

ÁREA E PERÍMETRO: UMA ANÁLISE DAS RELAÇÕES INSTITUCIONAIS NO CURRÍCULO DO ESTADO DE SÃO PAULO

José Valério Gomes da Silva

UNIAN – SP. (Brasil)

valerio.gomes@yahoo.com.br

RESUMO: Este trabalho objetiva identificar e analisar as relações institucionais existentes nos documentos oficiais do estado de São Paulo sobre os conceitos de área e perímetro. Nos fundamentamos nas pesquisas de Douady & Perrin-Glorian, Baltar e na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard e seus colaboradores. O percurso metodológico para análise dos documentos transcorreu por meio da identificação das relações institucionais através da análise das organizações praxeológicas; os ostensivos e não ostensivos; e o “topos” dos alunos. Como resultados identificamos um número reduzido de praxeologias para os estudantes construírem os conceitos de área e perímetro enquanto grandeza e verificamos ainda que o foco está voltado para situações de medida. Concluimos também que alguns materiais apresentam as tarefas a princípio como ferramentas implícitas, que ao serem articuladas com outros conhecimentos assumem seu caráter de ferramenta explícita para sua formalização enquanto objeto matemático que será institucionalizado como tal.

Palavras chave: área, perímetro, relações institucionais, currículo de matemática

ABSTRACT: This work attempts to identify and analyze the institutional relations that appear in the official documents of Sao Paulo State concerning the concepts of area and perimeter. We base this work on Douady and Perrin-Glorian and Baltar researches, as well as on the anthropology theory of didactics by Chevallard et.al. The methodological study to analyze the documents was carried out by identifying institutional relationships through the analysis of the evident and non-evident praxis organizations, and the students' "topology". As a result we identified a reduced quantity of praxeologies for the students to construct the concepts of area and perimeter with respect to their magnitude. We also verify that the problem is focused on measurement situations. Besides, we can conclude that some materials present the tasks at the beginning, as implicit tools, which are also linked to other knowledge by assuming their nature of explicit tools for their conceptualization as mathematical objects.

Key words: area, perimeter, institutional relationships, math curriculum

■ Introdução

Este estudo é uma parte da pesquisa de doutoramento no qual identificamos por meio dos documentos oficiais as novas propostas curriculares para o processo de ensino e aprendizagem de matemática em torno das noções de área e perímetro. Para tal, utilizamos para as análises os documentos que vem sendo introduzidos pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, pois os mesmos correspondem às novas expectativas institucionais e respondem à proposta nacional que prevê a construção, por cada estado da federação, de materiais próprios que contemplem as necessidades regionais e locais.

Observamos que a opção por estudar as propostas do estado de São Paulo - Brasil se deve ao fato que desde 2008 vem sendo introduzidas as novas propostas curriculares, por meio de uma parceria entre os especialistas e professores. Isso resultou no Programa Ler e Escrever para os anos iniciais do ensino fundamental (6 – 10 anos) e o currículo do estado de São Paulo para os anos finais do ensino fundamental (11 – 14 anos) e o ensino médio (15 – 17 anos). Assim, os documentos analisados neste artigo são: O Projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – EMAI (2013), que correspondem a uma nova proposta para o desenvolvimento da Matemática do Programa Ler e Escrever, e os Cadernos dos Alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental (2009), que compõem o currículo do estado de São Paulo.

Buscamos analisar as abordagens dos conceitos de área e perímetro ao longo dos anos do ensino fundamental – EF por estarmos convencidos da importância desses dois documentos para os estudantes da rede pública do estado de São Paulo. O foco das análises tentará responder as questões: Será que as atividades envolvendo as noções de área e de perímetro contribuem na construção dessas noções enquanto grandeza? Nesses documentos oficiais são propostas situações de área e perímetro que possibilitem ao aluno distinguir e relacionar os quadros geométrico, numérico e das grandezas segundo definição de Douady & Perrin-Glorian (1989)?

