

## ECOLOGIA DO ENSINO DO CONCEITO DE POLINÔMIOS ENTRE AS DÉCADAS DE 1960 A 2010 NO BRASIL

**Marlene A. Dias, Miriam do Rocio Guadagnini, Valdir Bezerra dos Santos Júnior**

UNIAN, UFPE. (Brasil)

maralvesdias@gmail.com, miriamguadagnini@hotmail.com, valdir.bezerra@gmail.com

**RESUMO:** Apresentamos aqui parte de pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da álgebra, especificamente, o estudo da ecologia do ensino de polinômios entre as décadas de 1960 a 2010. No referencial teórico da pesquisa, optamos pelas noções de praxeologia e ecologia, conforme definição de Chevallard, que conduziram à metodologia da pesquisa documental, por meio da qual analisamos livros didáticos das décadas consideradas. Os resultados mostram uma ecologia bastante estável, se desconsiderarmos a década de 1960 e as praxeologias privilegiadas nas décadas de 2000 e 2010, que estão centradas na articulação dos polinômios com as noções de área e perímetro de figuras planas.

**Palavras-chave:** polinômios, ecologia, praxeologia, álgebra

**ABSTRACT:** This article shows a part of a research on Algebra teaching learning process, particularly about the polynomials learning ecology, according to Chevallard's definition, from 1960 to 2010. The research theoretical points of reference were based on the notions of praxeology and ecology, according to Chevallard's definition; which led to the methodology of the theoretical research, by means of which we studied didactic books published during such decades. The obtained results show a sufficiently stable ecology, if we take into consideration the sixties and the praxeologies that were mainly used during the 2000 and 2010 decades, all of which are centered on the interrelation of polynomials with area and perimeter notions for plane figures.

**Key words:** polynomials, ecology, praxeology, algebra

## ■ Introdução

Este estudo tem o objetivo de compreender quais noções associadas ao conceito de polinômios desaparecem ou sobrevivem nas propostas institucionais de ensino deste conceito no Ensino Fundamental, anos finais (alunos entre 11 e 14 anos) no Brasil, ou seja, estudamos a ecologia associada ao ensino da noção de polinômio na escola básica brasileira a partir da análise dos livros didáticos das décadas de 1960 a 2010.

Para isso, escolhemos como referencial teórico central da pesquisa a Teoria Antropológica do Didático (TAD), em particular, as noções de ecologia dos saberes e praxeologia, sendo a primeira definida por Chevallard (2002) e a segunda, como a quádrupla composta por tipo de tarefa (T), técnica ( $\tau$ ), tecnologia ( $\theta$ ) e teoria ( $\Theta$ ) que, segundo Chevallard (1998), corresponde à premissa básica da TAD, pois, para o pesquisador, toda atividade regular humana pode ser entendida por meio deste modelo único.

A metodologia adotada é a da pesquisa documental à luz dos ensinamentos de Lüdcke e André (1986). Para o desenvolvimento metodológico da pesquisa, optamos pela análise de um livro didático utilizado nas décadas de 1960, 1970, 1980, 1990, 2000 e 2010. Justificamos a utilização de um único livro para cada década por meio da afirmação de Lages Lima, Carvalho, Wagner, Morgado (2006), os quais, em seu livro dedicado aos professores, indicam que a obra foi construída visando a um maior apoio bibliográfico ao professor que, em geral, dispõe apenas do livro didático adotado, uma vez que os outros existentes no mercado diferem muito pouco entre si. Assim, analisamos os livros da sexta série/sétimo ano (estudantes de 12 anos) e da sétima série/oitavo ano (estudantes de 13 anos) de cada uma das coleções indicadas para o Ensino Fundamental anos finais (estudantes de 11 a 14 anos) nas décadas consideradas.

Os resultados mostram um ensino que sofre pequenas modificações durante as seis décadas consideradas.

Na sequência, apresentamos brevemente o referencial teórico que sustenta nossas análises.

## ■ Referencial teórico

Para atingir nosso objetivo, escolhemos como referencial teórico central da pesquisa a Teoria Antropológica do Didático, em particular, as noções de ecologia dos saberes e praxeologia.

Antes de definir as noções acima, nos parece importante explicitar as noções fundamentais na perspectiva antropológica. Assim, conforme Chevallard (1998), a primeira noção fundamental é a de *objeto*, que corresponde a toda entidade, material ou imaterial, que existe para pelo menos um indivíduo. Assim, a noção de *objeto o* é a mais geral, pois tudo é objeto, inclusive as pessoas. O autor

cita como exemplos de objetos o número sete, o algarismo 7 (sete), a noção de pai e também a de pai que passeia com seu filho, a ideia de perseverança, ou de coragem ou de virtude, entre outras, a noção de derivada, o símbolo  $\pi$ , etc.

