofrecer un menor valor en el pasaje con relación a otras empresas.

Además, cuando **Je** expresa en L13-15 que “*un conductor de taxi va con dos o tres personas ahí [desventaja]. Entonces la ganancia se tiene que usar pa [para] la gasolina*”, tiene en cuenta la capacidad del vehículo para referirse a la necesidad de realizar viajes frecuentemente con el fin de obtener una ganancia considerable, este lo ratifica el estudiante en L18 cuando expresa que “*va y viene, va y viene, va y viene*” en correspondencia con la cantidad de viajes que un conductor debe realizar por día.

De acuerdo con lo anterior, el estudiante hace una interpretación del servicio de transporte público intermunicipal, tanto para los usuarios, como para las empresas prestadoras del servicio y, en particular, para el conductor del vehículo. De esta manera, lo que el estudiante

observa se refleja en sus afirmaciones y conjeturas. En este caso se puede ver que el estudiante asume una *posición crítica* cuando trasciende las situaciones de su cotidianidad (Araújo, 2012) a partir del análisis que realiza de lo que conoce o percibe de su realidad.

De igual forma, la discusión con respecto a la actividad de las comidas típicas se toma de las intervenciones de **Meli, Sofi y Yeni**.

L21-22 **Inv.:** ¿Qué tuvieron en cuenta ustedes para determinar estos precios?

L23-25 **Sofi:** Por ejemplo, en el caso de lo que tiene uno en los ingredientes. O sea, lo que uno gasta al fabricar ese plato y las ganancias que deja el plato.

L26-27 **Inv.:** ¿Qué debe tener en cuenta las señoras que tienen ventas en la playa y los que venden ceviche de camarón para obtener una ganancia?

L28-31 **Meli:** El higiene y que los camarones sean grandes, por ejemplo está vendiendo una señora ceviche de camarón y la otra también, si los de la otra son más grandes, obviamente el turismo se va a ir para donde sean más grandes y mucho más económicos.

L32-35 **Yeni:** Profe debe tener en cuenta el tiempo que se va a gastar el plato profe, porque si es un plato sencillo no lo va a vender, porque si es un plato que se demora mucho tiempo tiene que también sacarle el tiempo que se gastó, invertirlo también en un precio extra del plato.

L36-37 **Inv.:** ¿Qué debe saber las personas que venden comidas en la playa para obtener ganancias?

- L38-42 **Sofi:** por ejemplo, mire que ella [vendedora] tiene que tener en cuenta que hay veces que le va a ir mal y hay veces que le va a ir bien y también el tipo de personas que le va a comprar. ¿Por qué? Por ejemplo ella sabe que si es una persona de la región no se lo puede vender al mismo precio, pero si es un turista, sí. ¿Sí?
- L43 **Yeni:** No
- L44-45 **Sofi:** por ejemplo, hay días que la va a ir bien y hay días que le va a ir mal, tiene que tener eso en la conciencia.
- L46-47 **Meli:** Porque si por ejemplo, si no es una persona de la misma región entonces siempre se lo venden más caro.

Con respecto a las reflexiones de los estudiantes, Barbosa (2001) plantea que las actividades de modelación matemática propician diferentes formas de ver las problemáticas y los roles que cada persona desempeña en la sociedad. En efecto, cuando pregunté en L26-27 sobre lo que se debe tener en cuenta para obtener una ganancia, los estudiantes dejan ver lo subjetivo de sus respuestas de acuerdo a lo que cada uno percibe y analiza de la situación, puesto que **Meli** en L28 expresa *“El higiene y que los camarones sean grandes”* y **Yeni** en L32 responde que *“debe tener en cuenta el tiempo que se va a gastar el plato”*.

En este caso, las estudiantes identificaron aspectos, diferentes a los valores económicos de la materia prima, que intervienen en la elaboración y la ganancia de un plato típico. La inversión del tiempo también se puede ver reflejada en las temporadas en las cuales se comercialice un plato en particular, puesto que, a mayor cantidad de turistas, mayor demanda en las ventas, y por ende, un incremento en las ganancias (teniendo en cuenta los gastos). Estos

argumentos se pueden considerar en L38-39 y en L44-45 cuando **Sofi** expresa que “*mire que ella [vendedora] tiene que tener en cuenta que hay veces que le va a ir mal y hay veces que le va a ir bien*”.

Desde otra perspectiva, los estudiantes a partir de las reflexiones que surgen de las discusiones que se dan en el aula, emergen algunas situaciones que Skovsmose (1999) cataloga como críticas. Tal situación crítica se refleja cuando los estudiantes **Sofi** en L40-42 y **Meli** en L46-47 consideran que es una ventaja la comercialización de las comidas a los turistas porque podrían pagar más por el plato típico, aunque **Sofi** en L42 afirma y luego duda de lo que expresa, como una forma de establecer elementos que le permitan reflexionar sobre el tema, duda que **Yeni** en L43 contradice y le pone fin a la inquietud.

Sin embargo, cuando se preguntó a **Meli** *¿Por qué los turistas pagan más dinero por el plato?*, ella responde “*profe porque los turistas tienen buen dinero para viajar y gastar*”, se puede pensar que la estudiante en vez de considerar una actitud antiética por abusar de la economía de los visitantes, ésta deja ver las desigualdades sociales que se presentan en el contexto del comercio y el turismo. De esta manera, es importante resaltar la forma de reaccionar de los estudiantes frente a las desigualdades en las estructuras sociales, políticas y económicas que se encuentran inmersas en la situación (Jacobini y Wodewotzki, 2004), puesto que para **Meli**, el turista tiene los medios económicos para hacer el gasto. En ese sentido, es una oportunidad de ganancia ante las desigualdades sociales entre quien puede viajar y quien le corresponde trabajar para sustentar a su familia.

Con respecto a lo que manifiesta **Meli**, cuando se preguntó a **Yeni** *¿Por qué dices que no Yeni?* Cuando niega en L43 la afirmación de Sofi en L38-42, la estudiante responde “*profe, porque una tía mía trabaja en eso y ellas (las vendedoras de las comidas) siempre lo venden (el*

plato) *a todos por igual y si son bastantes (turistas) les hacen un descuento*". En ese caso se puede ver que el costo es el mismo independiente de quién compre el plato típico. De esta manera, **Yeni** considera y argumenta el aspecto ético de quién elabora la comida, a partir de lo que percibe y conoce, como una manera de reflexionar con respecto a las situaciones que hacen parte de su diario vivir.

Este intercambio de posiciones está en correspondencia con Jacobini y Wodewotzki (2004), cuando las estudiantes reflexionan sobre la importancia de la cultura y la idiosincrasia de la región, además de asuntos éticos como la unificación de precios, y de competitividad que prevalecen en el ámbito comercial cuando ponen de manifiesto otros aspectos que pueden ser importantes en las situaciones que estudian. Así, la incursión en situaciones reales permite que los estudiantes tomen una postura crítica, puesto que ellos crean conciencia de lo que sucede a su alrededor para actuar y reaccionar frente a lo que perciben (Jacobini y Wodewotzki, 2004). Además, las *posiciones críticas* de los estudiantes, se evidencia en las reflexiones y percepciones, puesto que trascienden la situación (Araújo, 2012) a través de acciones como la búsqueda de información y exposición de ideas.

En correspondencia con lo expuesto anteriormente, implementar las actividades de modelación matemática permite crear reflexiones y *posiciones críticas* en los estudiantes a partir de las afirmaciones o discursos (Blomhøj, 2009) en relación con situaciones cotidianas. Se parte del hecho de que los estudiantes se involucran en situaciones reales y de las cuales establezcan ventajas y desventajas con respecto a las oportunidades ocasionales del turismo, aspectos éticos y políticos para ejercer la labor, y alternativas que surgen de sus perspectivas, en la que su oratoria se convierte en un acto de reflexión y crítica. Así, los estudiantes toman una *posición crítica*



cuando incursionan en situaciones de la realidad por medio de sus afirmaciones, explicaciones y reflexiones.

Por otra parte, Silva y Kato (2012) argumentan que la *posición crítica* de los estudiantes a partir de las actividades de modelación matemática implican algunas acciones como consultar, comparar, establecer opiniones, entre otros aspectos que muestren el cambio de actitudes frente a las situaciones de la realidad y a su propio aprendizaje. Tal posicionamiento se puede evidenciar cuando se responde a la pregunta *¿Qué dificultades presentaste en el desarrollo del trabajo?* en la actividad del transporte, a lo que el estudiante responde:

Jei: *“La dificultad que presenta fue buscar la persona adecuada que le diga la información”.*

Se puede ver que **Jei** presentó dificultades en el acceso a la información necesaria para el desarrollo de la actividad, en la medida en que consultó con algunas personas que se desempeñan en ese trabajo, pero estos se negaron. Estas personas posiblemente se niegan a dar información por sus ocupaciones o porque no ven la necesidad de hacerlo. En esa medida se pudo observar en el estudiante el disgusto que muestra su cara y movimiento de la mano (manoteo) cuando expone la frustración y el desánimo por presentar dificultades para obtener una información en correspondencia con lo que exigió la actividad.

Debido a la dificultad, le pregunté al estudiante *¿Por qué no quisieron dar información?*, a lo que **Jei** responde *“no pregunté”* con una actitud de desánimo. Esta actitud muestra que el estudiante en ese momento dejó de tener una *posición crítica* (Araújo, 2012) posiblemente porque no era el propósito del trabajo en indagar el porqué de la negativa.

Sin embargo, la *posición crítica* del estudiante se manifestó en las inferencias y las decisiones que tomó, de tal forma que le permitió cambiar de actitud y superar la dificultad, puesto que logró desarrollar y concretar su acción, al preguntarle *¿Cómo lograste consultar?*, **Jei** responde “*le pregunté a un tío que antes manejaba un taxi y a un vecino ahí, que trabaja de cotoero*”. De esta manera, la acción de **Jei** dentro de la actividad le imprimió un cambio en su actitud para obtener la información que requería la situación estudiada. En relación con lo anterior, Silva y Kato (2012) argumentan que el estudiante debe emprender acciones como el interés por la situación, las consultas, las reflexiones que le surgen, propiciar diálogos e interacciones, que muestren el cambio de actitudes y la *posición crítica* que el estudiante desarrolla hacia la situación en particular.

El estudiante desarrolla posiciones críticas con relación a las consultas, dado que a pesar de las adversidades que se presentan, construye sus argumentos en relación con las acciones que logra emprender con el propósito de reconocer las particularidades que se presentan en determinada problemática. Es así que las actividades de modelación matemática propuestas en el aula de clase propician la participación del estudiante (Jacobini y Wodewotzki, 2004), mediante sus argumentos, el diálogo constante, el involucramiento y la comunicación. En ese sentido, se pudo notar que hay un acercamiento a las *posiciones críticas* de los estudiantes ya que ellos trascienden (Araújo, 2012) situaciones o problemáticas de su realidad por medio de sus acciones, de las cuales se rescataron sus interpretaciones, afirmaciones y reflexiones a partir de las consultas, las interacciones, la comunicación y el diálogo.

Con relación a lo anterior, Ballestas et al. (2013) resaltan que los estudiantes adquieren una *posición crítica* cuando se potencia en ellos el uso de la modelación matemática, para reflexionar sobre aspectos sociales. En ese sentido, las posiciones de los estudiantes se catalogan

como críticas puesto que resultan del análisis y la incursión en situaciones de la vida cotidiana, con el apoyo de las matemáticas. Incursión que debe partir del reconocimiento que el estudiante hace de la situación cuando él comprenda, se involucre y actúe de forma consciente y crítica para beneficio particular o colectivo.

Es así que, las *posiciones críticas* que surgen de la incursión de los estudiantes en las situaciones de la cotidianidad cuando se vinculan por medio de las consultas, indagaciones o preguntas, de las cuales pueden buscar y extraer información para acercarse y comprender las situaciones que están estudiando. De esta manera, la vinculación de los estudiantes les permite conocer y ampliar sus participaciones dentro del contexto.

Además, las *posiciones críticas* están asociadas a las interacciones que se dan en el aula de clase y en el desarrollo de las actividades, donde los estudiantes a través del diálogo, las discusiones y la toma de decisiones, con respecto a las situaciones y al trabajo que realizan, resaltan la comunicación y la exposición de argumentos en correspondencia con los intereses particulares y colectivos. También es relevante asociar las *posiciones críticas* con la trascendencia, la reacción y el cambio de actitudes que tienen los estudiantes cuando perciben, describen, explican y reflexionan acerca de las situaciones del contexto del comercio y el turismo, y al proceso de enseñanza y aprendizaje. En ese sentido, la trascendencia de los estudiantes permite que además de identificar problemáticas sociales, también estén en la capacidad de reaccionar frente a ellas.

Los resultados matemáticos como alternativa para desarrollar *posiciones críticas* en los estudiantes.

En este apartado se presentan situaciones que se desprenden de las actividades de modelación matemática, donde se exponen los resultados matemáticos dados por los estudiantes

que los lleva a desarrollar una *posición crítica*. Al respecto, Araújo (2012) menciona que la modelación matemática propicia en el estudiante un conjunto de habilidades hacia una postura intelectual y crítica, en la medida en que él tenga la capacidad de sacar conclusiones a partir de datos y cálculos matemáticos con el fin de hacer inferencias sobre situaciones de la realidad.

Es así que los resultados o certezas matemáticas fueron estipuladas como una alternativa para desarrollar en los estudiantes una *posición crítica*, la cual puede estar caracterizada por las inferencias que ellos hacen de determinada situación a través de conocimientos previos, operaciones y cálculos matemáticos, y del uso de conceptos y procedimientos que les permitieron tomar decisiones, promover la incursión y el empoderamiento de las situaciones cotidianas.

En la propuesta de las actividades de modelación, además de involucrar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje y en las situaciones resultantes de la cotidianidad, también se enfocó el trabajo matemático para llegar a comprender las decisiones e inferencias a partir de los resultados obtenidos hacia la caracterización de una *posición crítica* de los estudiantes.

