

## RELACIONES DIDÁCTICAS Y OPERACIONES INTELCTUALES IMPLICADAS EN LA CONSTRUCCIÓN DEL NÚMERO NATURAL

**Francisco Emmanuel González Ángeles, María Bertha Fortoul Ollivier**

Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales, Universidad La Salle. (México)

fga\_1994@hotmail.com; bertha.fortoul@ulsa.mx

**RESUMEN:** El objeto de estudio de esta investigación se enfocó en reconocer las situaciones didácticas que favorecen el desarrollo de las operaciones de seriación, clasificación y correspondencia, con diferentes agrupamientos cardinales de elementos discretos, en “escenarios numéricos” relativos al conteo, en alumnos de tercer grado de primaria. El propósito de la investigación fue identificar cómo el niño elabora la correspondencia de los cálculos relacionales, al utilizar la estrategia de comparación en su regularidad numérica, en una sucesión con números naturales, reconociendo la composición y descomposición cardinal, en su reversibilidad operatoria, sin que pierda sus propiedades y características numéricas en una serie. Se consideró el enfoque basado en la solución de problemas, con base a la utilización de estrategias de elaboración con base en objetos concretos e imágenes visuales, representantes de los contextos sociales de referencia utilizados.

**Palabras clave:** relaciones didácticas, aprendizaje, número natural.

**ABSTRACT:** The object of study of this research has been focused on recognizing the didactic situations that favor the development of series, classification and correspondence operation, with different cardinal arrangements of discrete elements in “numerical scenes”, related to counting, for third- grade students of primary schools. The aim of the research was to investigate how the child elaborates the correspondence of the relational calculus when using the comparison strategy throw its numerical regularity in a sequence of natural numbers by recognizing the cardinal composition and fragmentation in its operatory reversible nature, without losing its numerical properties and characteristics in a series. The work considered the approach based on problem solving, as a basis for the use of elaboration strategies supported by concrete objects and visual images representing the social contexts of reference they used.

**Key words:** didactic relations, learning, natural number.

## ■ Introducción

Este reporte de investigación presenta los avances obtenidos en las indagatorias realizadas en el aula de tercer grado, en una escuela pública regular, como parte de un proyecto de tesis para la obtención del grado de Licenciatura en Educación Primaria. Su propósito fue el de identificar los modos y estrategias didácticas que son relevantes en la formación de los niños de este grado escolar, cuando son objeto de mediaciones para la construcción de las operaciones de *clasificación*, *seriación* y *correspondencia* y su respectiva comprensión y uso del número natural en diferentes contextos y situaciones problema de carácter social, teniendo en foco el análisis de las respuestas dadas por estos niños, de acuerdo a categorías de análisis como son los argumentos utilizados para dar respuestas a la solución de problemas, al trabajar con conjuntos discretos para el conteo, diferenciando entre la cardinalidad (clase numérica) y la ordinalidad (transitividad y reciprocidad cuantitativa), a fin de identificar, reconocer y definir algunas estrategias didácticas que facilitan el logro de aprendizajes que resulten acordes a los intereses de los niños al elaborar la construcción de estos conocimientos. Se consideran las estrategias didácticas utilizadas por los niños como instrumentos de investigación, ya que se busca advertir cómo es que los alumnos desarrollan habilidades lógicas para un uso de conocimientos aritméticos que se relacionaran específicamente con el conteo y la comprensión de la serie numérica de orden ascendente y descendente, en un primer momento de forma intuitiva y, después, con base en la utilización de ordenadores verbales y gráficos, que les permitan ejecutar y dar solución acertada a las operaciones intelectuales correspondientes y a los problemas implicados.

Al conjunto de estrategias constructivas y de contextualización que se utilizaron como instrumentos de investigación se les nombró “Escenarios numéricos”, por ser éstos y su uso exitoso una herramienta que ubica al niño en un contexto cercano y cotidiano para la construcción y competencia matemática en la solución de problemas que se le presentan en su entorno sociocultural.

