

## ANÁLISIS DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE MATEMÁTICAS DE COSTA RICA PARA TERCER CICLO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LAS ÁREAS DE NÚMEROS Y GEOMETRÍA

**Eric Mata-Delgado, Milena Granados-Montero**

Liceo Unesco. CTP San Isidro. (Costa Rica)

ericmatad@gmail.com, milenagram@gmail.com

**RESUMEN:** Durante muchos años, la resolución de problemas ha sido uno de los temas de interés en la investigación en didáctica de las Matemáticas, incluso para algunas propuestas curriculares es considerada como estrategia metodológica principal. En esta investigación se analiza en qué medida las sugerencias que dicta el currículo de Costa Rica son coherentes con las características de los problemas que este ofrece para tercer ciclo de Educación General Básica en las áreas de Números y Geometría. Mediante un análisis de contenido de los programas de estudio, nos permitieron concluir que existe una incoherencia entre lo que el currículo anhela y lo que brinda.

**Palabras clave:** matemáticas, resolución de problemas, números, geometría

**ABSTRACT:** For many years, problem-solving has been a topic of concern of mathematics didactics research; in fact, for some curricular proposals, it is considered as the main methodological strategy. This study analyzes how much the suggestions given by the curriculum of Costa Rica are coherent with the characteristics of the problems that it provides for the third cycle of basic General Education with regards to numbers and geometry. The analysis of the content allowed us to conclude that there is incoherence between the curriculum expectations and what it really promotes.

**Key words:** mathematics, problem solving, numbers, geometry

## ■ Introducción

El Ministerio de Educación Pública (MEP) creó una reforma a los programas de estudio de Matemáticas en el año 2012, con el deseo de que se considerara la Resolución de Problemas (RP) como eje principal de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Nuestra investigación surge de la preocupación por la coherencia entre las sugerencias que dicta el currículo y los tipos de problemas que el mismo ofrece.

## ■ Fundamentación teórica

Para abordar lo que es un problema matemático partimos de la posición de Kantowski (1980), mencionado por Carrillo (1996), quien considera que un problema puede ser aquella situación a la que se enfrenta el individuo, considerando algún algoritmo para su solución y determinando, de acuerdo con sus conocimientos, una nueva forma de resolverlo.

También se puede considerar que un problema es aquella aplicación significativa que debe enfrentar un resolutor, donde aplica su conocimiento en matemáticas, ante una situación no familiar, ni mecánica, que presente alguna dificultad y que pueda ser resuelta, como lo expresa Carrillo (1996).

En cuanto al currículo de Costa Rica, MEP (2012, p. 29), un problema se define como:

un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil utilizando conceptos o métodos matemáticos, implicando al menos tres cosas: que se piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad, que se enfrenten a los problemas sin que se hayan mostrado soluciones similares, que los conceptos o procedimientos matemáticos a enseñar estén íntimamente asociados a ese contexto.

Tomando en cuenta que no existe una única definición y estimando la posición variada de diferentes autores anteriormente citados sobre lo que es un problema, nosotros consideramos un problema matemático como aquella situación que contenga alguna incertidumbre para ser resuelta, despertando el interés del resolutor, que el nivel de dificultad esté a su alcance y pueda deliberar sobre las estrategias para llegar a resolverlo.

En cuanto a la RP, en este trabajo consideramos la posición de Carrillo (1996, p. 107),

La resolución de problemas como tarea compleja que es, ofrece una posibilidad para organizar la diversidad de niveles existentes en el aula, es un marco ideal para la construcción de aprendizaje significativo y fomenta el gusto por la matemática (incardinada en la realidad) y el desarrollo de una actitud abierta y crítica.

Lo anterior concuerda con uno de los ejes principales del currículo, donde se considera la resolución de problemas como un eje fundamental y no como algo añadido al trabajo de clase, en MEP (2012, p. 477):

Conjunto de estrategias pedagógicas cuyo sustrato es el planteamiento y resolución de problemas. Se identifican al menos las siguientes dimensiones:

Colocada ya en contexto educativo, la resolución de problemas debe integrar al menos dos propósitos: aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas, aprendizaje de los contenidos matemáticos (conceptos y procedimientos) a través de la resolución de problemas.

Por medio de la resolución de problemas, se busca adquirir, fortalecer y construir conocimientos matemáticos basados en problemas contextualizados, de manera que sea familiar para el resolutor.