En efecto, con base en la actividad del agua se plantearon preguntas que apuntaron a la exploración de diferentes datos numéricos que poseen los envases plásticos de agua (bolsas), tales como la cantidad de agua (volumen-capacidad) y precio, y otras características como la marca, las unidades de medida y el tamaño del empaque. Estos datos se tuvieron en cuenta como una forma de promover en los estudiantes interpretaciones a partir de las comparaciones y de lo que perciben para lograr un acercamiento y reconocimiento de la situación.

De esa forma, en términos de Barbosa (2001) el docente plantea la situación con el propósito de involucrar de manera activa y participativa a los estudiantes. Es así que propuse las preguntas *¿Cuáles son las diferencias entre los envases? ¿Cómo se mide la cantidad de agua?*

¿Cuál es la unidad de medida? Como una forma de propiciar en los estudiantes el reconocimiento de la situación y una motivación hacia lo que ellos perciben y argumentan mientras interactúan con este contexto en particular. Las respuestas y resultados de los estudiantes se muestran en las ilustraciones de la 12 a la 15.

Ilustración 12. Respuestas de Jei con relación a la exploración de la información de los envases de agua.

Actividad del agua	Transcripción
<p>las diferencias que encontramos son: el tamaño, la cantidad de agua, la marca Universal y Serena, la medida, la diferencia de empresas; también es una de tubería y una de empresa.</p>	<p>Las diferencias que encontramos son: el tamaño, la cantidad de agua, la marca Universal y Serena, la medida, la diferencia de empresas, también es una de tubería y una de empresa.</p>
<p>- Por medio de la medida que tiene el vaso - Centímetros - Cm³, milímetros, litros,</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Por medio de la medida que tiene el vaso - Centímetros - Cm³, mililitros, litros

Ilustración 13. Respuestas de Sofi con relación a la exploración de la información de los envases de agua.

Actividad del agua	Transcripción
<p>Las diferencia entre los envases son que algunos son mucho más grandes, algunos traen más agua, que tienen precios diferentes, que algunos son más tienen diferente tamaño que no todos tienen la misma medición, algunos sirven para medir una cosa y otros envases son especiales para medir otras por ejemplo: un envase de agua no sirve para medir la temperatura del agua etc.</p>	<p>Las diferencia entre los envases son que algunas son mucho más grandes, algunas traen más agua, que tienen precios diferentes, que algunas tienen diferente tamaño, que no todos tienen la misma medición, algunos sirven para medir una cosa y otros envases son especiales para medir otras, por ejemplo: un envase de agua no sirve para medir la temperatura del agua etc.</p>
<p>Se mide en: mililitro centímetro cúbico litros</p>	<p>Se mide en: Mililitro Centímetro cúbico Litros</p>

Ilustración 14. Respuestas de Yeni con relación a la exploración de la información de los envases de agua.

Actividad del agua	Transcripción
<p>La diferencia es que cada una tiene una medida diferente: 360 ml, 2.4 litros, 250 ml. 600 cm³.</p>	<p>La diferencia es que cada una tiene una medida diferente. 360ml, 2.4litros, 250ml, 600cm³</p>
<p>el envase contiene 2.4 litros la cantidad de agua se mide con ml o centímetros cúbicos. medida- ml. y son mililitros.</p>	<p>El envase contiene 2.4 litros La cantidad de agua se mide en ml o centímetros cúbicos. Medida-ml y son mililitros.</p>

Ilustración 15. Respuestas de Meli con relación a la exploración de la información de los envases de agua.

Actividad del agua	Transcripción
<p>Son diferentes cada uno de ellos. Tienen diferente tamaño. Diferente precios etc</p>	<p>Son diferentes, cada uno de ellos tienen diferente tamaño. Diferentes precios, etc.</p>
<p>Se mide con litros, ml, centímetros.</p>	<p>Se mide con litros, ml, centímetros.</p>

De acuerdo con la pregunta que permitió indagar las diferencias encontradas en las bolsas de agua, los estudiantes **Jei**, **Sofi** y **Meli** plantearon respuestas que surgieron del contacto y observación de los empaques en las que se pudo identificar inferencias enfocadas en la descripción; en cambio, la estudiante **Yeni** le apostó al uso expresiones matemáticas (números y unidades de medida) como una forma de describir lo que percibió. Es ahí donde Barbosa (2001) señala que el estudiante a través del trabajo que realiza en las actividades de modelación,

desarrolla la capacidad de describir y analizar situaciones reales, donde sus percepciones y puntos de vista surgen del uso cotidiano de las matemáticas.

Por otra parte, los conocimientos previos que tienen los estudiantes con respecto a las unidades de medida de capacidad, les permite comprender la relación que existe entre lo que ellos saben y la información que las bolsas de agua proporcionan, ya que el empaque de la bolsa que contiene 600 centímetros cúbicos de agua viene dada por la expresión 600 c.c. (refiriéndose a las letras como centímetros cúbicos), es ahí donde el estudiante establece tal relación e interpretación. Esto se puede evidenciar en los resultados o respuestas de las preguntas *¿Cómo se mide la cantidad de agua? ¿Cuál es la unidad de medida?* donde **Jei** y **Yeni** usan la expresión cm^3 . En cambio, la estudiante **Sofi** presenta sus respuestas en letras para expresar *centímetros cúbicos*.

Por otra parte en el equipo de **Meli** se notó la dificultad para interpretar la información de los 600 c.c. ya que confundieron las unidades de medida de capacidad con las unidades de longitud, al expresar que esa bolsa en particular (600 c.c.) se mide en *centímetros*. En ese sentido, en el rol de docente e investigador, pude retomar el error para generar la siguiente discusión con el equipo de **Meli**.

Investigador: *¿En cuál empaque el agua se mide en centímetros?*

Equipo: *“el de 600 [c.c.]”*

Investigador: *¿Por qué?*

Equipo: *eso está malo, ¿Cierto profe?*

Investigador: *¿Qué significa c.c.?*

Equipo: *yo creo que centímetros cuadrados, ¿no?*

Meli: *profe yo digo que no*

Investigador: *¿Por qué dices que no, Meli?*

Meli: *Porque usted una vez nos explicó, cuando hicimos los cubos
¿recuerda?, que usted nos dijo que el volumen da en centímetros
cúbicos, ¿no?*

Investigador: *¿Qué dicen ustedes [grupo]?*

Meli: *Si profe, 600c.c. son centímetros cúbicos*

De esta manera, se pudo generar, a partir del error, un diálogo que le permita al estudiante reaccionar y comprender lo que vive y utiliza cotidianamente, en correspondencia con los conocimientos que posee, como una forma de posicionarse críticamente. También se pudo generar una excusa para aprender y propiciar en los estudiantes la posibilidad de relacionar lo que viven, con las matemáticas, en correspondencia con el significado que adquiere un dato en el contexto inmediato. Al respecto, Silva y Kato (2012) resaltan que los estudiantes, a través de las actividades de modelación matemática, utilizan sus conocimientos matemáticos o aquellos que estén relacionados con lo que viven de forma cotidiana, para describir, interpretar, analizar y desarrollar la capacidad de percibir, interactuar y comprender las situaciones que estudian.

Con respecto a la exploración del volumen en relación con la capacidad de las bolsas de agua (de diferentes unidades de medida), donde se dan las relaciones entre los dos conceptos a partir del uso se pudo establecer equivalencias entre ellas (mililitros, centímetros cúbicos, litros y metros cúbicos). De esta manera y con lo que plantean Silva y Kato (2012), las experiencias de

la realidad de los estudiantes permitieron otras formas de desarrollar las clases de matemáticas, de utilizar información numérica, de usar conceptos matemáticos, de reconocer y comprender lo que sucede a su alrededor, y de descubrir el papel que ellos toman en su propio aprendizaje.

Como parte importante del proceso de construcción de los conceptos, los estudiantes realizaron mediciones directas a través de elementos de medida de capacidad como el Beaker, acción que les permitió aplicar las equivalencias entre las unidades de medida por medio de mediciones indirectas, es decir, por medio de operaciones y cálculos matemáticos, aspectos que se pueden evidenciar cuando los estudiantes resuelven las inquietudes ¿Cuánta cantidad de agua del Beaker necesitas para tener 3 litros de agua? ¿Cuánta cantidad de agua de Beaker necesitas para tener 2200cm³? De las cuales se obtienen las siguientes respuestas:

Ilustración 16. Solución propuesta por Sofí

Actividad del agua	Transcripción
<p>Se necesitan 8 beaker de 350 ml y 200 ml</p> $\begin{array}{r} 350 \\ \times 8 \\ \hline 2800 \\ + 200 \\ \hline 3000 \end{array}$	<p>Se necesitan 8 Beaker de 350 ml y 200 ml</p> $\begin{array}{r} 350 \\ \times 8 \\ \hline 2800 \\ + 200 \\ \hline 3000 \end{array}$
<p>350 x 6 2100 Se necesitan 6 Beaker mas 100ml de agua</p>	<p>350 <u> </u> x 6 2100 Se necesitan 6 Beaker más 100ml de agua</p>

Ilustración 17. Solución propuesta por Jei.

Actividad del agua	Transcripción
Se necesita 3000 cm ³ Se necesitan 8 Beaker grandes de 350ml y dos y medio de 80ml.	Se necesita 3000cm ³ Se necesitan 8 Beaker grandes de 350ml y dos y medio de 80ml
Se necesita 6 Beaker grandes de 350ml un Beaker pequeño y un cuarto que mide 80 ml	Se necesita 6 Beaker grandes de 350ml Un Beaker pequeño y un cuarto que mide 80ml

Ilustración 18. Solución propuesta por Yeni

Actividad del agua	Transcripción
Se necesitan 3000 ml para lograr obtener 3L. $\begin{array}{r} 250 \\ \times 12 \\ \hline 500 \\ 2500 \\ \hline 3000 \end{array}$	Se necesitan 3000ml para lograr obtener 3L $\begin{array}{r} 250 \\ \times 12 \\ \hline 500 \\ 2500 \\ \hline 3000 \end{array}$
8 vasos de 250 ml y 1 vaso de 200 ml.	8 vasos de 250ml y 1 vaso de 200ml

Ilustración 19. Solución propuesta por Meli.

Actividad del agua	Transcripción
Se necesitan 12 beaker de 250 ml $250 * 12 = 3000$	Se necesitan 12 beaker de 250ml $250 * 12 = 3000$
Se necesitan 8 beaker de 250 $250 * 8 + 200 = 2200$	Se necesitan 8 beaker de 250 $250 * 8 + 200 = 2200$

Las soluciones o respuestas de los estudiantes **Sofi, Jei, Yeni y Meli**, evidencian la comprensión de las equivalencias entre las unidades de medida, puesto que calcularon cuántos

beakers –en mililitros– son necesarios para tener 3 litros, y cuántos beakers son necesarios para tener 2200 cm^3 respectivamente. De las soluciones, cabe resaltar que cuando **Sofi** respondió “*Se necesitan 8 Beakers de 350ml y 200ml*” y “*Se necesitan 6 Beakers más 100ml de agua*” argumentó sus respuestas mediante operaciones matemáticas (multiplicación y suma), en su lugar, **Je**i tuvo en cuenta la medida de dos beakers, uno de 350ml y otro de 80ml.

Aquí se puede ver que las operaciones y resultados matemáticos surgen de las acciones de los estudiantes cuando se vinculan en las actividades enfocadas a partir la modelación matemática. Este aspecto lo resalta Barbosa (2008), puesto que la modelación matemática en la perspectiva socio-crítica es útil para apoyar las experiencias de los estudiantes en el aula y la función que ésta cumple cuando se dan las interacciones entre el profesor y las acciones que ellos realizan.

Es así que el diálogo constante y la relación entre el profesor y el estudiante, y entre ellos mismos permitió promover una educación crítica (Jacobini y Wodewotzki, 2004), donde se potenciaron las interacciones entre los actores del proceso educativo como una forma de posicionarse críticamente. Estas interacciones al interior del aula a partir de la solución que presentó el equipo de **Je**i muestra su justificación después de hacer los cálculos correspondientes, y que se puede evidenciar en el diálogo con el investigador:

L48 Investigador: ocho (8 beakers) grandes, ¿cuánto son?

L49 **Je**i: dos mil ochocientos (2800ml)

L50 Investigador: ¿y cada uno (beaker) tiene cuánto?

L51-52 Equipo de **Je**i: trescientos cincuenta (350ml, **Je**i mueve la cabeza confirmando la respuesta de su equipo)

- L53-55 **Jei:** nos da dos mil ochocientos (2800ml), pero si cogemos tres beakers pequeño (80ml) y el tercero cogemos y lo cortamos en la mitad, así fue que nos dio.
- L56 Investigador: por eso, ¿tres litros son cuánto?
- L57-60 **Jei:** ocho beakers grandes que son dos mil ochocientos (2800ml), dos beakers pequeñitos me daría ciento sesenta (160ml), más la mitad que es cuarenta (40ml) me daría doscientos (200ml), es la cantidad que necesitamos par llegar a tres mil (3000ml)

En el diálogo con **Jei** se puede ver que él se refiere a los datos indistintamente de su correspondiente unidad de medida, esto se da porque tiene presente la equivalencia entre litros, mililitros y centímetros cúbicos. Además, en la respuesta que el estudiante presenta en la ilustración 17, dice que “*se necesita 3000cm³*”, de igual forma, en las líneas L57-60 se puede ver que establece sus argumentos con resultados y operaciones matemáticas, como una forma de darle solución a la situación planteada y verificar que el resultado es el mismo, ya sea en centímetros cúbicos (cm³) o mililitros (ml).

Por otra parte, los estudiantes realizan sus cálculos de acuerdo a los conocimientos que poseen y aquellos que desarrollan en las actividades de modelación matemática, la cual se ve reflejado en las estrategias que utilizan para dar solución a determinada situación. Una de esas estrategias es la justificación -en palabras- de sus respuestas al plantear una solución diferente con el uso de la estructura aditiva, a partir de la asociación de las relaciones entre adición y sustracción, lo cual se puede evidenciar en la ilustración 18 cuando **Yeni** respondió “*se necesitan 3000ml para lograr obtener 3L*” la cual deja ver en su argumento matemático “ $250 \times 12 = 3000$ ” la

cantidad de beaker necesarios para obtener los 3litros, y cuando respondió “8 vasos de 250ml y un vaso de 200ml” pudo dar cuenta de forma verbal de la cantidad de beakers necesarios y la cantidad que falta para solucionar la situación.