## ■ Preguntas de investigación

Las preguntas que orientan la investigación fueron las siguientes ¿Cuál es el proceso que siguen los alumnos de 3° grado sobre el dominio de las operaciones intelectuales para la construcción del número natural? ¿Qué situaciones de aprendizaje favorecen el tránsito del pensamiento concreto al pensamiento abstracto en el dominio de las operaciones intelectuales fundamentales?

## ■ Marco teórico

Teorizar sobre los diferentes contextos educativos es un acto complejo cuando lo que se busca es ligar las perspectivas y confrontaciones de lo que como investigador se esté abordando en el fenómeno educativo que se estudia y lo que se quiere conocer de él. En este estudio se buscó enfatizar sobre las formas en las que los niños del segundo ciclo de Educación Primaria construyeron el conocimiento aritmético en contextos de educación escolarizada en la escuela regular, pues fue este espacio el

escenario de investigación donde se llevó a cabo el trabajo de campo. El grupo de niños en estudio favoreció la obtención de diversas significaciones sobre lo que fue aprender matemáticas en un contexto y ambiente de aprendizaje definido y exprofeso. Esta experiencia de investigación señala la importancia de la necesidad de trasladar los “escenarios numéricos” al salón de clase, como una estrategia didáctica fundamental, es decir, favorecedora del grado de impacto y disposición cognitiva, afectiva, emocional y operacional del aprendiz hacia la posibilidad de la construcción del aprendizaje de los contenidos matemáticos considerados en esta investigación. La relación lograda entre estos componentes didácticos, se expresan en la Figura 1.



**Figura 1.** Relación trídica implicada en la construcción del concepto de número. Fuente: Cordero (1998). Elaboración por parte del investigador.

Para Cordero (1998), una de las formas en que se hace evidente la existencia de un conocimiento matemático en el contexto escolar es a través del homorfismo, que consiste en el hecho de hacer pasar al niño de una situación *real* a la representación o simulación didáctica; en este sentido no solo se trata de ponerle en conflicto cognitivo (Piaget, 1987), a través de la interacción con los objetos de aprendizaje, si no que logre establecer relaciones intelectuales para dar solución a la situación problema planteada, con base en la interpretación correspondiente y el logro de la representación de la realidad del niño que tiene enfrente, de tal forma que así esté de este modo en circunstancias óptimas para aprobar o refutar sus propias hipótesis.

Por lo arriba expresado es que se pide en las aulas de primaria que se haga explícito lo que cada alumno va construyendo para que mediante el intercambio de ideas con sus pares puedan elaborar la reformulación de los saberes que cada uno ha gestado. El papel de las ideas antes mencionadas para la construcción del conocimiento y uso exitoso del número natural busca dar sentido a la necesidad de conocer por medio de aproximaciones teóricas y acercamientos epistemológicos que, según Cordero

(1998, p.18), quien menciona que las aproximaciones teóricas son aquellas aportaciones donde se formulan hipótesis sobre lo que se espera que el estudiante debe construir, a fin de buscar la construcción de evidencias resultantes de las interacciones escolares, con base en el diseño e implementación de situaciones para después analizar los datos obtenidos, para que con ello se revisen las hipótesis formuladas y se defina su grado de asertividad.

Los resultados de investigación se pueden obtener desde los siguientes enfoques:

- El origen empírico: el entendimiento y las diferentes clases de competencias y concepciones de los niños de los conceptos matemáticos al ser utilizadas en las interacciones escolares deben de tener un origen y sentido matemático.
- Los acercamientos epistemológicos: las preguntas de investigación en el campo de la matemática educativa pueden ser restringidas a la naturaleza y funcionamiento del conocimiento matemático *in situ*, ya que una de las primeras restricciones es sobre la naturaleza misma de la disciplina, pues se condiciona a las visiones de la matemática en conjunción con la psicología y su funcionamiento operativo, al estar enmarcada en la visión social a la que pertenece el alumno y a su aplicación conceptual a la vida real.

