UNA ACTIVIDAD RELACIONADA CON REPRESENTACIONES DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA COMO MEDIO PARA EVIDENCIAR ALGUNAS HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN Y PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

NICOL JENNIFFER CONTRERAS VARGAS

JULIÁN DAVID MARTÍNEZ TORRES

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

2016

UNA ACTIVIDAD RELACIONADA CON REPRESENTACIONES DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA COMO MEDIO PARA EVIDENCIAR ALGUNAS HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN Y PROCESOS DE GENERALIZACIÓN

NICOL JENNIFFER CONTRERAS VARGAS

CÓD. 2016182003

C.C. 1 022 366 099

JULIÁN DAVID MARTÍNEZ TORRES

CÓD. 2016182009

C.C. 1 018 439 119

Trabajo de Grado realizado como requisito para optar al título de

Especialista en Educación Matemática

Director: Edwin Alfredo Carranza Vargas
Profesor Catedra

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

2016

“*Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría: en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos*”.

(Acuerdo 031 del 2007. Artículo 42. Parágrafo 2.)

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios por la sabiduría y paciencia que nos regala día a día para lograr desarrollar todas nuestras capacidades, por permitirnos aprender de nuestros errores y darnos la fuerza para levantarnos y superar cada una de nuestras dificultades.

A nuestros padres que son guía y bastón, que ponen a nuestro servicio cada una de sus experiencias para que solo queramos ser mejores. Que nutren nuestro andar con sus consejos, regaños, alegrías y tristezas. Por son nuestra causa y uno de los motivos para seguir adelante.

A mi hermana Yesica Contreras Vargas, mi sobrino Thomas Rivera Contreras y Luna Contreras, gran parte de lo que soy y quiero ser cada día. Quienes me dan consejos, me dan su amor y su apoyo en cada proyecto, cada idea, cada momento de mi vida. Con ellos a mi lado sé que todo lo que quiera realizar tendrá un por quién y para quién.

A Lini y Sami, motores y motivación, dos faros en este largo camino que me permiten tener la convicción de que lo que hago tiene un valor y una consecuencia positiva en alguien. Los malos momentos y caídas en falso subyacen tras la mirada de cada una de ellas, pues tenerlas en mi mente logra que en los más difíciles tiempos tenga la certeza de por quién vivir.

A mi Tía, por ser ella y por estar para mí SIEMPRE.

A nuestros profesores, Mauricio B., Orlando A., Cecilia L., el magister William J., Alejandro S. por su aporte invaluable a nuestro proceso formativo y profesional.

A nuestro asesor Edwin Carranza, por su apoyo incondicional, paciencia ilimitada, tiempo, consejos, comprensión y momentos de risa. Es nuestro Sensei.

	FORMATO
	RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN - RAE
Código: FOR020GIB	**Versión: 01**
Fecha de Aprobación: 10-10-2012	**Página 1 de 3**

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado para optar por el título de Especialista en Educación Matemática
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Título del documento	Una actividad relacionada con representaciones de la función cuadrática como medio para evidenciar algunas habilidades de visualización y procesos de generalización.
Autor(es)	CONTRERAS VARGAS, Nicol Jenniffer; MARTÍNEZ TORRES, Julián David.
Director	CARRANZA VARGAS, Edwin Alfredo
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2016, 121p.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional.
Palabras Claves	*HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN, PROCESOS DE GENERALIZACIÓN, REPRESENTACIONES DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA.*

2. Descripción
El trabajo titulado “*Una actividad relacionada con representaciones de la función cuadrática como medio para evidenciar algunas habilidades de visualización y procesos de generalización”* aborda el desarrollo y análisis de una actividad que involucra el concepto de función cuadrática, más específicamente con dos de sus representaciones (algebraica y gráfica), con el fin de promover en los estudiantes el uso de *habilidades de visualización* y *procesos de generalización*.

3. Fuentes

A continuación se relacionan cada una de las fuentes utilizadas para el constructo tanto teórico como práctico de cada uno de los capítulos de este trabajo.

Arriaga, G. & Butto, C. (2009). *Procesos de generalización con estudiantes de* 1º *y* 2º *de secundaria de una escuela pública del distrito general: Una propuesta de enseñanza*. Recuperado de http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v10/pdf/area_tematica_05/ponencias/1516-F.pdf

Ávila, V. (2006*).* *Introducción a la metodología de la investigación*. Madrid, España. Recuperado de http://eumed.net/libros/2006c/203/

Bishop, A. (1983). *Spatial abilities and mathematical thinking*. University of Cambridge. Cambridge.

Contreras, N., & Quintero, F. (2013). Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación.

Del Grande, J. (1990) *Spatial Sense.* Arithmetic Teacher.Vol. 37.6, 14-20.

Gregorio, J. (2002). *El constructivismo y las matemáticas*. *SIGMA*, 21, 113-129. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_21/7_el_constructivismo.pdf

Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y habilidades en visualización espacial*. Memorias del tercer congreso internacional sobre investigación en educación matemática. Valencia, España. Recuperado de http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1NGRW4M0Z-BZQ2WQ-FV/imaginaci%C3%B3n%20espacial.pdf.

Jiménez, W. & Rojas, S. (2010). *Características de talento matemático asociadas a la visualización en contextos algebraicos*. Tesis para optar el título de Magister en Docencia de las Matemáticas, Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Lupiañez, J. & Moreno, L. (2000). *Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas*. México. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/586/1/LupiannezJ01-2603.PDF

MEN (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia.

NCTM (2000).*Principles and Standards for School Mathematics*.Reston, VA: NCTM.

Stewart, J. (2006). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. México: Thomson.

Vergel, R. y Rojas, P. (2013). *Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico*. Revista científica. Edición especial. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2726/1/Procesos_de_Generalizaci%C3%B3n_y_Pensamiento_Algebraico.pdf.

Vergel, R. (2015). *Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano*. *PNA*, 9(3), 193-215. Recuperado de http://hdl.handle.net/10481/34991.

4. Contenidos

El trabajo de grado presentado consta de cinco capítulos con los siguientes contenidos:

En el capítulo 1 se encuentran establecidos la justificación y los objetivos, tanto generales como específicos.

En el capítulo 2 se establecen los referentes teóricos que darán coherencia a cada una de las afirmaciones, análisis y posteriores conclusiones; tal marco teórico, aborda las habilidades de visualización, los procesos de visualización, los procesos de generalización, las representaciones ejecutables y la función cuadrática.

En el capítulo 3 se especifica y describen los momentos que componen el desarrollo del trabajo, describiendo con esto la metodología que se pretende aplicar, dejando claros los tiempos de diseño e implementación, así como la manera en la que se organiza la implementación.

En el capítulo 4 se recoge el análisis con base en las respuestas recibidas por los estudiantes en la actividad, realizando observaciones pertinentes y coherentes a categorías específicas determinadas con base en el marco teórico.

En el quinto y último capítulo se acopian las conclusiones obtenidas a partir de lo desarrollado anteriormente.

5. Metodología

Para el desarrollo de este trabajo se realizó una actividad con un grupo de 12 estudiantes entre los 14 y 15 años que cursaban grado noveno en el colegio Liceo Hermano Miguel La Salle.

La metodología llevada a cabo consta de dos partes, la preparación –diseño de la actividad y la implementación de tal actividad. En el primer caso, se tuvieron sustentos teóricos referidos a los intereses (visualización y generalización). Para el segundo caso se aplicó en primer lugar una prueba escrita, en la que se hacía uso del software Geogebra y luego se realizó una socialización de las respuestas dadas por los estudiantes. Al final se organizaron ciertas categorías de análisis y se planteó un diseño específico para éste.

6. Conclusiones
El desarrollo de este trabajo de grado proporcionó evidencias del uso de habilidades de visualización y procesos de generalización, mediante la exploración del software Geogebra por estudiantes de noveno grado. Dando sustento a los objetivos planteados en este estudio. Es importante recalcar que a partir de los resultados se plantean preguntas por responder en futuras investigaciones, relacionadas con el uso de otras representaciones de la función cuadrática, y otros objetos matemáticos tales como la derivada vista como razón de cambio.

Elaborado por:	CONTRERAS VARGAS, Nicol Jenniffer. MARTÍNEZ TORRES, Julián David.
Revisado por:	CARRANZA VARGAS, Edwin Alfredo.

Fecha de elaboración del Resumen:	02	10	2016

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL
Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE VALORACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado **Una actividad relacionada con representaciones de la función cuadrática como medio para evidenciar algunas habilidades de visualización y procesos de generalización** presentado por los estudiantes:

Nicol Jenniffer Contreras Vargas ***Cód. 2016182003, CC. 1022366099***
Julián David Martínez Torres, ***Cód. 2016182009, CC. 1018439119***

Como requisito parcial para optar al título de **Especialista en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobada,** con **46** puntos.

Observaciones:
El jurado en pleno considera otorgar distinción Meritoria

En constancia se firma a los 29 días del mes de noviembre de 2016.

JURADOS

Director del Trabajo: Profesor: EDWIN ALFREDO CARRANZA VARGAS

Jurados:

Profesor: MARÍA NUBIA SOLER ÁLVAREZ (UPN)

Profesor: CLAUDIA MARCELA VARGAS GUERRERO(UPN)

Tabla de Contenido

Introducción 1

1. Justificación 3

1.1. Objetivos 4

1.1.1. Objetivo general 4

1.1.2. Objetivos específicos 5

2. Marco teórico 6

2.1. Procesos de generalización 6

2.2. Visualización 8

2.2.1. Habilidades de visualización 8

2.2.2. Procesos de visualización 12

2.3. Representaciones ejecutables 12

2.4. Función cuadrática 13

2.4.1. Forma estándar de la función cuadrática 13

3. Metodología 15

3.1. Descripción 15

3.1.1. Primera parte. *Preparación y diseño* 15

3.1.2. Segunda parte. *Implementación de las actividades* 17

3.1.3. Tercera parte. *Análisis de resultados* 22

4. Análisis de resultados 23

4.1. Análisis de la socialización 24

4.2. Análisis de las pruebas escritas 40

5. Conclusiones 49

Acerca de los objetivos 49

Acerca de la justificación 49

Acerca de la metodología 50

Acerca de los aprendizajes de los estudiantes 50

Acerca de las recomendaciones 51

6. Bibliografía 52

7. Anexos 54

Tabla de ilustraciones

Ilustración 1. Pasos para el proceso de generalización 7
Ilustración 2. Clasificación de las habilidades de visualización 9
Ilustración 3. Procesamiento visual VP 12
Ilustración 4. Interpretación de información figurativa IFI 12

Tabla de figuras

Figura 1. Parábola y parábola obtenida a partir de la traslación de la primera. 10
Figura 2. Parábola y reconocimiento de intervalo decreciente 11
Figura 3. Una parábola obtenida a partir del desfasamiento de otra 11
Figura 4. Imagen del archivo de Geogebra que se usó durante el desarrollo de la actividad 25
Figura 5. Apartado 1 40
Figura 6. Apartado 2 40
Figura 7. Apartado 3 41
Figura 8. Apartado 4 42
Figura 9. Apartado 5 42
Figura 10. Apartado 6 42
Figura 11. Apartado 7 43
Figura 12. Apartado 8 43
Figura 13. Apartado 9 44
Figura 14. Apartado 10 44
Figura 15. Apartado 11 44
Figura 16. Apartado 12 45
Figura 17. Apartado 13 46
Figura 18. Apartado 14 46
Figura 19. Apartado 15 47
Figura 20. Apartado 16 47
Figura 21.Apartado 17 48

Tabla de tablas

Tabla 1. Preguntas de la primera parte del momento 1 18
Tabla 2. Preguntas de la segunda parte del momento 1 18
Tabla 3. Preguntas de la primera parte del momento 2 19
Tabla 4. Preguntas de la segunda parte del momento 2 20
Tabla 5. Preguntas de la tercera parte del momento 2 21
Tabla 6. Categorías de análisis las habilidades de visualización, los procesos de generalización y la función cuadrática 23
Tabla 7. Fragmento 1 24
Tabla 8. Fragmento 2 26
Tabla 9. Fragmento 3 27
Tabla 10. Fragmento 4 28
Tabla 11. Fragmento 5 28
Tabla 12. Fragmento 6 29
Tabla 13. Fragmento 7 30
Tabla 14. Fragmento 8 31
Tabla 15. Fragmento 9 32
Tabla 16. Fragmento 10 33
Tabla 17. Fragmento 11 33
Tabla 18. Fragmento 12 34
Tabla 19. Fragmento 13 34
Tabla 20. Fragmento 14 35
Tabla 21. Fragmento 15 36
Tabla 22. Fragmento 16 37
Tabla 23. Fragmento 17 38
Tabla 24. Fragmento 18 39

Introducción

De acuerdo con Gregorio (2002) la construcción de un nuevo conocimiento depende en gran parte de los conocimientos previos y la calidad del proceso de aprendizaje que se emplee para la adquisición de éstos. En este sentido y en la búsqueda de fortalecer el proceso para la adquisición del conocimiento se hace necesario fomentar la construcción del mismo, mediante actividades que permitan que el estudiante explore las características de los diferentes objetos matemáticos, con el fin de que particularice a cada uno de los mismos y los pueda emplear en diferentes contextos y situaciones, enriqueciendo así la construcción del concepto adquirido.

Según Contreras & Quintero (2013) las *habilidades de visualización* ayudan a aproximar a los estudiantes a conceptos matemáticos, para el caso de ese estudio en particular, rotación y traslación. Por ende dichas habilidades al ser empleadas por los estudiantes favorecen la construcción del conocimiento matemático, a través de la observación, comparación y caracterización de los objetos matemáticos visualizados.

De acuerdo con Arriaga & Butto (2009), la generalización permite el trabajo con diferentes contenidos matemáticos de manera significativa, que da paso a que el estudiante establezca las características de los conceptos y las relaciones existentes entre los mismos.

De lo anterior se puede decir que las habilidades de visualización y los procesos de generalización son las herramientas que emplea el estudiante para llegar a la adquisición del conocimiento matemático.

Este trabajo está conformado por cinco capítulos y un apartado de anexos que se describen a continuación de forma detallada.

