

## INCIDENCIAS EN LATINOAMÉRICA DE UN MARCO TEÓRICO INCLUSIVO EN LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Vicenç Font<sup>1</sup>, Luis R. Pino-Fan<sup>2</sup>, Adriana Breda<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Universitat de Barcelona (España). <sup>2</sup>Universidad de Los Lagos (Chile).  
vfont@ub.edu, luis.pino@ulagos.cl, adriana.breda@ulagos.cl

**RESUMEN:** Este reporte tiene por objetivo resumir el trabajo realizado en el grupo de discusión GD003 de la RELME30 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática”. El objetivo de este grupo de discusión fue reflexionar sobre las implicaciones de un modelo teórico inclusivo, conocido internacionalmente como *Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática* (EOS), en las investigaciones sobre Educación Matemática realizadas en Latinoamérica.

**Palabras clave:** enfoque ontosemiótico, competencias y conocimientos del profesor

**ABSTRACT:** This report is aimed at summarizing the work carried out by GD003 discussion group of the 30th RELME “Effects of an inclusive theoretical framework in Mathematics education research in Latin America.” The objective of this discussion group was to reflect on the implications of an inclusive theoretical model, known all over the world as *Onto-semiotic Approach of Mathematics Teaching and Cognition* (OSA), in Mathematics Teaching researches already fulfilled in Latin America.

**Key words:** onto-semiotic approach, teacher competences and knowledge

## ■ Introducción

Este reporte tiene por objetivo resumir el trabajo realizado en el grupo de discusión GD003 de la RELME30 sobre *incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática*.

El objetivo de este grupo de discusión fue reflexionar sobre las implicaciones de un modelo teórico inclusivo, conocido internacionalmente como *Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática* (EOS), en las investigaciones sobre Educación Matemática realizadas en Latinoamérica. Dicho modelo teórico fue propuesto por el grupo de investigación Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada a principios de los años 90, y actualmente sigue su desarrollo y aplicación por otros grupos de investigación iberoamericanos. El grupo de discusión se convirtió en un espacio para profesores e investigadores interesados por el uso de dicho modelo, tanto en investigaciones como en la práctica docente.

Durante las dos sesiones del grupo, los organizadores realizaron primero una introducción para dar paso a la presentación de los trabajos seleccionados para su discusión en el grupo, con la finalidad de proponer mejoras y refinamientos que contribuyan a su enriquecimiento.

En la primera presentación (Font, 2016) se realizó una revisión del desarrollo actual del EOS. Se focalizó en tres aspectos: a) la emergencia de los objetos a partir de las prácticas, b) sobre el papel de los criterios de idoneidad didáctica en el diseño instruccional y c) sobre la articulación de los conocimientos y las competencias del profesor de matemáticas.

Primero se explicó que el problema central que dio origen al EOS, al considerar que no había una respuesta suficientemente clara, satisfactoria y compartida en las teorías de la llamada Didáctica Fundamental al siguiente problema (problema epistemológico): ¿Qué es un objeto matemático?; o de manera equivalente, ¿Cuál es el significado de un objeto matemático (número, derivada, media, etc.) en un contexto o marco institucional determinado? Este problema epistemológico, esto es, referido al objeto matemático como entidad cultural o institucional, se complementa dialécticamente con el problema cognitivo asociado, o sea, el objeto como entidad personal o psicológica (problema cognitivo): ¿Qué significa el objeto  $O$  para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?

Después de casi 30 años de trabajo, en el EOS se tiene una respuesta a estos dos problemas que se considera relativamente satisfactoria y que se ha elaborado integrando elementos de otras teorías. Se trata de una respuesta en la que la noción de complejidad del objeto matemático y la de articulación de los componentes de dicha complejidad juegan un papel esencial. La complejidad del objeto matemático lleva a pensar no en un objeto unitario sino en un sistema complejo formado por partes o componentes, los cuales se articulan (conectan) entre sí, posibilitando la mirada unitaria del objeto matemático. Dicha articulación de la complejidad asociada al objeto matemático es un paso previo y necesario para pasar a una visión unitaria del objeto matemático mediante diferentes niveles de emergencia a partir de las prácticas (primer y segundo nivel de emergencia).

