

## COMPRESIÓN DEL CONCEPTO DE TRIÁNGULO DE ESTUDIANTES UNIVERSITARIOS, EN EL MARCO TEÓRICO DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Eliécer Aldana Bermúdez, Graciela Wagner Osorio, Manuela Arango Marín

Universidad del Quindío. (Colombia)

eliecerab@uniquindio.edu.co, gwagner@uniquindio.edu.co, arango1112810@hotmail.com

**RESUMEN:** Este artículo hace parte de una investigación que tiene como objetivo la comprensión del concepto de triángulo en estudiantes universitarios desde los registros de representación semióticos y secuencias de enseñanza, mediadas por material físico y entornos informáticos. El marco teórico son los sistemas de representación semiótica, la metodología es de tipo cualitativa, apoyada en una ingeniería didáctica. Los resultados muestran cómo los estudiantes usan situaciones problema, representaciones, conceptos, argumentos, procedimientos y propiedades que configuran el concepto de triángulo. Esto ha permitido concluir que los estudiantes muestran diferencias en las formas de argumentar, demostrar y establecer relaciones entre los elementos matemáticos.

**Palabras clave:** pensamiento geométrico, didáctica, secuencias, triángulo

**ABSTRACT:** This article is part of a research aimed at the university students' understanding of triangle concept from the registers of semiotic representation and teaching sequences by using teaching aids and computing settings. The semiotic representation systems constitute the theoretical framework. A qualitative methodology, based on a didactic engineering is applied. The outcomes show how students use problem solving activities, representations, concepts, procedures and properties that make up triangle concept. It has led to the conclusion that the students show differences in the ways of arguing, demonstrating, and establishing the relationship between mathematics elements.

**Key words:** geometric thinking, didactics, sequences, triangle

## ■ Introducción

Los fundamentos geométricos que debe tener un estudiante para profesor de matemáticas tienen importancia en el contexto de los saberes matemáticos, y su aprendizaje significativo está relacionado con una comprensión real de las propiedades presentes en el objeto geométrico que se estudie, para ello es necesario que el docente se apropie y utilice instrumentos que faciliten su construcción, las relaciones, sus propiedades y características; además su estudio comprende contextos más generalizados que involucra a los polígonos, razón por la cual se considera vital el trabajo en geometría plana y es fundamento teórico para continuar el estudio de la geometría analítica.

Esta investigación se desarrolló en el campo del pensamiento matemático, en concreto en el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos y tuvo como propósito analizar la comprensión del concepto de triángulo de estudiantes universitarios desde los registros de representación semiótica (Duval, 1993), apoyada en el sustento teórico de la ingeniería didáctica que proviene de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) y la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1991); centra su atención en la construcción del concepto de polígono, en concreto el estudio del concepto de triángulo en estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de una Universidad Colombiana.

## ■ Marco teórico

Las investigaciones en pensamiento matemático avanzado requieren de una representación interna de los objetos matemáticos en abstracto, de forma que la mente tenga la posibilidad de operar con tales representaciones. Para comunicar estas ideas es preciso representarlas externamente para que sea posible lograr la comunicación (Castro y Castro, 1997, p. 101).

Las representaciones, según la tradición racionalista, constituyen una entidad intermedia entre el objeto de conocimiento y el sujeto. Todas las disciplinas que tienen como objeto el estudio del conocimiento humano, manejan las nociones de representación y comprensión (Rico, 2009, p. 2). Dentro del paradigma cognitivo, es reconocido el interés por las representaciones mentales por parte de investigadores en didáctica de la matemática, ya que:

Para pensar sobre ideas matemáticas y comunicarlas necesitamos representarlas de algún modo. La comunicación requiere que las representaciones sean externas, tomando la forma de lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos. ... Para pensar sobre ideas matemáticas necesitamos representarlas internamente, de manera que permita a la mente operar sobre ellas. (Hiebert y Carpenter, 1992, p. 66, citado en Rico, 2009, p. 7).

En este sentido, para lograr la comprensión/construcción del concepto matemático de triángulo, desde sus características, propiedades y aplicaciones, adoptamos la teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval (1993). Asimismo, Duval, (2004) afirma que no es posible estudiar

los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación, porque no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación, y que para estudiar la complejidad del aprendizaje matemático hay que tener en cuenta también a los estudiantes y no solamente la complejidad epistemológica de los conceptos.