En el capítulo 1 se presenta una justificación acerca de la importancia de las *habilidades de visualización* y *procesos de generalización* en el desarrollo de la actividad matemática, puntualmente en el acercamiento y caracterización de algunas de las representaciones de la función cuadrática.

En el capítulo 2 se presentan los referentes teóricos que dan sustento a las categorías de análisis establecidas para el desarrollo del estudio, relativos a *visualización*, *generalización* y la *función cuadrática*.

En el capítulo 3 se realiza la descripción de las partes o momentos que se llevaron a cabo para el desarrollo del estudio; primera parte: diseño de la actividad, segunda parte: implementación (prueba escrita y socialización) y una tercera parte: análisis de los resultados obtenidos en la segunda parte.

El capítulo 4 contiene el análisis de algunos de los apartados que se consideraron más relevantes en las pruebas escritas y la socialización de acuerdo a las categorías de análisis (establecidas en el mismo capítulo).

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones a las que se llegaron con el desarrollo de este trabajo.

1. Justificación

De acuerdo con los estándares de matemáticas propuestos por el *Ministerio de Educación Nacional* MEN (2006), quien es la entidad encargada de establecer criterios para el desarrollo de habilidades y los diferentes pensamientos matemáticos de acuerdo al grado de escolaridad, considera que:El desarrollo del razonamiento lógico empieza en los primeros grados apoyado en los contextos y materiales físicos que permiten percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. (p. 54).De acuerdo con lo anterior se puede decir que las tareas que se diseñaron para el desarrollo del presente estudio ayudan al desarrollo del razonamiento en los estudiantes debido a que en éstas se permite que los estudiantes perciban regularidades, establezcan conjeturas y discutan acerca de las mismas (socialización) estableciendo argumentos que permitan justificarlas o refutarlas.

Además los estándares también establecen que:

Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización. (p. 67).

El apartado anterior de los estándares deja ver que las actividades que permiten establecer reglas, involucran la *visualización*, una de las actividades en las cuales están basados los *procesos de generalización*. En este sentido es posible establecer que las actividades que hacen parte de este estudio pueden ayudar en el desarrollo de algunas de las *habilidades de visualización* y ~~algunos~~ de los *procesos de generalización* debido a que dichas actividades acercan al estudiante al establecimiento de reglas acerca tales como la forma de la concavidad de la función cuadrática de acuerdo a las condiciones de los parámetros de su ecuación estándar.

En los estándares también se establece que:

El estudio de la variación como una base fundamental para acceder a los procesos de generalización propios de cada uno de los pensamientos. En este sentido, el estudio de las propiedades de los números y sus operaciones y de la manera como varían sus resultados con el cambio de los argumentos u operandos, o de los objetos de la geometría y sus características y de la manera cómo cambian las medidas de las cantidades asociadas con las transformaciones de esos objetos, se proponen como procesos de abstracción y generalización a partir del análisis de lo que es invariante en medio de los aspectos variables de un conjunto de situaciones. Muchos de los conceptos de la aritmética y la geometría se suelen presentar en forma estática, pero ganarían mucho en flexibilidad y generalidad y atraerían más el interés de los estudiantes si se presentan en forma dinámica y variacional. (p. 69).

Como se mencionó anteriormente, los pensamientos matemáticos buscan el desarrollo de ciertos procesos, entre los cuales se encuentra el de *generalización*, el cual puede ayudarse a desarrollar en los estudiantes mediante situaciones en las que se trabaje el cambio de los parámetros en una situación determinada, como por ejemplo desde objetos geométricos y sus características, para el caso específico de este estudio esto puede entenderse como el tratamiento y análisis hecho hacía la parábola desde una perspectiva dinámica que permite el uso de las *habilidades de visualización* a través de las *representaciones ejecutables*.

Los estándares de competencia establecidos por el MEN, que deben alcanzar los estudiantes al terminar noveno grado, son:

- *Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.*

- *Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.*

- *Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.*

- *Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.*

A partir de dichos contenidos se puede ubicar al trabajo con la función cuadrática, dentro de las temáticas acordes al nivel de escolaridad con el que se desarrolla el presente estudio (noveno grado). También se resalta la importancia de establecer y probar conjeturas, identificar cambios en los parámetros de la representación algebraica (forma estándar) y la gráfica de parábola.

De acuerdo a lo anterior, se estableció una secuencia de trabajo en el aula que apunta al trabajo con la función cuadrática mediante el uso de las *representaciones ejecutables* con el fin de aprovechar los beneficios que puede traer el uso de *habilidades de visualización* y los *procesos de generalización* en el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Describir algunas habilidades de visualización y procesos de generalización en estudiantes de noveno grado usando dos de las representaciones de la función cuadrática.

1.1.2. Objetivos específicos

- Consultar distintas fuentes bibliográficas que permitan tener una visión didáctica acerca de las representaciones de la función cuadrática y los procesos de visualización y generalización.

- Elaborar e implementar actividades que permitan evidenciar el uso de habilidades de visualización y realizar generalizaciones alrededor de dos representaciones de la función cuadrática y las relaciones entre éstas.

- Realizar el análisis de las actividades implementadas con el fin de evidenciar las habilidades de visualización y procesos de generalización empleados por los estudiantes en el desarrollo de las mismas.

2. Marco teórico

A continuación se realizará una descripción de los procesos de generalización, habilidades de visualización, procesos de visualización, representaciones ejecutables y algunas representaciones de la función cuadrática, lo que nos permitirá evidenciar si con ayuda de actividades pedagógicas y el uso del software Geogebra se potencian algunas habilidades de visualización y algunos de los procesos de visualización y generalización.

2.1. Procesos de generalización

Para desarrollar procesos de generalización se requiere de actividades que potencien dichos procesos, tales como el uso de patrones en secuencias de figuras.

Según Vergel & Rojas (2013), se reconocen tres tipos de generalización:

- *Generalización factual:* se refiere a los gestos, los movimientos y las actividades perceptuales del individuo.
  Por ejemplo si se requiere encontrar una regularidad al usar patrones en secuencias de figuras el individuo señalará con su mirada, su dedo o lápiz y dice cosas como "aquí" o "más dos".

- *Generalización contextual:* en este tipo de generalización no se hace uso de gestos, éstos últimos son reemplazados por el uso de palabras clave.
  Por ejemplo si se sigue trabajando en la actividad de patrones de secuencias de figuras, el individuo usa expresiones como "arriba quito uno" o "2 por la figura menos 1".

- *Generalización simbólica:* el cambio importante que se presenta entre la generalización contextual y este tipo de generalización es que se hace un cambio de las frases clave por símbolos.
  Por ejemplo el individuo cambiará las expresiones a las que se refería en la generalización contextual por expresiones simbólicas que expresen la misma idea, tales como "n-1" o "$2n-1$".

De acuerdo con el autor en la escuela se deben desarrollar actividades enfatizadas en la generalización de patrones figúrales, para llegar a situaciones que potencie en los estudiantes los procesos de generalización.

Según Vergel (2015), para alcanzar el proceso de generalización se requieren los siguientes pasos:

- La observación, la visión de la regularidad, las diferencias entre los elementos que se visualizan y las relaciones existentes entre los mismos.

- La exposición verbal, consiste en expresar lo que se observó en el paso anterior.

- La expresión escrita de lo encontrado en los dos pasos anteriores de la forma más concisa y ordenada posible.

Desde los estándares del NCTM (2000), se reconoce la importancia de trabajar desde la primaria, actividades que propendan a la búsqueda de patrones, así como realizar experiencias significativas con los números y sus propiedades, como fundamento para el trabajo con expresiones algebraicas.

Además los NCTM plantean la necesidad de enfatizar más en la identificación de relaciones funcionales (tablas, gráficas y reglas) que en la manipulación de símbolos y memorización de los procedimientos.

Según Vergel (2015) la generalización algebraica de patrones comprende tres ideas:

- Identificación de una característica común.

- Generalización o aplicación de la característica encontrada a los términos siguientes.

- Capacidad para emplear propiedades matemáticas para deducir una expresión para determinar el valor de cualquier elemento "n".

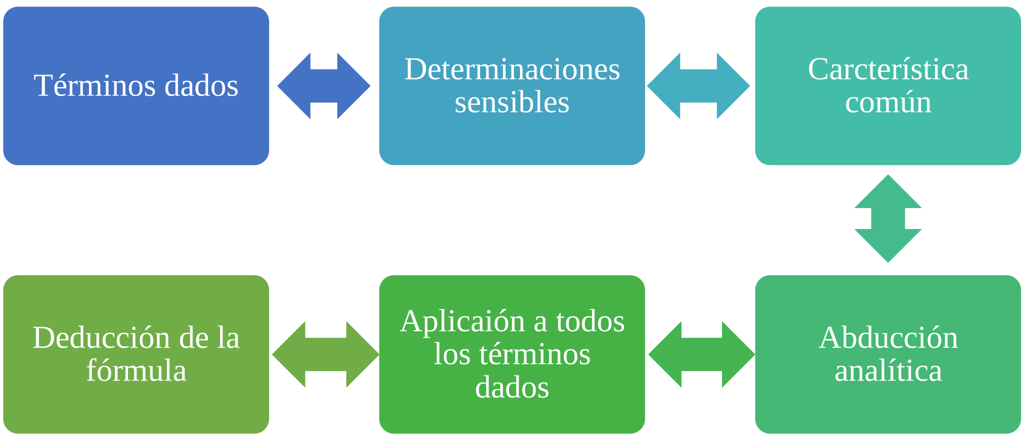


Ilustración 1. Pasos para el proceso de generalización

2.2. Visualización

Desde el campo de la didáctica en matemáticas, la visualización es generalmente asociada a la geometría, sin embargo y teniendo en cuenta que en el presente estudio se pretende trabajar desde un aspecto algebraico (función cuadrática), se mostrará una interpretación en el campo del álgebra de las habilidades de visualización de Del Grande (1990) citadas por Gutiérrez (1991).

Los autores establecen siete habilidades de visualización que son consideradas como las utilizadas por el individuo al realizar procesamiento de imágenes, estás siete habilidades se reconocen como: *identificación visual*, *reconocimiento de posición*, *relaciones entre espacio*, *discriminación visual*, *conservación de la percepción* y *coordinación motriz de los ojos.*

Según Jiménez, W. & Rojas, S. (2010), la visualización se refiere al conjunto de procesos y habilidades de los sujetos para formar, trazar y manipular imágenes mentales o físicas, usándolas efectivamente para establecer relaciones entre objetos matemáticos.

De acuerdo a esta definición es posible identificar dos aspectos a los que se refiere la visualización, los ***procesos*** y las ***habilidades de visualización***.

Con respecto a los procesos de visualización Bishop (1983) establece que la visualización conlleva dos procesos, el procesamiento visual (VP) y la interpretación de información figurativa (IFI), los cuales serán descritos más adelante.

2.2.1. Habilidades de visualización

De acuerdo con Gutiérrez (1991), las habilidades de visualización se clasifican en dos grupos: psicológicas e intelectuales.

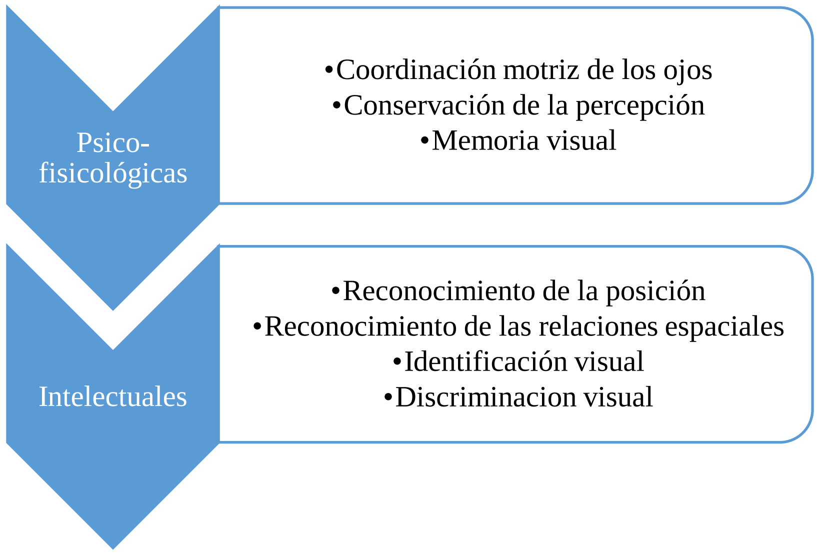


Ilustración 2. Clasificación de las habilidades de visualización

2.2.1.1. *Habilidades psico-fisiológicas*

- *Coordinación motriz de los ojos:* Esta habilidad coordina la visión con el movimiento del cuerpo. Está relacionada de alguna manera con la forma en la que el individuo entiende el espacio.

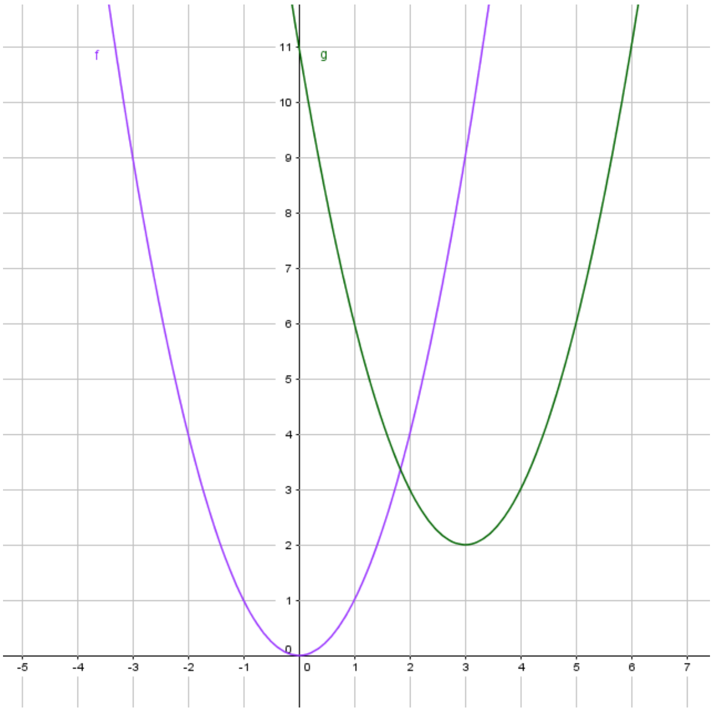
- *Conservación de la percepción*: Se refiere a la habilidad de reconocer que un objeto mantiene sus propiedades pese a que no se pueda ver completamente. Por ejemplo dada la gráfica de una función determinar cuáles son sus intersecciones con los ejes.