Com intenção de responder a essas questões, esse artigo tem o objetivo de identificar e analisar as relações institucionais existentes nos documentos oficiais do estado de São Paulo, o Projeto EMAI dos anos iniciais do EF e os cadernos dos alunos dos anos finais do EF, em torno das noções de área e perímetro. Para responder as questões acima e atingirmos o nosso objetivo iremos listar a fundamentação teórica escolhida para o encaminhamento da pesquisa.

Para tal, o texto desse estudo está organizado em três partes. A primeira é a fundamentação teórica. A segunda parte refere-se à explicitação e justificativa dos procedimentos metodológicos empregados na pesquisa. E a terceira são as análises dos resultados fazendo o diálogo com a fundamentação teórica; seguidos das considerações finais e por fim, as referências.

Consideraremos nesse estudo a noção de área a partir das hipóteses que norteiam a pesquisa desenvolvida por Douady e Perrin-Glorian (1989). As pesquisadoras propõem uma abordagem da noção de área de figuras planas como uma grandeza, o que corresponde à distinção e articulação de três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico. A partir da análise de erros, Douady e

Perrin-Glorian (1989) caracterizaram dois tipos de concepção de área: as concepções geométricas e as concepções numéricas.

Utilizamos as pesquisas de Baltar (1996), mais particularmente, à classificação das situações que dão sentido ao conceito de área e perímetro, a saber: situações de comparação, situações medida e situações de produção.

Consideramos ainda como referencial teórico para a análise dos documentos a Teoria Antropológica do Didático de Chevallard, em particular, as noções de relações institucionais, de organizações praxeológicas ou praxeologias, de “topos” professor e do aluno e de ostensivos e não ostensivos segundo Chevallard (1991, 1992, 1994, 1997, 1999), Chevallard e Grenier (1997) e Boch & Chevallard (1999).

Ressaltamos que para Chevallard (1992), tudo é objeto, e quando um objeto é reconhecido por uma instituição, podemos definir uma relação institucional com esse objeto estudado. Nessa pesquisa, consideramos como instituições os documentos: EMAI dos anos iniciais do ensino fundamental - EF (São Paulo, 2013) e os Cadernos do aluno dos anos finais do EF (São Paulo, 2009); os objetos em estudo são os conceitos de área e perímetro, para esses conceitos identificamos e analisamos as relações institucionais existentes por meio desses documentos, que são atualmente referência para ao desenvolvimento da Matemática nas escolas de ensino fundamental do estado de São Paulo - Brasil.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa fundamentada em Lüdke e André (1986) uma vez que tem como sua fonte direta de dados o ambiente natural e o pesquisador como seu principal instrumento, os dados são predominantemente descritivos, existe preocupação maior com o processo que com o produto, em particular, com a abordagem que os autores dos documentos dão aos objetos matemáticos área e perímetro e a análise de dados segue um processo indutivo. As análises seguem as técnicas de uma pesquisa documental que segundo Lüdke e André (1986) é uma técnica da pesquisa qualitativa que permite complementar informações obtidas por outras técnicas e/ou desvendar aspectos de um tema ou problema.

Os documentos analisados são compostos por: seis unidades (UD) em cada ano do 1º ao 5º totalizando trinta unidades (EMAI) e quatro volumes (V) em cada ano do 6º ao 9º totalizando dezesseis volumes (os cadernos dos alunos).

Para atingirmos o objetivo desta pesquisa organizamos uma grade de análise na qual consideramos inicialmente as noções de área e perímetro em função de seu caráter ferramenta e objeto do trabalho matemático a ser realizado. Em seguida, identificamos as situações de comparação, de produção e de medida entre as atividades de área e perímetro enquanto formas de tratamento desses objetos de estudo, ou seja, de suas características a partir das possíveis tarefas que lhe são associadas. Na sequência, identificamos as organizações praxeológicas dentre as atividades propostas nos documentos em análise, ou seja, os tipos de tarefa, as técnicas e os elementos tecnológico-teóricos. Também identificamos os ostensivos e não ostensivos envolvidos nas atividades e finalmente, os “*topos*” dos alunos.