Las actividades de representación inherentes a la semiosis son la formación, que se utiliza para “expresar” una representación mental o para “evocar” un objeto real, por ejemplo, la lengua materna, un código icónico de representación gráfica, una lengua formal, como frases, imágenes, esquemas, tablas; el tratamiento, que corresponde a las transformaciones que producen una representación en el mismo registro, por ejemplo, el cálculo es un tratamiento interno al registro de una escritura simbólica de cifras o de letras; y la conversión, que son las actividades que convierten el registro inicial en un nuevo registro cuyo sistema de representación es diferente del inicial, por ejemplo operaciones como “traducción”, “ilustración”, “transposición”, “interpretación”, “codificación” (Duval, 2004, p. 43-46).

Además de la comprensión matemática y de los sistemas semióticos de representación, este estudio se apoya en el sustento teórico de la ingeniería didáctica que proviene de la teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) y la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), que tienen una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997).

En el aspecto informático, las investigaciones en Didáctica que hacen uso de los entornos informáticos también tienen sus propios marcos teóricos, los dos principales son el instrumental, basado en la teoría antropológica de Chevallard (Artigue, 1997) y el constructivista (basado en los principios de Piaget) que se diferencian por la forma de uso del trabajo técnico. En el enfoque instrumental el trabajo técnico es la forma de interactuar con los objetos matemáticos lo que permite avanzar en el conocimiento, en tanto el enfoque constructivista busca entender los aspectos cognitivos asociados al uso de los entornos informáticos como la intuición, interiorización y abstracción, a este último corresponde el enfoque desde el cual se va a realizar el estudio de campo en el contexto de la investigación.

## ■ Metodología

La metodología que se utilizó en esta investigación es de tipo cualitativa, explicativa y descriptiva (Bisquerra, 2009). La población objeto de la investigación, fue los estudiantes universitarios que cursan el espacio académico de Geometría Euclidiana y que estudian de manera formal este concepto matemático por primera vez. El desarrollo metodológico para el estudio de este concepto matemático, se apoya en la implementación de las fases de una ingeniería didáctica basada los sistemas semióticos de representación de Duval; para ello se utilizaron las secuencias de enseñanza orientadas al desarrollo y comprensión del pensamiento geométrico y en concreto la comprensión/construcción del concepto de triángulo en estudiantes universitarios. A partir del diseño anterior se elaboraron las

secuencias de enseñanza orientadas al desarrollo de cada una de las variables didácticas (elementos matemáticos constitutivos del concepto matemático). Luego se hizo el análisis de la secuencia de enseñanza mediante la triangulación de la información, utilizando para ellos cuestionarios, entrevistas y videograbaciones.

### ■ Análisis de resultados

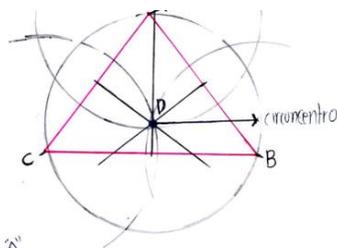
A cada estudiante se le asignaron diferentes tareas, en el siguiente cuadro se muestra una de ellas, y a continuación la forma en que uno de los estudiantes dio la solución, así mismo el análisis respectivo.

**Tabla 1.** Tarea propuesta

Objetivo	Tarea	Descriptor
Identificar que tanto conocen los sujetos sobre las líneas y puntos notables, como elemento geométrico en la aplicación de un problema en contexto.	<p>Se desea construir una gasolinera cerca de tres ciudades no alineadas, establezca el lugar más apropiado para realizar el proyecto considerando que existe la condición que la distancia entre la gasolinera y cada ciudad debe ser igual.</p> <p>a. Mediante una construcción geométrica resuelva la tarea planteada.                      b. Represente gráficamente el lugar.                      c. Nombre el lugar geométrico.                      d. Justifique su respuesta.</p>	<p>a. Se presenta un enunciado verbal de una situación en contexto.</p> <p>b. No hay una representación gráfica.</p> <p>c. Los participantes deben hacer traducción del lenguaje verbal al gráfico.</p> <p>d. No se dan datos numéricos.</p> <p>e. Los sujetos identifican los elementos geométricos necesarios para resolver la situación</p>

**Tabla 2.** Respuesta de un estudiante

Para hallar el punto indicado de la gasolinera, podemos trazar líneas rectas entre los pueblos en donde se forma un  $\Delta$  en el cual podemos hallar el circuncentro por medio de las mediatrices (líneas perpendiculares que divide un segmento en dos) con el cual, los pueblos que están representados por los vértices del  $\Delta$  (triángulo) equidistan de dicho punto.