- *Memoria visual:* Es la habilidad de recordar características visuales de objetos vistos anteriormente. Por ejemplo al cuestionar al individuo acerca la forma de la gráfica de una función, el sujeto debe ser capaz de decir características como concavidad, forma (parábola), entre otras.

2.2.1.2. *Habilidades intelectuales*

- *Reconocimiento de la posición en el espacio:* Es la habilidad de relacionar un objeto con la posición de uno mismo o con la posición de otro objeto. Por ejemplo cuando el estudiante establece relaciones entre una parábola y otra obtenida a partir de una traslación de ésta.

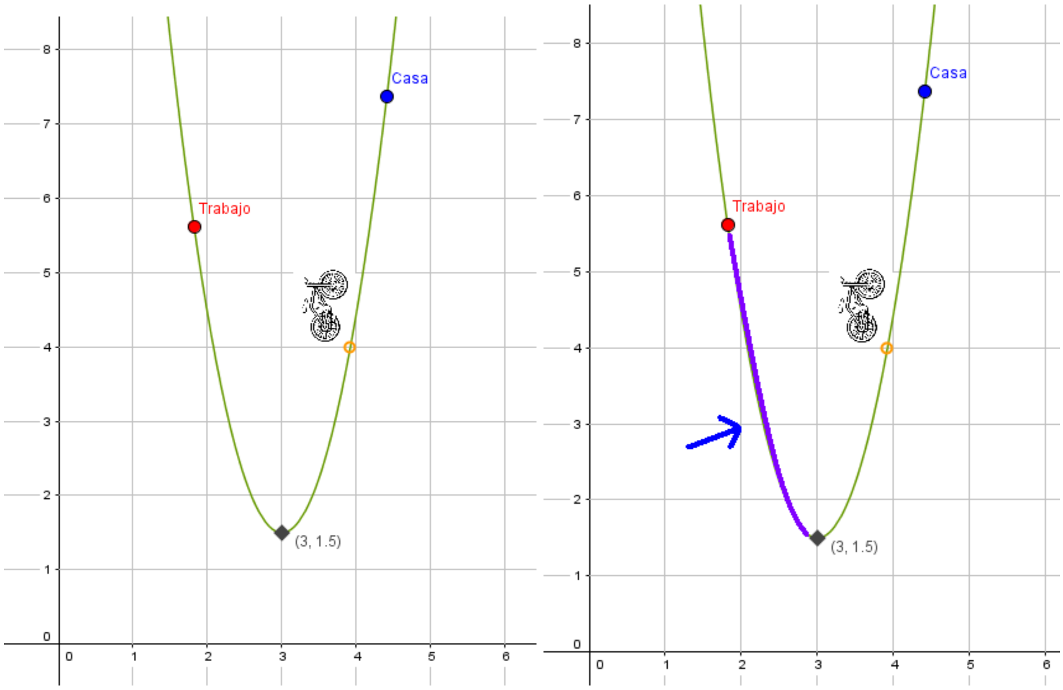
Figura 1. Parábola y parábola obtenida a partir de la traslación de la primera.



- *Reconocimiento de las relaciones espaciales*: Es la habilidad de establecer relaciones entre dos objetos en el espacio. Reconocer que las características propias de un objeto permiten que se establezcan paridades con el objeto en general, y que, dado el objeto se puedan identificar y particularizar siempre tales características. Por ejemplo reconocer en una representación de la función cuadrática el vértice e identificar a este como punto máximo o mínimo.

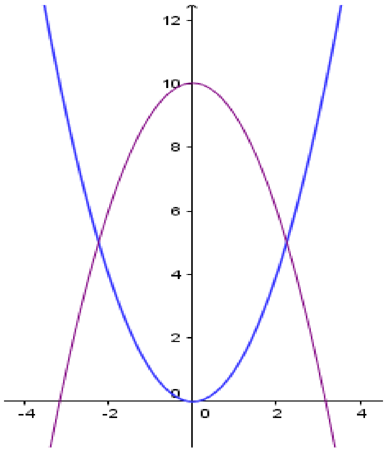
- *Identificación visual*: Es la habilidad de reconocer o identificar un objeto aislándolo de su contexto. Por ejemplo al observar una parábola, se pueden identificar intervalos en los que ésta es creciente o decreciente; o incluso se pueden reconocer los puntos de corte con los ejes coordenados, aunque éstos no sean visibles.

Figura 2. Parábola y reconocimiento de intervalo decreciente



- *Discriminación visual:* Es la habilidad de identificar las semejanzas y diferencias entre objetos. Por ejemplo dada la gráfica de una función y una obtenida a partir de un desfasamiento de la primera (sin que esto se sepa), determinar las similitudes y diferencias entre las gráficas.

Figura 3. Una parábola obtenida a partir del desfasamiento de otra



2.2.2. Procesos de visualización

De acuerdo con Bishop (1983), las habilidades espaciales no se pueden detectar exclusivamente en test estandarizados, sino que se deben realizar de acuerdo al contexto en el que se encuentra el individuo. Según este autor los procesos de visualización que pueden ser desarrollados por los sujetos son:

- *Procesamiento visual (VP)*: Son una serie de procesos que involucran la manipulación, extrapolación, y transformación de imágenes, además de relacionar datos no figúrales con términos visuales.

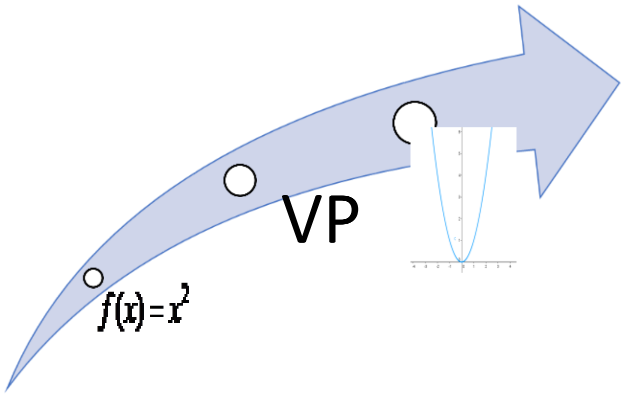


Ilustración 3. Procesamiento visual VP

- *Interpretación de información figurativa (IFI)*: Son una serie de procesos que involucran la realización de acciones tales como: lectura, análisis de imágenes y el uso del vocabulario adecuado con el fin de interpretar el contenido que se abarca en el contexto de una situación presentada.

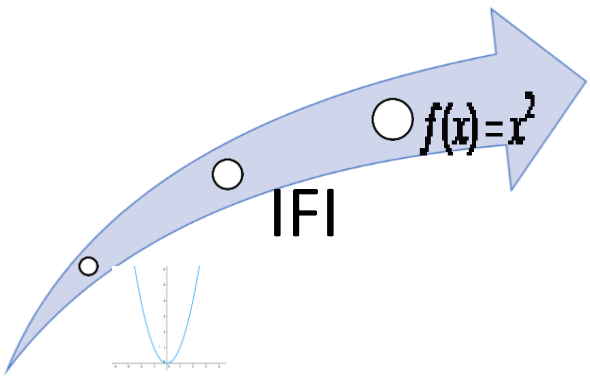


Ilustración 4. Interpretación de información figurativa IFI

2.3. Representaciones ejecutables

De acuerdo con Lupiañez & Moreno (2000) El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, ha permitido una nueva forma de interactuar con los objetos matemáticos, donde se provee al individuo de un ambiente cognitivo virtual, en el cual puede acceder fácilmente a un amplio abanico de representaciones del objeto matemático, ya que los objetos matemáticos en esta interfaz no son estáticos, sino dinámicos, es decir, al ejecutar ciertas acciones o comandos con la tecnología, el objeto matemático puede ser manipulado o transformado, cambiando su representación de forma inmediata, y no necesariamente las propiedades que lo conforman.

Las representaciones ejecutables dejan al sujeto no sólo con una amplia herramienta de visualización, sino que también le permite procesar y transformar su forma de comprender el objeto matemático, donde la herramienta se convierte en el medio instrumental para una amplificación y reorganización conceptual. El sentido que se le da al de amplificación conceptual, se debe al gran y variado abanico de posibilidades que provee la herramienta tecnológica, pues permite conocer la representación de objetos matemáticos, que no son fáciles o son dispendiosos de representar de forma tradicional, con lo que se puede enfocar más su atención en las propiedades del objeto matemático que en su aspecto visual, puesto que su aspecto visual es manipulable e inmediato, por lo cual la actividad matemática, permite una reorganización conceptual y por ende abre entonces la posibilidad de adquirir nuevo conocimiento.

Para explicar un poco más el sentido de amplificación y reorganización conceptual, se observará la tecnología como una herramienta o como un instrumento matemático. Para el caso en que la tecnología sea vista como una herramienta, esta hace referencia al sentido de ampliación conceptual, donde el individuo usa la tecnología como facilitadora o agilizadora de procesos cognitivos, donde la tecnología complementa el pensamiento del individuo y no lo modifica. En el caso de la tecnología vista como un instrumento matemático, dicha tecnología interviene en los procesos cognitivos del individuo, es decir cuando la tecnología provee de los elementos suficientes para que el individuo reorganice sus sistemas conceptuales, favoreciendo en éste el aprendizaje de algún concepto específico.

2.4. Función cuadrática

Según Stewart (2006), una función cuadrática es una función que tiene la forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde a, b y c son números reales con $a \neq 0$, además menciona que la gráfica de cualquier función cuadrática es una parábola.

2.4.1. Forma estándar de la función cuadrática

La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ se puede expresar como:

$$f(x) = a(x-h)^2 + k$$

a esta última se le conoce como forma estándar de la función cuadrática, cuyo vértice está dado por el punto V con coordenadas (h,k) y su concavidad depende de a, así:

- Si $a<0$ la parábola es cóncava hacia arriba.
- Si $a>0$ la parábola es cóncava hacia abajo.

3. Metodología

De acuerdo con Ávila (2006), el análisis a desarrollar en este estudio consiste en una investigación descriptiva de tipo cualitativo, mediante la cual se realiza la interpretación de los datos de acuerdo a unas categorías de análisis que se presentarán más adelante. Para esto se realizó el trabajo en tres partes: *primera parte*, en la cual se diseñaron las actividades a desarrollar, *segunda parte*, la cual consiste en la implementación de las actividades, *tercera parte*, en la cual se lleva a cabo el análisis de la información recolectada durante la segunda parte, cuya presentación se realizará en el siguiente capítulo.

Para el desarrollo de este estudio se realizaron las actividades con 12 estudiantes entre los 14 y 15 años que cursan grado noveno en el colegio Liceo Hermano Miguel la Salle, el docente a cargo, profesor titular de matemáticas de los grados 9° y 10°, Julián David Martínez Torres emplea el uso del software libre Geogebra. El profesor titular ha abarcado los siguientes temas: concepto de función, función lineal, representaciones de la función lineal y exploración de los elementos principales de la función cuadrática, sin embargo no han estudiado las representaciones de la función cuadrática que se abordan en las actividades del presente estudio.

La metodología como se comentaba anteriormente, en lo que tiene que ver con las actividades para los estudiantes, cuenta con dos partes.

En primer lugar se organizaron 6 equipos de tres estudiantes cada uno, y se tuvo en cuenta que cada grupo contara con un portátil en el que se encontrara el archivo de Geogebra con el que se llevaría a cabo la actividad.

Después de que los estudiantes desarrollaron el cuestionario, se tuvo en cuenta la segunda parte que consistió en organizarlos nuevamente en los mismos grupos, pero esta vez con el fin de socializar las respuestas encontradas en los cuestionarios.

3.1. Descripción

A continuación se realiza una descripción detallada de los diferentes momentos en los que se divide el presente estudio.

3.1.1. Primera parte. *Preparación y diseño*

En esta parte se realizó la consulta bibliográfica correspondiente a las representaciones de la función cuadrática, las habilidades de visualización, los procesos de visualización y de generalización. Además se realiza una indagación acerca de las representaciones ejecutables, debido al carácter de la actividad que se pretendía implementar, en la cual se tienen diferentes deslizadores que permiten animar las diferentes parábolas que corresponden a una familia de funciones.

El diseño de las actividades, por lo tanto, estuvo mediado por la información obtenida acerca de las representaciones ejecutables, sumando a lo anterior la indagación de los conceptos y procesos desarrollados por el maestro titular respecto a la función cuadrática. De esta manera, la prueba escrita (Anexo 1) pretendía tener evidencia de la experiencia de los estudiantes al interactuar con el software como herramienta central; tal exploración se medió partiendo de una secuencia de preguntas que abordaban tres deslizadores que controlaban los valores de los tres coeficientes de la forma estándar de la función cuadrática. La actividad escrita estaba dividida en dos momentos que se explicaran a continuación.

3.1.1.1. Primer momento

En un primer momento se realizaron preguntas que estaban enfocadas en el esfuerzo que tenía que hacer un ciclista para llegar de su trabajo a casa (Anexo 1). Tanto el trabajo como la casa eran puntos que pertenecían a la representación gráfica de una función cuadrática (parábola) y además el ciclista también estaba representado por un punto, el cual se movía únicamente en la sección de la parábola que comprendía el trayecto del trabajo a la casa. Las preguntas apuntaban al esfuerzo que realizaba el ciclista, el trayecto y el cambio de los dos aspectos anteriores a partir de la variación del valor el deslizador ***a*** (apertura de la parábola); por último se quería que relacionaran dicho valor con la ecuación que representaba cada una de las funciones cuadráticas que se generaban bajo el cambio de los parámetros.

En general las actividades desarrolladas permiten que el estudiante realice una caracterización de los parámetros de la forma general y estándar de la ecuación cuadrática.