Con relación a la aplicación conceptual de los números naturales a la vida real, los aportes de Gelman y Gallistel (1978) y Gelman y Meck (1983), sobre los cinco principios fundamentales del conteo, ponen de manifiesto la necesidad de la relación directa con los objetos concretos de conjuntos discretos para identificar las cardinalidades correspondientes en acciones matemáticas que fundan su comprensión. Ellos son la *correspondencia biunívoca uno a uno*, *el orden en la seriación*, *la cardinalidad* para la representación de los conjuntos, *el principio de abstracción* y *la independencia numérica en el orden de las cantidades*, al obtener un resultado determinado, como consecuencia de elaborar operaciones cognitivas de cuantificación. Además, se debe elaborar su relación para que los alumnos se habiliten en identificar, plantear y resolver diferentes tipos de situaciones que den lugar al progreso en el dominio de las operaciones intelectuales de conteo, con base en la *clasificación*, *la seriación* y *la correspondencia* (Piaget, 1987).

La manipulación de objetos, la comparación cuantitativa de colecciones y el conteo sin obstáculos de conjuntos discretos para dar lugar a la abstracción correspondiente y a la respectiva representación gráfica, que lo ubica en otro plano cognitivo.

Estos referentes teóricos son base para comprender los procesos de construcción del concepto del número natural y su relación con la habilidad para contar (seriación cuantitativa), que tiene su génesis en el aspecto cardinal para dar lugar a la ordinalidad, y sus respectivas manifestaciones a través de la señalización, sea oral o mental con las palabras-número o los signos numerales.

Las situaciones de conteo se ven, entonces, contextualizadas en prácticas tales como identificar, “mayor que”, “menor que” o “igual que”, al comparar los conjuntos cardinales o en acciones más cotidianas como lo puede ser la compraventa de algún artículo, etc., de aquí que la exploración sobre

la importancia de los “escenarios numéricos” fuera trascendente para identificar las experiencias tenidas al elaborar estas construcciones de conocimiento por parte de los niños, así como el logro de la identificación con su respectivo contacto con los nombres de los números. La construcción de la relación en los niños de los esquemas numéricos con el lenguaje correspondiente, hacia cualquier dirección de representación, por ejemplo, identificar la serie numérica, sea ascendente o descendente en su antecesor y sucesor o específicamente en su agrupamiento o desagrupamiento, de acuerdo a lo propuesto por Gelman y Galistell, (1978), con el principio de “orden estable” o la “correspondencia biunívoca”, cuando la comparación relacional logra establecer la vinculación “uno a uno” entre los elementos discretos, los cuales deben ser contados una sola vez. Se advierte la conexión entre objeto, imagen mental lograda y palabra, según D’Amore (2015, p. 9-25), pues el hecho de asumir que el niño forma modelos cognitivos completos sobre el conteo, de forma simple, es un error de la docencia actual, pues son procesos complejos para encontrar semejanzas y diferencias cardinales y ordinales entre los diferentes conjuntos para poder establecer las respectivas deducciones numéricas.

La construcción social del conocimiento, según Edwards y Mercer (1987) se entiende como una elaboración del niño que se expresa en las interacciones orales con los pares, al tener necesidad de compartir lo que ha podido construir y, de esta manera, configurar los ajustes producidos colectivamente en el aula escolar sobre su propio conocimiento, bajo un mecanismo de “ayuda ajustada” (Vygotsky, 1978).

### ■ Método

Esta investigación es de corte cualitativo, con un enfoque exploratorio interpretativo. Con base en él, se analizaron las acciones didácticas y epistemológicas que sucedieron en el trabajo de campo, con base en la confrontación teórica arriba expresada. El foco de análisis se abocó a la Investigación-Acción-Participante (Ferrandíz, 2014), con apoyo en el registro etnográfico y categorías de análisis de carácter constructivo-didáctico, epistemológico y socioepistemológico, haciendo uso de la técnica de análisis y reflexión de las acciones para el logro del aprendizaje, realizadas en la clase de Matemáticas. Se llevó a cabo el registrar de forma etnográfica por video grabación, la dinámica didáctica seguida en esta clase.