O pesquisador considera ainda que toda obra  $O$  é um *objeto*, explicitando que uma obra corresponde a qualquer parte de um complexo de organizações praxeológicas ou praxeologias e, mais especificamente, pode ser somente um componente material como um livro, uma mesa, um data-show.

Após definir objeto, Chevallard (1998) introduz a segunda noção fundamental, que é a de *relação pessoal* de um indivíduo  $x$  com um objeto  $o$ , que, segundo o autor, corresponde à expressão pela qual designamos o sistema, representado por  $R(x, o)$ , de todas as interações, sem exceção, que  $x$  pode ter com o objeto  $o$ , isto é,  $x$  pode manipulá-lo, utilizá-lo, falar sobre ele, sonhar com ele etc. Assim, dizemos que  $o$  existe para  $x$  se ele tem uma relação pessoal com  $o$ , ou ainda se sua relação pessoal com este objeto é não vazia, o que se indica por  $R(x, o) \neq \phi$ .

A terceira noção fundamental é a de *pessoa*, que é definida pelo par formado por um indivíduo  $x$  e o sistema de relações pessoais  $R(x, o)$  num dado momento da história de  $x$ . O autor observa ainda que todo indivíduo é uma pessoa, compreendendo os bebês que ainda não falam. Assim, no decorrer do tempo, o sistema de relações pessoais de  $x$  evolui, objetos que não existiam para ele passam a existir, outros deixam de existir, ou seja, a relação pessoal de  $x$  muda. Nessa evolução, o invariante é o indivíduo e o que muda é a pessoa.

Dessa forma, quando um objeto  $o$  existe para uma pessoa  $x$ , ou seja, quando  $R(x,o) \neq \phi$ , dizemos que  $x$  conhece  $o$  e que a relação  $R(x,o)$  indica a maneira que  $x$  conhece  $o$ .

A definição de relação pessoal de um indivíduo  $x$  com um objeto conduz Chevallard (1998) a definir universo cognitivo como sendo o conjunto  $U(x) = \{o, R(x, o) / R(x,o) \neq \phi \square\}$ . Neste caso, o autor explicita que o adjetivo cognitivo não é adotado em sua acepção intelectualista corrente, pois de acordo com Chevallard, temos uma relação pessoal com a nossa escova de dentes, com a máquina de fazer café etc, ou seja, com todos os objetos que fazem parte do nosso universo cognitivo, da mesma maneira que pode fazer parte, por exemplo, a noção de equação do segundo grau ou a de derivada.

Deste modo, segundo o autor, para explicar a formação e evolução do universo cognitivo de uma pessoa  $x$ , é conveniente introduzir uma quarta noção fundamental, a de instituição. Ainda conforme o autor, as instituições são obras de um tipo particular, ou seja, uma instituição é um dispositivo social "total", que pode ter somente uma extensão reduzida no espaço social (existem microinstituições), mas que permite e impõe a seus sujeitos, isto é, às pessoas que vêm a ocupar diferentes posições

oferecidas na instituição  $I$ , envolvendo maneiras próprias de fazer, e mais amplamente, adotando praxeologias determinadas.

Assim, por exemplo, um livro didático é uma obra e a classe que possibilita a utilização desse livro é uma instituição, em que as duas posições essenciais são as do professor e de estudante, da mesma forma que o estabelecimento, onde aparecem outras posições também é uma instituição englobante e que fusiona diversas posições, que constituem o sistema educativo.

Chevallard (1998) responde ainda à questão da constituição e mudança do universo cognitivo  $U(x)$  de um indivíduo  $x$ . O autor esclarece que a relação pessoal de  $x$  com o objeto  $o$  é criada ou muda por meio da entrada de  $x$  em certas obras  $O$ , cujo objeto  $o$  a compõe, e essas mesmas obras vivem em determinadas instituições em que  $x$  poderá ocupar a posição  $p$ . Assim, desde o nascimento, todo indivíduo se sujeita a múltiplas instituições, isto é, ele é ao mesmo tempo submetido e sustentado pelas instituições, tal como sua família, na qual ele se torna um sujeito. Em particular, os bebês se submetem de imediato à instituição linguagem, e mais precisamente à língua, mesmo que ele ainda não fale. Ele não é capaz de escapar dessa instituição e é ela que lhe permitirá falar, que lhe dará sua potência linguística. De forma geral, é devido a essas submissões, advindas do fato de que o indivíduo é sujeito de diversas instituições, que o mesmo se constitui em uma pessoa.