Otra estrategia de los estudiantes se da cuando justifican su proceder con las operaciones necesarias para dar solución a los interrogantes planteados, como una forma de argumentar lo que expresan en palabras, tal como lo se observa en la ilustración 19, donde **Meli** respondió “se necesitan 12 beaker de 250ml” y “se necesitan 8 beaker de 250” y luego lo justificó con las operaciones “ $250 \times 12 = 3000$ ” y “ $250 \times 8 + 200 = 2200$ ” respectivamente.

Las respuestas de los estudiantes a las dos preguntas anteriores dan cuenta de que tomaron una postura crítica, cuando efectuaron el proceso para verificar la respuesta a partir de cálculos y resultados matemáticos, puesto que ambas preguntas pudieron haberse resuelto con una división como procedimiento matemático que vincula la cantidad de agua y la capacidad de mililitros por Beaker. En ese sentido, las consideraciones de Araújo (2012) sustentan que las conclusiones que el estudiante expone a través de cálculos matemáticos son producto de actividades intelectuales de las cuales se logra el desarrollo *posiciones críticas*, tales posiciones se caracterizaron por las operaciones y los resultados matemáticos que se sustentan en los procedimientos utilizados por el estudiante para llegar a la solución de una situación planteada.

Por otra parte, es importante resaltar que la situación crítica en la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes se enfocó en la separación que existe entre las situaciones reales y el uso de conceptos y procedimientos, donde las matemáticas están lejos de ser útiles para la sociedad. De esta manera, las actividades de modelación matemática son fundamentales en la comprensión del trabajo que emprenden los estudiantes, puesto que cobran importancia cuando ellos son capaces

de interpretar la situación que enfrentan y sustentar sus respuestas después de haber utilizado las matemáticas, como características de una *posición crítica*.

En correspondencia con lo anterior, en el aprendizaje se tuvo en cuenta el contexto como un ambiente que rodea a los estudiantes (MEN, 1998). En este caso, la actividad de modelación como ambiente para el aprendizaje permitió que los estudiantes y el profesor desempeñaran un rol activo en los diálogos e interacciones que se generaron, en el cual los resultados y cálculos matemáticos que realizan, justifican su proceder y cobran sentido en situaciones de la realidad. Es así que al abordar el concepto de capacidad propuesto en las actividades de modelación como un contexto que se estudió a partir de su aplicación y no de la repetición, permitió considerar y rescatar aspectos conceptuales, procedimentales y reflexivos.

De acuerdo con lo anterior, Barbosa (2004) plantea que las actividades de modelación matemática contribuyen a colocar lentes críticas con respecto a las aplicaciones de las matemáticas, donde se considera el hecho de que cuando los estudiantes utilizan los conocimientos que poseen y los que adquieren con las experiencias, los provee de capacidades para comprender lo que realizan, para transformar sus aprendizajes y para desenvolverse en nuevas acciones que se les pueda presentar.

Con respecto a lo anterior, se propuso a los estudiantes una situación que les implicó el uso de conceptos y procedimientos para llegar a tomar decisiones y desarrollar en ellos *posiciones críticas*. Así, se planteó un problema para salir del contexto de la actividad práctica y demostrativa como camino al proceso de abstracción. Este problema decía: *Alberto pide en la tienda 4 bolsas de agua de 6 litros cada una, pero en la tienda solo hay bolsas pequeñas de agua. ¿Cómo puedes ayudar al tendero para cumplir el pedido de Alberto?*, tras el problema, emergieron las siguientes respuestas:



Ilustración 20. Solución propuesta por Jei para ayudar al tendero.

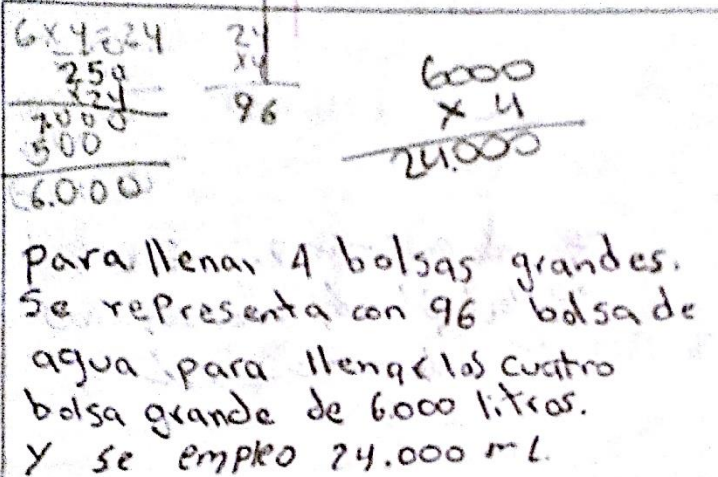
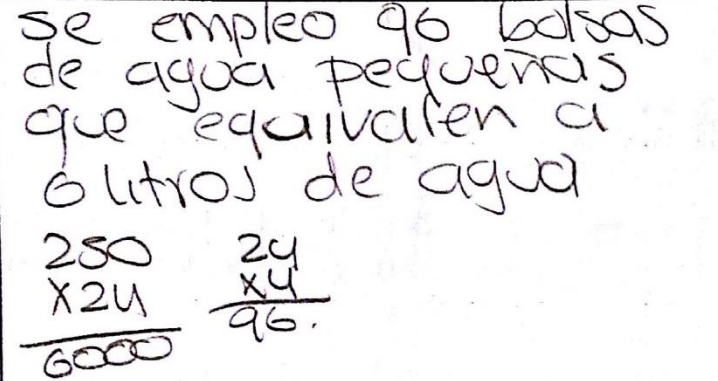
Actividad del agua	Transcripción
	$6 \times 4 = 24 \quad 24$ $\begin{array}{r} 250 \\ \times 4 \\ \hline 1000 \\ 1000 \\ \hline 1000 \\ 500 \\ \hline 6000 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6000 \\ \times 4 \\ \hline 24000 \end{array}$ <p>Para llenar 4 bolsas grandes. Se representa con 96 bolsa de agua para llenar los cuatro bolsa grande de 6.000 litros y se empleó 24.000 ml</p>

Ilustración 21. Solución Propuesta por Yeni para ayudar al tendero.

Actividad del agua	Transcripción
	<p>Se empleó 96 bolsas de agua pequeñas que equivalen 6 litros de agua.</p> $\begin{array}{r} 250 \\ \times 24 \\ \hline 6000 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6000 \\ \times 4 \\ \hline 24000 \end{array}$

En ambos casos, **Jei** y **Yeni** toman la decisión de utilizar bolsas pequeñas de 250 ml debido a la información que generó la exploración del contexto a partir de las preguntas iniciales de la actividad de modelación. De esta manera, los estudiantes hacen uso de los conocimientos que poseen, pero es poco claro cuando realizan los procedimientos y presentan la justificación de

sus respuestas. En este sentido, la intervención y la reflexión como docente investigador (Silva y Kato, 2012), se propiciaron preguntas cuando los estudiantes socializaron y que llevaron a descubrir el error a partir de la comparación de cantidades y sus unidades de medida en la situación particular y en otras actividades similares.

Investigador: *¿Ustedes escogieron bolsitas [de agua] de doscientos cuarenta mililitros?*

Yeni: *Son doscientos cincuenta mililitros.*

Equipo: *Cuatro bolsas de doscientos cincuenta mililitros me da la cantidad de mil [ml], que es un litro, entonces nosotros fuimos sumando ahí hasta que nos dio que la cantidad era veinticuatro bolsas de las pequeñas pa [para] que nos diera la catidad deseada.*

Investigador: *¿En total necesitan cuantas bolsas?*

Equipo: *Veinticuatro, para llegar a los seis mil [ml]*

Investigador: *¿Cuánto pidió Alberto?*

Equipo: *Cuatro bolsas.*

Investigador: *Cuatro bolsas de seis litros, o sea que las veinticuatro forman una bolsa, entonces, para las cuatro bolsas ¿Cuántas son?*

Yeni: *Noventa y seis, porque veinticuatro por cuatro son noventa y seis.*

Aquí se puede ver que el estudiante ratifica la evolución de las soluciones que plantea en torno a la situación y como lo señala Cruz (2006), tales situaciones implicaron en el equipo de estudiantes la toma de decisiones cuando implementan información numérica que no poseen, la

interpretación a partir de las operaciones que realiza y los análisis que los resultados matemáticos generan a través de su respuesta. De esta forma, se pudo considerar que las soluciones que los estudiantes presentaron después de utilizar operaciones y cálculos matemáticos, permiten desarrollar posturas críticas que se caracterizan por los aspectos que menciona Cruz (2006), y por acciones como el uso de los conocimientos previos, las estrategias aritméticas de los estudiantes, el empoderamiento y la comprensión del contexto cercano de los estudiantes.

Con base en lo anterior, las actividades de modelación matemática permite a los estudiantes acciones para ampliar la visión que tienen de la vida escolar, de las situaciones que enfrentan cotidianamente y de la importancia de estas en el estudio de las matemáticas (Silva y Kato, 2012). De esta forma, los estudiantes tuvieron un acercamiento a las *posiciones críticas*, donde ellos toman decisiones a partir de los resultados obtenidos de forma independiente a los procedimientos matemáticos que utilicen, puesto que las situaciones a las cuales ellos se ven enfrentados están en relación con los conocimientos que poseen.

Se resalta el intercambio con otros estudiantes para que los errores de procedimiento (aparte de la comprensión) sean superados y revisados con el par (potenciar la relación entre los estudiantes como medio de verificación de respuestas, además de construcción de argumentos).

En relación con la situación anterior, las siguientes ilustraciones muestran las respuestas de **Meli y Sofi**.

Ilustración 22. Solución propuesta por Meli para ayudar al tendero.

Actividad del agua	Transcripción
$\begin{array}{r} 6000 \\ \times 4 \\ \hline 24000 \text{ mL} \end{array}$ <p>se emplearon 24000ml</p> <p>Si las bolsas pequeñas son de 500 ml</p> $\begin{array}{r} 24000 \overline{) 500} \\ 4000 \ 48 \\ \hline 000 \end{array}$ <p>Para ayudar al tendero a cumplir con el pedido se necesitan 48 bolsas pequeñas de 500 ml</p>	$\begin{array}{r} 6000 \\ \times 4 \\ \hline 24000 \text{ ml} \end{array}$ <p>Se emplearon 24000ml</p> <p>Si las bolsas pequeñas son de 500ml</p> $\begin{array}{r} 24000 \overline{) 500} \\ 4000 \ 48 \\ \hline 000 \end{array}$ <p>Para ayudar al tendero a cumplir con el pedido se necesitan 48 bolsas pequeñas de 500ml</p>

Ilustración 23. Solución propuesta por Sofi para ayudar al tendero.

Actividad del agua	Transcripción
$\begin{array}{r} 6000 \text{ ml} \\ \times 4 \\ \hline 24.000 \text{ ml} \end{array}$ <p>R/: Se empleo 24.000 ml de Agua para las 4 bolsas</p> <p>Las bolsas pequeñas son de 300ml</p> $\begin{array}{r} 24.000 \overline{) 300} \\ 0000 \ 80 \end{array}$ <p>el pedido de Alberto se cumple con 80 bolsas de 300 ml de agua</p>	$\begin{array}{r} 6000 \\ \times 4 \\ \hline 24000 \end{array}$ <p>R/: Se empleó 24000 ml de agua para las 4 bolsas</p> <p>Las bolsas pequeñas son de 300ml</p> $\begin{array}{r} 24000 \overline{) 300} \\ 0000 \ 80 \end{array}$ <p>El pedido de Alberto se cumple con 80 bolsas de 300ml de agua</p>

En ambos casos los estudiantes demuestran que se tomó una decisión con respecto al problema planteado, puesto que no se precisó el contenido de las bolsas pequeñas las cuales podían variar de acuerdo a la forma como los estudiantes percibieron la situación o la bolsa con

la cual tiene contacto desde el contexto, esto se puede ver en las conclusiones de **Meli** y **Sofi**, cuando expresan “*Si las bolsas pequeñas son de 500ml*” y “*Las bolsas pequeñas son de 300ml*” respectivamente.

Además, **Jei** y **Yeni** argumentaron sus respuestas cuando efectuaron el proceso para verificarlas, en cambio **Meli** y **Sofi** mostraron sus argumentos con el uso de los procedimientos matemáticos correspondientes que surgieron después de comprender y decidir sobre la situación, aspectos que se pueden justificar cuando ellas desarrollan las operaciones “ $24000 \div 500 = 48$ ” y “ $24000 \div 300 = 80$ ”. En ese sentido, cuando las estudiantes responden “*Para ayudar al tendero a cumplir con el pedido se necesitan 48 bolsas pequeñas de 500ml*” y “*El pedido de Alberto se cumple con 80 bolsas de 300ml de agua*” respectivamente, se puede considerar que sus alternativas de solución y las respuestas emergieron del uso adecuado de conceptos, operaciones y procedimientos matemáticos, como aquellos que favorecen el aprendizaje de los estudiantes y el empoderamiento de argumentos que les permitan desarrollar *posiciones críticas*.

Al respecto, el MEN (2006) resalta la forma como los estudiantes se involucran con situaciones de la cotidianidad por medio de las matemáticas, en la que puedan desarrollar la habilidad de hacer cálculos y utilizar los resultados matemáticos para pensar, discutir, argumentar y construir sus conocimientos con relación a las situaciones reales, aspectos que se pueden favorecer un acercamiento a las *posiciones críticas* en la sociedad.

De esta manera, las actividades de modelación matemática permitieron que los estudiantes se involucraran (Cruz, 2006) en la situación por medio de las operaciones matemáticas y los resultados obtenidos, cuyos resultados dejaron ver sus descripciones, sus explicaciones y la toma de decisiones en las soluciones que plantearon. Por lo tanto, las actividades de modelación matemática posibilitaron el uso de los conceptos y procedimientos matemáticos

de una forma diferente, tal como lo establece Martínez (2003), donde el contexto se refiere a las diversas situaciones que dan sentido a los conceptos matemáticos, y que se precisan en la acción de los estudiantes.