La metodología utilizada para el análisis de los datos estuvo en función de la perspectiva de Stenhouse (1998), al poner al descubierto lo que se hace en los “escenarios numéricos” de aprendizaje. Las observaciones fueron participantes, ya que esta condición facilitó la creación de relaciones sociales de empatía con los sujetos de investigación, incrementando la calidad de los datos recuperados y ubicando al investigador como un miembro más de la dinámica social de aprendizaje. Esta visión la sostiene De Ibarrola (1987), quien dice que, "la etnografía constituye un recurso metodológico básico para comprender la vida cotidiana escolar". Por otro lado, desde la visión de la etnografía educativa, la tarea del investigador, a decir de Bertely (2000) estriba en comprender desde dentro y en situaciones específicas, las representaciones sociales, oficiales o no oficiales, escritas u

orales que conforman el entramado cultural de la educación escolarizada, porque tiene que ver con la orientación epistemológica de la que parte el investigador para recopilar los datos. El análisis cognitivo realizado tuvo por foco la advertencia de la correspondiente construcción intelectual realizada por los niños en esta aula específica, con base en la construcción de las operaciones de *clasificación*, *seriación* y *correspondencia* y su relación con los principios de conteo.

## ■ Resultados

Se identificó en los resultados del análisis de la información que algunos alumnos tienen un dominio parcial de las habilidades del conteo para dar cuenta de los conceptos relativos al conjunto de los naturales, ya que el ordenamiento de cantidades, noción que resulta relevante en términos de competencias para la adquisición de conocimientos aritméticos más complejos, se observó que su uso se lleva a cabo de forma mecánica y sin comprensión conceptual.

Se identificó la inclinación de los niños por la realización de dibujos, como un elemento fundamental de apoyo para la representación gráfica de los numerales, en tanto que la función simbólica permitió la representación de lo *real* como mediación de los significantes distintos de las cosas significadas (Piaget y Inhelder, 1984). Del mismo modo, se impuso la falta de identificación de la seriación cualitativa, es decir que no reconocieron la secuencia de las cualidades cuantitativas de los conjuntos para ordenarlas de mayor a menor o viceversa, dado que se encontraban en el proceso de construcción de esta habilidad intelectual. A partir de las respuestas dadas por los niños y los resultados obtenidos se ajustó, ejecutó la propuesta de investigación educativa presente, a fin de obtener resultados precisos y validados sobre los aprendizajes logrados.

Estos resultados permitieron prefigurar las conclusiones de este estudio, además de las respuestas a las preguntas de investigación. Los elementos recuperados en el análisis se plantearon en las siguientes proporciones, un 89.65% de los niños demostraron competencia cualitativa en la seriación, un 6.89% no lo lograron y un 3.44% se encuentran en proceso. Con respecto a la seriación cuantitativa, un 55.17% de los niños se encontraban en proceso de construcción de dicha habilidad; un 37.93% se ubicaron como competentes y un 6.89%, no lo había logrado; lo cual demuestra que el dominio en la progresión de las series numéricas a partir de 2 elementos, consecutivamente, deberá incentivarse en esta aula con base en plantear la integración de conjuntos, con base en el principio de agrupamiento y desagrupamiento y las respectivas representaciones gráficas de los numerales que integran la serie numérica. El 44.82% de los estudiantes demostró competencia para establecer correspondencias cardinales con cada numeral y relacionarlas significativamente con sus representaciones gráficas, a la vez que un 37.93% se encontró en proceso de construcción de este proceso. Finalmente un, 17.24% no expresó alguna evidencia sobre las nociones de la composición y descomposición de una cardinalidad sin que ésta perdiera sus características numéricas, y su lugar en la serie.

En cuanto al establecimiento de las relaciones *uno a uno* entre elementos, el 58.62% arrojó evidencia de tener competencias para lograr estas relaciones; mientras que el 27.58% se ubicó en el proceso de transitar del pensamiento unívoco al pensamiento biunívoco. El 13.79% de los estudiantes no logró la habilidad intelectual anterior, ni la clasificación cuantitativa de conjuntos, ubicando los términos  $<$ ,  $>$ ,  $=$ .