### ■ Metodología

Al iniciar esta investigación nos formulamos la siguiente pregunta, ¿en qué medida las sugerencias que dicta el currículo de Costa Rica son coherentes con las características de los problemas que el mismo ofrece?

Para contestar esa pregunta propusimos los siguientes objetivos:

Objetivo general: Analizar la coherencia entre la visión del currículo de Matemáticas de Costa Rica y el problema propuesto para tercer ciclo de Educación General Básica en las áreas de Números y Geometría.

Objetivos específicos:

- Caracterizar los problemas del currículo en las áreas de Números y Geometría atendiendo al contexto, formulación, solución y nivel de complejidad.
- Establecer las semejanzas y diferencias que presentan las indicaciones del currículo oficial sobre el tipo de problema a utilizar en el aula y los problemas que el mismo brinda en la parte de las indicaciones puntuales.

### ■ Caracterización de la investigación

Considerando las características de nuestra investigación y de acuerdo con la clasificación propuesta por Colás y Buendía (1998), se sitúa en el paradigma interpretativo, ya que la información que necesitamos la brinda el Programa de Estudios, la recogeremos de una forma ordenada y organizada para después según las intenciones de nuestro estudio brindarle una interpretación.

También es importante indicar que estamos ante una investigación de corte cualitativo, dada la naturaleza de la investigación, sin embargo, para interpretación de los datos en cuanto a los problemas propuestos por el currículo se realizará un análisis cuantitativo.

Realizamos un análisis de contenido del currículo propuesto por el MEP, tanto en forma general para mostrar el tipo de problema que este anhela, como en el apartado de indicaciones puntuales en el área de Números y Geometría, consideramos los problemas para caracterizarlos con el fin de establecer la coherencia o no entre el tipo de problema declarado con el tipo de problema propuesto en el currículo.

Esta comunicación forma parte de una investigación más amplia, por conveniencia en el envío de los datos por parte de otros informantes decidimos tomar los temas de Números y Geometría porque con alguna de ellas se inicia el curso lectivo en los respectivos niveles de tercer ciclo, como lo establece el MEP (2012, p.465).

### ■ Instrumento y proceso de análisis de la información

El instrumento de análisis de la información obtenida para caracterizar los problemas del currículo está compuesto por parte de la categorización hecha por López y Contreras (2014, p. 4), que se basa en el trabajo de Herdeiro (2010), donde consideramos las categorías de Contexto (esta categoría brinda el contexto del problema), formulación (como se presenta el problema) y solución (el tipo de soluciones que tiene el problema). Agregamos la categoría nivel de complejidad sugerida por el MEP (2012, p.32). Ruiz (2015, p.217), destaca nivel de complejidad, con el fin de privilegiar las acciones a desarrollar en la acción de aula; y no como propósito de evaluación del sistema educativo, como pretenden PISA y la OCDE.

#### **A) Contexto, esta categoría incluye las subcategorías:**

A1. Contextualización en la realidad: CVRP: contexto de la vida real personal, CVRL: laboral, CVRE: educativo, CVRS: social, CVRC: científico o CPM: Contexto puramente matemático.

A2. Datos proporcionados: CDV: contexto de datos verdaderos (si los datos sobre los que se basa son genuinos, aparece la fuente de donde fueron tomados) o CDF: datos falsos (si los datos en que se basa no son genuinos, es decir, se fabrican).

A3. Conexión: CCRM: contexto con conexión con otras ramas de las matemáticas, CCOAD: con conexión con otras áreas disciplinares, CCHM: con conexión con la historia de las matemáticas o CSC: contexto sin conexión.

#### **B) Formulación, esta categoría incluye las subcategorías:**

B1. Ilustración: FSI: sin ilustración, FID: ilustración decorativa (sin ninguna finalidad relacionada claramente con el problema), FIM: motivadora (posible ayuda para el alumno pero que no aporta datos numéricos ni claramente significativos), FIR: representativa (aparecen datos numéricos que se dan en el enunciado) o FII: informativa (aparecen datos numéricos que no se aportan en el enunciado).

B2. Número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista sintáctico

FS: formulación simple (una sola cuestión) o FA: formulación agrupada (más de una cuestión en la misma actividad).

B3. Número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista semántico

FSen: formulación sencilla (una sola estrategia cognitiva) o FC: formulación compleja (más de una estrategia cognitiva).