3.1.1.2. Segundo momento

En el segundo momento de la actividad se pretendía trabajar con otros dos deslizadores diferentes ***h*** y ***k*** (movimiento horizontal y vertical de la parábola), los cuales tomaban diversos valores que controlaban los otros dos coeficientes de la función cuadrática (forma estándar), y se quiso que los estudiantes establecieran el comportamiento que tenía la parábola al ir cambiando los valores de tales parámetros (Anexo1).

En este caso y a diferencia de lo descrito anteriormente se deja de lado al ciclista debido a que en este momento se buscaba acercar a los estudiantes a la caracterización de la representación gráfica partiendo de los deslizadores; para que por último, al igual que en el primer momento, se relacionaran los deslizadores con la ecuación.

3.1.2. Segunda parte. *Implementación de las actividades*

La implementación de las actividades se llevó a cabo en tres sesiones, en las dos primeras se desarrolló la parte escrita y en la tercera se realizó la socialización.

A continuación se presentan las actividades implementadas (ver anexo **1**) y el propósito de las preguntas que las componen.

<table>
<tr><th colspan="3">Preguntas de la primera parte del momento 1</th></tr>
<tr><td colspan="3">Pregunta 1:
¿Cómo describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa?
Pregunta 2:
Vamos a mover el deslizador a y darle los siguientes valores: $a=0.5,\ a=1,\ a=2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?
Pregunta 3:
Sí $a=-1$, ¿cambia en algo el trayecto que debe hacer el ciclista? ¿Realiza el mismo esfuerzo? ¿Y si $a=0$?
Pregunta 4:
Si cambias alguno de los otros dos deslizadores, ¿cambiará el trayecto del ciclista? ¿Será otro el esfuerzo que deba hacer el ciclista?
Pregunta 5:
Qué puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador a y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.</td></tr>
<tr><td>Propósito(s) relacionado(s) con el concepto matemático (representaciones de la función cuadrática)
Se pretende que el estudiante reconozca el comportamiento (creciente y decreciente) de la parábola.

Se pretende que los estudiantes identifiquen al deslizador a como parámetro que afecta la representación gráfica y concavidad de la parábola y en consecuencia de lo anterior el esfuerzo que realiza el ciclista.</td><td>Propósito(s) relacionado(s) con los procesos de generalización
Se espera que se plasme de manera concreta y directa el comportamiento de a y cómo éste afecta la concavidad y la apertura de la parábola.</td><td>Propósito(s) relacionado(s) con las habilidades de visualización
Se espera que los estudiantes empleen la habilidad de identificación visual cuando analiza el esfuerzo que hace el ciclista durante su trayecto.

Se espera que el estudiante de evidencias del uso de la habilidad memoria visual, al momento de comparar el esfuerzo que hace el ciclista bajo</td></tr>
</table>

		*los cambios del parámetro **a**.* *Se pretende que los estudiantes empleen la habilidad de discriminación visual al identificar la diferencia entre las gráficas de la función cuando el parámetro **a** varia.*

Tabla 1. Preguntas de la primera parte del momento 1

Preguntas de la segunda parte del momento 1		
Pregunta 6: DA CLICK EN LA CASILLA ECUACIÓN. a. ¿Qué sucede con la parábola cuándo $a = 0$? b. ¿Qué sucede con la parábola cuándo $a > 0$? c. ¿Qué sucede con la parábola cuándo $a < 0$? ¿Qué le pasa a la ecuación cuando el valor de ***a*** cambia?		
Propósito(s) relacionado(s) con el concepto matemático (representaciones de la función cuadrática) *Se espera que los estudiantes relacionen la representación gráfica (apertura, concavidad) con una representación algebraica que se caracterizará sólo en lo que respecta a uno de los parámetros, **a**.*	***Propósito(s) relacionado(s) con los procesos de generalización*** *Se pretende que el estudiante relacione el parámetro en la ecuación y que identifique el papel que juega éste dentro de la representación algebraica de la función cuadrática.*	***Propósito(s) relacionado(s) con las habilidades de visualización*** *Se espera que los estudiantes den muestra, del uso de la habilidad de reconocimiento de las relaciones espaciales al establecer una relación entre el parámetro **a** y el vértice de la parábola (representación gráfica).*

Tabla 2. Preguntas de la segunda parte del momento 1

Preguntas de la primera parte del momento 2		
Pregunta 7: Mueve el deslizador "***h***" a. ¿Qué sucede con la parábola cuando ***h*** varía? b. ¿Qué sucede cuando $h > 0$? c. ¿Qué sucede cuando $h < 0$? **Pregunta 8:** Mueve el deslizador "***k***": a. ¿Qué sucede con la parábola cuando ***k*** varía? b. ¿alguna diferencia cuando ***k*** es positivo a cuando es negativo?		
Propósito(s) relacionado(s) con el concepto matemático (representaciones de la función cuadrática)	***Propósito(s) relacionado(s) con los procesos de generalización***	***Propósito(s) relacionado(s) con las habilidades de visualización***
*El propósito de esta pregunta es que el estudiante logre relacionar el paramento **h** con un desfasamiento horizontal y el parámetro **k** con el movimiento vertical, o el efecto que éstos tienen en las coordenadas del vértice de la parábola.*	*Se pretende que los estudiantes concluyan que de acuerdo a la función $f(x)=(x-h)^2+k$ la parábola se desfasa hacia la derecha con **h** positivo y a izquierda con **h** negativo.* *Se pretende que los estudiantes logren realizar una conjetura de manera análoga, del parámetro **k**, al trabajo realizado con el parámetro **h**.*	*Se espera que los estudiantes den muestra de la habilidad reconocimiento de la posición en el espacio al momento de establecer relaciones entre parábolas desfasadas.*

Tabla 3. Preguntas de la primera parte del momento 2

Preguntas de la segunda parte del momento 2

Pregunta 9:

Recuerdas la ECUACIÓN, ¿Qué le sucede a la ecuación cuando ***h*** y ***k*** cambian?

Pregunta 10:

Teniendo en cuenta los siguientes valores para los deslizadores:

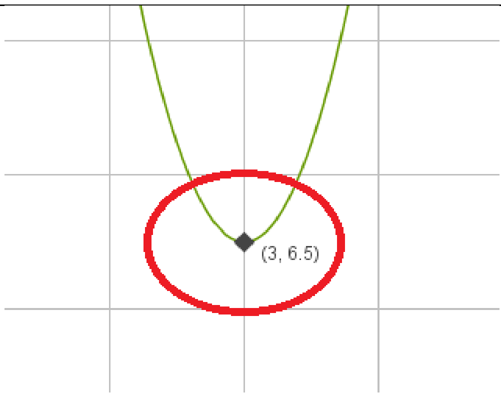
1. $a = -2;\ h = 3;\ k = 2$
2. $a = \frac{2}{3};\ h = -4;\ k = -1$
3. $a = -\frac{1}{6};\ h = 2;\ k = -\frac{1}{2}$

¿Podrías determinar la ecuación de cada una de estas parábolas? ¿Cuáles serían estas?

Propósito(s) relacionado(s) con el concepto matemático (representaciones de la función cuadrática)	***Propósito(s) relacionado(s) con los procesos de generalización***	***Propósito(s) relacionado(s) con las habilidades de visualización***
Se espera que los estudiantes logren identificar los parámetros en la ecuación y evidencien que juegan un papel en la representación algebraica.	*Se espera que los estudiantes logren partir de una ecuación "general", en la que se reconozcan los parámetros y se reemplacen para conseguir funciones cuadráticas particulares.*	

Tabla 4. Preguntas de la segunda parte del momento 2

Preguntas de la tercera parte del momento 2
Pregunta 13: Observa el punto (negro)

<table>
<tr><td colspan="3">

que pertenece a la parábola. Este es el vértice de la parábola.

¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas $(3,2)$? ¿Cómo lo hiciste?

¿Cuáles son las ecuaciones de estas dos parábolas?</td></tr>
<tr><td>Propósito(s) relacionado(s) con el concepto matemático (representaciones de la función cuadrática)

Se espera que los estudiantes interpreten la forma estándar de la función cuadrática de acuerdo a cada uno de sus parámetros.</td><td>Propósito(s) relacionado(s) con los procesos de generalización

Se pretende que a partir de las generalidades encontradas, los estudiantes particularicen los coeficientes de la forma estándar de la función cuadrática.</td><td>Propósito(s) relacionado(s) con los procesos de visualización

Se espera que los estudiantes relacionen parámetros de la representación algebraica y con esto determinen características de la representación gráfica.</td></tr>
</table>

Tabla 5. Preguntas de la tercera parte del momento 2

Como se mencionó anteriormente también se llevó a cabo una socialización en la cual se tomó un registro audiovisual y los autores del trabajo realizaron preguntas orientadoras que emergieron en el momento, las cuales permitieron encaminar el trabajo de los estudiantes y acercarlos a los conceptos esperados.

Además durante el desarrollo de la prueba escrita y la socialización las representaciones ejecutables, jugaron un papel fundamental, debido a su carácter dinámico, lo cual permitió que los estudiantes interactuaran con la representación gráfica de la función cuadrática, a partir de los parámetros de la ecuación; lo anterior abrió la posibilidad a una propuesta diferente, en comparación con el trabajo que usualmente se realiza en la escuela (lápiz y papel), lo cual es importante puesto que permite que el estudiante centre la atención en el análisis de elementos que van más allá de procesos mecánicos.

3.1.3. Tercera parte. *Análisis de resultados*

Para realizar el análisis de los datos recolectados durante la implementación de las actividades se tuvieron en cuenta dos aspectos, las pruebas escritas y la transcripción del audio de la socialización (ver anexo **2**). El análisis de las pruebas escritas y de las transcripciones permitió identificar algunas habilidades de visualización, procesos de generalización y aspectos propios de las representaciones de función empleadas.

4. Análisis de resultados

Para el análisis de los datos recogidos durante la implementación de la prueba escrita y la socialización se establecieron categorías de análisis respecto a tres aspectos: las habilidades de visualización, los procesos de generalización y el concepto matemático (Tabla 6).

Habilidades de visualización	***Procesos de generalización***	***Función cuadrática***
CP: Conservación de la percepción MV: Memoria visual RP: Reconocimiento de la posición RRE: Reconocimiento de las relaciones espaciales IV: Identificación visual DV: Discriminación visual	GC: Generalización contextual GS: Generalización simbólica	PC: Puntos de corte de la función con los ejes DH: Desplazamientos horizontales DK: Desplazamientos verticales CA: Cambios en la apertura. CC: Cambios en la concavidad IVE: Identificación del vértice EG: Relaciones entre la ecuación y la gráfica ICD: Reconoce los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la parábola

Tabla 6. Categorías de análisis las habilidades de visualización, los procesos de generalización y la función cuadrática

A continuación se presenta el análisis de los datos recogidos durante la socialización y la implementación de la prueba escrita.

4.1. Análisis de la socialización

Para este análisis se tuvo en cuenta la transcripción del audio obtenido en la socialización y se relacionan las intervenciones de los diferentes grupos con las categorías de análisis establecidas en la **Tabla 6**.

4.1.1. Primer momento

Fragmento 1: La socialización se empieza solicitándole a un integrante del grupo uno responder la primera pregunta: ¿Cómo describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa?

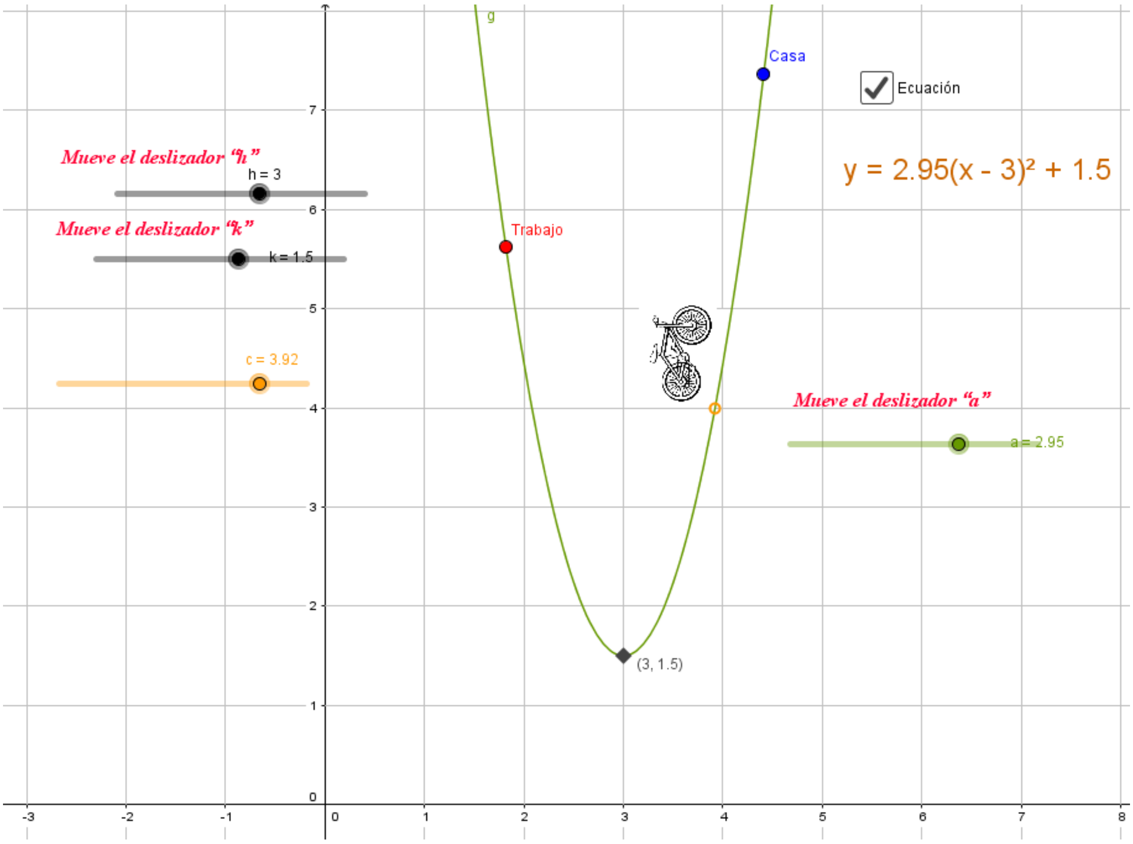
Intervención	*Interventor*	*Comentario*
1	***P***	Empecemos teniendo en cuenta las respuestas desde la pregunta 1, la pregunta número 1 lo estaba cuestionando a usted acerca de… "el esfuerzo que hacía el ciclista". Listo entonces si quieren empezamos por el grupo número uno, que era el grupo del señor C1, entonces cuéntenos… ustedes…
2	**C1**	Bueno, pues la pregunta nos dice que… "cuál es el esfuerzo que debe realizar el ciclista", bueno, nosotros pusimos que en principio del trabajo a la casa… la primera parte del recorrido desciende y por lo tanto hace menos esfuerzo y cuando está ascendiendo utiliza más esfuerzo.