## ■ Conclusiones

Los resultados obtenidos del análisis arrojaron que existe cierto dominio de la habilidad en el uso de la *clasificación*, la *seriación* y la *correspondencia*, pues hubo evidencia en la solución de los problemas correspondientes al “escenario numérico”, en el que los niños aplicaron los principios del conteo correctamente (Gelman y Galistell, 1978), y utilizaron las operaciones intelectuales idóneas en la solución de los diferentes planteamientos en el “escenario numérico”, que sirvieron de instrumento de investigación. La habilidad que demostraron los niños para ubicar grupos y subgrupos del conjunto cardinal base (composición y descomposición de un cardinal), se encontró en proceso parcial de construcción, por lo que resultó relevante en esta investigación y sugirió prestar atención en futuras investigaciones, que pudieran poner énfasis a este aspecto, por pertenecer a un proceso de construcción cognitiva fundamental, en el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

Se considera que los niños de 3°B lograron algunos procesos de consolidación en la construcción del concepto del número natural, de acuerdo al diseño de los “escenarios numéricos” presentados para plantear conflictos cognitivos contextualizados y significativos para ellos.

Los resultados de investigación obtenidos dieron respuesta a la importancia de las acciones directas con el objeto de conocimiento y sobre la necesidad de ubicarse en contextos de referencia cotidianos para llevar a cabo la construcción de su aprendizaje, así como para transformar sus conocimientos previos en planteamientos cognitivos específicos y productivos, al tener contacto con los “escenarios numéricos” presentados como instrumentos de investigación.

Los “escenarios numéricos” utilizados como instrumentos de investigación, permitieron conocer las interacciones que tienen los niños para la construcción del saber matemático, al identificar los esquemas cognitivos que necesitan para poder interactuar didácticamente en el desarrollo del conocimiento que se pone en juego en el aula, en cuanto a su evolución y funcionalidad como puede observarse en la siguiente Figura 2.



**Figura 2.** Participación de los niños en el escenario numérico denominado “Restaurante”.

La identificación de los datos y el análisis de las variables que sirvieron para enmarcar el problema de investigación, fueron indicadores de las maneras y los modos en que los niños se desempeñan en el aula escolar, así como los efectos provocados en ellos cuando tuvieron necesidad de organizar su aprendizaje, dando al objeto de conocimiento un sentido y un significado real.

El planteamiento y análisis epistemológico-didáctico realizado en la información recuperada en el campo de investigación, arrojó elementos a considerar como valiosos para la formación de los niños que cursan la primaria, pues señalaron lo determinante que puede llegar a ser un “escenario numérico” de aprendizaje para el logro en la construcción de los contenidos curriculares propuestos por la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2011).

### ■ Referencias bibliográficas

- Cordero, F. (1998). *Cognición y enseñanza. La distinción y formación de construcciones en la didáctica de la matemática*. Serie: Antología número 3. Programa editorial: Área de Educación Superior, Departamento de Matemática Educativa, pp. 1-45 México. Centro de Investigación de Estudios Avanzados del IPN.
- Bertely, Busquets M. (2000). *Conociendo nuestras escuelas. Un acercamiento etnográfico a la cultura escolar*. Colección Maestros y enseñanza núm. 6, México: Paidós.



- D'Amore, B. (2015). Primeros elementos de Didáctica de la Matemática. En L. Hernández, J. Juárez, J. Slisko (Eds), *Tendencias en la educación matemática basada en la investigación*. (pp. 9-25). México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- De Ibarrola, M. (1987). *La formación del investigador en México, Avance y Perspectiva*. número 33- México, Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados, Instituto Politécnico Nacional.
- Edwards, D. y Mercer, H. (1987). *Common Knowledge*. Londres: Methuen/Routledge Trad. cast. (1988). El conocimiento compartido: El desarrollo de la comprensión en el aula, Barcelona: Paidós-MEC.
- Ferrándiz, F. (2014). *Etnografías contemporáneas. Anclajes, métodos y claves para el futuro*. Madrid: Anthrophos.
- Gelman, R. y Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- Gelman, R. y Meck, E. (1983). Preschooler's counting: principles before skill. *Cognition* 13, 343-3609.
- Piaget (1987). *Introducción a la epistemología genética*. Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1984). *Psicología del niño*. Madrid: Morata.
- SEP (2011). *Programa de Estudios de Tercer Grado de Educación Primaria*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Stenhouse, I. (1998). *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Pensamiento y Lenguaje*. Madrid: Paidós.