B4. Información proporcionada: FIPS: suficiente, FIPI: insuficiente, FIPE: excesiva.

B5. Representaciones empleadas: FREV: formulación exclusivamente verbal, FRVI: verbal utilizando una ilustración, FRT: utilizando una tabla, FREA: una expresión algebraica, FRG: una gráfica o FRD: un diagrama.

B6. Recursos empleados: FRNE: ningún recurso extra, FRMM: materiales manipulativos, FRNT: nuevas tecnologías.

**C) Solución, las subcategorías consideradas son:**

C1. Respuesta cerrada o abierta: Respuesta cerrada (SRCC: corta (respuesta única, una frase, un breve algoritmo o procedimiento), SRCD: de desarrollo (La respuesta / resolución es único y presenta en la forma de aplicación de un algoritmo o procedimiento), SRCCC: de completitud (completar una frase), SRCVF: de tipo verdadero/falso, SRCA: de asociación o correspondencia o SRCEM: de elección múltiple), o respuesta abierta (SRAC: corta (La respuesta no es única y dado una pequeña frase palabra y / o breve algoritmo.), SRAD: de desarrollo o SRACD: cualquier tipo de respuesta cerrada con respuesta abierta de desarrollo).

C2. Representaciones pedidas: SRNV: representación exclusivamente numérica o verbal, SRI: utilizando una ilustración, SRT: una tabla, SRD: un diagrama, SRG: una gráfica o SREA: una expresión algebraica.

C3. Unicidad y exactitud: SUE: solución única y exacta (se puede optar por un valor aproximado o redondeado), SNUE: solución no única ni exacta (el valor debe redondear o aproximar necesariamente).

C4. Toma de decisión: STCD: resolución con toma de decisión o STSD: sin toma de decisión en cuanto a las soluciones.

**D) Nivel de complejidad, esta categoría considera tres subcategorías:**

D1. Reproducción: en esencia se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados.

D2. Conexión: Remite a la resolución de problemas que no son rutinarios pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante y algo que lo define: la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación.

D3. Reflexión: Se plantea aquí la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, el chequeo de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados.

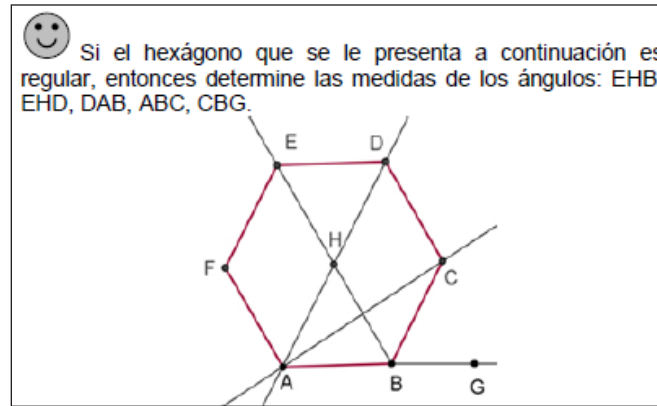
Para esta fase confeccionamos una tabla con categorías para ubicar cada uno de los problemas con su respectiva codificación, como lo ilustra la tabla 1.

**Tabla 1. Instrumento de análisis de la información**

**Caracterización de los problemas en las Áreas de Números y Geometría**

#	Nivel	Pá-gi-na	Conocimientos	Contexto			Formulación						Solución				Nivel de Comple-jidad
				A1	A2	A3	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	
1	7º	276	Operaciones con números naturales	CVRP	CDV	CSC	FII	FA	FSen	FIPS	FREV	FRNE	SRCC	SRNV	SUE	STSD	D1
2	7º	277	Teoría de Números:	CVRP	CDF	CCRM	FIM	FA	FC	FIPS	FRVI	FRNE	SRCC	SRNV	SUE	STCD	D3
3	7º	278	Algoritmo de la División,	CPM	CDF	CCRM	FSI	FA	FC	FIPS	FREV	FRNE	SRCD	SRNV	SNUE	STCD	D3
4	7º	278	Divisibilidad, Factor, Múltiplo,	CPM	CDF	CSC	FSI	FS	FC	FIPS	FREV	FRNE	SRCC	SRNV	SUE	STSD	D3
5	7º	279	Números primos,	CPM	CDF	CSC	FSI	FS	FC	FIPS	FREV	FRNE	SRCC	SRNV	SUE	STCD	D3

A modo de ejemplo mostramos el primer problema de Geometría para tercer ciclo que aparece en el currículo.



