Didáctica para la enseñanza de la aritmética y el algebra

Jorge Enrique Galvis
Licenciado en Matemáticas y Física
Profesor catedrático Universidad Tecnológica de Pereira

Principales dificultades en la enseñanza aprendizaje de la matemática

Las principales dificultades que he encontrado a lo largo de mi experiencia como docente de matemática son las siguientes:

a. Alto grado de abstracción
b. Alto grado de secuencialidad.

Para vencer estas dificultades he tratado de desarrollar un material didáctico que haga la matemática menos abstracta y permita que los estudiantes aprehendan en cada curso los conocimientos de matemática exigido para su promoción a los cursos siguientes (de acuerdo al alto grado de secuencialidad que siempre se presenta en la matemática).

La estrategia propuesta se sustenta básicamente en dos modelos pedagógicos y en la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner a saber:

a. *Modelo histórico social de Vigotsky*. De acuerdo con este modelo para cada estudiante existe una zona de desarrollo próximo, dentro de la cual es capaz de aprehender nuevos conocimientos y fuera de la cual no es capaz de hacerlo. Adecuando este modelo al aprendizaje específico de la matemática, se puede decir que dicha zona depende de varios factores:

- *El contexto escolar, familiar y social donde interactúa el estudiante*
- *Sus capacidades innatas para la matemática*
- *Sus conocimientos previos sobre los temas de estudio*
- *El grado de motivación e interés que el estudiante presente en el aprendizaje de la misma y el grado de motivación que el docente logre crear en él.*

La utilización del material didáctico propuesto permite que la zona de desarrollo próximo de Vigotsky se amplíe significativamente, ya que al presentar el conocimiento matemático de una manera menos abstracta, se despierta el interés del estudiante por la misma, además el juego y la competencia que se generan en el desarrollo de la metodología propuesta también propician una mayor motivación en el estudiante.

b) *El modelo pedagógico del aprendizaje significativo de Ausubel*. Según este modelo los conocimientos se deben presentar al alumno -por parte del docente-, utilizando hasta donde sea posible: recursos, conocimientos, herramientas, y otras ayudas que de alguna manera sean significativos para él, es decir, que él esté familiarizado con ellos y ya los maneje. Estas ayudas deben ser seleccionadas por el docente, teniendo en cuenta el nivel de desarrollo del pensamiento del estudiante y el contexto social en el cual interactúa de acuerdo a su edad.

Los referentes concretos que construye el estudiante durante el desarrollo de la metodología propuesta hacen que los conocimientos matemáticos se vuelvan significativos para él. Por ejemplo si un estudiante relaciona el número -4 con una ficha del dominó que tiene 4 puntos rojos, este conocimiento se vuelve significativo para él, ya que el dominó es un juego conocido y generalmente presenta mucho interés para estudiantes de básica secundaria.

c) *Teoría de las inteligencias múltiples de Gardner*

Al aplicar la metodología propuesta, el estudiante desarrolla la inteligencia espacial, la motricidad, la inteligencia lógico matemática y la inteligencia interpersonal al interactuar con otros estudiantes en los juegos propuestos.

Estrategia utilizada

La metodología que propongo implementar consta de los siguientes pasos:

a) Se hace un estudio del tema, utilizando el método convencional, después de lo cual es normal observar que muchos estudiantes no alcanzan la zona de desarrollo próximo de la cual habla Vigotsky, la cual en la mayor parte de los casos es indispensable para continuar con el tema siguiente (debido al alto grado de secuencialidad que es inherente a las matemáticas). En la introducción que se hace en cada uno de los temas utilizo parcialmente el material didáctico para ilustrar los conceptos, definiciones y otros elementos básicos.