Tabla 7. Fragmento 1

- ***Interpretación***

El estudiante, reconoce que hay intervalos de crecimiento y decrecimiento, relaciona esto de manera directa con la situación referente al ciclista. Esta respuesta se puede incluir en la categoría ICD, debido a que el estudiante identificó el intervalo del trabajo a la casa [2], como un recorrido compuesto por un descenso (menor esfuerzo) y un ascenso (mayor esfuerzo). Esto también da muestra de IV, ya que los estudiantes identifican los intervalos mencionados anteriormente, dando prioridad a una sección de la representación gráfica de la parábola.

Figura 4. Imagen del archivo de Geogebra que se usó durante el desarrollo de la actividad



Fragmento 2: En este fragmento se pretende establecer una relación entre el vértice y los cambios de concavidad de la parábola, haciendo uso de la situación específica (ciclista).

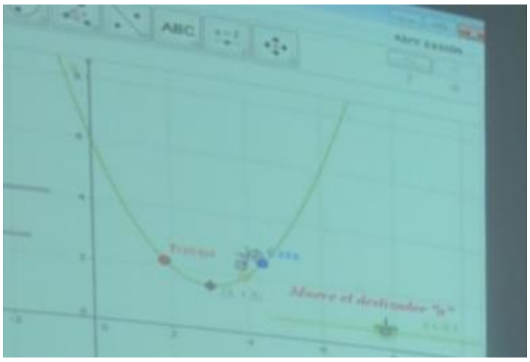
Intervención	*Interventor*	*Comentario*
7	**P**	¿Hay un momento específico en donde cambia de esfuerzo el ciclista?
10	**E6**	En el vértice… acá (señala el vértice de la parábola)  *Imagen 1*

Tabla 8. Fragmento 2

- ***Interpretación***

El estudiante, reconoce características de la parábola, las señala, y muestra cómo estas pueden tener incidencia en la situación que se trabaja. Esta respuesta se puede incluir dentro de la categoría IVE, ya que el estudiante señala específicamente el vértice de la parábola [6]; además al reconocer lo anterior está aislando el vértice del resto de la parábola, razón por la cual se puede categorizar como IV.

Fragmento 3: En este fragmento de la socialización se busca que el estudiante relacione el cambio de concavidad de la parábola a partir de los cambios del deslizador ***a***.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
13	**P**	Bien, entonces la siguiente pregunta nos hablaba de unos valores específicos para el deslizador a, entonces ahí tocaba mover el deslizador a. ver qué estaba pasando con nuestra situación ¿no?, entonces señor P2 por favor regálenos su respuesta, ¿qué fue lo que ustedes escribieron cuando el deslizador cambiaba de posiciones?
14	**P2**	Pues escribimos que… me puede poner el deslizador en 0,5… que en este momento cuando el deslizador está en 0,5,  *Imagen 2* es cuando realiza el menor esfuerzo de los tres que nos plantean acá
16	**P2**	En este (haciendo referencia al valor de ***a*** propuesto).

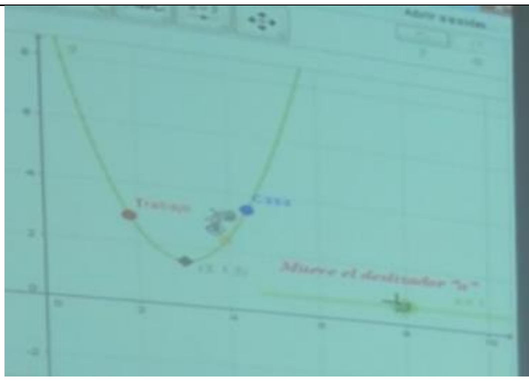
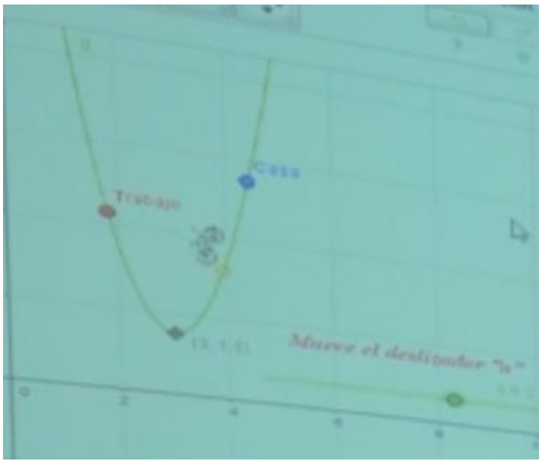
		 *Imagen 3* el esfuerzo es medio a comparación del anterior, y el mayor que va a ser 2:  *Imagen 4*

Tabla 9. Fragmento 3

Interpretación

El estudiante identifica diferencias en el esfuerzo que debe hacer el ciclista y compara tal esfuerzo en diferentes situaciones. Estas intervenciones se pueden incluir en la categoría MV, porque el estudiante está dando muestra de recordar un objeto que vio anteriormente y realizar una comparación entre éste [14] y el que está viendo justo en ese momento [16].

Fragmento 4: En esta parte de la socialización se pretende que el estudiante relacione la concavidad de la parábola dada por el parámetro ***a*** con el esfuerzo que debe realizar el ciclista para llegar al lugar requerido.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*

24	**C1**	Eso es dependiendo de la apertura que tenga, de la anchura.
25	**P**	¿Dependiendo de eso qué pasa?
26	**C1**	Es decir que el esfuerzo requerido es menor cuando…
27	**P**	¿Cuándo la anchura es menor?
28	**C1**	Cuando la anchura es mayor el esfuerzo es menor y cuando la anchura es menor el esfuerzo es mayor.

Tabla 10. Fragmento 4

Interpretación

El estudiante reconoce la relación que tiene la apertura – anchura de la parábola con el esfuerzo que debe hacer el ciclista. Además de esto llega a conjeturar una relación entre dicha apertura y el esfuerzo. Esta intervención se puede clasificar dentro de la categoría CA porque cuando el estudiante afirma que dependiendo de la apertura [24], el esfuerzo que debe realizar el ciclista para realizar el trayecto cambia [28].

La intervención 28, da evidencias de GC, ya que está determinando unas reglas que relacionan la "*anchura*" con el esfuerzo que realiza el ciclista, sin hacer uso de gestos, sino de palabras clave.

Fragmento 5: En esta parte de la conversación se pretende que los estudiantes identifiquen que bajo los cambios del parámetro ***a*** la parábola cambia de concavidad y esto a su vez interfiere en el esfuerzo que debe realizar el ciclista.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
33	**P**	A4,… por favor póngase en frente de todos sus compañeros. Nos lee la siguiente pregunta por favor y lo que ustedes respondieron y… ¿por qué lo respondieron?
34	**A4**	Si ***a*** es igual a -1, ¿cambio en algo el trayecto que debe hacer el ciclista?... ¿Realizó el mismo esfuerzo?... ¿Y si ***a*** es igual a cero?... Bueno lo que sucede es que cuando ***a*** es igual a -1 tiene que realizar más esfuerzo, ya que tiene que escalar más montaña. Y tiene que hacer menos esfuerzo cuando es igual a 0 porque es una recta y pues porque la parábola no existe porque si es una recta no cumple con los requerimientos de una parábola.

Tabla 11. Fragmento 5

Interpretación

El estudiante relaciona el valor del deslizador ***a*** con la forma que toma la parábola, teniendo en cuenta que en $a = 0$ afirma que se tiene una recta. Además tiene en cuenta la forma que toma la parábola cuando se le asigna el valor negativo -1 al deslizador ***a***.

Cuando el estudiante afirma que si ***a*** es igual a cero no existe la parábola y por el contrario se obtiene una recta, está identificando que estas gráficas son diferentes [34], en consecuencia se puede pensar que el estudiante hace uso de DV, con el fin de caracterizar el esfuerzo que realiza el ciclista.

Fragmento 6: En esta parte de la socialización se pretende que los estudiantes identifiquen que bajo los cambios del parámetro ***a*** los trayectos que debe realizar el ciclista cambian.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
37	**P**	¿Cambia en algo el trayecto del ciclista? Es decir ese camino que tiene que hacer del trabajo a la casa, ¿Cambia en algo cuando a es igual a 1 o a es igual a -1?
40	**E3**	Pues yo me di cuenta que la casa está más lejos del vértice, así que podríamos decir que acá se realiza más esfuerzo ya que el tramo del vértice a la casa está en picada y la casa queda un poco más lejos, entonces el esfuerzo no sería igual, pues así sea con la inclinación la casa está más lejos, y depende de cómo la casa se mide en positivo que se ve… pues en picada, como en negativo que se puede ver ya en picada, en positivo que se ve hacia arriba, y en negativo que se ve ya en picada, ya que la casa queda más lejos entonces el esfuerzo… sería mucho menos que… si estuviera arriba.

Tabla 12. Fragmento 6

Interpretación

El estudiante ha realizado una observación muy específica con respecto a la pregunta y compara las distancias de casa y trabajo con el vértice. De esta manera reconoce en primer lugar un cambio de posición a partir del signo (positivo o negativo) del deslizador, y con esto también que la distancia del vértice a la casa en los dos escenarios, es decir cuando a es 1 y cuando a es -1, hace que cambie el esfuerzo que debe hacer el ciclista. A pesar que el estudiante utiliza la palabra "*picada*", en algunos casos no hace referencia a trayectos en bajada (ver video).

Al referirse a las secciones de la parábola que definen los intervalos de crecimiento y decrecimiento, con un valor positivo y uno negativo, el estudiante da muestras del uso de IV [40], ya que se concentra específicamente en los intervalos de la parábola mencionados anteriormente.

Fragmento 7: Se le solicita al estudiante establecer los cambios de la parábola cuando el valor de ***a*** varía.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
47	**P**	La siguiente pregunta que era ¿qué pasa con la parábola entonces cuando se está moviendo el deslizador ***a***? que era la pregunta que iba justo después de esta ¿qué puedes concluir de la situación con respecto al deslizador a, y el cambio qué este genera en el trayecto del ciclista? Entonces alguno que quiera contarnos qué concluyeron, siga A4 por favor, o sea una conclusión de que pasa con el ciclista con toda la situación cuando está cambiando el deslizador.
48	**A4**	Que cuando ***a*** es negativo y diferente de cero, el vértice es el punto más alto y cuando ***a*** es positivo, el vértice el punto más bajo
49	**P**	Cuando ***a*** es negativo en este caso, hay un punto al que llega ¿Cuál sería?
50	**A4**	El vértice

Tabla 13. Fragmento 7

Interpretación

Teniendo en cuenta la situación planteada, el estudiante/grupo reconoce elementos que caracterizan la parábola y que no están explícitos dentro de dicha situación.

De acuerdo con la intervención 48, se puede interpretar que el estudiante está particularizando un elemento de la representación gráfica (vértice), a partir de la condición dada por el parámetro ***a***, determinando así, que éste es un aspecto que caracteriza a dicha representación. En consecuencia de lo anterior se puede categorizar a esta intervención [48, 50] como IVE y RRE.

Fragmento 8: Se pide a los estudiantes que identifiquen las diferencias entre las gráficas de las parábolas bajo unos valores específicos del deslizador ***a***.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
62	**C1**	¿Qué sucede con la parábola cuando ***a*** es igual a cero? ¿Qué sucede con la parábola cuando ***a*** es mayor que cero? Y ¿qué sucede con la parábola cuando ***a*** es menor que cero?
63	**P**	Entonces P2 si quiere por favor su teoría, o perdón su conclusión acerca de ¿Qué sucede cuando es cero? ¿Qué sucede cuando es mayor que cero? y ¿qué sucede cuando es menor que cero?

64	**P2**	Cuando es cero ya lo dijo A4 no hay ninguna parábola, es una recta porque no cumple con las especificaciones necesarias para llegar a ser una parábola
65	**P**	Cuando es cero, o sea acá. ¿Cuándo es mayor que cero que pasa con la parábola? ¿Qué podemos determinar?
66	**P2**	Que cuando es positivo, bueno, cuando es mayor que cero, bueno nos damos cuenta que el número que le asignamos a ***a***, va a estar aquí reflejado en la ecuación
67	**P**	Bien y ¿algo más?
68	**P2**	Pues cuando ***a*** es mayor que cero la parábola va a ser cóncava
69	**P**	¿Qué es eso de cóncava?
70	**P2**	Cóncava es cuando tiene esta forma  *Imagen 5* y ***a*** es positivo
71	**P**	Cuando tiene esa forma y ¿Cuándo no es así?
72	**P2**	***a*** tendría que ser negativo y sería convexa
73	**P**	Convexa, o sea cuando va para arriba?…
74	**P2**	Es Cóncava
75	**P**	¿Y abajo?
76	**P2**	Convexa
77	**P**	¿Depende de quién eso?
78	**P2**	Del deslizador ***a*** si es positivo o negativo

Tabla 14. Fragmento 8

Interpretación

El estudiante/grupo identifica la relación que hay entre el parámetro ***a*** y la concavidad de la parábola.

Cuando el alumno hace referencia a la forma de la parábola dados valores específicos de ***a*** y establece palabras claves para tales formas [68 y 72], está dando muestras del reconocimiento de CC. Además al establecer un intervalo específico para caracterizar dichos comportamientos de la parábola, se puede categorizar esta serie de intervenciones [68-78] como GC.