Com os dados coletados, a partir das categorias de análise citadas anteriormente pudemos identificar as expectativas institucionais que se espera sejam desenvolvidas em cada unidade ou volume para os anos em que as noções de área e perímetro são indicadas para ser desenvolvida no EF. A partir da identificação das tarefas indicadas para os dois níveis de escolaridade, EF anos iniciais e EF anos finais, aplicamos a grade de análise. Observamos que essa grade além de permitir a identificação dos diferentes tipos de tarefa que são propostos na introdução das noções de área e de perímetro nos documentos em análise, serve também como instrumento que permite analisar as diferentes relações institucionais existentes.

Para esse trabalho consideramos apenas os três tipos de tarefa predominantes nos documentos analisados em torno da noção de área e três para a noção de perímetro, sendo um tipo de tarefa para cada situação (Baltar, 1996), a saber:

T₁: Ordenar as figuras planas dadas de acordo com sua área (situações de comparação);

T₂: Construa uma figura plana a partir de uma ou várias figuras planas dadas levando em consideração sua área (situações de produção);

T₃: Calcular a área de uma figura plana (situações de medida).

Figura 1. Tipos de Tarefas predominantes em torno da noção de área para os documentos analisados.

T₁: Ordenar as figuras planas dadas de acordo com seu perímetro (situações de comparação);

T₂: Construa uma figura plana a partir de uma ou várias figuras planas dadas levando em consideração seu perímetro (situações de produção);

T₃: Calcular o perímetro de uma figura plana (situações de medida).

Figura 2. Tipos de Tarefa predominantes em torno da noção de perímetro para os documentos analisados.

Na Figura 3 que segue apresentamos um exemplo de aplicação da grade de análise para os tipos de tarefa T₁ e T₃ do 4º ano em torno do conceito de perímetro:

<p><u>Situação:</u> Situações de comparação e de medida.</p> <p><u>Tipos de Tarefa (T_1 e T_3):</u> <i>Figura 1</i> (atividade 23.2/unidade 6 - 4º ano/Projeto EMAI)</p> <p><u>Técnicas:</u></p> <p>Técnica 1: Contar as unidades de comprimento (lado do quadradinho) nas duas partes da atividade.</p> <p>Técnica 2: Para a segunda parte da atividade é preciso dispor ainda da técnica da multiplicação de dois números, pois é preciso determinar o contorno por meio da multiplicação do número de unidades de comprimento pela medida de cada uma delas.</p> <p><u>Tecnologias:</u> operações com os números racionais; propriedades das figuras planas; os desenhos das figuras planas; o conceito de perímetro que foi construído.</p> <p><u>Teoria:</u> Geometria das figuras planas e Grandezas e Medidas.</p> <p><u>Ostensivos dados no enunciado:</u> Representação escrita na língua materna e a representação figural sobre um quadriculado.</p> <p><u>Ostensivos utilizados na solução:</u> Representação escrita de número racional.</p> <p><u>Não Ostensivos utilizados na solução:</u> As operações de adição e multiplicação.</p> <p><u>“Topos” do aluno:</u> Ser capaz de reconhecer nas atividades situações já vivenciadas, buscar e selecionar os dados importantes e tomar decisões que dependem de seus conhecimentos retrospectivos, por exemplo, contar a quantidade de unidades de medida.</p>

Figura 3. Exemplo de uma aplicação da grade de análise.

Os documentos EMAI e os cadernos dos alunos são iniciados com uma apresentação cujo objetivo é ampliar a discussão das questões sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática no estado de São Paulo, em particular, aquelas que tratam da introdução e desenvolvimento dos conceitos de área e perímetro. O foco do documento está centrado tanto na aprendizagem do aluno como na possibilidade de reflexão por parte dos professores e coordenadores do sistema escolar relativo a uma determinada região sobre novas estratégias de desenvolvimento dos conteúdos visados.