Al igual que la actividad del agua, en la actividad del servicio de transporte público y las comidas típicas, la *posición crítica* de los estudiantes es caracterizada por las inferencias asociadas con las conclusiones que extraen a partir de las soluciones que plantean; tales conclusiones surgen de las relaciones entre las matemáticas y la ejecución de la situación. En ese sentido, la *posición crítica* que desarrollan los estudiantes, a partir del trabajo en el aula de clase, hace referencia a los argumentos matemáticos, los cuales están relacionados con las inferencias y conclusiones que surgen de los resultados que ellos obtienen después de darle solución a la situación. Es así que, las reflexiones de los estudiantes hacia las situaciones que enfrentan, la actividad escolar y la producción de sus conocimientos en particular, son el resultado de la solidez y coherencia de tales argumentos.

Otra caracterización de las *posiciones críticas* de los estudiantes son las operaciones y los cálculos matemáticos que están asociados con los algoritmos necesarios que utilizan los estudiantes en la solución de la situación, donde se tienen en cuenta los datos que proporciona. En esta caracterización se consideran relevantes los conocimientos que tienen los estudiantes (Silva y Kato, 2012) y que adquieren en el desarrollo de las actividades de modelación.

Conforme se mencionó en el capítulo anterior, la actividad del servicio de transporte público se desarrolló con los estudiantes de grado 7^oB del cual hace parte el estudiante **Jei**. En esta actividad se planteó la pregunta *¿Cómo puedes calcular la ganancia de un conductor de taxi, que viaja a Montería, en un día de trabajo?* y de acuerdo con las variables que se establecieron en el apartado anterior con relación al oficio, permitió que el estudiante

determinara por medio de cálculos matemáticos, la posible ganancia de un conductor de taxi por cada viaje. La respuesta se puede ver en la siguiente ilustración:

Ilustración 24. Cálculo de la ganancia de un conductor de taxi en un día de trabajo. Respuesta de Jei.

Actividad del transporte público	Transcripción
<p>Se calcula que el cupo es de 4 puestos cada pasajero paga 12.000 total de 48.000 paga en el pasaje 7.000 le quedan 41.000 tanquear 2000, le quedan 29.000 le paga al recogedor 2.000 y le vienen quedando 19.000 esto es una sola vuelta lo salvan las encomiendas</p> $ \begin{array}{r} 12.000 \\ \times 4 \\ \hline 48.000 \\ - 7.000 \\ \hline 41.000 \\ - 20.000 \\ \hline 21.000 \\ - 2.000 \\ \hline 19.000 \end{array} $	<p>Se calcula que el cupo es de 4 puestos, cada pasajero paga 12000 total de 48000, paga en el peaje 7000 le quedan 41000, tanquear 2000 le quedan 21000, le paga al recogedor 2000 y le vienen quedando 19000, esto es una sola vuelta, lo salvan las encomiendas.</p> $ \begin{array}{r} 12000 \\ \times 4 \\ \hline 48000 \\ - 7000 \\ \hline 41000 \\ - 20000 \\ \hline 21000 \\ - 2000 \\ \hline 19000 \end{array} $

Como se mencionó en el apartado anterior, en la exploración de la labor que realizan los conductores de taxi, se pudo ver que **Jei** consideró aspectos que son relevantes en un día de trabajo y algunos que pueden influir. De esta manera, se puede considerar que el estudiante, al calcular la ganancia del conductor, surgió la necesidad del reconocimiento de algunos aspectos que influyen, y que el estudiante muestra cuando se planteó la pregunta *¿Qué gastos consideras tú, tiene un conductor de taxi de la empresa Cointur en un día de trabajo?* A la que **Jei** responde “los gastos son: la gasolina, el peaje, planilla, la limpieza del vehículo”.

En ese sentido, las conclusiones matemáticas se consideran certeras (Araújo, 2012) al tener en cuenta los conocimientos que el estudiante tiene y los que desarrolla mientras interactúa

con las situaciones del contexto, le permite establecer argumentos que emergen de los cálculos y operaciones matemáticas que él realiza. Esto se puede ver en la solución que plantea **Jei** en la ilustración 24, cuando expresa “*se calcula que el cupo es de 4 puestos, cada pasajero paga 12000 total de 48000*”, justifica que el número de pasajeros es fijo o constante, puesto que el taxi parte a su destino con el cupo completo, así como los otros aspectos (peaje, gasolina, recogedor) que influyen en los gastos que reducen la ganancia del conductor en un día de trabajo. Además, en el apartado anterior, en las líneas L16-20 entre el docente y el estudiante **Jei** evidencia una relación de dependencia entre la ganancia y la cantidad de viajes o vueltas que realiza.

Con relación a la actividad de modelación sobre los platos típicos, las estudiantes **Yeni, Meli y Sofi** tuvieron la posibilidad de dar a conocer sus gustos, en la situación que se propuso “*Elabora una propuesta de tu plato que sea económico para los turistas. ¿Cuál sería el precio que propones para tu plato típico?*” y así, se involucraron en la elaboración de su plato a través de consultas. Para ello fue necesario el apoyo de familiares y personas de la comunidad conocedoras del tema. De esta forma, las estudiantes por medio de sus consultas y análisis se enfocaron en aspectos referentes a la materia prima, que podrían variar el precio de venta. Las respuestas de las estudiantes se precisan en las siguientes ilustraciones:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Ilustración 25. Precio del plato típico propuesto por Meli y Sofi. Imágenes de la diapositiva presentada por el grupo.

Ingredientes	Cantidad	Precio
Arroz	Una Libra Y Media	2700
Coco	2 Unidades	1400
Pescado	Una Libra	6000
Plátano	5 Unidades	1000
Limón	5 Unidades	1000
Sal	2 Cucharaditas	300
Agua	2 Tazas Y Media	300
Aceite	250 Gramos	1000
Ajo	1 Cabecita	300
Panela	Media	500

¿Por Qué Elegimos El Precio De Esa Comida?

Elegimos ese precio porque el costo de los ingredientes para la comida es de 20.000 pesos y como son para 5 personas el plato sale a 4.000 y lo vendemos a 10.000 para poder tener una ganancia de 6.000.

Ilustración 26. Precio del plato típico propuesta por Yeni.

- El precio del plato sería \$ 2070
pero para ganancia sería a \$ 6.000

- NOS gastamos \$ 20.700 en gastos.

- Ingredientes

- camarón y marisco = 5000
- cebolla → = 2.800
- Salsa de tomate = 800
- Mayonesa → = 800
- limón → = 800
- sal → = 300
- vasos → = 1000
- cucharas → = 1500
- Papel plástico → = 2.800
- galletas → = 900
- picante → = 1000
- gas → = 3.000

\$ 20.700 → para 10 porciones grandes.

Los argumentos de los estudiantes a partir del uso de operaciones y procedimientos empleados para plantear la solución de situaciones del contexto cercano, posibilitan el desarrollo de *posiciones críticas*, puesto que los resultados matemáticos que obtienen (Araújo, 2012) surgen de la identificación de variables que influyen en la descripción de una situación. En efecto, en la

ilustración 10 **Meli y Sofi** dejan ver que en elaboración de un plato típico y su venta influyen aspectos como los servicios públicos necesarios, transporte de alimentos y la mano de obra, en cambio **Yeni** en la ilustración 11 considera otros aspectos como los empaques plásticos.

Además, los resultados matemáticos surgen de la comprensión de las situaciones cotidianas de acuerdo a lo que conocen y perciben de ella, esto se puede evidenciar cuando **Meli y Sofi** responden *“elegimos ese precio porque el costo de los ingredientes para la comida es 20000 pesos y como son para 5 personas el plato sale a 4000”*, y cuando **Yeni** responde *“nos gastamos \$20700 para 10 porciones grandes, el precio del plato sería \$2070”*. En ambos casos se puede observar que los argumentos surgieron de cálculos matemáticos donde se consideraron variables que están presentes en la situación, puesto que propusieron el precio de venta al público de tal manera que implique una ganancia por unidad, propuesta que se justifica cuando **Sofi y Meli** responden *“lo vendemos a 10000 (pesos) para poder tener una ganancia de 6000 (pesos)”*, y cuando **Yeni** responde *“para ganancia sería a \$6000”*.

En correspondencia con lo anterior, se puede ver que emergen situaciones que Skovsmose (1999) cataloga como críticas, donde se rescata la re-acción de los estudiantes por medio de las reflexiones que ellos extraen. En efecto, al preguntarle a **Sofi y Meli** *¿Por qué seis mil pesos de ganancia?*, las estudiantes responden *“¡Ay profe! Si cada plato sale a cuatro mil pesos, pero hay que tener en cuenta los servicios, pagarle a quien transporte los alimentos y el tiempo de la persona que hace la comida”*. En este diálogo, los estudiantes hacen propuestas que emergen del análisis de lo que han vivido y de las múltiples variables que analizan desde la propuesta de un precio de venta de un plato de comida. Es importante, como los estudiantes colocan otras variables que no son matemáticas, pero que influyen en el costo de un plato a nivel

comercial (beneficio desde lo económico, pero sin olvidar los aspectos sociales que permean tanto a los vendedores como a los compradores del producto que ofrecen).

Así mismo, cuando se le pregunta a **Yeni** *¿Por qué se debe vender a seis mil pesos para que haya ganancia?*, la estudiante responde *“Profe es el precio justo, porque la persona que lo vende (seviche de camarón) le toca caminar toda la playa y a veces todo el día”*. En ese sentido, los resultados matemáticos empoderan a los estudiantes de argumentos que influyen en la comprensión de las situaciones y porque no en el cambio de actitudes con relación a las problemáticas sociales con las que convive cotidianamente, de nuevo se ve reflejado un resultado matemático desde un análisis social.

De este modo, la modelación matemática en una perspectiva socio-crítica, además de vincular las operaciones y procedimientos matemáticos en el estudio de situaciones que se originan de la cotidianidad, también permite promover las *posiciones críticas* en los estudiantes (Araújo, 2009), a través de las acciones y la reacción que ellos toman con respecto a las problemáticas sociales, políticas y económicas presentes en su contexto cotidiano.

Además de caracterizar la *posición crítica* de los estudiantes a través del uso de las matemáticas (operaciones, procedimientos y cálculos), también es importante resaltar que la modelación matemática permitió que los estudiantes percibieran, aprendieran y experimentaran nuevas formas de afrontar tanto el aprendizaje, como empoderarlos hacia las situaciones y problemáticas presentes en su comunidad. Al respecto, Barbosa (2001) resalta que la modelación es considerada un ambiente de aprendizaje donde los estudiantes por medio de las actividades de modelación matemática consultaron situaciones de la realidad.

Posiciones críticas a partir de las interacciones que se generan en las actividades de modelación matemática

La información que se presenta en este apartado fue obtenida al establecer preguntas con relación a cada una de las actividades, tal es el caso de los cuestionamientos *¿Cómo les pareció el trabajo?* *¿Qué aspectos les causaron dificultad?* *¿Qué aprendieron?* con respecto a la actividad de modelación del agua que apuntó a la interpretación que los estudiantes le dan a esta, desde el proceso de enseñanza y aprendizaje por medio del desarrollo en el aula de clase. De acuerdo con los cuestionamientos, se resaltan los comentarios presentados por los grupos:

Ilustración 27. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Jei.

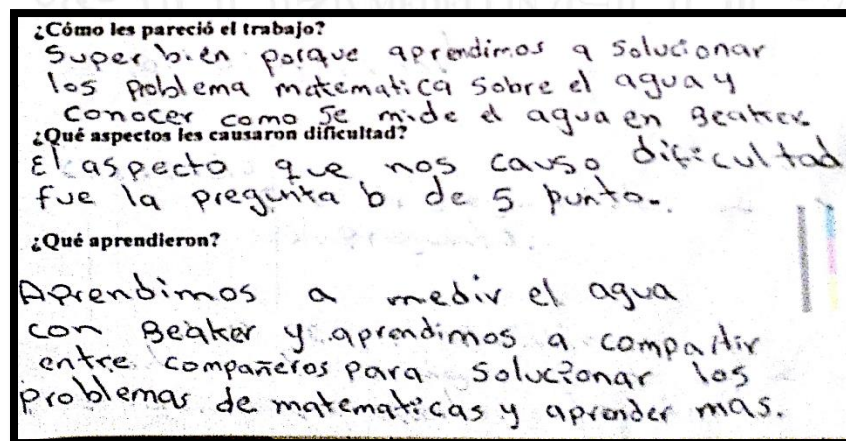


Ilustración 28. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Sofi.

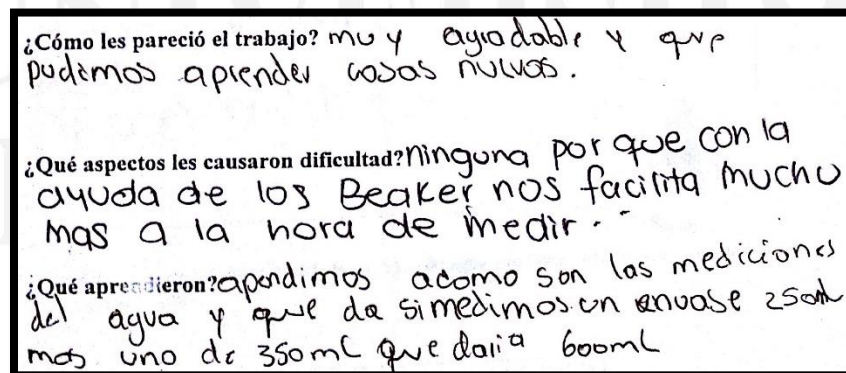


Ilustración 29. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Yeni.

¿Cómo les pareció el trabajo?
Regular

¿Qué aspectos les causaron dificultad?
Las bolsas de agua. por que se rompio una

¿Qué aprendieron?
→ a medir.
→ saber cuanto equivale cada litro y ml.