Assim, a “teoria do conhecimento” esboçada para os indivíduos é transferida para as instituições, ou seja, dado um objeto  $o$ , uma instituição  $I$  e uma posição  $p$  em  $I$ , denominamos *relação institucional* a  $o$  em posição  $p$ , e indicamos  $R_I(p, o)$ , a relação com o objeto  $o$  que deveria ser, idealmente, aquela dos sujeitos de  $I$  em posição  $p$ . Dizer que  $x$  é um bom sujeito de  $I$  em posição  $p$ , é o mesmo que afirmar que a relação pessoal do indivíduo  $x$  está em conformidade ou é adequada à relação institucional em posição  $p$ , que indicamos  $R(x, o) \cong \square R_I(p, o)$ .

De tal modo, ao se tornar sujeito de  $I$  em posição  $p$ , um indivíduo  $x$ , que é sempre uma pessoa, dotado de um universo cognitivo  $U(x)$  submete-se às relações institucionais  $R_I(p, o)$ , que irão (re)modelar, (re)formar suas relações pessoais, ou seja, se  $o$  existe para os sujeitos que estão na posição  $p$ , a relação pessoal de  $x$  a  $o$ ,  $R(x, o)$  tende a ser semelhante à relação institucional  $R_I(p, o)$ , a menos que  $x$  se revele ser um mau sujeito de  $I$ . De forma geral, nossas relações pessoais são fruto de nossa história de sujeições institucionais passadas e presentes.

Após esta breve descrição das noções de relação pessoal e institucional, consideramos a noção de organização praxeológica ou praxeologia que, segundo Chevallard (1998), corresponde aos tipos de tarefas ( $T$ ) que, para serem executadas, necessitam de uma maneira de fazer que o autor denomina técnica ( $\tau$ ). A associação tarefa-técnica é definida como um saber fazer que não sobrevive isoladamente, solicitando um ambiente tecnológico-teórico, que corresponde a um saber formado por uma tecnologia ( $\theta$ ), ou seja, um discurso racional que justifica e torna a técnica compreensível, e de

uma teoria ( $\Theta$ ) que justifica e esclarece a tecnologia utilizada. O sistema composto por tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  constitui o que Chevallard denomina praxeologia, sendo ela que articula uma parte prático-técnica, que corresponde ao saber fazer, a uma parte tecnológica teórica, que corresponde ao saber. A base de toda praxeologia é constituída por um sistema de tarefas em torno das quais se desenvolvem e se organizam técnicas, tecnologias e teorias.

Antes de considerar a noção de ecologia introduzida por Chevallard (2002), observamos aqui que o pesquisador pondera que a relação pessoal com um determinado objeto do saber depende da relação institucional ou relações institucionais a que uma pessoa se submete. Dessa forma, segundo Chevallard (2002), a aprendizagem é considerada como o acesso a essa relação pessoal, ou seja, a diversidade de relações institucionais a que o sujeito se submete. Assim, as diferentes relações institucionais permitem considerar o estudo como uma modificação das relações pessoais e o ensinar como uma ajuda ao estudo, ou seja, ajuda dada ao estudante no sentido de que ele possa estabelecer uma relação com o saber, modificando-o de modo a torná-lo adequado às expectativas apresentadas em uma determinada relação institucional.

Após esta breve introdução sobre as noções fundamentais da TAD, consideramos a noção de ecologia dos saberes que é definida por Chevallard (2002) como a pesquisa da vida dos saberes nas instituições, pois esses dependem de adaptações às restrições que, muitas vezes, estão associadas à economia destes saberes.

Deste modo, Chevallard (2002) ao considerar a noção de ecologia, define *habitat* como o lugar onde vivem os objetos matemáticos considerados, *nicho* correspondendo à função que esses objetos ocupam em cada um de seus habitats e “*meio*” como o conjunto dos objetos para os quais a relação institucional é estável e não problemática.

Assim, uma instituição  $I$  e as diferentes obras  $O$  para a qual ela serve de *habitat*, que corresponde ao lugar onde vivem os objetos  $o$ , não poderiam existir sem sujeitos. Esses são os atores da instituição  $I$  e as obras  $O$  que vivem em  $I$  fazem com que as instituições continuem a viver. Existe assim uma dialética entre instituições, obras e pessoas.