A continuación se explicó cómo aborda el EOS el problema instruccional de diseñar e implementar procesos de enseñanza de calidad, en concreto se explicaron los criterios de idoneidad didáctica (epistémico, emocional, cognitivo, interaccional, mediacional y ecológico) y su uso en la formación de profesores; primero en el diseño a priori de secuencias de tareas y, segundo, a posteriori para la valoración y rediseño de dichas secuencias. Por último, se explicó el modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico–Matemáticas (modelo CCDM). Dicho modelo, que incluye tanto los conocimientos como las competencias del profesor de matemáticas, está basado en el EOS. Para explicarlo se usó como hilo conductor inicial la noción de competencia.

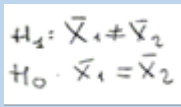
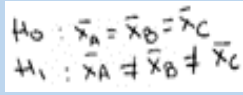
En esta primera presentación se profundizó en el hecho que el EOS ofrece herramientas teóricas para realizar el análisis de la actividad matemática, tanto institucional como personal, mediante el análisis de prácticas, procesos y configuraciones de objetos matemáticos primarios. Con relación a este tipo de análisis se presentaron tres contribuciones (Larios, 2016; Mayén, 2016 y Vera, 2016).

#### ■ Análisis epistémicos y cognitivos de la actividad matemática

En la segunda presentación (Mayén, 2016) se expuso el análisis de respuestas de una muestra de estudiantes a un problema de mediana en términos de prácticas, configuración cognitiva de objetos primarios y procesos de significación; identificándose conflictos semióticos que pudieran dar origen a diversas dificultades. Se mostraron varios ejemplos de cómo dichos *conflictos semióticos* se producen, no por una falta de conocimientos, sino por no relacionar adecuadamente los dos términos de una función semiótica.

En la tercera presentación (Vera, 2016) se presentó una investigación cuyo objetivo era identificar y analizar los conflictos semióticos encontrados en las respuestas de los alumnos a dos tareas abiertas en las que interviene el objeto hipótesis estadísticas para el análisis de varianza, y otros respecto al contraste de hipótesis. Las tareas están relacionadas con el análisis de la varianza a nivel elemental, una de ellos se refiere a sus pre-requisitos (contraste de hipótesis) y la otra este contenido estadístico (para ambos se debe definir las hipótesis estadísticas). En las respuestas de una muestra de 224 estudiantes de Psicología de la Universidad de Huelva, España se han identificado y analizado diversos conflictos semióticos, como los que se infieren (por ejemplo) de la respuesta de un estudiante tanto para P1 como para P2 (ver Tabla 1).

**Tabla 1.** Análisis semiótico de un ejemplo de respuesta para P1 y P2

Expresión	Contenido
<p><b>P1</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El alumno realiza una interpretación incorrecta del enunciado (P1), asumiendo que existen dos poblaciones, mientras q lo hace correctamente para P2 (conceptos). Escribe sus hipótesis utilizando una notación adecuada (representación).</li> <li>– <i>Conflicto</i> al plantear un contraste de diferencia entre dos poblaciones (P1) (confusión del campo de problemas).</li> </ul>
<p><b>P2</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Discrimina la hipótesis nula como puntual y la hipótesis alternativa como aquella que quiere probar (propiedades).</li> <li>– Genera <i>conflicto</i> al plantear las hipótesis en término de un estadístico y no de un parámetro (concepto). Un posible <i>conflicto</i> es la confusión entre población y muestra (conceptos).</li> <li>– Relacionado con el último anterior, presenta el <i>conflicto</i> consistente en confundir la media de la muestra que es un estadístico con un parámetro (conceptos).</li> </ul>

A modo de conclusión, los estudiantes confunden niveles de análisis que se corresponden con media poblacional y muestral.