**Problema 1.** para el nivel de séptimo, (MEP, 2012, p. 303)

Este problema tiene un contexto puramente matemático (CPM), con datos proporcionados falsos (CDF), sin conexión con otras ramas de las matemáticas (CSC). En cuanto a su formulación presenta una ilustración informativa (FII), el número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista sintáctico es agrupada (FA), desde el punto de vista semántico es sencilla (FSen), la información proporcionada es excesiva (FIPE), la representación empleada es verbal utilizando una ilustración (FRVI), no requiere de recursos extra (FRNE). El tipo de solución solicitada es respuesta cerrada corta (SRCC), su representación es exclusivamente numérica o verbal (SRNV), con solución única y exacta (SUE), sin toma de decisiones (STSD). El nivel de complejidad solicitado es de conexión (D2).

**Resultados**

A continuación, se presentan los resultados obtenidos después de la aplicación del instrumento anteriormente descrito. Los resultados del análisis mostrarán el mayor porcentaje de cada subcategoría del instrumento utilizado, de un modo conjunto con los problemas de Números y Geometría de los tres niveles de tercer ciclo.

El currículo propone 47 problemas para tercer ciclo, de ellos 15 son de Números y 32 de Geometría, están distribuidos de la siguiente manera: 25 en séptimo, 12 en octavo y 10 en noveno nivel. El símbolo

☺ que aparece en la columna de indicaciones puntuales del programa de cada ciclo educativo se refiere a que el ejemplo o sugerencia corresponde a un problema, MEP (2012, p. 75).

Contexto: veintidós de los problemas presentan un contexto de la vida real personal (48,89%), cuarenta proporcionan datos falsos (88,89%), un total de veintinueve problemas no tienen conexión con otras ramas de la matemática (64,44%).

Formulación: Veintinueve de los problemas tienen una formulación sin ilustración (64,44%), veintiséis problemas presentan una formulación simple en cuanto a las cuestiones desde el punto de vista

sintáctico (57,78%), treinta y un problemas tienen una formulación sencilla sobre el número de cuestiones desde el punto de vista semántico (68,89%), cuarenta y un problemas muestran información proporcionada suficiente (91,11%), treinta de los problemas tienen una formulación exclusivamente verbal (66,67%) y treinta y dos problemas no requieren de algún recurso extra (71,11%).

Solución: Treinta y ocho problemas tienen una solución con respuesta cerrada corta (84,44%), la misma cantidad de problemas requieren de una solución única y exacta, cuarenta problemas requieren de una representación exclusivamente numérica o verbal en su solución (88,89%) y veintiocho no requieren de toma de decisión en cuanto a las soluciones (62,22%).

Nivel de complejidad: hay diecisiete problemas que son del nivel de conexión (37,78%), catorce son de reproducción (31,11%), misma cantidad son de reflexión.

Solo hay un problema que cumple simultáneamente todas estas características.

## ■ Discusión y conclusiones

Una de las habilidades a desarrollar de acuerdo con el currículo en los alumnos, es que “se buscará que la mayoría de las actividades desarrollen el proceso Plantear y resolver problemas” MEP (2012, p. 26), también “uno de los aspectos que se desea subrayar en esta visión es la importancia de descubrir, plantear y diseñar problemas (y no sólo resolverlos)” MEP (2012, p. 29); pero solo uno de los problemas (p. 289) pone en práctica esta habilidad.

Uno de los cinco ejes disciplinares que atraviesan de forma transversal el plan de estudios es justamente “el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales”, MEP (2012, p. 29), el currículo considera que “el uso de tecnologías debe asumirse como un componente muy importante para un enfoque curricular basado en la resolución de problemas” MEP (2012, p. 32) pero solo el 22,22% de los problemas analizados en su formulación requieren del uso de nuevas tecnologías (B6-FRNT).

Para el currículo “un problema debe poseer suficiente complejidad para provocar una acción cognitiva no simple” MEP (2012, p. 29), pero la mayoría de los problemas analizados (68,89%) muestran una formulación sencilla (una sola estrategia cognitiva), según el número de cuestiones que presenta el problema desde el punto de vista semántico (B3-FSen).