Sendo assim, esses documentos também têm a função de auxiliar na orientação da formação inicial e continuada do professor, isto é, estabelecer o “topos” esperado do professor dando-lhes subsídios para as atividades em sala de aula. De forma implícita os documentos indicam a necessidade de estudo das teorias de aprendizagem e das pesquisas em Educação Matemática, pois são elementos dessas teorias que são utilizados no desenvolvimento das sequências de ensino.

Considerando a noção de “topos” proposta por Chevallard e Grenier (1997) podemos considerar que o esperado, institucionalmente, do professor em relação ao saber matemático sobre as noções de área e perímetro, é trabalhar com os objetos ostensivos que permitem manipulá-los, reconhecendo os não ostensivos que lhes são associados de forma a ser capaz

de justificar as diferentes passagens no desenvolvimento de uma técnica por meio de um discurso tecnológico, ou seja, evocar os não ostensivos de forma a justificar os ostensivos utilizados na introdução e desenvolvimento das atividades envolvendo as noções de área e perímetro. Isso mostra a importância de dispor de diferentes ostensivos para representar um mesmo conceito ou noção matemática e saber associá-los aos respectivos não ostensivos para ser capaz de produzir um discurso tecnológico que justifique e controle os resultados encontrados. Assim, tanto o professor como o alunos devem dispor destes ingredientes de manipulação e evocação do trabalho matemático que se realiza ao desenvolver uma técnica para que os primeiros possam auxiliar seus alunos a ultrapassar as dificuldades encontradas na solução das tarefas que lhes são propostas e os segundos para que possam produzir respostas a essas tarefas de forma planejada, com uma execução consciente e que eles próprios seja capazes de controlá-las.

As Tabelas 1 e 2 mostram a distribuição do quantitativo das atividades analisadas em torno das noções de perímetro e área enquanto objeto de estudo ao longo dos anos do ensino fundamental nos documentos EMAI e cadernos dos alunos:

Tabela 1. Distribuição das tarefas em torno da noção Perímetro ao longo do EF.

Situações	Tipos de tarefa predominantes (PERÍMETRO)	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
Situações de comparação	T ₁	—	—	—	2	2	2	—	1	—	7
Situações de produção	T ₂	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Situações de medida	T ₃	—	—	—	2	1	1	1	2	1	8
Total		--	--	--	4	3	3	1	3	1	15

Tabela 2. Distribuição das tarefas em torno da noção Área ao longo do EF.

Situações	Tipos de tarefa predominantes (ÁREA)	1º ano	2º ano	3º ano	4º ano	5º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
Situações de comparação	T ₁	—	—	—	1	3	3	—	1	—	8
Situações de produção	T ₂	—	—	—	—	—	6	—	1	—	7
Situações de medida	T ₃	—	—	—	5	1	1	4	2	8	21
Total		--	--	--	6	4	10	4	4	8	36

Ao observarmos as tabelas percebemos um quantitativo bem maior de atividades envolvendo área em relação às atividades de perímetro. Ao observar a tabela 1 verificamos que nenhuma situação de produção em relação à noção de perímetro é considerada no desenvolvimento dessa noção no ensino fundamental. Trata-se de um caso que precisa ser repensado uma vez que esse tipo de situação irá ajudar na construção da noção de perímetro enquanto grandeza como observaram Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996). Verificamos ainda que existe uma grande concentração de atividades envolvendo situações de medida em torno da noção de área, esse fato pode reforçar uma ideia errônea de que “área é um número” conforme indicações encontradas no trabalho de Douady e Perrin-Glorian (1989) que mostram a necessidade de distinguir as noções de área das noções de superfície e de número.