Fragmento 9: Se le solicita al estudiante establecer una generalidad en la ecuación de la parábola cuando ***a*** cambia.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
82	**P**	¿Qué le pasa a la ecuación cuando el valor de ***a*** cambia?
83	**G4**	Lo que le pasa a la ecuación, es que el binomio elevado al cuadrado, va a estar multiplicado por ***a*,** y cosa que nos dimos cuenta es que nos va a influir en la distancia o en qué tan lejos va a estar el punto de corte con ***Y*** en relación con el vértice. Si ***a*** es un número sin importar el signo, entre más grande sea el número, por ejemplo ***a*** es igual a 2.9, el punto de corte va a estar mucho más alto, cuando la parábola es cóncava como la definió P2. Sin embargo cuando ***a*** es negativo, entre menor sea el número, mayor va a ser la distancia que va a tener el vértice con el punto de corte en ***Y*.**

Tabla 15. Fragmento 9

Interpretación

El estudiante identifica características de la representación algebraica partiendo del comportamiento que evidencia al cambiar el parámetro ***a***.

Teniendo en cuenta que el estudiante afirma que en su grupo se "*dieron cuenta*" que el parámetro ***a*** influye en la distancia entre el intercepto con el eje ***Y*** y el vértice de la parábola, se puede evidenciar que ellos están recordando características visuales de los objetos vistos durante el desarrollo de la actividad [83], en consecuencia se clasifica esta intervención en la categoría MV y PC.

También es posible identificar como las representaciones ejecutables permiten que los estudiantes manejen de manera mucho más ágil diferentes valores para los parámetros y puedan así centrar su atención en el análisis de los resultados que arroja dicho manejo. Gracias a esto el grupo logra caracterizar resultados particulares y a partir de palabras claves establecer reglas generales, por lo tanto se incluye la intervención 83 en la categoría GC.

4.1.2. Segundo momento

Fragmento 10: En esta parte de la socialización se empieza a realizar un trabajo análogo al realizado con el parámetro ***a***, pero esta vez con los valores de ***h*** y ***k***.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
86	**P**	Primero, mueve el deslizador ***h*** ¿qué sucede con la parábola cuando ***h*** varía? Entonces queremos que algún integrante del grupo dos se ponga de pie y nos cuente qué fue lo que escribieron, si quieren lean su respuesta y después nos dicen si quieren agregar algo más, o simplemente es eso y ya.
87	**P2**	Cambia su posición en el eje ***X*** dependiendo del número que se le asigne a ***h***, pues por ejemplo, como se puede ver (*Imagen 6*) se tendría que mover en este eje cierto, y el mismo número que aparece acá (hace énfasis en l ecuación) es el mismo que va a aparecer en X (hace referencia a la primera componente del vértice). *Imagen 6*

Tabla 16. Fragmento 10

Interpretación

El estudiante/grupo reconoce que hay un movimiento de la parábola y caracteriza este, además caracteriza el valor que toma el parámetro ***h***, relacionándolo con el eje x. Esta intervención permite evidenciar que el estudiante está relacionando la posición de la parábola con el plano y la posición de él mismo, usando como referencia el eje ***X***; siendo condicionado por el parámetro ***h*** [87], lo anterior podría clasificarse en la categoría RP.

Fragmento 11: Se le solicita al estudiante que indique cuál es el cambio que tiene la parábola cuando los valores de ***h*** y ***k*** varían.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
89	**E3**	Nuestra respuesta fue, el vértice cambia es decir el punto se mueve hacia la derecha o hacia la izquierda.

Tabla 17. Fragmento 11

Interpretación

El estudiante relaciona directamente el deslizador ***h*** con el vértice de la parábola, asocia los valores del parámetro ***h*** a un movimiento específico del vértice de la parábola. A partir de esto es posible evidenciar como el estudiante identifica la covariación entre el parámetro y el vértice de la parábola, esto atribuido al uso de las representaciones ejecutables. Además se puede identificar como el estudiante pasa del símbolo (parámetro h) a la gráfica (vértice de la parábola) y como caracteriza el comportamiento que genera el cambio de dicho símbolo en tal gráfica.

Fragmento 12: En este fragmento el estudiante puntualiza la relación que hay entre uno de los parámetro de la función y desfasamiento de la parábola.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
162	**P**	El señor G4 quería decir algo, todavía lo tiene ahí en la mente o…
163	**G4**	No sólo que ***h*** me cambia la componente en ***X*** de la coordenada del vértice

Tabla 18. Fragmento 12

Interpretación

En esta interpretación el estudiante da muestra de reconocer la relación entre el parámetro ***h*** de la ecuación y el efecto que éste tiene en la ordenada del vértice [163]. El estudiante establece una regla o comportamiento general acerca de la relación indicada, haciendo uso de palabras claves; en consecuencia de esto, dicha intervención, puede ser clasificada en la categoría GC.

Fragmento 13: En esta parte se pretende puntualizar las ideas dadas por los estudiantes acerca del desfasamiento vertical de la parábola durante el desarrollo de la prueba escrita.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
164	**P**	Ahora vamos a mirar que pasa con ***k***, porque acá decía mueve el deslizador ***k*** y preguntaba ¿Qué sucede con la parábola cuando ***k*** varía? Entonces quién quisiera expresarnos lo que respondió. C1 siga …
165	**C1**	Se mueve en el eje ***Y.***

Tabla 19. Fragmento 13

Interpretación

El alumno logra establecer un comportamiento de la parábola a partir del parámetro de ***k*** [165], esto indica que el estudiante identifica movimiento vertical de la parábola, de acuerdo a los cambios del parámetro mencionado, por esta razón es posible ubicar este fragmento de la socialización en la categoría DK.

También se evidencia de acuerdo con la intervención [165], que el estudiante, al identificar el movimiento de la parábola a partir de los cambios del parámetro ***k***, establece una relación entre la posición de la parábola con el plano y la posición de la parábola con su propia posición, debido a lo anterior es posible incluir la intervención 165, en la categoría RP.

Fragmento 14: En esta parte de la socialización el estudiante establece una relación entre la cantidad de puntos de corte de la parábola con el plano cartesiano y los valores para los diferentes deslizadores empleados.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
173	**G4**	Es que cuando ***k*** y ***h*** son positivos los dos, únicamente va a estar el punto de corte con ***Y***, pero si mueve a ***k*** a -1 va a tener tres puntos de corte, dos puntos de corte con ***X*** y un punto de corte con ***Y*** y por ejemplo si fuera lo contrario…, si ***k*** es positivo y ***h*** es negativo, igual va a tener tres puntos de corte ¡no mentiras! …ese es con ***a*** , ¡la relación es con ***a***! … y lo que tiene que ver es si es convexo o cóncava, entonces si ***a*** es negativo y ***k*** es positivo. Si alguno de los dos, si ***a*** o ***k*** son signos contrarios, es decir si uno es positivo y el otro es negativo va a tener tres puntos de corte. Pero si ***k*** y ***a*** es positivo, o si los dos son negativos, va a tener únicamente, un sólo punto de corte.

Tabla 20. Fragmento 14

Interpretación

El alumno logra describir un comportamiento de la parábola a partir de dos de los deslizadores, haciendo con esto una caracterización de la cantidad de puntos de corte que tiene parábola con los ejes, bajo los cambios realizados en el deslizador ***k***. Debido a que el estudiante realiza esto haciendo uso de palabras claves, se puede incluir esta intervención en la categoría GC.

Además para realizar la caracterización mencionada el estudiante hace uso de la habilidad CP, debido a que identifica que la parábola mantiene sus propiedades (es continua hacia la derecha y la izquierda) a pesar de no poderla ver en su totalidad, esto es, indica que la parábola tendrá puntos de corte con el eje ***Y*** [173], aunque esta intersección no sea necesariamente visible. Debido a lo anterior también se incluye esta intervención en la categoría PC.

Fragmento 15: Se pretende que los estudiantes identifiquen los cambios que hay en la ecuación cuando se asignan diferentes valores a los parámetros ***h*** y ***k***.

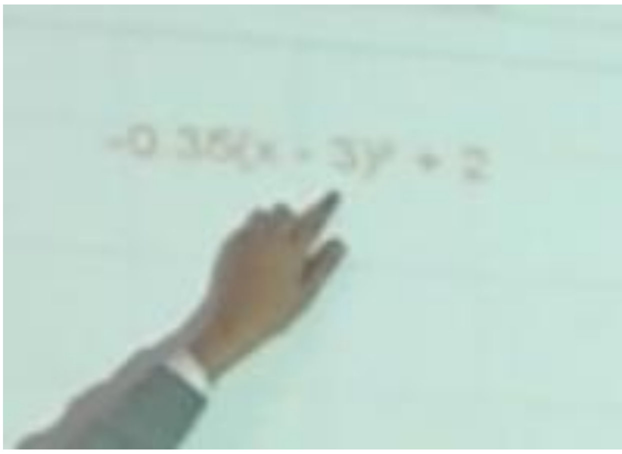
Intervención	*Interventor*	*Comentario*
174	**P**	Entonces la siguiente sería, recuerde la ecuación, bueno ahí sigue la ecuación estando, entonces ¿Qué le sucede a la ecuación cuando ***h*** y ***k*** cambian? G3 adelante
175	**G3**	Lo que pasa es que cuando movemos el deslizador ***h***, el que cambia es este (imagen 7).  *Imagen 7*
176	**P**	¿De qué manera cambia?
177	**G3**	Es igual al número que uno pone en el deslizador ***h***
178	**P**	Miremos a ver, ***h*** ¿Qué número tiene allá?
179	**G3**	Seis.
180	**P**	Y allá.
181	**G3**	Menos seis, siempre se resta pero es el mismo
182	**P**	Siempre se resta pero el número es el mismo
183	**G3**	Si es positivo allá el signo sería al contrario

Tabla 21. Fragmento 15

Interpretación

El estudiante identifica la relación entre la expresión que entiende como ecuación (en una parte posterior de la socialización uno de sus compañeros lo corrige) y el parámetro ***h***, él indica que los cambios realizados a dicho parámetro afectan a la ecuación aunque se emplea en ésta el signo opuesto, de acuerdo con esta caracterización que el estudiante realiza, haciendo uso de palabras clave, se puede incluir esta intervención [177 y 181] en la categoría GC.

Fragmento 16: Se busca que el estudiante establezca la relación entre el parámetro *k*, visto hasta ahora como deslizador con la forma estándar de la ecuación cuadrática.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
184	**P**	Y ***k*** ¿qué pasa con ***k***?
185	**G3**	***k*** es este número.  *Imagen 8*
186	**P**	***k*** es ese número, ¿a ese también le pasa lo que usted me acaba de decir?
187	**G3**	No, ese si normal
188	**P**	¿Normal?
189	**G3**	Ese sigue siendo el mismo signo

Tabla 22. Fragmento 16

Interpretación

El estudiante establece una condición específica para el valor del parámetro ***k***, dentro de la representación algebraica de la función cuadrática. Asumiendo con esto, algo similar a lo hecho con el parámetro ***h*** (fragmento 15), en consecuencia esta intervención se clasifica en la categoría GC.

Fragmento 17: Se busca relacionar los deslizadores con los parámetros de la forma estándar de la función cuadrática.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
191	**E3**	Nosotros logramos descubrir esa ecuación que nosotros no conocíamos, que si no estoy mal es, la fórmula estándar, ya que lo que veíamos es que cuando cada uno cambia, entonces teníamos el valor de -0,35 y lo pusimos el primero

		como ***a*** y así sustituyendo números por letras y así fue como hallamos la fórmula estándar.
192	**P**	Y ¿cuál sería esa fórmula?, yo quiero que E3 nos describa esa tal fórmula estándar en el tablero.
193	**E3**	Y esa fue la única fórmula que usamos para…
194	**P**	Bueno listo esa fue la fórmula, muchas gracias. A4 ahora sí.
195	**A4**	Pues primero que la fórmula no es así, es menos y eso viene de despejarlo de la general, bueno el caso es que ahí, es al revés, es básicamente porque cuando yo pongo 0,5, estoy multiplicando el 0,5 por el menos, sale al revés el signo, menos por más y menos por más, eso listo.
196	**P**	Listo alguien más… G4
197	**G4**	Yo quería poner acá… a mí se me ocurrió esta idea, y es que aquí me falto la ***Y***, porque es una función. Entonces lo que tocaba escribir acá es que ***Y*** va a ser igual al número que tengamos, menos ***h***, eso sería la componente del vértice en ***X*** eso lo elevamos al cuadrado. Después lo multiplicamos por ***a*** y al final le sumamos la componente en ***Y*** del vértice, y eso lo que nos va a dar el componente de la coordenada en ***Y***

Tabla 23. Fragmento 17

Interpretación

Se presentan tres aportes, referentes a la representación algebraica de la función (forma estándar), en los que se evidencia que el estudiante relaciona los parámetros con elementos específicos de la ecuación, estableciendo que dicha relación es única; además de esto, se plantean unas condiciones específicas y una forma determinada para la forma estándar, las cuales son expresadas mediante símbolos, por lo que se puede incluir esta intervención [191, 193, 195 y 197] en la categoría GS.

Fragmento 18: En este fragmento se busca que los estudiantes relacionen los valores de los deslizadores ***h*** y ***k*** con los parámetros de la ecuación y además que los relacionen con el vértice de la parábola.