b) Para consolidar y reforzar los conocimientos aprehendidos por los estudiantes utilizo un repaso del mismo tema pero utilizando un material didáctico que he desarrollado, en el cual la abstracción es mínima. Este material sirve para el repaso y refuerzo de temas como: suma, resta, multiplicación y división de números enteros, conceptualización e identificación de números primos, mínimo común múltiplo y máximo común divisor, operaciones con fraccionarios, ecuaciones, factorización de expresiones algebraicas y desarrollo de productos notables. La razón principal para utilizar dicho material didáctico es que el estudiante repasa los mismos temas y conceptos, pero teniendo siempre referentes concretos obtenidos a partir de él mismo.

c) El material didáctico se utiliza en dos etapas, la primera etapa es de aprestamiento, familiarización y comprensión del uso del material didáctico; en ésta primera fase el estudiante no utiliza el lenguaje simbólico y abstracto de las matemáticas, sólo hay manipulación del material didáctico en la solución de ejercicios y algunos cálculos mentales sencillos. En la segunda etapa se resuelven ejercicios, pero las respuestas deben darse utilizando el lenguaje simbólico de la matemática, ayudados por los referentes concretos construidos a partir de la manipulación del material didáctico en la primera etapa.

d) Evaluación de informes presentados por los estudiantes tanto en grupo como individualmente.

e) Comparación del nivel de aprendizaje del grupo antes y después de la utilización del material didáctico con base en las evaluaciones presentadas por los estudiantes.

f) Interpretación de los resultados, obtención de conclusiones, retroalimentación y mejoramiento o depuración de la metodología propuesta.

g) Implementación de correctivos.

Objetivos de la estrategia

Los objetivos que busco conseguir con esta estrategia son los siguientes:

a. Disminuir la alta tasa de mortalidad estudiantil que se presenta en el área de matemática.

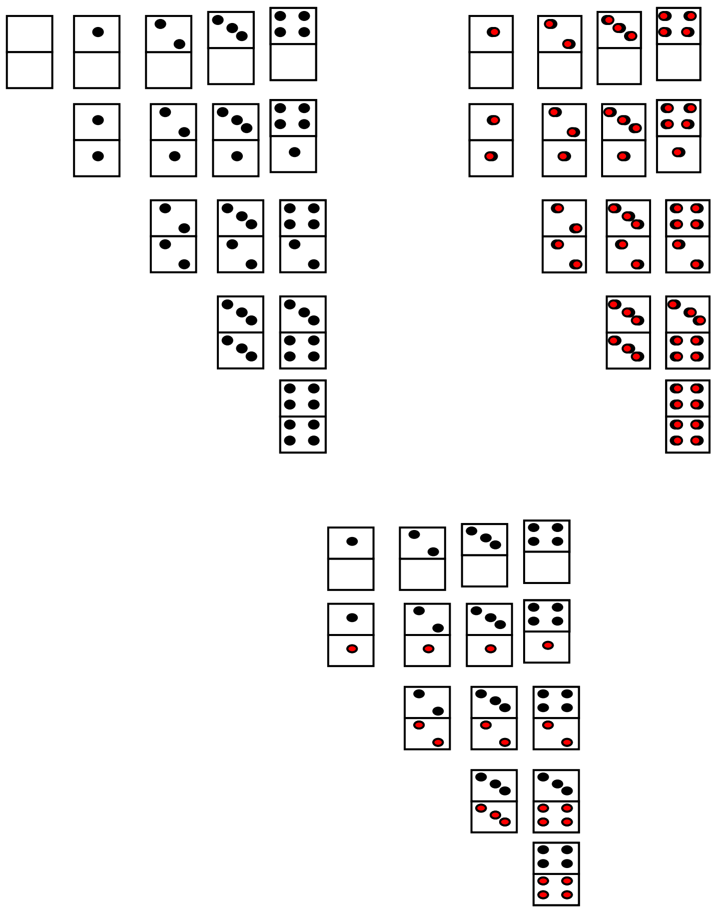
b. Reducir el alto grado de abstracción que presenta la matemática haciéndolas más amenas, más llamativas y más asequibles para los estudiantes.