Podemos indicar con respecto a los niveles de complejidad, que encontramos una contradicción con lo expuesto en MEP (2012, p. 33) sobre los problemas de conexión y reflexión “no se trata de proponer la mayoría de problemas en estos dos niveles, sino que éstos se introduzcan de acuerdo a las características de la clase, el momento en la secuencia de lecciones o el tópico”, sin embargo, el 68,89% (la mayoría) de los problemas analizados corresponden al nivel de complejidad de conexión o de reflexión (D2 y D3).



En el marco de la contextualización activa, para despertar el interés y por tanto la participación de los estudiantes en la clase se recomienda “diseñar problemas sacados de las informaciones de prensa, de la escuela, de la comunidad, de la clase, de Internet” MEP (2012, p. 36), pero solo cinco de los problemas (11,11%) tienen un contexto de datos verdaderos es decir, si los datos sobre los que se basa son genuinos, aparece la fuente de donde fueron tomados (A2-CDV).

Uno de los procesos matemáticos que el currículo espera activar es el de conectar, “dentro de cada área matemática (como cuando se aplican los procedimientos y operaciones de los números naturales en los racionales o reales). Pero también entre las distintas áreas matemáticas y de manera general con otras materias”, pero el 64,44% de los problemas tienen un contexto sin conexión (A3-CSC). Otros procesos ligados son comunicar y representar, el primero “sugiere la comunicación en distintos niveles y formas, desde las más simples como verbales o escritas, hasta gráficas, simbólicas y formales” MEP (2012, p. 57), se pueden realizar representaciones matemáticas por medio de símbolos, expresiones algebraicas, diagramas, ilustraciones, gráficos; pero las representaciones pedidas en las soluciones de los problemas son casi en su totalidad (88,89%) exclusivamente numérica o verbal (C2-SRNV). Además los problemas tienen en su mayoría en su formulación una representación empleada exclusivamente verbal (B5-FREV).

Otra de las características de los problemas que el currículo resalta es la respuesta abierta, “resulta conveniente subrayar la importancia de problemas de final abierto, es decir aquellos que admiten varias soluciones y aproximaciones, y que pueden ofrecer oportunidades muy valiosas para introducir conceptos y procedimientos” MEP (2012, p. 29); pero el 84,44% de los problemas tienen en su solución una respuesta cerrada (C1-SCR) y el mismo porcentaje de problemas con solución única y exacta (C3-SUE).

Dentro de las semejanzas entre lo que se anhela y lo que se brinda, consideramos en la categoría de contexto lo expuesto en MEP (2012, p. 14) “si bien se promueve el uso de problemas en contextos reales, los abstractos se consideran muy importantes”, esto se confirma ya que el 60% de los problemas son del contexto de la vida real y el restante son puramente matemático (A1).

Para finalizar, consideramos que hemos dado respuesta a nuestra pregunta de investigación, pues se evidencia en gran medida la incoherencia entre las sugerencias que dicta el currículo de Costa Rica con las características de los problemas que este ofrece en tercer ciclo de Educación General Básica en las áreas de Números y Geometría, esto nos lleva a pensar en la importancia de que el profesor investigue y pueda confeccionar sus propios problemas o modificar los que el Ministerio de Educación Pública sugiere en las indicaciones puntuales.

### ■ Referencias bibliográficas

Carrillo, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de*

*la investigación y estudio de posibles relaciones.* Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Sevilla. España.

Colás, M. P. y Buendía, L. (1998). *Investigación educativa.* Sevilla: Ediciones Alfar.

Herdeiro, C. (2010). *La resolución de problemas en los libros de texto de matemáticas de noveno año de escolaridad.* Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Huelva. España.

López, E. M. y Contreras, L.C. (2014). Análisis de los problemas matemáticos de un libro de texto de 3º ESO en relación con los contenidos de geometría plana. En M.T. González, M. Codes, D. Arnau, T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de trabajo. XVIII Simposio de la SEIEM*, (pp. 425-434). Salamanca: SEIEM.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, (2012). *Programas de estudio de matemáticas. I, II y III ciclos de Educación General Básica y ciclo diversificado.* San José, Costa Rica. MEP.

Ruiz, A. (2015). Perspectiva de la praxis en educación matemática para una reforma del currículo. En N. Planas (coord.), *Avances y realidades de la Educación Matemática* (pp. 209-226). Barcelona: Graó.