En la cuarta presentación (Larios, 2016) se resaltó el problema de que en las Matemáticas existe la necesidad epistemológica de validar el conocimiento desarrollado y en la escuela se requiere que los alumnos aprendan el carácter científico de ese conocimiento, por lo que se requiere que se enseñen procesos de validación del conocimiento matemático. Tales procesos deben tener ciertas características y no pueden tratarse de manera aislada de los demás procesos durante la construcción del conocimiento. En otras palabras, la validación del alumno de su saber matemático es una parte de su proceso de aprendizaje matemático y no un proceso independiente del mismo.

El grupo de trabajo de la Universidad Autónoma de Querétaro (México) ha tenido interés en indagar sobre este aspecto desde hace unos quince años utilizando herramientas propuestas en el EOS, como son las *configuraciones epistémicas* y las *configuraciones didácticas*, las cuales se han complementado con otras herramientas orientadas específicamente al proceso mismo de la validación o de la justificación por parte de los alumnos, como es el *modelo de Toulmin* para el análisis de los argumentos. En estas investigaciones la demostración se considera un macroproceso que involucra a otros procesos que pueden y deberían ser evaluados. Es por ello que se ha decidido trabajar en la

selección de algunos de los procesos que propone el EOS para identificar descriptores para evaluar su desarrollo durante la construcción de demostraciones en el contexto escolar. Esta idea se orienta en buena medida a la propuesta de instrumentos de evaluación para el docente que permitan dar un seguimiento a los alumnos y promover el aprendizaje de la demostración como validación del conocimiento matemático que es construido de manera continua.

### ■ Formación de profesores y Currículo

Las presentaciones anteriores sobre análisis de la actividad matemática sugieren que los profesores deben tener competencias y conocimientos que les permita el análisis de la actividad matemática. Dicho tipo análisis es importante en la formación de los profesores y es un tipo de análisis que presenta dificultades para los profesores y futuros profesores ya que tienen dificultades para analizar las tareas matemáticas (y su potencial educativo) que proponen a sus alumnos. Tal como se explicó en la primera presentación (Font, 2016) la competencia de análisis de la actividad matemática es una de las competencias que deben desarrollar los profesores. Estas reflexiones permitieron conectar las presentaciones del bloque sobre análisis epistémicos y cognitivos con las presentaciones sobre competencias y conocimientos del profesor.

La quinta presentación (Silva y Pietroapolo, 2016) expuso una investigación que es parte de una tesis doctoral que está en curso. El objetivo principal es hacer explícito los conocimientos y las competencias desarrolladas por un grupo de futuros profesores de matemáticas y sus formadores que participaron en el “*Programa de Consolidação das Licenciaturas – Prodocência*” en los años 2014 y 2015 en el *Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – Campus São João Evangelista*. Cinco futuros profesores de matemáticas y tres de sus formadores son los participantes. El marco teórico tienen como referente para los conocimientos del profesor los estudios de Shulman sobre los conocimientos necesarios para el profesor, los de Ball y colaboradores sobre los conocimientos necesarios para la formación de profesores en matemáticas y la perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático (CDM) propuesto en el marco del EOS (Pino-Fan y Godino, 2015). Como referente teórico para la noción de competencia se tiene los trabajos de Font y colaboradores.

La sexta presentación (Parra y Pino-Fan, 2016) se explicó una investigación cuyo objetivo es realizar un estudio que permita avanzar en la caracterización de los conocimientos requeridos por los profesores de matemática para gestionar idóneamente los aprendizajes sobre la noción de función. Para ello, se ha identificado la representatividad de los significados pretendidos por el currículo chileno respecto del significado holístico de referencia del objeto función. Las preguntas de investigación son las siguientes: ¿cuáles son los significados de la noción de función que el profesor pretende gestionar en el desarrollo de sus clases? y ¿Qué es lo que debería conocer un profesor de matemáticas para que su enseñanza sobre funciones sea lo más idónea posible? Para responder esta última pregunta, se diseñará un instrumento que permitirá explorar aspectos relevantes asociados al conocimiento

didáctico-matemático de los profesores cuando abordan la noción de función. Para la elaboración de dicho instrumento se usará la caracterización del significado holístico de referencia y la representatividad de los significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función. A partir de los resultados de este estudio se promoverá la reflexión de los profesores acerca de sus propias concepciones y su didáctica, además de establecer acciones formativas y/o metodologías didácticas que favorezcan y potencien el conocimiento didáctico-matemático de los profesores.