A seguir apresentamos os resultados encontrados nas análises das obras consideradas.

## ■ Resultados

Os primeiros resultados mostram que o livro de Sangiorgi (1966), da década de 1960, época da Matemática Moderna, é o que mais se diferencia dos outros, pois já na quinta série/sexto ano (estudantes de 11 anos), introduzia-se a noção intuitiva de conjuntos e elementos de lógica, como, por

exemplo, o uso do símbolo de equivalência articulado com exemplos relacionados às operações com números naturais e inteiros relativos.

Na sexta série/sétimo anos, eram introduzidos ainda os números racionais, suas operações e propriedades, que eram tratados por meio do conceito de estrutura algébrica, como já se havia feito para os números naturais e inteiros relativos.

O conceito de polinômio era introduzido na sétima série/oitavo ano, após o estudo dos números reais, de suas operações e propriedades por meio de sua estrutura algébrica, ou seja, a estrutura de corpo. Esse estudo centrado nas estruturas algébricas compara os diferentes conjuntos, em particular, o conjunto dos polinômios de coeficientes reais que, como o conjunto dos números inteiros relativos, tem uma estrutura de grupo comutativo para a adição e de anel comutativo para as operações de adição e multiplicação como o conjunto dos números reais.

Apesar desta introdução teórica, as praxeologias privilegiadas são associadas aos tipos de tarefas que correspondem à T1: Representar área e perímetro de uma figura geométrica plana regular por meio de uma expressão literal ou de um polinômio; T2: Identificar uma propriedade estrutural dos números reais; T3: Operações com expressões literais; T4: Reduzir os termos semelhantes; T5: Reconhecer polinômios; T6: Determinar o grau de um polinômio; T7: Efetuar operações com polinômios; T8: Determinar o valor numérico de um polinômio”.

Já na obra de Di Pierro Neto (1971), da década de 1970, as estruturas algébricas desaparecem e o cálculo literal é introduzido na sexta série/sétimo ano após o estudo dos números inteiros relativos, suas operações e propriedades, privilegiando a praxeologia T8. Ainda neste ano, são introduzidos os monômios e, como aplicação, consideram-se os produtos notáveis. Na sétima série/oitavo ano, são introduzidos: o conjunto dos números reais, suas operações e propriedades e os polinômios de coeficientes reais, suas operações e propriedades, mas não se comparam suas estruturas.

Nesta obra, o polinômio é definido como uma expressão algébrica inteira de dois ou mais termos. São introduzidas ainda as noções de valor numérico de uma expressão algébrica e de um polinômio, redução de termos semelhantes e operações com polinômios. Após considerar a operação de multiplicação de polinômios, o autor produz as identidades remarcáveis ou produtos notáveis e a fatoração é introduzida após o estudo da operação de divisão, sendo aplicada na simplificação de frações algébricas.

As praxeologias privilegiadas nesta obra correspondem aos tipos de tarefa T3 a T8 indicadas acima. Na obra de Averbuch, Gottlieb, Sanches, Liberman (1985), que na nossa pesquisa representa a década de 1980, observamos que o conjunto dos números reais, suas operações e propriedades, assim como as expressões algébricas e os polinômios são introduzidos da mesma forma que na obra

de Di Pierro Neto (1971). Na sequência, as autoras introduzem as expressões algébricas, polinômios, valor numérico das expressões algébricas e de polinômios, grau de um polinômio, operações com polinômios ainda de forma análoga à de Di Pierro Neto. Em relação aos produtos notáveis e a fatoração, foi possível identificar uma diferença, pois estas noções são introduzidas após o estudo dos polinômios. As autoras também utilizam produtos notáveis e fatoração como aplicação para o estudo das frações algébricas.

Em relação aos tipos de tarefas propostas aos estudantes, identificamos os mesmos tipos de tarefas apresentadas em Di Pierro Neto (1971).

Na obra de Bianchini (1991), o conjunto dos números reais, suas operações e propriedades é introduzido da mesma maneira que na obra anterior, assim como as expressões algébricas e os polinômios. Os tipos de tarefa não variam e tanto os produtos notáveis como a fatoração são propostos para serem trabalhados após o estudo dos polinômios. Essas noções são aplicadas no estudo das frações algébricas, ou seja, tanto os tipos de tarefa propostas pelo autor como a aplicação dos produtos notáveis e da fatoração não diferem das obras anteriores.