Em relação aos anos iniciais, não identificamos atividades envolvendo as noções de área e perímetro no 1º, 2º e 3º anos. Parece-nos interessante que já no 3º ano sejam introduzidas algumas atividades simples de comparação e de produção envolvendo as noções de perímetro (ideia de contorno) e área (ideia de tamanho da superfície) sem tratar da questão das medidas.

As atividades de área e perímetro encontradas no material destinado ao 4º ano são introduzidas na última unidade (UD 6), sendo as situações de medida privilegiadas em relação às situações de comparação. Aqui, consideramos que essa proposta poderia se diluir ao longo das seis unidades, o que permitiria ao professor realizar um trabalho no qual se articula novos conhecimentos com conhecimentos retrospectivos disponíveis. Uma forma de desenvolver essa prática, por exemplo, seria

a utilização de atividades de produção e comparação de quadrados e de retângulos em malhas quadriculadas.

Assim como no 4º ano, as atividades envolvendo área e perímetro do 5º ano também só foram apresentadas na última unidade analisada (UD 6), da mesma forma as situações de comparação, de produção e de medida podiam ser apresentadas nas unidades anteriores por meio de atividades que articulem conhecimento retrospectivos disponíveis com os novos conhecimentos que se deseja introduzir.

Nas nossas análises observamos que no 6º ano as noções de área e perímetro estão sendo construídas por meio de situações de comparação e de produção, sem propor nenhuma atividade de medida, por exemplo, com contagem de unidades de área e de perímetro em malhas, o que supostamente é considerado como um conhecimento retrospectivo disponível. As atividades propostas se concentram no 3º bimestre do 6º ano, e novamente, nos questionamos: porque também não propor atividades envolvendo as noções de área e perímetro nos outros bimestres de forma articulada com os outros conteúdos que são desenvolvidos nesse ano?

Por outro lado, no 7º ano para a introdução dos conteúdos: grandezas direta/inversamente proporcional, razão e proporção, equações e fórmulas, etc., é esperado que o aluno dispusesse de conhecimentos associados às situações de medida com as respectivas formalizações. Nesse momento, são apresentadas as fórmulas para o cálculo da área dos retângulos, triângulos e outros polígonos, sem o cuidado de construí-las em seções específicas e de forma articulada com as noções de área e perímetro, o que pode gerar dificuldades de compreensão dos conceitos e noções necessárias para o desenvolvimento dessas atividades por parte dos alunos.

No 8º ano, especificamente, nos volumes 2 e 3, as noções de área e perímetro são tratados como ferramenta explícita de estudo dos conteúdos de álgebra por meio de situações de medida. Em seguida, no volume 4 com o título de “área de figuras planas” a abordagem da noção de área é revisitada como objeto de estudo por meio de situações de produção, comparação e medida.

Assim, com o objetivo de minimizar as dificuldades dos estudantes que poderão surgir nos volumes 2 e 3 já citados, nos parece importante que o professor tenha claro as necessidades apresentadas acima e seja capaz de inverter a sequência de atividades antecipando a proposta de trabalho indicada no volume 4 em relação aos volumes 2 e 3.

O mesmo ocorre nos cadernos do 9º ano, onde nos parece necessária uma discussão e/ou atividades envolvendo as fórmulas para o cálculo da área dos principais polígonos (retângulos, quadrados, triângulos, paralelogramos, trapézios) antes de usar tais fórmulas como ferramenta explícita de estudo para a introdução de outros conteúdos como a resolução de equações do 2º grau, ou na representação gráfica de grandezas proporcionais ou ainda em semelhanças de figuras planas, como é o caso encontrado, por exemplo, nos volumes 2 e 3 dos cadernos do 9º ano analisados.

É importante ressaltar ainda que não existem atividades que relacionem as noções de área e perímetro com situações de comparação e produção que auxiliem a reforçar a independência das duas grandezas, ou seja, não se trabalha explicitamente com a questão de verificar se o aumento ou diminuição da área de figuras planas iria ou não implicar no aumento ou diminuição do perímetro dessas mesmas figuras. Situações desse tipo foram desenvolvidas por Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996).