En la séptima presentación (Angulo, 2016) se formuló la siguiente pregunta ¿Qué papel otorga la teoría de la matemática educativa a la dimensión curricular y cómo –dentro de dicho papel– son seleccionados y organizados los contenidos u objetos matemáticos (ostensivos) para ser ubicados en un currículo específico? En su respuesta, mostró la necesidad de que el EOS desarrolle su dimensión ecológica para poder responderla, en particular cuando se trata de currículo para la formación de profesores.

#### ■ Impacto del EOS en programas de formación

En la octava presentación (Trujillo y Arana, 2016) se realizó un análisis de las tesis de maestría realizadas en la Universidad de Sonora desde el 2009 al 2012 y en el Instituto Tecnológico de Sonora de 2012 a la fecha. Se analizaron la problemática de investigación, el objetivo de la tesis, los participantes, los instrumentos utilizados y sobre todo el alcance en la utilización del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Las preguntas de investigación que se plantearon fueron: ¿en qué nivel educativo inciden mayormente las investigaciones relacionadas con el EOS?, ¿cuáles son los temas matemáticos que se analizan con mayor frecuencia?, ¿qué problemáticas se atienden?, ¿cuáles son los retos para el futuro o el principal campo de acción que se vislumbra a través de las tesis realizadas en el estado de Sonora?

#### ■ Reflexiones finales

Debido al carácter integrativo del modelo teórico conocido como Enfoque Ontosemiótico (EOS) de la cognición e instrucción matemática, los organizadores de este grupo pudieron detectar un creciente interés por el uso del EOS tanto en los trabajos científicos –sobre diversos aspectos de la Didáctica de las Matemáticas– de investigadores iberoamericanos, como en los reportes e iniciativas de profesores que están interesados en la mejora de su práctica docente. Así, el Grupo de Discusión GD003, *Incidencias en Latinoamérica de un Marco Teórico Inclusivo en la Investigación en Educación Matemática*, surge con la finalidad de generar un espacio de trabajo, discusión y reflexión, dentro de la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME), que permita, por un lado, que los investigadores e investigadores en formación compartan sus objetivos y formen redes de investigación y colaboración que contribuyan a maximizar la calidad de sus trabajos de investigación. Y por otro



lado, que los profesores interesados en la mejora de su práctica profesional encuentren un espacio que les brinde apoyo, entre otras cosas, para la reflexión de su propia práctica, mediante las herramientas teórico-metodológicas propuestas por el EOS.

### ■ Referencias bibliográficas

- Angulo, R. (2016, Julio). *Una reflexión acerca de algunas categorías analíticas entre EOS y Teoría curricular*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.
- Font, V. (2016, Julio). *Desarrollo actual del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS)*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.
- Larios, V. (2016, Julio). *Herramientas metodológicas para el estudio de la validación matemática*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.
- Mayén, S. (2016, Julio). *Análisis de conflictos semióticos en problemas de promedios*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.
- Parra, Y., y Pino-Fan, L. (2016, Julio). *Conocimiento didáctico-matemático de los profesores chilenos cuando abordan la noción de función*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.
- Pino-Fan, L., y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *PARADIGMA*, 36(1), 87-109.
- Silva, J., y Pietropaolo, R. (2016, Julio). *Estudio del Programa de Consolidação das Licenciaturas en Brasil: conocimientos y competencias en la formación inicial de profesores de matemáticas*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.
- Trujillo, E., y Arana, R. (2016, Julio). *Impacto de las investigaciones realizadas desde el Enfoque Ontosemiótico: El caso de Sonora, México*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003

“Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.

Vera, O. (2016, Julio). *Identificación y análisis de conflictos semióticos: hipótesis estadísticas en análisis de varianza elemental*. Comunicación presentada al grupo de discusión GD003 “Incidencias en Latinoamérica de un marco teórico inclusivo en la investigación en educación matemática” de la 30 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, Monterrey, México.