Na obra de Dante (2008), observamos que o autor introduz os números reais, suas operações e propriedades, utilizando situações contextualizadas que servem de motivação para o estudo dessas noções.

No estudo das expressões algébricas e dos polinômios, encontramos tarefas do tipo T1 apresentada por Sangiorgi (1966), mas que diferem em função do tratamento intra e extramatemático, ou seja, em Sangiorgi (1966), eram tarefas que articulavam álgebra e geometria e em Dante (2008), trata-se deste mesmo tipo de tarefas, sendo que a articulação entre álgebra e geometria é descrita por meio de um determinado contexto extramatemático.

O estudo dos polinômios, suas operações e propriedades, segue a mesma estrutura de Di Pierro Neto (1971) e, sempre que possível, o autor articula álgebra e geometria, ou seja, utiliza a noção de área de figuras geométricas planas enquanto aplicação das noções introduzidas.

Na obra de Dante (2013), o estudo dos polinômios não difere do proposto em sua obra de 2008, apenas alguns exemplos correspondem a contextos diferenciados.

Assim, identificamos que as obras das décadas de 1980 e 1990 seguem a mesma estrutura da obra de 1970, mas as praxeologias privilegiadas passam a ser: “Reconhecer polinômios”, “Efetuar operações com polinômios” e “Determinar o grau de um polinômio”. Da mesma forma, observamos que, mais uma vez, as estruturas das obras das décadas de 2000 e 2010 continuam sendo muito próximas, mudando apenas as praxeologias privilegiadas, que ficam centradas na articulação da

noção de polinômios com os cálculos de perímetros e áreas de figuras planas, o que já se fazia como tipos de tarefas propostas aos estudantes na década de 1960.

Neste estudo, sobre a introdução e desenvolvimento da noção de polinômios no Ensino Fundamental anos finais no Brasil, entre as décadas de 1960 a 2010, foi possível observar que a ecologia dos objetos que lhe são associados sobrevive continuamente em um *habitat* que corresponde ao quadro da álgebra elementar, cujo *nicho*, ou seja, a função desses objetos está associada à introdução de um início de formalismo algébrico para o desenvolvimento das equações do primeiro e segundo grau e a introdução da fatoração e das identidades remarcáveis (produtos notáveis), sendo seu *meio* a distinção dos polinômios segundo seu grau e as operações com estes novos objetos matemáticos.

Observamos finalmente que é em relação às tecnologias e teorias que se encontra a distinção entre a obra de Sangiorgi (1966) e as outras obras analisadas neste estudo.

### ■ Considerações Finais

Este primeiro estudo, considerando apenas o conceito de polinômios, parece mostrar que existe pouca diferença entre as propostas de estudo, ao analisarmos as décadas de 1970 a 1990, sendo a grande diferença encontrada na década de 1960, ou seja, época da Matemática Moderna.

É importante observar que mesmo as praxeologias privilegiadas têm poucas diferenças entre elas, destacando-se apenas as das décadas de 2008 e 2010, centradas nas fórmulas para cálculo de perímetros e áreas, que parecem deixar pouco espaço para outras aplicações, como por exemplo, a aplicação dos produtos notáveis de fatoração para o estudo das frações algébricas, que não são consideradas nestas duas décadas.

### ■ Referências Bibliográficas

- Averbuch, A., Gottlieb, F. C., Sanches, L. B., Liberman, M. P. (1985). *Matemática: saber e fazer*. São Paulo: Editora Saraiva.
- Chevallard, Y. (1998). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique*. Recuperado de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=27](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27)
- Chevallard, Y. (2002). *Organiser l'étude 3 : Ecologie e Régulation*. Recuperado de [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=53](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=53)
- Bianchini, E. (1991). *Matemática*. São Paulo: Editora Moderna.
- Dante, L. R. (2008). *Tudo é matemática*. São Paulo: Editora Ática.
- Dante, L. R. (2013). *Matemática: Projeto Teláris*. São Paulo: Editora Ática.

- Di Pierro Neto, S. (1971). *Matemática na escola renovada*. São Paulo: Edição Saraiva
- Lages Lima, E., Carvalho, P.C.P., Wagner, E. Morgado, A.C. (2006). *A Matemática do Ensino Médio*. Rio de Janeiro: IMPA.
- Lüdke, M., André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Sangiorgi, O. (1966). *Matemática curso moderno*. São Paulo: Companhia Editora Nacional.