c. Mejorar la calidad del conocimiento matemático que tienen nuestros estudiantes

Área en que se encuadra: desarrollo e implementación de material didáctico para la enseñanza de la matemática en básica secundaria

Resultados concretos obtenidos

Dominó para enseñar la suma y resta de números enteros



En total se tienen 43 fichas, además de las reglas del dominó normal se aplican las siguientes:

1. El cuatro negro es diferente del cuatro rojo pues uno es positivo y el otro es negativo.
2. A continuación del cuatro rojo no se puede jugar con el cuatro negro pues son números enteros diferentes (-4 y 4).
3. El ganador es el que primero termine las fichas, el segundo es el que tenga menos puntos positivos o negativos tenga, los puestos de ahí en adelante se adjudican según el número de puntos. Los puntos rojos se restan de los puntos negros.
4. En caso de empate entre dos jugadores, uno con puntos positivos y otro con puntos negativos, gana el que tenga los puntos rojos (negativos).
5. El perdedor no es el que tenga más fichas (como ocurre en la mayoría de los casos en el dominó normal), sino que en este caso puede incluso presentarse que al sumar los puntos positivos y negativos del jugador que más fichas tenga, de cómo resultado, cero, ya que los puntos negativos se restan de los positivos.

Material didáctico para el estudio de los números primos

El material didáctico en este caso es muy sencillo, consiste en utilizar un cuadrado para representar cada unidad, es decir, que el número 1 se representará por un cuadrado, el dos por dos cuadrados, el tres por tres cuadrados, con base en lo anterior se define el número compuesto y el número primo de la siguiente manera:

Un número es compuesto si con los correspondientes cuadrados se puede armar un rectángulo que tenga dos o más filas y dos o más columnas, sin que sobren ni falten cuadrados. Si un número no es compuesto se dice que es un número primo.

Se pueden verificar los números de 1 hasta 10 para determinar cuáles son compuestos y cuáles son primos, de acuerdo con la definición dada:

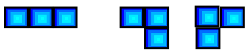
El número 1

El 1 es un número primo pues no cumple con la definición de número compuesto, ya que no es posible armar un rectángulo que tenga dos o más filas y dos o más columnas, de hecho con un solo cuadrado no se puede armar nada.

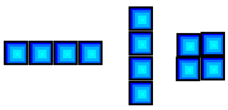
El número dos

Tampoco es número primo, ya que no cumple la definición de número compuesto, solamente se puede armar un rectángulo con dos columnas y una fila -si se colocan los dos cuadrados en sentido horizontal-, o un rectángulo con dos filas y una columna -si se colocan los dos cuadrados en forma vertical-.

El número tres



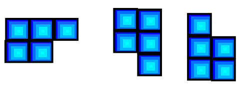
Es un número primo, ya que como puede observarse es posible solamente armar un rectángulo de 1x3 horizontal o vertical y no es posible armar más rectángulos, por lo tanto no cumple la definición de número compuesto.



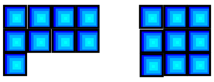
El número 4.

Es el primer número compuesto, ya que entre los rectángulos que se pueden armar hay uno que tiene dos filas y dos columnas (un cuadrado).

El número cinco (5)



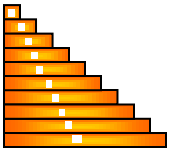
Cómo puede observarse, el cinco es un número primo, ya que con los cuadrados correspondientes no se puede armar un rectángulo que tenga dos o más filas y dos o más columnas; en la figura se muestran algunos de los intentos infructuosos por armar dicho rectángulo. No se tienen en cuenta los rectángulos de 1x5 y de 5x1 ya que como se vio en los números anteriores, dichos rectángulos no son importantes para la definición de número compuesto.

El número nueve (9) 

El número 9 es un número compuesto, es el primer número impar que no es primo, como puede observarse en la ilustración, es posible armar un cuadrado de 3x3, por lo tanto se cumple la definición de número compuesto. En la ilustración también se muestra un intento infructuoso por armar un rectángulo de 4x3, en el cual quedarían faltando 3 cuadrados.