Ilustración 30. Respuestas con relación al desarrollo de la actividad. Meli.

¿Cómo les pareció el trabajo?
Bien aprendimos mucho

¿Qué aspectos les causaron dificultad?
ninguna porque con la ayuda de los beaker todo se facilito

¿Qué aprendieron? aprendimos a medir el agua a diferenciar los ml, los cc y las cantidades

Las actividades de modelación permitieron que la clase se percibiera como un entorno propicio para favorecer y motivar la participación y la vinculación activa de los estudiantes (Silva y Kato, 2012), esto se puede evidenciar en las respuestas de los estudiantes con respecto a la pregunta *¿Cómo les pareció el trabajo?*, donde **Jei** expresa *“súper bien porque aprendimos a solucionar los problema(s) (de) matemática(s)”*, de igual forma **Meli y Sofi** responden *“bien, aprendimos mucho”* y *“muy agradable y que pudimos aprender cosas nuevas”* respectivamente. Lo expresado por los estudiantes resalta la importancia de las actividades de modelación con sus múltiples situaciones que conllevan a propiciar el aprendizaje de las matemáticas a través de la cercanía con aspectos cercanos al estudiante o su familia (Araújo, 2009; Silva y Kato, 2012),

aspecto que reafirman cuando en la actividad se preguntó *¿Qué aprendieron?*, los estudiantes respondieron:

Jei: *“Aprendimos a medir el agua con el Beaker y aprendimos a compartir entre compañeros para solucionar problemas de matemáticas y aprender más”*

Yeni: *A medir, saber cuánto equivale cada litro y ml [mililitro]*

Meli: *Aprendimos a medir el agua, a diferenciar los ml [mililitros], los cc [refiriéndose a los centímetros cúbicos porque la información de las bolsas de agua lo expresan así] y las cantidades [de gua].*

Sofi: *Aprendimos como son las mediciones del agua (...)*

Cuando **Yeni** expresa “Regular” asoció la pregunta con las dificultades que presentó su equipo de trabajo en el desarrollo de la actividad, puesto que la estudiante en la pregunta *¿Qué aspectos les causaron dificultad?* ratifica las inconvenientes cuando responde “Las bolsas de agua porque se rompió una”, de igual forma, el equipo de **Jei** establece su dificultad cuando expresa “El aspecto que nos causó dificultad fue la pregunta B de (l) 5 punto”. De esta manera, se puede notar que los estudiantes consideraron aspectos que están a favor o en contra para evaluar el desarrollo de la actividad de modelación, a partir de su interacción y participación. Es aquí donde el proceso social que se logra establecer con los estudiantes es de importancia para construir un conocimiento colectivo y posiblemente sea esencial para nuevos retos.

Se ratifica, por lo tanto, que la modelación matemática en un enfoque socio-crítico, permite que los estudiantes tomen una *posición crítica* al trascender la actividad escolar, con acciones como actores activos y participativos en el aula de clase, desde la interacción y el empoderamiento que genera las actividades de modelación matemática propuestas a partir de

situaciones de la cotidianidad, tal como lo argumenta Jacobini y Wodewotzki (2004), en la medida en que se de la interacción entre el docente y los estudiantes, y asuman el rol de participantes en el proceso de aprendizaje.

De igual forma, al brindar la posibilidad a los estudiantes de expresar sus aciertos y desaciertos, se les permitió tener una *posición crítica* a partir de sus incursiones de manera activa en el desarrollo de las actividades, en el aula de clase y fuera de ella, lo que hizo que cambiaran sus percepciones reduccionistas del trabajo y la escuela en general. Además, se favoreció la motivación y transformación en el aula de matemáticas cuando se dió la oportunidad de interactuar entre los estudiantes y el docente, y entre ellos y las situaciones de su cotidianidad, por medio de experiencias, diálogos y acciones que se concretaron en las actividades de modelación.

Al tener en cuenta lo anterior, cuando los estudiantes tienen la posibilidad de manifestar sus experiencias en forma verbal o escrita, desarrollan otras formas de percibir lo que sucede a su alrededor, y por consiguiente, son corresponsables y desempeñan un rol activo tanto en el aprendizaje, como en las situaciones que enfrentan cotidianamente. En ese sentido, las actividades de modelación matemática según Silva y Kato (2012) permitieron que los estudiantes identificaran otras formas de ver el mundo a través de las matemáticas, ampliando su espectro de posibilidades de acción e interacción en la sociedad.

Es por esto que la caracterización que se presenta en esta investigación sobre las *posiciones críticas* posibilita que los estudiantes identifiquen entornos de aprendizaje y una clase diferente de matemáticas tanto en los contenidos como en las situaciones que están implícitas en el mundo actual y, que la participación entre pares sea clave en la construcción de conocimientos a partir de las interacciones dadas en las situaciones enmarcadas en un contexto cercano a ellos.

Las actividades de modelación matemática propiciaron en el aula de clase, diálogos y discusiones que fueron presentados en los dos apartados anteriores, donde se puede resaltar la incursión y la participación activa de los estudiantes en las situaciones planteadas y en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Al respecto, Silva y Kato (2012) argumentan que las actividades de modelación matemática hacen del aula de clase un espacio en el que todos pueden participar, exponer sus pensamientos e incentivar el respeto a las ideas de los demás, lo que permite observar cómo las matemáticas se pueden utilizar para analizar y tomar decisiones sobre cierto problema.

Es así que las actividades de modelación enfocadas a partir del acercamiento a la realidad promovieron el reconocimiento, la atención, el procesamiento y la inclusión de los argumentos como una posibilidad de transformar la clase de matemáticas, como un ambiente propicio en la enseñanza donde se le dé prioridad a las interacciones en el aula y un aprendizaje con sentido. Cabe resaltar que la labor pedagógica se puede transformar a través de la implementación y evaluación de las actividades de modelación, en la medida en que los roles que se dan en el aula estén apoyados en las interacciones y acciones con los estudiantes, en el diálogo y toma de decisiones, y en la forma cómo influyeron las actividades para que el ambiente de aprendizaje estuviese acorde con las necesidades de los actores del proceso educativo.

El desarrollo de las actividades de modelación también propició espacios de comunicación entre el estudiante y el profesor, y entre ellos mismos, en los que se resaltan sus apreciaciones, tanto del trabajo que se realiza en el aula, como el sentir de cada uno ampliando los canales de participación y comunicación. Tales apreciaciones, en relación con el trabajo en clase desde la propuesta de actividades de modelación se puede evidenciar en el siguiente diálogo (entrevista) con los estudiantes:

- L61-62 **Investigador:** Cuando te estás involucrando con este tipo de actividades que se están proponiendo, ¿Cómo te sientes con el trabajo?
- L63-66 **Jei:** Me siento... me siento bien, porque los trabajos me generan un aprendizaje nuevo, un aprendizaje que no sabía pero que ahora lo sé. Con cada trabajo aprendo más de la vida cotidiana, de lo que pasa a mi alrededor y de la matemática.
- L67-70 **Yeni:** El trabajo de ahora aunque algunos no sabemos muy bien, por eso me gusta porque estamos aprendiendo cosas nuevas, de forma divertida y que a nosotros se nos graba más en la mente [...] en grupo y trabajando con situaciones que van en día a día que se relacionan con nosotros.
- L71-74 **Meli:** Pues bien, porque no solamente matemática sino también diferentes cosas, así aprendemos más de matemáticas, de todo. Así estamos aprendiendo un poquito de cada cosa [...] estamos aprendiendo un poco y los estamos usando para nuestra vida cotidiana.
- L75-77 **Sofi:** Bueno, A mi me gusta así como estamos trabajando, porque uno experimenta cosas nuevas [...] del hecho de que, por ejemplo, usted no sabe algo pero yo lo sé, entonces nos ayudamos en grupo.

La entrevista se realizó de forma individual y singular, puesto que en L62 pregunté *¿Cómo te sientes con el trabajo?*, y surgieron apreciaciones de los estudiantes donde se pudo rescatar el pensamiento colectivo, argumento que se puede evidenciar cuando **Yeni** en L68-70 expresa “*estamos aprendiendo cosas nuevas, de forma divertida y que a nosotros se nos graba más en la mente [...] en grupo y trabajando con situaciones que van en día a día que se*

relacionan con nosotros”. De esta manera, la estudiante habló en plural considerando que todos los integrantes del equipo tiene las mismas oportunidades de aprender.

Del mismo modo, **Sofi y Meli** se expresan en forma plural, donde los conocimientos y aprendizajes de los estudiantes son importantes para la colectividad como lo deja ver **Meli** cuando expresa en L73-74 *“estamos aprendiendo un poco y los estamos usando para nuestra vida cotidiana”* o en su defecto, esos conocimientos y aprendizajes surjan de las experiencias e interacciones que se tejen en el grupo o equipo, esto se puede evidenciar cuando **Sofi** en L76-77 manifiesta *“[...] del hecho de que, por ejemplo, usted no sabe algo pero yo lo sé, entonces nos ayudamos en grupo”*

En correspondencia con lo anterior, **Jei** responde en L65-66 *“Con cada trabajo aprendo más de la vida cotidiana, de lo que pasa a mi alrededor y de la matemática”*. En este caso, el estudiante considera que aprende de lo que pasa a su alrededor a partir de las experiencias compartidas en grupos de trabajos. De esta forma, las apreciaciones de los estudiantes, coinciden con la transformación que tiene la enseñanza, lo cual está en correspondencia con lo que plantea Jacobini y Wodewotzki (2004) puesto la intervención de los estudiantes permiten en el docente reflexionar sobre el propósito de la enseñanza de las matemáticas en las aulas escolares.

Además, las interacciones que generaron las actividades de modelación influyeron en el desarrollo de las clases de matemáticas donde los estudiantes y el docente toman un rol activo (Jacobini y Wodewotzki, 2004), aspecto que se ve reflejado de forma positiva en su aprendizaje y en la incursión, entendimiento y comprensión de situaciones que se extraen de la cotidianidad.

En esa medida, se rescata la importancia del trabajo en grupos donde se comparten ideas y conocimientos, propios en el proceso de comunicación e interacción en el aula. Además, las

actividades de modelación que se propiciaron en la clase de matemáticas se favorecieron con la implementación de este tipo de propuestas y la vinculación activa de los estudiantes en cada grupo, donde se presenta un proceso de comunicación basado en los diálogos, se plantearon ideas, llegaron a acuerdos para presentar sus resultados, y respetaron la diferencia. Estos aspectos fundamentan la incursión crítica del estudiante en su acción con favorabilidad y deseo de aprender.

A partir de los puntos de vista de los estudiantes en relación con la incorporación de actividades de modelación matemática, a la motivación que genera trabajar con varios integrantes en un grupo de estudio y de abarcar contenidos matemáticos a través de diferentes experiencias, proporcionó en el estudiante una *posición crítica* referente a su proceso de aprendizaje, puesto que todo lo que hace de forma práctica le merece una utilidad y sentido para su beneficio, *posición crítica* que en términos de Jacobini y Wodewotzki (2004) surge, entre otros aspectos, del propósito de la enseñanza de las matemáticas, como aquella que conduce y favorece el aprendizaje de los estudiantes desde la relación con otros estudiantes, con el docente y con la situaciones que se plantean.

Además de los anteriores argumentos, se observó que en el trabajo en grupos, los estudiantes asumieron responsabilidades y roles de acuerdo con sus gustos y capacidades. De esta forma, cada uno asume y reconoce en lo que es bueno para desempeñarse y lo comunica a los demás por medio de sus acciones, tal como lo argumenta Araújo (2012), en la medida en que el estudiante realiza una acción dentro de la actividad, asume su desempeño dentro de la misma no solo por sus afirmaciones, argumentos y reflexiones, sino también por lo que exhibe y lo que plasma de forma escrita en respuesta a lo que la situación y la actividad exige. En este sentido, esta investigación permitió aportar a la solución de algunas de los aspectos que expuse en el

planteamiento del problema, cuando puntualizo la necesidad de que las clases se planean de manera magistral y el estudiante es un actor pasivo y receptivo. En este sentido, los estudiantes se sintieron parte activa de la clase y las representaciones abstractas que damos en las clases, pasan a ser procesos de construcción bajo una aplicabilidad y un contexto que promueve la reflexión y las decisiones que comprometen no solo análisis matemáticos, sino sociales.

A continuación se presentan las conclusiones que emergen de mi análisis y experiencia en este proceso de investigación.