Intervención	*Interventor*	*Comentario*
228	**P**	Observa el punto, que pertenece a la parábola, ese es el vértice de la parábola. Puedes dar dos ecuaciones de parábolas con vértice con coordenadas (3,2) Señor G4 siga al frente cuéntenos.
233	**G4**	Bueno lo que tenemos acá, primero no está igualado a ***Y,*** y lo que pasa acá es que nuestro compañero se inventó esto (encierra el 0,01), el 3,2 también está mal, pero esos dos números los vamos a ubicar de la forma correcta, tenemos que la fórmula estándar correcta va a ser, $y = a(x-h)^2 + k$

		nosotros en otro momento nos dimos cuenta que ***h*** y ***k*** son los componentes del vértice, esta es la componente en ***X*** (***h***) y esta es la componente en ***Y*** (***k***), entonces lo que tenemos que hacer aquí es reemplazar las dos componentes, como habíamos visto antes, que ***h*** y ***k*** son las componentes, ***h*** respectivamente componente del vértice en ***X*** y ***k*** la componente en ***Y*** del vértice, ahora lo que vamos a hacer para formar la ecuación es $y = a(x-3)^2 + 2$ con esto nos hace falta despejar ***a***, pero vamos a imaginar que ***a*** es 1 ahora si queremos que una recta pase por el mismo vértice, lo que vamos a hacer es poner otra vez, otra ecuación, pero la vamos a multiplicar por otra ***a*** diferente, sin embargo como sabemos que la ecuación tiene el mismo vértice, estamos seguros de que va a pasar por el punto $(3,2)$ entonces la siguiente ecuación que pase por $(3,2)$ podría ser $y = 2(x-3)^2 + 2$.
234	**P**	¿Cuántas parábolas podrían haber que pasen por el vértice $(3,2)$?
235	**GRUPO**	Infinitas
236	**P**	¿Y qué es lo único que necesitamos para hacer esas ecuaciones?
237	**G3**	Las coordenadas del vértice
238	**P**	O sea entonces, ¿en qué tenemos que fijarnos para hacer otra diferente a estas dos?...
239	**GRUPO**	Que tengan el mismo vértice. Sólo cambiar a

Tabla 24. Fragmento 18

Interpretación

El estudiante realiza una institucionalización de algunos de los procesos generados a lo largo de la actividad, sintetizándolos y mostrando además conclusiones que relacionan los parámetros ***h*** y ***k*** con el vértice y el parámetro ***a*** y su relación con la concavidad. Con esto [233] el alumno muestra que identifica diferentes relaciones entre la representación gráfica y algebraica de la función cuadrática y en consecuencia establece tales relaciones de forma simbólica, por lo que se incluye a esta intervención en la categoría GS.

Por lo anterior, es posible reconocer que gracias al trabajo realizado con las representaciones ejecutables, en este punto el estudiante no necesita las gráficas para establecer conclusiones acerca de aspectos propios de la situación, tales como la cantidad de parábolas que pasan por un mismo vértice [235] y el parámetro que determina esta cantidad [239]; en cambio, emplea la generalización simbólica que estableció previamente, para interpretarla y responder a las preguntas que se le plantean [234, 236 y 238].

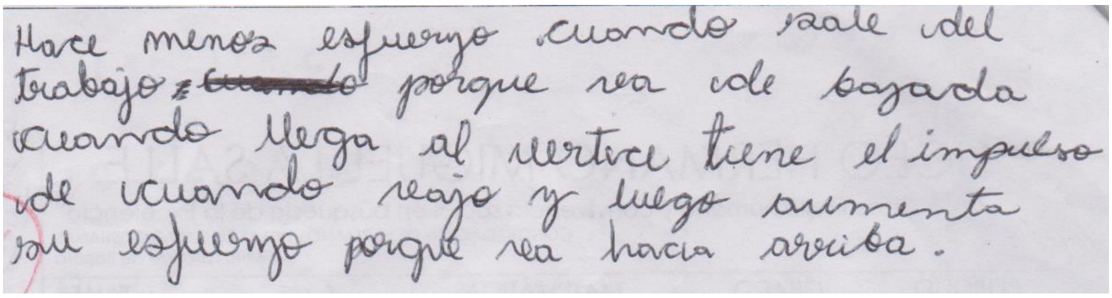
4.2. Análisis de las pruebas escritas

Para el desarrollo de este análisis, se trabajará con base en la descripción de la segunda parte (implementación) del capítulo anterior "metodología" (**Tablas 1**, **2**, **3**, **4** y **5**). Para este análisis se tendrán en cuenta algunos apartados de las pruebas escritas, los cuales fueron seleccionados de acuerdo a una clasificación realizada de las preguntas y los momentos, teniendo en cuenta los propósitos relacionados con el concepto matemático, los procesos de generalización, las habilidades y procesos de visualización.

4.2.1. Preguntas de la primera parte del momento 1

Apartado 1. A1

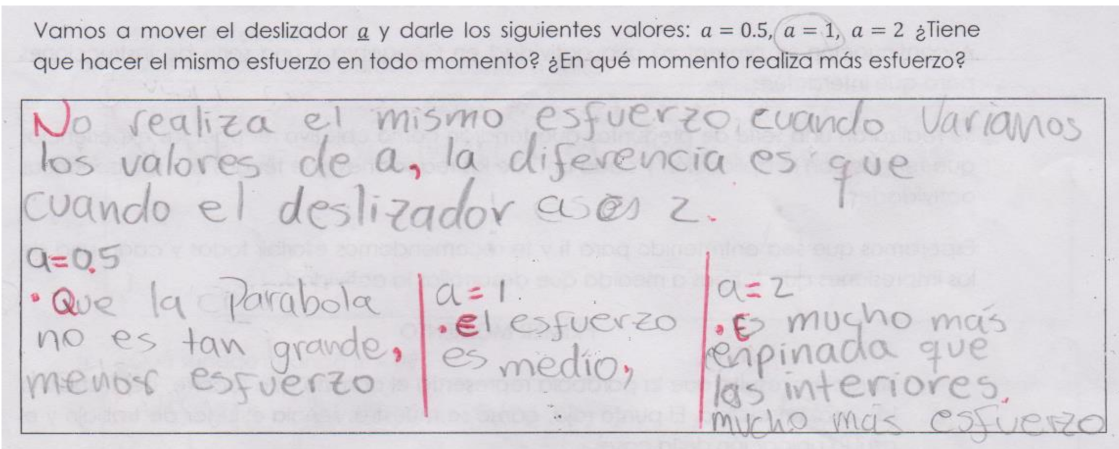
Figura 5. Apartado 1


Hace menos esfuerzo cuando sale del trabajo, ~~cuando~~ porque va de bajada cuando llega al vertice tiene el impulso de cuando bajo y luego aumenta su esfuerzo porque va hacia arriba.

"Hace menos esfuerzo cuando sale del trabajo, porque va de bajada cuando llega al vértice tiene el impulso de cuando bajo y luego aumenta su esfuerzo porque va hacia arriba"

Apartado 2. A2

Figura 6. Apartado 2


Vamos a mover el deslizador a y darle los siguientes valores: $a = 0.5$, $a = 1$, $a = 2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?

No realiza el mismo esfuerzo cuando Variamos los valores de a, la diferencia es que cuando el deslizador es es 2.

a=0,5	a=1	a=2
• Que la Parabola no es tan grande, menos esfuerzo	• el esfuerzo es medio,	• Es mucho más empinada que las interiores, mucho más esfuerzo

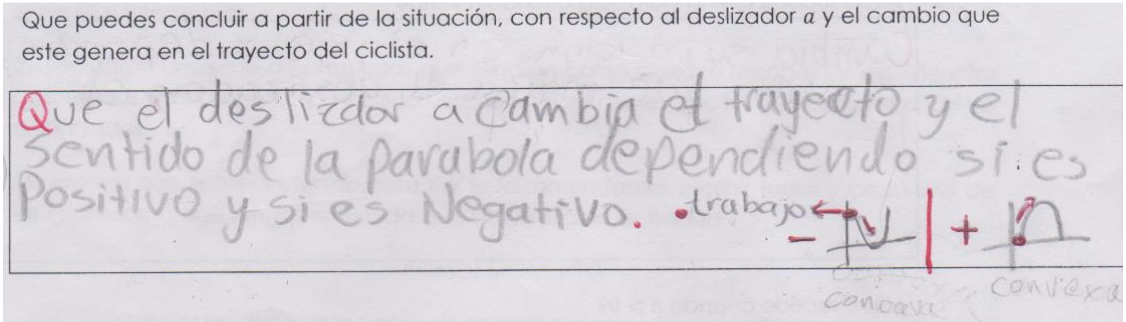
*"No realiza el mismo esfuerzo cuando variamos los valores de **a**, la diferencia es que cuando el deslizador es…"*

$a = 0,5$ $\qquad$ $a = 1$ $\qquad$ $a = 2$

Que la parábola no es tan grande, menos esfuerzo	*El esfuerzo es medio*	*Es mucho más empinada que las anteriores. Mucho más esfuerzo*

Apartado 3. A3

Figura 7. Apartado 3


Que puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador *a* y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.

Que el deslizdor a cambia el trayecto y el sentido de la parabola dependiendo si es Positivo y si es Negativo. trabajo − | +

concava convexa

*"Que el deslizador **a** cambia el trayecto y el sentido de la parábola dependiendo si es positivo y si es negativo"*

Interpretación

Con A1, se evidencia uno de los propósitos relacionados con el concepto matemático, debido a que al referirse a *"subida y bajada"* [A1], el estudiante da muestras del reconocimiento de intervalos de crecimiento y decrecimiento de la parábola. Además al mencionar con sus palabras dichos intervalos, se puede interpretar que el grupo está identificando dos secciones de la parábola, por lo que incluimos a A1 en la categoría IV.

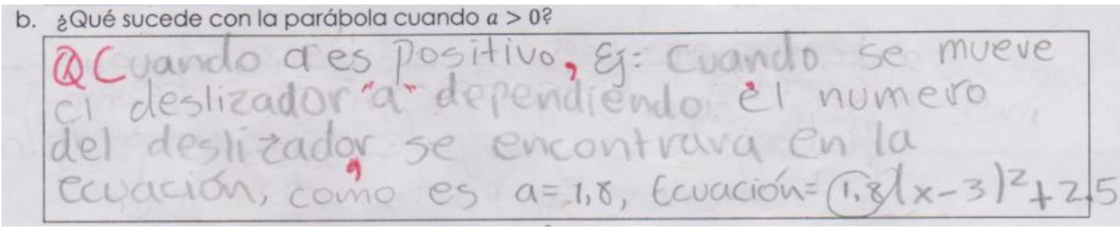
Con A2, se evidencia que el estudiante compara la apertura de las parábolas bajo los cambios del parámetro ***a***, como mecanismo para establecer diferencias entre el esfuerzo que debe realizar el ciclista, razón por la cual se incluye a A2 en la categoría MV.

De A3, se puede observar que el grupo identifica el efecto que tienen los valores del deslizador ***a*** en la concavidad de la parábola, siendo esto muestra de uno de los propósitos relacionados con el concepto matemático; además de esto, establece una regla para lo anterior, partiendo de la comparación de diferentes parábolas, teniendo en cuenta los valores de ***a***. Debido a lo anterior A3, se clasifica en las categorías GC y DV.

4.2.2. Preguntas de la segunda parte del momento 1

Apartado 4. A4

Figura 8. Apartado 4

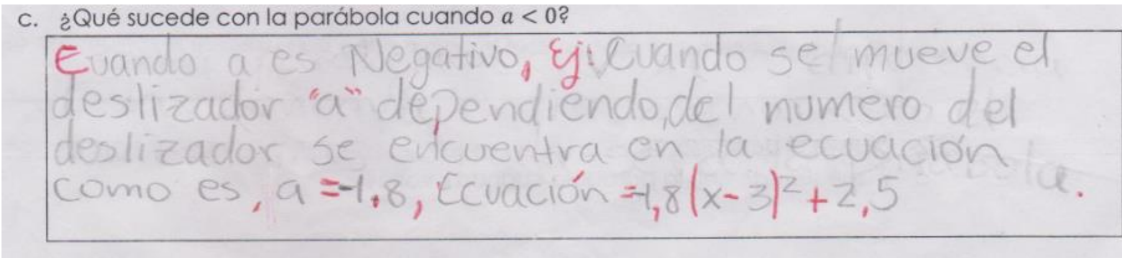

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

Cuando a es positivo, Ej: Cuando se mueve el deslizador "a" dependiendo el numero del deslizador se encontrava en la ecuación, como es a=1,8, Ecuación= 1,8(x-3)²+2,5

*"Cuando **a** es positivo, ej: cuando se mueve el deslizador "**a**" dependiendo el número del deslizador, se encontrará en la ecuación, como es* $a = 1{,}8$*, ecuación* $= \boxed{1{,}8}(x-3)^2 + 2{,}5$ *"*

Apartado 5. A5

Figura 9. Apartado 5

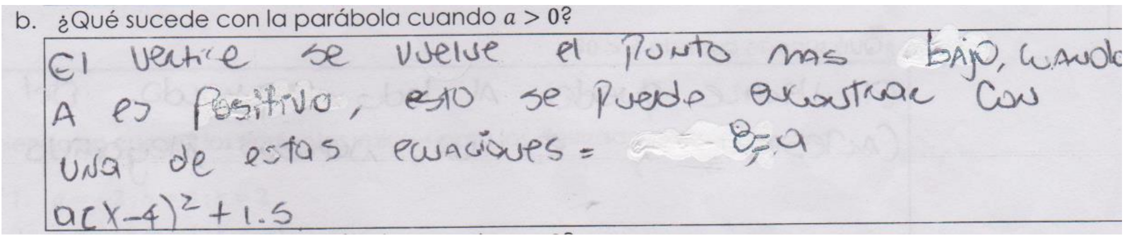

c. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a < 0$?