Material didáctico para el mínimo común múltiplo y máximo común divisor

El material consiste en una serie de rectángulos, cada uno de los cuales tiene una altura fija y la longitud o base es proporcional al número que se quiera representar, así: el número 3 se representa por un rectángulo de 3 unidades de longitud, el número cuatro se representa por un rectángulo de 5 unidades de longitud y así sucesivamente. Ver la siguiente ilustración.



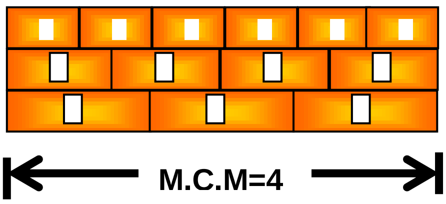
Con este material se puede realizar un proceso manual que conduce a la determinación del mínimo común múltiplo de varios números, el cual se ilustra con los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1

Hallar el mínimo común múltiplo de 2, 3 y 4

Solución

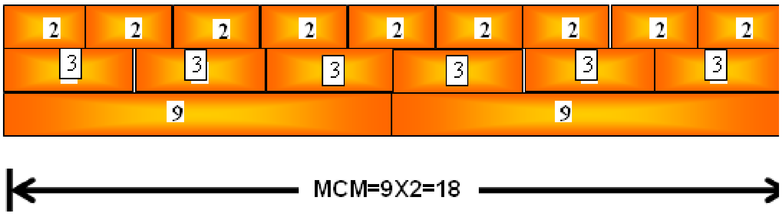
Se debe tratar de armar un rectángulo, utilizando tantas veces los rectángulos correspondientes a cada número, como sea necesario. Ver la siguiente ilustración.



Una vez que se logre armar dicho rectángulo, el mínimo común múltiplo de los números dados es igual a la longitud de la base del rectángulo armado, en este caso MCM(2,3,4)= 4x3=12.

Ejemplo 2
Hallar el MCM de 2,3,9

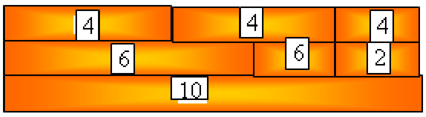
Solución
Al seguir el procedimiento descrito en el ejemplo anterior, se debe llegar al siguiente rectángulo:



El mínimo común múltiplo de los números dados es igual a la longitud de la base del rectángulo obtenido, así: MCM(2,3,9)=18.

Ejemplo 3
Hallar el MCD de 4, 6 y 10

Solución
Se debe armar un rectángulo de base 10, como se muestra en la figura

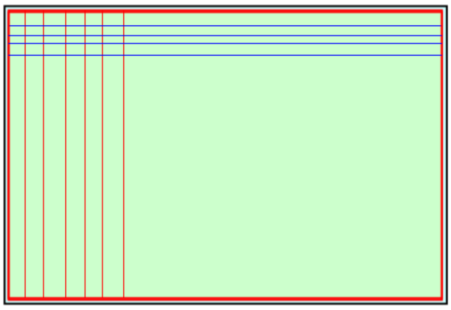


El MCD corresponde a 2 que es el menor de los rectángulos utilizados.

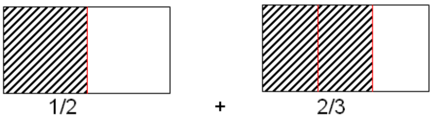
Material didáctico para la ilustración de operaciones con fraccionarios

Se utilizan tres rectángulos como el que se muestra en la siguiente figura siguiente:

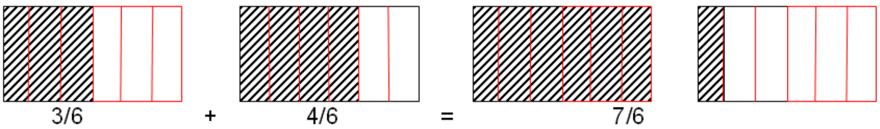
Los rectángulos están construidos de tal manera que 8 hilos verticales y 4 hilos horizontales se pueden desplazar paralelamente sobre un marco de alambre para dividir el rectángulo hasta en 32 partes iguales. A continuación se muestra un ejemplo de la suma de dos fraccionarios utilizando los rectángulos:



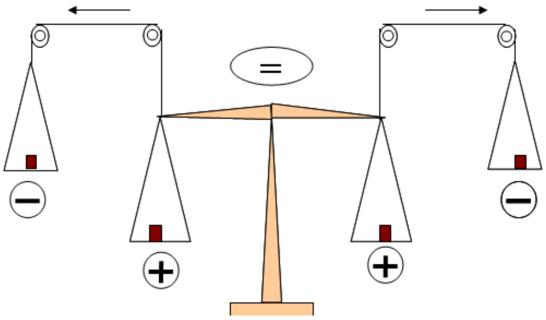
Ejemplo sumar 1/2 + 2/3
Solución



Utilizando el material didáctico para el MCM se halla MCM(2,3)=6, por lo tanto se dividen los rectángulos en 6 partes iguales cada uno

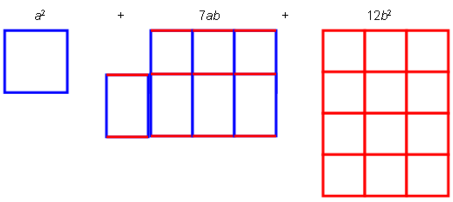


Material didáctico para el manejo de ecuaciones
Se utiliza la siguiente balanza:

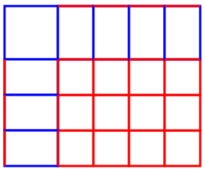


Material didáctico para productos notables y factorización

<u>Ejemplo</u> Factorizar $a^2 + 7ab + 12b^2$



Solución



Área del rectángulo = (a + 4b) (a + 3b)

Generalización del producto o proyecto a otros entornos

He compartido la metodología y el material didáctico propuesto con los profesores del colegio donde actualmente laboro y con profesores de otros centros docentes, he dictado cursos en el Centro experimental Piloto de cuando éste existía en Pereira. También he llevado a cabo proyectos de investigación sobre este mismo tema con compañeros docentes de otras instituciones Educativas en las cuales he laborado. También expuse dos veces la metodología propuesta en la feria de la ciencia en Bogotá, en compañía de algunos estudiantes.

En la actualidad estoy buscando alianzas estratégicas con docentes de otros colegios. En la actualidad estoy proponiendo un curso para formación de educadores en matemática a través de la Universidad Tecnológica de Pereira, donde laboro también como profesor catedrático. Estoy tratando de hacer un compendio de todas las ayudas educativas que propongo, de una forma coherente y elaborar un manual para su utilización los cuales se puedan multiplicar a nivel nacional.

BIBLIOGRAFÍA

BALDOR, Aurelio. *Aritmética, álgebra y geometría.*

CIRCULO DE LECTORES. *Enciclopedia de los inventos.*

GARDNER, Howard. *Estructuras de la mente*. La teoría de las inteligencias múltiples. Fondo de la Cultura Económica, 1994.

GARDNER, Howard. *Inteligencias reformuladas.* Barcelona: Paidos.

GARDNER, Howard. *Estructuras de la mente*. La teoría de las inteligencias múltiples. Fondo de Cultura Económica, 1994.

LEITHOLD. *Cálculo y geometría analítica*.

LONDOÑO, Nelson. *Matemáticas progresivas 6-11.*

NEWMAN, James. *Enciclopedia de las matemáticas*.

NORMA. Centro de apoyo al docente. En: EL EDUCADOR. **No. 18**.

SANTILLANA. *Matemática activa 6-11*. 2002.