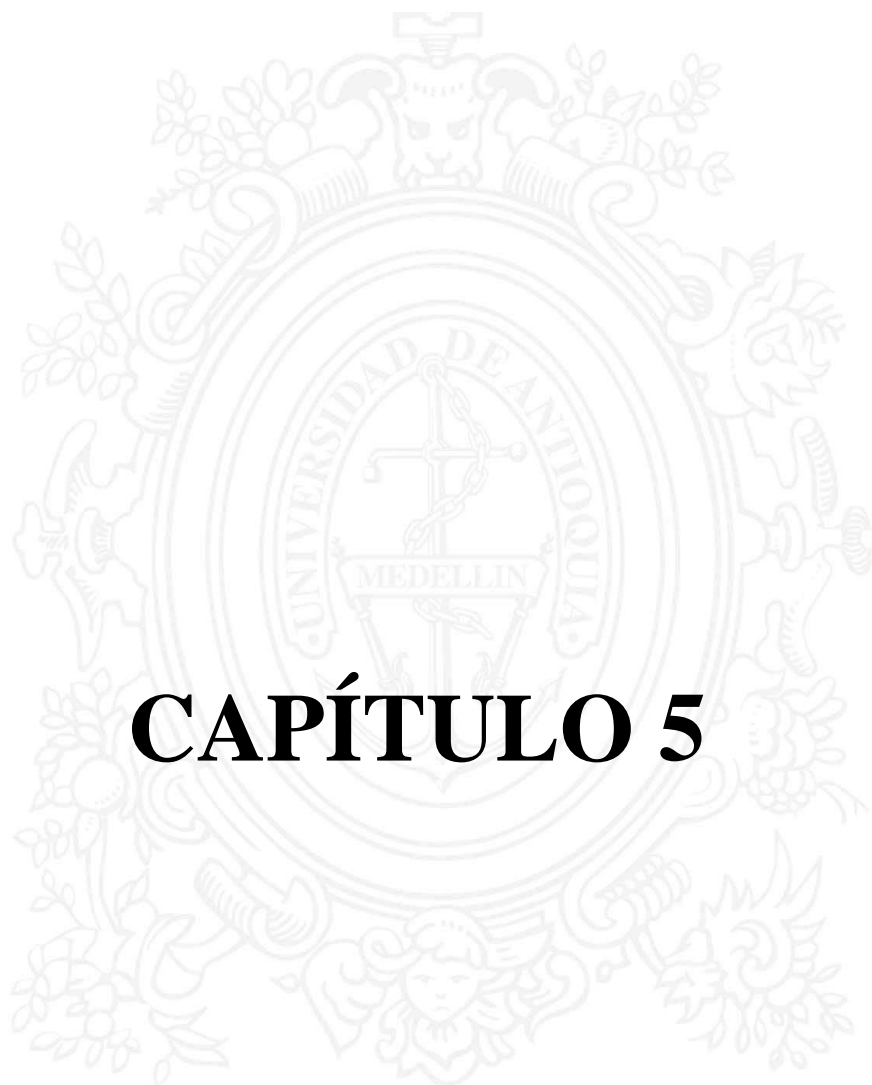
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



CAPÍTULO 5

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Conclusiones

En este capítulo se exponen las conclusiones que surgieron del proceso de investigación que se enfocó en responder la pregunta *¿Qué caracteriza la posición crítica que tienen los estudiantes de grado séptimo cuando se enfrentan a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio?* Además, de dar relevancia a la caracterización de estas *posiciones críticas* que a través del trabajo de campo se evidenciaron.

En el rol de maestro investigador se proponen reflexiones desde los aportes a la Educación Matemática en nuestro país y preguntas que quedan abiertas para abordar en futuras investigaciones.

Aspectos relevantes

La caracterización de las *posiciones críticas* de los estudiantes, surgieron en el desarrollo de las diferentes actividades de modelación matemática. Para ello, en el momento de exploración se propuso a los estudiantes inquietudes en relación al contexto del comercio y el turismo. Estos aspectos contribuyeron a que se tuvieran en cuenta las apreciaciones y reconocimiento del contexto cercano. En este sentido, se resaltan acciones en donde los estudiantes:

- Se involucraron con las situaciones desde la presentación de las diferentes soluciones al utilizar los conocimientos previos y aquellos en relación con la cultura costera.
- Propusieron cuestionamientos dirigidos a realizar consultas e indagaciones con familiares y personas de la comunidad. En otras palabras, se relacionaron con la comunidad desde un rol que parte del aula de clase.

- Se motivaron frente al trabajo en grupo, donde exponer sus soluciones, se convirtió en la oportunidad de relacionarse con las actividades del turismo y el comercio como opciones futuras en sus vidas laborales por estar cercanas a sus familias.

También expongo los elementos que como docente movilizaron la reflexión:

- La modelación fue una oportunidad para concluir que la planeación de las clases debe estar permeada de situaciones que promuevan la participación activa de los estudiantes.

- Implementar la ejercitación como proceso que se desarrolla en la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes no debe ser lo único en mis clases, privilegiar la modelación como una oportunidad de complementar la metodología empleada para enseñar fue una de mis grandes aprendizajes en el transcurso del estudio.

Finalmente, es relevante puntualizar que las relaciones entre docente y estudiantes en el desarrollo de actividades de modelación conlleva a establecer diferentes criterios, puesto que se puede transformar la planeación de las clases, la forma como se evalúa a los estudiantes, la importancia de las situaciones del contexto en la dinamización del trabajo en el aula y la interacción con los estudiantes que permitió el intercambio de intereses y necesidades en torno a la vida escolar y social, privilegiando no solo lo matemático, sino lo cotidiano desde su análisis y reflexión.

Posiciones críticas en actividades de modelación matemática

En este estudio se logró caracterizar las *posiciones críticas* de los estudiantes de grado séptimo cuando se desarrollaron actividades de modelación matemática referentes al comercio y el turismo, y a otros contextos en correspondencia con lo que se está estudiando, actividades que

se diseñaron a partir de los planteamientos de Barbosa (2008), las cuales fueron una problemática y no un ejercicio para el estudiante, extraídos de la cotidianidad u otras ciencias y no de las matemáticas mismas. En ese sentido, las problemáticas a las que hace referencia el autor se relacionan con las situaciones que emergieron del contexto. Esta caracterización se discrimina a continuación:

Incursión en las situaciones del contexto.

Muchos de los habitantes y las familias pertenecientes a comunidades costeras se desempeñan en actividades comerciales que apuntan a satisfacer las necesidades en el sector turístico y, a partir de ellas, se pueden extraer diferentes situaciones para el diseño y propuesta de actividades de modelación en el aula. Es un acierto vincular situaciones de los contextos, puesto que la participación del estudiante en tales situaciones permite que ellos le encuentren un sentido y significado a lo que sucede a su alrededor.

En correspondencia con lo anterior y de acuerdo con las situaciones planteadas como actividades de modelación, se promovió un ambiente de trabajo que se favoreció con las propuestas y alternativas de solución dadas por los estudiantes, destacando que las *posiciones críticas* se asumieron de manera espontánea y en algunos casos con la intervención del docente.

En efecto, tomar decisiones se caracteriza como una *posición crítica*, puesto que permitieron desarrollar la capacidad de exponer sus argumentos de forma reflexiva cuando actuaron y participaron en las problemáticas de la cotidianidad, bien sea para beneficio particular o colectivo. De esta manera, la toma de decisiones surgen de la vinculación de los estudiantes por medio del reconocimiento y comprensión del contexto, en las que se rescatan acciones como

consultar, indagar o preguntar con el propósito de buscar y extraer información que les permitan conocer, explicar, ampliar y reflexionar con relación a las situaciones del contexto.

Con relación a lo anterior, la toma de decisiones de los estudiantes, después de reflexionar con relación a las situaciones de la cotidianidad y, al proceso de enseñanza y aprendizaje, se ve reflejado cuando trascienden (identifican múltiples variables que son matemáticas y no matemáticas), reaccionan (relacionan variables y asumen impacto de éstas) y cambian de actitudes (posibilitado por los diálogos y la comunicación con el otro, sea maestro o compañeros). De esta manera, el análisis de situaciones del contexto implica que los estudiantes además de identificar problemáticas sociales, también estén en la capacidad de reaccionar frente a ellas.

Además, las interacciones que se dan en el aula de clase y en el desarrollo de las actividades, donde se rescatan acciones como dialogar, discutir y tomar decisiones frente a las situaciones y al trabajo que realizan los estudiantes, son relevantes para que se visualicen situaciones críticas que son aquellas emergentes de la exposición de argumentos para beneficio particular y grupal, en correspondencia con las exigencias de tipo social.

Por lo tanto, la propuesta de actividades de modelación en el aula de clase promovió el estudio de algunas situaciones de la cotidianidad, donde la incursión de los estudiantes en las situaciones a través de las consultas e indagaciones, permitió el acercamiento a la construcción de *posiciones críticas*, puesto que la búsqueda de la información a través de fuentes fehacientes los llevó a construir sus argumentos con el fin de involucrarse, comprender y actuar en correspondencia con los análisis que subyacen de la situación, sin olvidar la conceptualización que se complementó con otro tipo de actividades que integraron el trabajo de campo.

Los argumentos a partir de resultados matemáticos.

Los conocimientos y los conceptos previos a nivel matemático fueron fundamentales para el desarrollo de las actividades de modelación, puesto que los estudiantes hicieron inferencias de las situaciones después de realizar las operaciones y cálculos matemáticos correspondientes. De esta manera, las matemáticas son un soporte esencial para establecer conclusiones y reflexionar sobre las diferentes situaciones, motivo por el cual los estudiantes pusieron en juego sus pensamientos en torno a lo que está a su alrededor, a través de su participación y sus acciones, y lograr así un acercamiento a las posturas críticas en correspondencia con la edad que tienen.

Al respecto, se resalta que el uso de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes participantes les permitió llegar a determinadas conclusiones, puesto que las operaciones propiciaron el establecimiento de análisis, argumentos y conclusiones valiosas para desarrollar *posiciones críticas* con respecto a las situaciones. Esto es, los conocimientos matemáticos permiten que los estudiantes comprendan las situaciones de la cotidianidad cuando se involucran de forma activa y luego establecen argumentos con base en los resultados matemáticos que obtienen, de tal forma que puedan proponer alternativas de solución en relación con las percepciones que tienen de la sociedad.

Así pues, no solo los estudiantes fueron llamados a resolver problemas matemáticos a través de procedimientos aritméticos, sino también a desarrollar la capacidad de buscar información, procesarla y establecer argumentos desde los resultados que exponen, es una forma de participación activa y crítica en las situaciones del contexto, donde la *posición crítica* surgió de las conclusiones y los argumentos producto de los resultados que ellos obtuvieron. Cabe resaltar que el uso de procedimientos matemáticos a través de los conceptos que utilizaron

(propios de las matemáticas), fueron abarcados desde su aplicación y no desde la ejercitación. En ese sentido, los argumentos que surgieron de los resultados matemáticos fortalecieron las decisiones y reflexiones de los estudiantes, que a partir de lo que perciben demostraron que sus justificaciones cobraban sentido en sus cálculos.

En general, los resultados matemáticos que extraen los estudiantes se caracterizan como *posiciones críticas*, puesto que los conocimientos previos y los cálculos que realizan, son fundamentales para resaltar en ellos acciones como la interacción, la toma de decisiones, las inferencias y las conclusiones que resultan, les sirven para desenvolverse y transformar su participación en la vida escolar y social.

En ese orden de ideas, los conocimientos matemáticos que poseen los estudiantes y que les son útiles para interpretar, describir, comparar, reconocer y analizar situaciones permiten que ellos puedan empoderarse de las actividades escolares y en los diferentes aspectos sociales. Además, la *posición crítica* está relacionada con los cálculos, operaciones y estrategias aritméticas que utilizan los estudiantes para desarrollar las actividades a las que se enfrenta, donde lo que ellos realizan se puede justificar y sustentar en la solidez y la coherencia de su proceder con las matemáticas.

Reflexiones sobre la implementación de las actividades de modelación en las clases de matemáticas.

El desarrollo de las clases de matemáticas que estuvo distante de la metodología por contenidos, permitió que los estudiantes fueran actores activos del proceso de enseñanza y aprendizaje, asumieron la responsabilidad de ser partícipes en su aprendizaje. Además, con la implementación de las actividades de modelación, se destaca aspectos importantes que son descritos a continuación:

El contexto del aprendizaje.

El compromiso social que tienen las instituciones educativas en Colombia debe estar reflejada en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes, donde las actividades escolares que realicen los estudiantes no sean ajenas de lo que viven o perciben en su cotidianidad. Es por esto que el contexto del aprendizaje de las matemáticas se refiere a las situaciones o problemáticas que se encuentran presentes en la cotidianidad de los estudiantes, como un punto de partida para abordar algunos conceptos y darle sentido a los conocimientos que poseen o para desarrollar saberes nuevos.

Las actividades de modelación matemática

Las actividades de modelación propuestas a partir del contexto del comercio y el turismo permitieron que se tuvieran en cuenta diversas situaciones subyacentes, pero además de ello, el contexto en relación con las situaciones y problemáticas que surgen de los aspectos sociales, políticos, económicos, culturales y ambientales están cumpliendo un rol importante en los aprendizajes de los estudiantes, puesto que las situaciones y las interacciones entre ellos y con personas de la comunidad, amplían las concepciones de los procesos académicos desarrollados en la escuela.

Con respecto a lo anterior, las actividades dentro de la modelación matemática como ambiente de aprendizaje están caracterizadas no solo por el estudio de situaciones del contexto, sino también por el reconocimiento y acercamiento hacia estas, donde tales situaciones son percibidas en el rol que los estudiantes asumen, de las reflexiones que se generan, así como de la importancia que tienen las vivencias en la consolidación de estructuras sociales cercanas a ellos.

Además, en las actividades de modelación matemática se resalta el rol participativo (aportes desde diferentes esquemas) que toman los estudiantes dentro del contexto, donde la *posición crítica* surge de la trascendencia y relaciones que ellos hacen a partir de consultas y cuestionamientos, y que se manifiesta (la *posición crítica*) en las expresiones y las reflexiones hacia las situaciones cuando las han estudiado por medio de las matemáticas. El estudio de las situaciones a partir de las actividades de modelación permite que los estudiantes se posicionen críticamente desde los argumentos y las conclusiones que emergen de los resultados y procedimientos matemáticos, en los diferentes aspectos de la sociedad. Esto visto siempre, desde el nivel o madurez académica que presenten los estudiantes.

Disposición del estudiante.

Las actividades de modelación permitieron la disposición de los estudiantes con respecto al trabajo propuesto, dado que la incursión activa en las situaciones demostró la acogida de esta metodología propicia para percibir la clase como un ambiente en el que ellos pueden participar, indagar, refutar, concluir, entre otros procesos que permiten una interacción con la clase. Esto es consecuente con lo que plantan los referentes nacionales, donde el aprendizaje no solo se enmarca en los aprendizajes de los estudiantes, sino también en su vinculación activa en las prácticas sociales.

Así, las actividades de modelación matemática promovieron la interacción entre los estudiantes y el profesor, el diálogo, la exposición de ideas y el empoderamiento de las situaciones por medio de sus aportes. Estos aspectos hacen que los estudiantes adquieran un mayor compromiso y disposición hacia las situaciones que estudian, hacia la clase de matemáticas, y la vida escolar en general.

De acuerdo con lo anterior, la disposición de los estudiantes se refleja en la forma cómo asumen las clases de matemáticas, cómo se vinculan en las situaciones o problemáticas del contexto y cómo proponen alternativas de solución de las actividades de modelación. De esta manera, la iniciativa de los estudiantes les permiten desarrollar *posiciones críticas* con relación a las diferentes potencialidades de las actividades de modelación que se abordan en las clases de matemáticas.