A = ciudad "A"  
 B = ciudad "B"  
 C = ciudad "C"  
 D = gasolinera (circuncentro)

**Análisis:** Obsérvese que los estudiantes responden en forma correcta, porque reconocen la construcción geométrica que les permite resolver la situación en contexto. Los estudiantes por la forma como resuelven la tarea, ponen de manifiesto que utilizan la formación del concepto de mediatriz y logran la transformación a nivel de tratamiento (Duval, 1994), porque logran pasar del lenguaje natural al lenguaje matemático, lo que les permite contextualizar el problema para dar significado al sentido matemático del objeto geométrico.

Además, en este marco teórico se aprecia cómo alcanzan la conversión cuando establecen una correspondencia de un registro del lenguaje formal geométrico con otro tipo de representación gráfica respectiva, porque relacionan el concepto de mediatriz con el punto notable correspondiente (circuncentro), y logran articularlos a situaciones de la vida real.

## ■ Conclusiones

El uso de ambientes y estilos adecuados de enseñanza generan mejores desempeños de los estudiantes así mismo el diseño e instrucción en la planificación de la clase produce un mayor nivel de motivación y de aprendizaje en los estudiantes. Aunque el proceso de aprendizaje de la geometría comienza desde niveles intuitivos se debe llegar a la estructura formal de los conceptos objeto del aprendizaje.

El desarrollo del pensamiento espacial se genera desde los primeros años de vida del escolar y se formaliza en las aulas universitarias, el aprendizaje de la geometría está apoyado por la visualización y la representación como procesos asociados y que están presentes para que se logre el verdadero aprendizaje de cualquier concepto geométrico.

Durante las secciones de la fase de experimentación y del análisis a posteriori se notó en los estudiantes el incremento en relación con la fase a priori de un mayor desarrollo para la comprensión en solución de situaciones problema desde: uso de signos lingüísticos, matemáticos, conceptos, procesos, propiedades, argumentaciones y demostraciones.

### ■ Referencias bibliográficas

- Barreto, J. (2009). Otras deducciones o extensiones del Teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico. *Revista Números (70)* 35-51. Recuperado de [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Articulos\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Articulos_01.pdf).
- Bisquerra, R. y Sabariego, M. (2009). *El Proceso de Investigación (Parte 1)*. En R. Bisquerra (Coord.). *Metodología de la Investigación Educativa* (2ª ed.). (89- 125). Madrid: La Muralla.
- Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal., Montréal. Recuperado de <http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>.
- Castro E. y Castro E. (1997). Representaciones y modelización. En R. Luis (Coord), E. Castro, E. Castro, M. Coriat, A. Marín, L. Puig, M. Sierra, M. Socas (Eds.). *La educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE, Argentina.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5 37-65. recuperado de [https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales\\_didactique/vol\\_05/adsc5\\_1993-003.pdf](https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf)
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle: Instituto de educación y pedagogía.
- Fonseca J., (2002), ¿cómo contribuir al desarrollo del pensamiento geométrico del alumno del nivel medio básico? tercer congreso virtual. "Integración sin Barreras en el Siglo XXI" recuperado de <https://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionMenu=hemeroteca>
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry, en Nesher, P. y Kilpatrick, J. (eds.). *Mathematics and Cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. En D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 65-97). New York: MacMillan Publishing Company.
- Orton, A. (1990). Didáctica de las matemáticas. Madrid: Ediciones Morata/MEC.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Sierpinska, A., Dreyfus, T. & Hillel, J. (1999). Evaluation of a teaching design in linear algebra: the case of linear transformations. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19, 7-40. recuperado de <http://www.scielo.org.mx/scieloOrg/php/reflinks.php?refpid=S1665-2436200600030000700010&lng=es&pid=S1665-24362006000300007>
- Uicab, R. y Asuman O. (2006), Transformaciones lineales en un ambiente de geometría dinámica. *Facultad de Matemáticas Universidad Autónoma de Yucatán México*.
- Van Hiele, P.M. (1999). Developing Geometric Thinking through Activities That Begin with Play. *Teaching Children Mathematics*, pp. 310-316.
- Vinner, S. (1981). The Role of Definitions in Teaching and Learning of Mathematics, en Tall, D. (ed.). *Advanced Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Zambrano, M. (2010), Modelo de apercepción geométrica como elemento integrador de los procesos de visualización, construcción y discursivos del pensamiento geométrico. Universidad interamericana de educación a distancia de Panamá.