Quando analisamos o projeto EMAI e os cadernos do estado de São Paulo de forma panorâmica do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental – EF percebemos que a relação institucional desses documentos em torno da noção de área está baseada, principalmente, com situações de medida, em particular, na utilização da substituição da medida dos lados dos polígonos nas fórmulas como uma técnica predominante. Trata-se de uma abordagem, que como já anunciamos na apresentação dos resultados, que poderá acentuar uma ideia errônea de que a noção de área se resume a apenas um número. Por outro lado, em relação à noção de perímetro a técnica mais explorada nos documentos analisados é a adição das medidas dos lados das figuras geométricas planas, explorando apenas a ideia do perímetro enquanto soma dos lados de uma figura e não como contorno da figura, o que pode representar uma dificuldade no momento de trabalhar com o perímetro de uma circunferência.

De um modo geral, observamos que o quantitativo de atividades onde as noções de área e perímetro são ferramentas para o estudo de outros conteúdos matemáticos é maior que as atividades onde essas noções são objeto de estudo. Esses quantitativos deveriam ser mais equilibrados, pois se o estudante não tiver construído as noções de área e perímetro de forma satisfatória irá ter dificuldade na compreensão de atividades intramatemáticas e extramatemáticas para as quais é preciso aplicar essas noções enquanto conhecimentos retrospectivos disponíveis.

Assim, as expectativas institucionais segundo os documentos analisados é que os alunos sejam capazes de reconhecer os ostensivos e os não ostensivos das atividades em torno das noções de área e perímetro, como também de construir essas noções enquanto grandezas e explicitá-las de forma coerente na solução de tarefas de sua vida escolar e cotidiana.

Pensando nas questões apresentadas inicialmente e em função das análises efetuadas nos documentos que representam, em parte, as relações institucionais que sobrevivem e se reconstróem atualmente no processo de ensino e aprendizagem do ensino fundamental do estado de São Paulo quando se introduz e se desenvolve as noções de área e perímetro, ressaltamos que as atividades contribuem para a construção das noções enquanto grandeza, mas parece necessário um trabalho mais intenso e uma maior articulação entre essas noções e outros conhecimentos intramatemáticos e extramatemáticos desenvolvidos nessas etapas escolares.

Em relação à segunda questão observamos que as atividades propostas não parecem ser suficientes para que os alunos sejam capazes de distinguir e relacionar os quadros numérico, geométrico e das grandezas conforme a proposta da pesquisa de Douady e Perrin-Glorian (1989), uma vez que existe

pouca articulação entre as noções de área e perímetro e as outras noções introduzidas no ensino fundamental anos iniciais e finais.

■ Referências bibliográficas

- Baltar, P. M. (1996). *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège*. Tese de Doutorado, Université Joseph Fourier. França.
- Bosch, M., Chevallard Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(1), 77-124.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques* 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Recuperado em 17 de setembro de 2015 de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Chevallard Y., Grenier, D. (1997). *Le topos de l'élève*, Actes de la IX école d'été de didactique des mathématiques, Houlgate, França.
- Chevallard, Y. (1999). *La recherche en didactique et la formation des professeurs : problématiques, concepts, problèmes*. Recuperado em 17 de setembro de 2015 de <http://yves.chevallard.free.fr/>
- Douady, R.; Perrin-Glorian, M.-J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics* 20(4), 387-424.
- Lüdke, M., André, M.E.D.A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- São Paulo. (2009). *Caderno do Aluno: Matemática, 6º - 9º anos (4 volumes)*. Ensino Fundamental. São Paulo: Secretaria de Educação.
- São Paulo. (2013). *Projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI: Matemática, 1º - 5º anos (6 unidades)*. Ensino Fundamental. São Paulo: Secretaria de Educação.