Además, la vinculación de los estudiantes al desarrollo de las clases, permite que la evaluación del aprendizaje esté distante de la repetición de ejercicios y se presente de una manera formativa y relacionada con las competencias sociales, decisiones, argumentos (matemáticos en relación con otros) y no solo desde el desarrollo de una prueba aislada de lo que se vive y a veces de lo que se enseña.

El trabajo en grupo como alternativa metodológica en la clase

Las actividades de modelación que se propusieron para trabajar en el aula de clase, implicaron que los estudiantes formaran grupos de trabajo, donde todos realizaron acciones como consultas, cálculos y operaciones matemáticas, exposición de ideas y discusiones. Los aportes de los estudiantes se vieron reflejados en las interacciones entre los estudiantes y el profesor, y entre ellos mismos, aspectos que contribuyen a que el aula de clase sea un mejor espacio para las experiencias y el intercambio de ideas, consenso en las diferencias, formulación de acuerdos para presentar una solución en grupo, entre otras habilidades sociales que se desarrollan en este tipo de actividades como ambientes de aprendizaje.

Además, las actividades de modelación matemática permiten que los estudiantes se desempeñen en diferentes roles que potencien sus capacidades, donde el interactuar y aprender con los otros hace que se fortalezcan aquellas que les sean habituales y desarrollen aquellas en

las que muestran poca habilidad. Es así que el trabajo en grupos beneficia el aprendizaje de los estudiantes, las acciones e interacciones, y la autonomía para desempeñarse en las actividades de modelación.

La modelación matemática en la transformación de la clase.

La modelación matemática propició en el quehacer pedagógico del docente, reflexiones en lo contextual, ya que se tuvo que analizar el entorno donde viven los estudiantes para abordar las diversas situaciones que privilegiaran las acciones en los diferentes ámbitos de la sociedad y en la transformación de las actividades en el aula de clase. Esta fue una oportunidad para la implementación de un proceso evaluativo en el aprendizaje de los estudiantes, no solo en un resultado que arroje una prueba al final de las actividades. En este sentido, se promovió una evaluación formativa y en beneficio del desarrollo del pensamiento y no solo de contenido.

Me queda como reflexión y futuro trabajo, la propuesta para la institución de una planeación curricular que integre las situaciones propias del contexto sociocultural de los estudiantes y las actividades de modelación matemática, proceso que no es fácil por el desarrollo actual de un currículo por contenidos. Sin embargo, se convierte en un reto y oportunidad de establecer una comunidad de aprendizaje con mis colegas en esta propuesta de creación integradora no sólo en las matemáticas, sino en otras áreas.

Finalmente, la transformación de la clase de matemáticas es una oportunidad en mi formación docente, porque me invita a darle sentido y rescatar la planeación de mis clases como la propuesta de ambientes de aprendizajes, donde las actividades de modelación permiten establecer relaciones entre la enseñanza y el aprendizaje que vayan en vía del desarrollo de las competencias y *posiciones críticas*.

Aportes y futuras investigaciones

Este estudio fue necesario la implementación de las actividades de modelación en el aula como un ambiente de aprendizaje, donde se rescatan aspectos como el trabajo en grupo, el estudio de situaciones de la cotidianidad a través de las matemáticas y las *posiciones críticas* que surgen del vínculo de los estudiantes en el desarrollo de las actividades.

Por una parte, se resalta la propuesta y diseño de actividades que implican en los estudiantes el acercamiento y re-conocimiento de las situaciones, el proceder matemático a partir de los conocimientos, conceptos básicos y el uso de operaciones, y alternativas de solución como aquellas que promueven las *posiciones críticas* que resultan de identificar, captar, comprender y reaccionar frente a la situación crítica y los argumentos a partir de los resultados y procedimientos matemáticos. De esta forma, las actividades propuestas en la perspectiva socio-crítica de la modelación matemática se pueden extrapolar a otros contextos con el propósito de desarrollar las *posiciones críticas* en los estudiantes.

Por otra parte, abarcar los conceptos matemáticos, separados de una enseñanza por contenidos, hace parte de la implementación de acciones en el aula con el fin de suplir la inconformidad de los estudiantes cuando expresan la desconexión entre las matemáticas y las aplicaciones de estos contenidos en la cotidianidad. En ese sentido, al implementar las actividades de modelación matemática donde se construyen las decisiones, conclusiones y argumentos de los estudiantes, producto de las reflexiones e incursión en el contexto cotidiano, hace que esta investigación cobre relevancia en la perspectiva de la Educación Matemática.

Este estudio no pretende culminar, sino invitar a futuros investigadores para que continúen explorando los vínculos de los conceptos matemáticos con otros contextos diferentes

al del turismo y el comercio, o también, ahondar en otros aspectos que son relevantes en el contexto empleado en este estudio.

El proceso de comunicación matemática puede ser objeto de investigación desde las actividades de modelación y su relación con la construcción de la comprensión de los conceptos abordados, aspectos fundamentales en el desarrollo de un pensamiento matemático relacionado con la vida cotidiana de los estudiantes.

Invitar a los maestros a que las mallas curriculares partan de situaciones del contexto que favorezcan el proceso de modelación desde actividades contextualizadas y cercanas a ellos. La planeación de clase, exige una coherencia entre los referentes de calidad, la apuesta académica del establecimiento, el proceso de evaluación y el perfil del estudiante que queremos formar, que desde cualquier propuesta, debe centrarse en la participación activa del maestro -estudiante y conocimiento.

Promover el trabajo cooperativo en nuestras clases también puede ser un objeto de estudio a partir de la implementación de las actividades de modelación en una perspectiva socio-crítica, donde se desarrollen las habilidades o destrezas sociales que se deben implementar desde las exigencias en los diferentes aspectos de la sociedad en nuestro país.

Finalmente, se pueden abordar las dificultades metodológicas (ambiente de clase, relación entre estudiantes, relación entre estudiantes y docente, participación de los estudiantes en la planeación de la enseñanza, entre otros) que se presentan en el aula como posible estudio en las diferentes perspectivas de la modelación matemática en correspondencia con lo que rodea a los estudiantes desde las diversas condiciones sociales, políticas, económicas y culturales de tal

forma que las matemáticas que aprenden tengan sentido y utilidad, tal como lo promulgan nuestros referentes²¹ de calidad colombianos.

Divulgación del trabajo de investigación

Este estudio fue socializado en el VIII CONGRESO INTERNACIONAL DE FORMACIÓN Y MODELACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS, desarrollado por la Universidad de Medellín en el mes de mayo del presente año. Se adjunta la aceptación de la ponencia (Anexo VIII)



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

²¹ Hace alusión a los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, entre otros.

Referencias

- Real Academia Española*. (22 de Octubre de 2014). Obtenido de Diccionario de la lengua española: <http://lema.rae.es/drae/?val=contexto>
- Araújo de Loiola, J., y Barbosa, J. (2004). Modelagem Matemática segundo a Educação Matemática Crítica. *VIII Encontro Nacional de Educacao Matematica*, 1-11.
- Araújo, J. d. (2002). *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos. (Tese de doutorado)*. Rio Claro, Brazil: Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas.
- Araújo, J. d. (2009). Formatting Real Data in Mathematical Modelling Projects. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, 21(461), 229-239.
- Araújo, J. d. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J. L. (2012). Ser Crítico em Projetos de Modelagem em uma Perspectiva Crítica de Educação Matemática. *Bolema*, 26(43), 839-859.
- Ballestas Alemán, M., Sánchez López, J. F., y Angulo Escamilla, H. A. (2013). Las matemáticas en la formación del administrador de empresas. *Revist@dministrare*, 2(4), 10-43.
- Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. *Reunião anual da ANPED*, 24, 1-30.
- Barbosa, J. C. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, (4), 73- 80.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical Modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 293-301.
- Barbosa, J. C. (2008). *Mathematical Modelling, the Socio-Critical Perspective and the Reflexive Discussions*. State University of Feira de Santana, Brazil.
- Bassanezi, R., y Biembengut, M. S. (1997). Modelación matemática: una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *Revista de didáctica de las matemáticas.*, 32, 13-25.
- Berrio, M. d. (2011). *Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café*. Tesis no publicada, Medellín.
- Biembengut, M. S., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Red de revistas Científicas de América Latina y el Caribe, España y Portugal*, 16(2), 105-125.

- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives on mathematical modelling in educational research. *categorising the TSG(21)*, 1-13.
- Blomhøj, M. (2004). Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica. Traducción: María Mina. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Walby., (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*, (145-159). Suecia: National Center for Mathematics Education.
- Borromeo Ferri, R. (2010). On the Influence of Mathematical Thinking Styles on Learners' Modeling Behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 99-118.
- Bossio, J. L. (2014). *Un proceso de modelación matemática desde una situación en el contexto del cultivo de plátano con estudiantes de grado décimo al generar modelos lineales*. Medellín: Teis no publicada.
- Camelo, F. J., García, G., y Martínez, A. (2013). *Potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas sociocríticas de modelación matemática. Experiencias en la Educación Básica Colombiana*. Montevideo-Uruguay.
- Córdoba Gómez, F. J. (2011). *La modelación matemática educativa: una práctica para el trabajo de aula en ingeniería*. México Distrito Federal: Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada.
- Cruz, S. (2006). *Competencias matemáticas básicas que muestran estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas que involucran análisis y toma de decisiones*. México, D.F. Universidad Pedagógica Nacional: Doctoral dissertation, Tesis doctoral.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (2012). *Manual de Investigación Cualitativa*. (T. p. publications, Trad.) Barcelona: Gedisa.
- Gómez-Chacón, I. M., Op 't Eynde, P., & De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase. *Reviste de investigación y experiencias didácticas*, 24(3), 309-324.
- Hein, N., y Biembengut, M. S. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. *M. Murillo (Presidente), Memorias del V festival internacional de matemática*, (págs. 1-25).
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. d. (2010). *Metodología de la investigación*. México D.F.: Mc Graw Hill.
- Huapaya, E. (2012). *Modelación usando función cuadrática: Experimentos de enseñanza con estudiantes de 5to de secundaria*. Doctoral dissertation, Tesis de maestría no publicada: Pontificia Universidad Católica del Perú .
- Jacobini, O. R., y Wodewotzki, M. L. (2004). Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica. *Boletim de Educação Matemática*, 19(25), 1-16.

- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2010). Authentic Modelling Problems in Mathematics Education— Examples and Experiences. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 51-76.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM The international journal on mathematics education*, 38(3), 302-310.
- Martinez, M. (Julio de 2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ambito de la formación permanente del profesorado. Tesis doctoral no publicada*. Bellaterra: Universidad Autónoma de Barcelona.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santa Fé De Bogotá, Colombia: Ministerio De Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Muñoz Mesa, L. M., Londoño Orrego, S. M., Jaramillo López, C. M., & Villa-Ochoa, J. A. (2014). Contextos Auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 42, 48-67. Obtenido de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/download/494/1028>
- Nieto, M. (2004). El papel de las ciencias basicas en la enseñanza de la ingenieria. *Congreso de Enseñanza de la Ingeniería*. (págs. 1-8). México: Quetzaltenango.
- Sandoval, C. A. (2002). Investigación Cualitativa. En I. C. Superior, *Especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social*. Bogotá: Arfo.
- Silva, C., y Kato, L. A. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica? *Bolema*, 26(43), 817-838.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (P. Valero, Trad.) Bogotá: Una empresa docente, Universidad de los Andes.
- Stake, R. (1999). *Investigación con Estudio de Casos*. Madrid: Morata.
- Suárez, L., y Cordero, F. (2010). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 3(1), 51-58.
- Vargas, I. (2012). La entrevista en la investigación cualitativa: Nuevas tendencias y retos. *Revista Electrónica Calidad en la Educación Superior*, 3(1), 119-139.
- Villa-Ochoa, J. A. (2012). Modelación Matemática Escolar. Algunas Reflexiones Frente a su Relación con la Cultura. *RELME* 26, 210-219.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante Q., C. A., Berrio A., M., Osorio C., A., y Ocampo B., D. A. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos., (págs. 41-45).

Villa-Ochoa, J., Bustamante Quintero, C. A., Berrio Arboleda, M. D., Osorio Castaño, J. A., y Ocampo Bedolla, D. A. (2009). Sentido de Realidad y Modelación Matemática: el caso de Alberto. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 159-180.



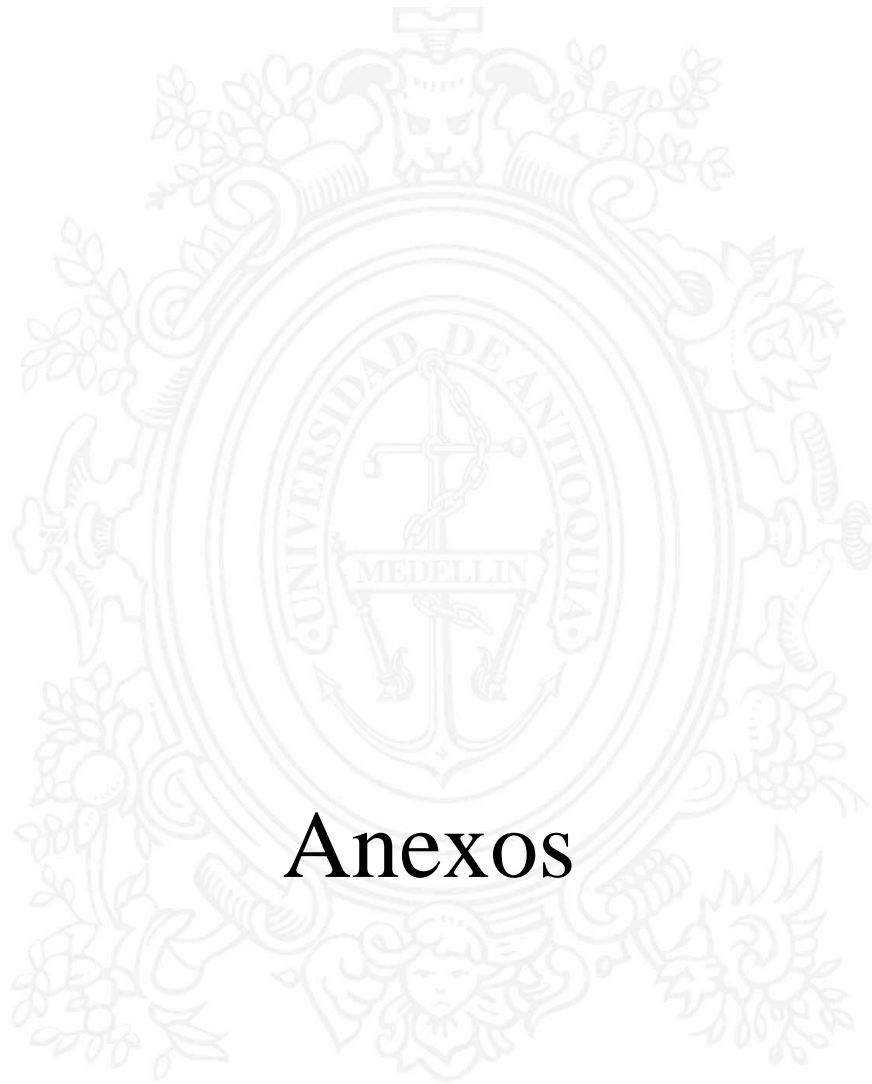
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



Anexos

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo I. Actividad propuesta desde las mallas curriculares por contenidos.

Institución Educativa José Manuel Restrepo

Área: Matemáticas Grado: Séptimo Período: I

Significados de Número, Operaciones y Ecuaciones en los Números Naturales



Samuel publicó en su muro de Facebook una imagen graciosa sobre el virus que azota a la costa atlántica, el virus del chikungunya.

La imagen que muestra un refresco de 1,5 litros ha causado tanta gracia que hasta el momento 156 personas la han dado me gusta, la han compartido 187 veces y la han comentado 74 personas. La décima quinta persona que comentó lo hizo a los 185 minutos de haberla publicado y la última persona comentó que padece del virus. Samuel agregó un comentario sobre el registro de las personas que padecen el virus, “*en cierta entidad de salud registran los casos del virus con el documento de identidad acompañado de las letras CH (por ejemplo, CH0409200154265), en cambio en el hospital los registran con la fecha de nacimiento acompañado de las letras VCH (por ejemplo VCH04092001)*”

1. De la información, identifique los números según los siguientes significados:

- Ordinal:
- Contar:
- Medir:
- Código:

2. El Pijao, artesano y comerciante del pueblo va a invertir en camisetas para estamparlas con paisajes de la región y luego venderlas. El Pijao compra 180 camisetas a \$6550 cada una y por estampar cada camiseta le cobran \$2300.

- a. ¿Cuánto se gasta el Pijao en toda la inversión?
- b. Si el Pijao vende todas las camisetas a \$15000 cada una, ¿cuánto es la ganancia de las camisetas?

3. Alfonso tiene una colección de camisetas de fútbol de todos los clubes del mundo. Él compró 7 camisetas, regaló 10 y ahora tiene 63 camisetas. ¿Cuántas camisetas tenía inicialmente Alfonso?

Anexo II. Consentimiento de participación del estudiante.

Consentimiento de Participación

Yo _____ identificado(a) con cédula de ciudadanía n° _____ de _____ padre, madre y/o acudiente del estudiante _____, estoy de acuerdo que mi hijo y/o acudido participe en la investigación titulada “**Posiciones críticas del estudiante de séptimo cuando se enfrenta a actividades de modelación matemática en un contexto del comercio y el turismo**” que es dirigida por el docente **Edwin Javier Martínez Almanza**, que labora en la **Institución Educativa José Manuel Restrepo** y es estudiante de Maestría en Educación Matemática de la **Universidad de Antioquia**. Teniendo en cuenta que la participación es voluntaria, es usted quien decide si su hijo y/o acudido puede participar o dejar de participar sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puede pedir que la información relacionada sea regresada o sea destruida.

Propósito de la investigación: El propósito de esta investigación es:

Analizar la *posición crítica* que tiene el estudiante de séptimo cuando se enfrentan a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio.

Beneficios: El ser participante puede involucrarse en situaciones contextualizadas de manera reflexiva y crítica, darles sentido a las matemáticas que aprende y apoyar la investigación en Educación matemática.

Procedimiento: El participante en este estudio será observado en clase y algunas veces video grabado. De ser necesario podría ser entrevistado.

Riesgos: No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

Confidencialidad: Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información será guardada en un archivador con acceso limitado y solo se permitirá el acceso a la información bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

Preguntas posteriores: Como investigador y docente responderé cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, a través de correo electrónico edwinjavieralmanza@gmail.com

Consentimiento: Entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en que mi hijo y/o acudido haga parte de esta investigación.

Nombre del investigador

Firma

Fecha

Nombre acudiente

Firma

Fecha

Nombre del participante

Firma

Fecha

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Anexo III. Consentimiento de la rectora de la institución



SECRETARIA DE EDUCACIÓN DE ANTIOQUIA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA " JOSE MANUEL RESTREPO "
APROBADO MEDIANTE RES. N° 01467 Y 0810/03 Y 017551/05
MUNICIPIO DE ARBOLETES DEPTO DE ANTIOQUIA.
NIT: 900075788 - 1DANE 105051000508
NÚCLEO 803

Consentimiento de la institución educativa

LA RECTORA DE LA INSTITUCION EDUCATIVA JOSE MANUEL
RESTREPO ABROBADA MEDIANTE RESOLUCION N°01467 DE
FEB.20/2003 Y EL CONSEJO DIRECTIVO ELEJIDO MEDIANTE
RESOLUCIÓN

En calidad de representante legal, estamos de acuerdo que en la institución y en la programación curricular se lleve a cabo la actividad de campo de la investigación titulada "**Posiciones críticas del estudiante de séptimo cuando se enfrenta a actividades de modelación matemática en un contexto del comercio y el turismo**" dirigida por **Edwin Javier Martínez Almanza**, que labora como docente de tiempo completo en esta institución y es estudiante de Maestría en Educación Matemática de la **Universidad de Antioquia**.

Propósito de la investigación: el propósito de esta investigación es:

Analizar la *posición crítica* que tienen del estudiante de séptimo cuando se enfrenta a actividades de modelación matemática que surgen del turismo y el comercio.

Beneficios: como escenario resulta pertinente involucrar situaciones contextualizadas en el diseño curricular y en las prácticas de aula, de manera reflexiva y crítica, donde cobre sentido las matemáticas desde la enseñanza y el aprendizaje y apoyar la investigación en Educación matemática.

Procedimiento: las actividades de modelación son propuestas en las horas clase en donde se obtendrán los datos para el análisis final de la investigación.

Riesgos: no hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

Confidencialidad: la información será guardada en un archivador con acceso limitado y solo se permitirá el acceso a la información bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos de los estudiantes serán usados para escribir el informe final.

Preguntas posteriores: como investigador y docente responderé cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, a través de correo electrónico edwinjavieralmanza@gmail.com

Consentimiento: entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en que la institución sea escenario de esta investigación.

Nombre del investigador

Firma

Fecha

Nombre rectora

Firma

Fecha



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

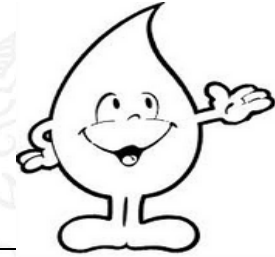
Anexo IV. Actividad del agua.

Institución Educativa José Manuel Restrepo

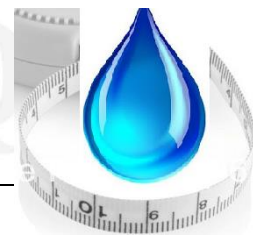
Área: Matemáticas Grado: Séptimo

¿Sabes cuánto cabe en un envase de agua? ¿Cómo lo podemos medir?

1. Reúnete en equipos de 4 estudiantes.
2. Colócale un nombre al equipo: _____
3. ¿Cuáles son las diferencias entre los envases? Escríbelas...



4. Toma los envases que trajeron y busquen cómo saben cuánta agua contiene. ¿Cómo se mide la cantidad de agua? ¿Cuál es la unidad de medida? Son: ¿Centímetros? ¿Metros?... Te invito a que consultes en los envases y lo escribas....



1 8 0 3

5. Con la ayuda del Beaker mide la cantidad de agua que tiene cada envase. Completa la siguiente tabla.

Marca	Cantidad que muestra el envase	Cantidad de agua medida con el Beaker
	360ml	
	250ml	
	600cm ³	
	2,4 litros	



a. ¿Cuánta cantidad de agua del Beaker necesitas para tener 3 litro de agua? Escribe el proceso de tu respuesta...

b. ¿Cuánta cantidad de agua del Beaker necesitas para tener 2200cm³? Escribe el proceso de tu respuesta...

6. Alberto pide en la tienda 4 bolsas de agua de 6 litros cada una, pero en la tienda solo hay bolsas pequeñas de agua ¿cómo puedes ayudar al tendero para cumplir el pedido de Alberto?

¿Cuánta agua se empleó en total para llenar las 4 bolsas grandes? Escribe el proceso de tu respuesta y expónlo a los compañeros ¿Cuál es la mejor propuesta?



¿Cómo les pareció el trabajo?

¿Qué aspectos les causaron dificultad?

¿Qué aprendieron?

Anexo V. Situación emergente de la actividad del agua.

Institución Educativa José Manuel Restrepo

Amor, Disciplina y Trabajo

Área: Matemáticas Grado: Séptimo

En algunos colegios de Bogotá se inventaron un novedoso método de recolección de aguas lluvias. El sistema de recolección y purificación del agua, cada vez que llueve almacenan cerca de **648 litros** de agua que puede ser utilizado en diversas tareas de aseo y riego.



De acuerdo con la información, contesta

1. Si se emplearon botellas recicladas de gaseosa, ¿Cuántas botellas de 3 litros se emplearon?
Escribe el proceso de tu respuesta...

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803



2. Si se recolectaron los 648 litros de agua y desean empaclarlas en bolsas de 300 mililitros, ¿cuántas bolsas resultan? Escribe el proceso de tu respuesta...



3. Una bolsa de agua de 250 mililitros cuesta en la tienda \$100 pesos, ¿Cuántas bolsas se necesitan para tener 1m^3 ? ¿Cuánto cuesta?





COMIDAS TÍPICAS

➤ ¿Qué cantidad de cada ingrediente se necesita? ¿Cuánto cuesta cada ingrediente? Te invito a que consultes y escribas tu respuesta...

➤ ¿Qué otros aspectos influyen en el precio de una comida?

COMIDAS TÍPICAS



- **Elabora una propuesta de tu plato que sea económico para los turistas ¿Cuál sería el precio que propones para tu plato típico?**



A las personas que tienen ventas de comidas por la playa, ¿qué les aporta esta actividad a sus familias y a la comunidad?

¿Qué te agrada de la situación? ¿Por qué es importante?

¿Qué dudas te quedaron de la situación?



Anexo VII. Actividad del servicio de transporte público.

Institución Educativa José Manuel Restrepo
Amor, Disciplina y Trabajo
Área: Matemáticas Grado: Séptimo

EL TRANSPORTE DE SERVICIO PÚBLICO

El municipio de Arboletes es la puerta del Urabá antioqueño en los límites con Córdoba, y se encuentra a solo 63 kilómetros de Montería. De esta manera los pobladores de Arboletes, comerciantes y turistas utilizan los servicios de transporte que existen en el municipio y en la región hacia la capital cordobesa.



De acuerdo con la situación:

- Forma equipos de 4 estudiantes
- ¿Cuáles son las empresas que prestan servicio de transporte hacia Montería? Escríbelas...

- ¿Qué tipo de vehículos utilizan? Has una lista...



EL TRANSPORTE DE SERVICIO PÚBLICO

- ¿Cuánto cuesta el pasaje en cada empresa transportadora? ¿Cuál crees tú que es la mejor opción para viajar? ¿Por qué? Te invito a que escribas tu respuesta...

- ¿Qué gastos consideras tú, tiene un conductor de taxi de la empresa Cointur en un día de trabajo? Escribe tu respuesta...





EL TRANSPORTE DE SERVICIO PÚBLICO

- **¿Cómo puedes calcular la ganancia de un conductor de taxi, que viaja a Montería, en un día de trabajo? Escribe el proceso de tu propuesta...**



¿Qué puedes decir del oficio de servicio de taxis a Montería según tu respuesta?

¿Qué dificultades presentaste en el desarrollo de este trabajo?

¿Qué has aprendido?

Anexo VIII. Aceptación al congreso de la Universidad de Medellín.



UNIVERSIDAD DE MEDELLIN

Medellín, marzo de 2016.

Estimados ponentes

Edwin Javier Martínez A. Y Lina María Muñoz Mesa

En el marco del **VIII CONGRESO INTERNACIONAL DE FORMACIÓN Y MODELACIÓN EN CIENCIAS BÁSICAS** - Segundas Jornadas de Cabri: Foro Educativo Internacional de Innovación en Matemáticas y Ciencias Educativas y The 2016 International Conference on Scientific Computing, University of Medellín, Colombia, a llevarse a cabo en la Ciudad de Medellín-Colombia, del 4 al 6 de Mayo del presente año, en las instalaciones de la Universidad de Medellín.

El comité organizador tiene el placer de comunicarle que su trabajo en la modalidad de (P) Ponencia, bajo la temática (EM) Educación Matemática

(PEM 037) POSICIONES CRÍTICAS EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA EN UN CONTEXTO DEL COMERCIO Y EL TURISMO

Ha sido revisado y de acuerdo a los requisitos cumplidos, el veredicto su propuesta ha quedado en condición de:

ACEPTADA

Recordamos que dispone de 20 minutos para su exposición y 5 minutos para discusión e intercambio de ideas con los asistentes.

Su participación en el **VIII Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas** contribuirá al desarrollo de la Investigación en las Ciencias Básicas.

Atentamente



Comité Organizador