Cuando a es Negativo, ej: Cuando se mueve el deslizador "a" dependiendo del numero del deslizador se encuentra en la ecuación como es, a =-1,8, Ecuación =-1,8(x-3)²+2,5

*"Cuando **a** es negativo, ej: cuando se mueve el deslizador "**a**" dependiendo el número del deslizador, se encontrará en la ecuación, como es* $a = -1{,}8$*, ecuación* $= -1{,}8(x-3)^2 + 2{,}5$ *"*

Apartado 6. A6

Figura 10. Apartado 6

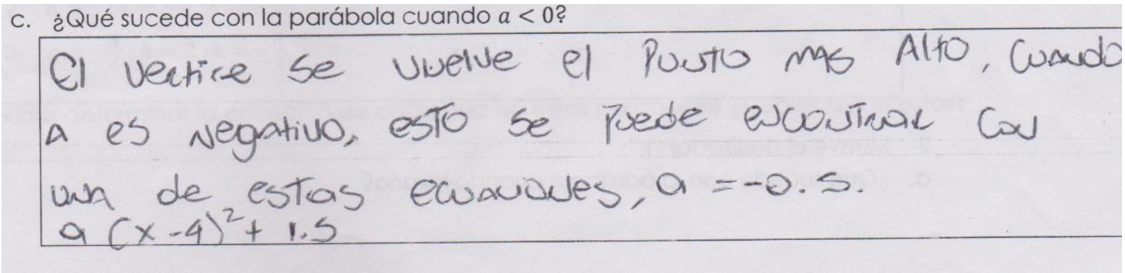

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

El vertice se vuelve el punto mas bajo, cuando A es Positivo, esto se puede encontrar con una de estas ecuaciones = 8=a, a(x-4)²+1.5

*"El vértice se vuelve el punto más bajo cuando **a** es positivo, eso se puede encontrar con una de estas ecuaciones:* $8 = a$*,* $a(x-4)^2 + 1{,}5$ *"*

Apartado 7. A7

Figura 11. Apartado 7



"El vértice se vuelve el punto más alto cuando ***a*** *es negativo, eso se puede encontrar con una de estas ecuaciones:* $a = -0,5, a(\mathrm{x}-4)^2 + 1,5$ *"*

Interpretación

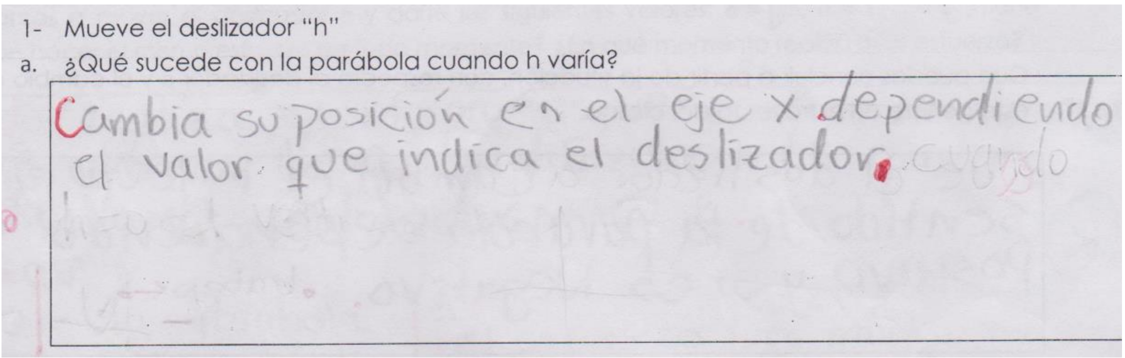
Con A4 y A5, se evidencia el propósito relacionado con el proceso de generalización, debido a que el estudiante relaciona el parámetro ***a*** en la ecuación e identifica que este es el coeficiente que multiplica al binomio elevado al cuadrado.

Con A6 y A7, se puede observar que el grupo identifica que el parámetro ***a*** determina si el vértice será el punto máximo o mínimo de la parábola, por lo que se puede clasificar tales apartados en la categoría RRE.

4.2.3. **Preguntas de la primera parte del momento 2**

Apartado 8. A8

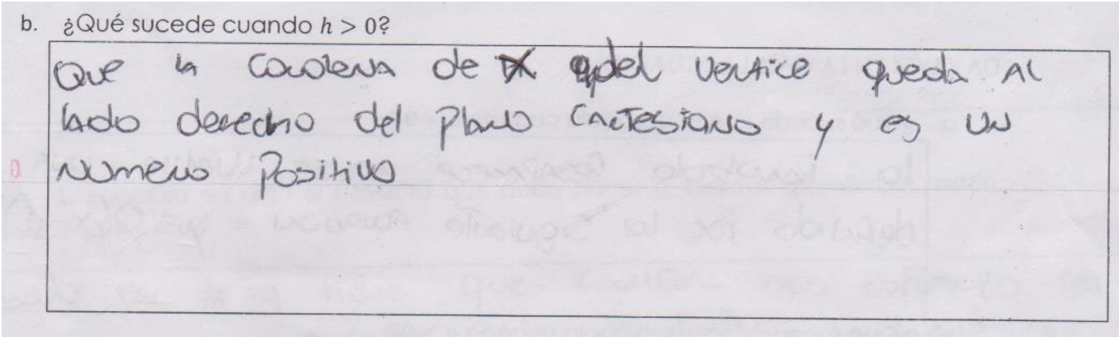
Figura 12. Apartado 8



"Cambia su posición en el eje ***X*** *dependiendo el valor que indica el deslizador"*

Apartado 9. A9

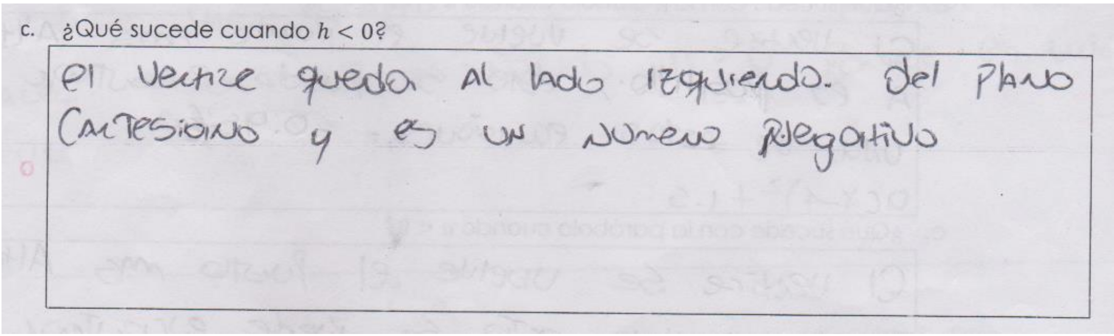
Figura 13. Apartado 9



*"Que la coordenada de **X** del vértice queda al lado derecho del plano cartesiano y es un número positivo"*

Apartado10. A10

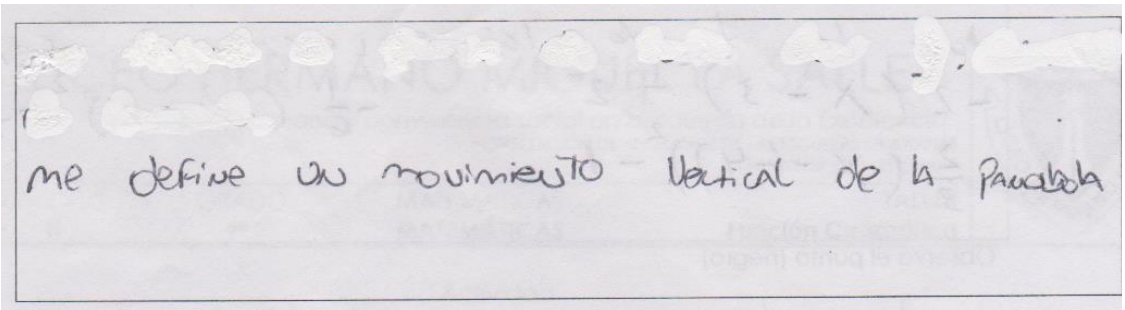
Figura 14. Apartado 10



"El vértice queda al lado izquierdo del plano cartesiano y es un número negativo"

Apartado 11. A11

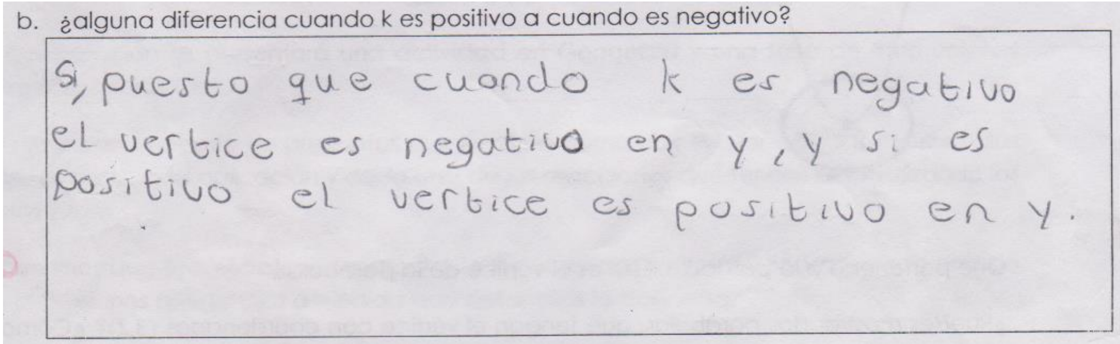
Figura 15. Apartado 11



"Me define un movimiento vertical de la parábola"

Apartado 12. A12

Figura 16. Apartado 12



b. ¿alguna diferencia cuando k es positivo a cuando es negativo?

Si, puesto que cuando k es negativo el vertice es negativo en y, y si es positivo el vertice es positivo en y.

*"Si, puesto que cuando **k** es negativo, el vértice es negativo en **Y**, y si es positivo el vértice es positivo en **Y**"*

Interpretación

Con A8 y A11 se evidencia que los estudiantes reconocen que el deslizador ***h*** y el deslizador ***k*** generan desfasamiento horizontal y vertical respectivamente, por lo que se da muestra del cumplimiento del propósito relacionado con el concepto matemático.

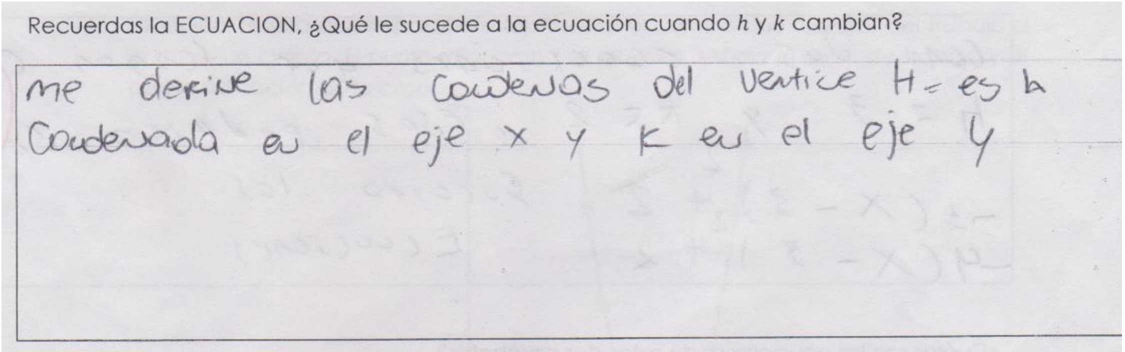
Con A9, A10 y A12 se observa que se cumple con los propósitos relacionados con los procesos de generalización, ya que los estudiantes caracterizan el desfasamiento de la parábola de acuerdo a los valores (positivos y negativos) que toman los deslizadores ***h*** y ***k***.

Con A10 se identifica que los estudiantes comparan la posición del vértice con respecto al plano cartesiano, por lo tanto se puede clasificar este apartado en la categoría RP.

4.2.4. Preguntas de la segunda parte del momento 2

Apartado 13. A13

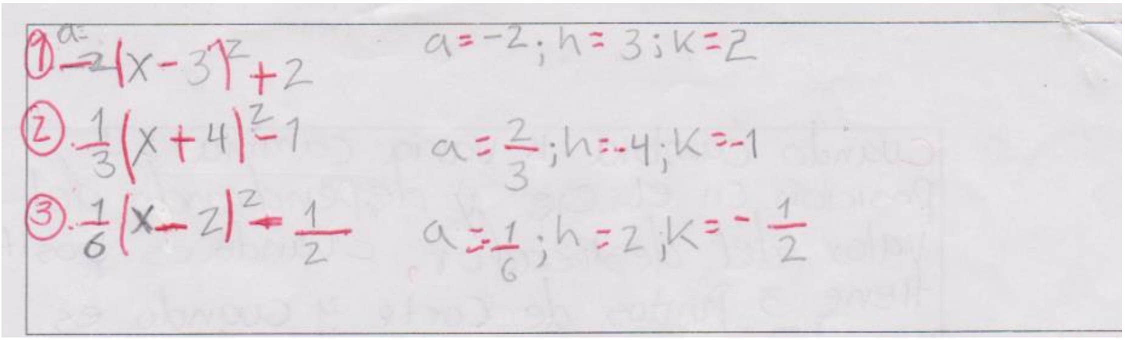
Figura 17. Apartado 13



*"Me define las coordenadas del vértice **h** es la coordenada en el eje **X** y **k** en el eje **Y**"*

Apartado 14. A14

Figura 18. Apartado 14



Interpretación

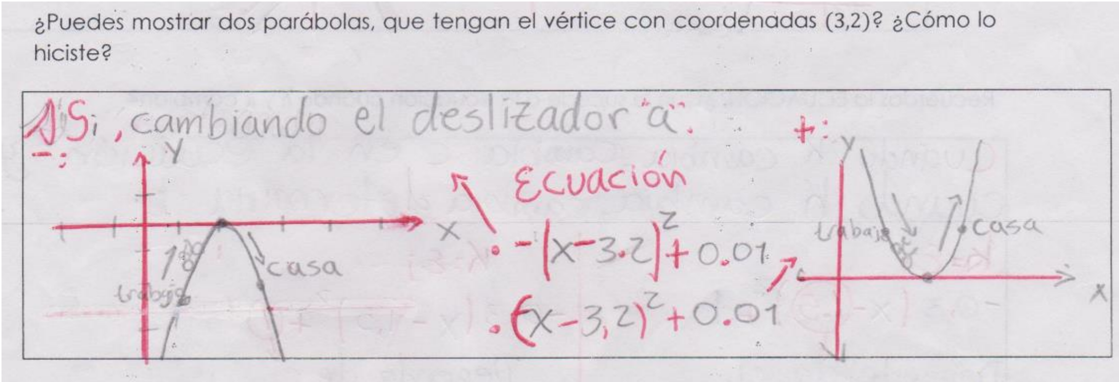
Con A13, se puede observar que se cumple con el propósito relacionado con el concepto matemático, ya que logran identificar el papel que juegan los deslizadores en la representación algebraica de la función cuadrática.

De acuerdo a A14, se evidencia que se alcanzó el propósito relacionado con los procesos de generalización, debido a que los estudiantes emplean información previamente establecida acerca del papel que juegan los parámetros en la representación algebraica, para determinar ecuaciones particulares bajo condiciones dadas, partiendo de una expresión general. Debido a lo anterior, este apartado puede clasificarse en la categoría GS.

4.2.5. **Preguntas de la tercera parte del momento 2**

Apartado 15. A15

Figura 19. Apartado 15


¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

Si, cambiando el deslizador "a".

-: Y X casa trabajo

Ecuación

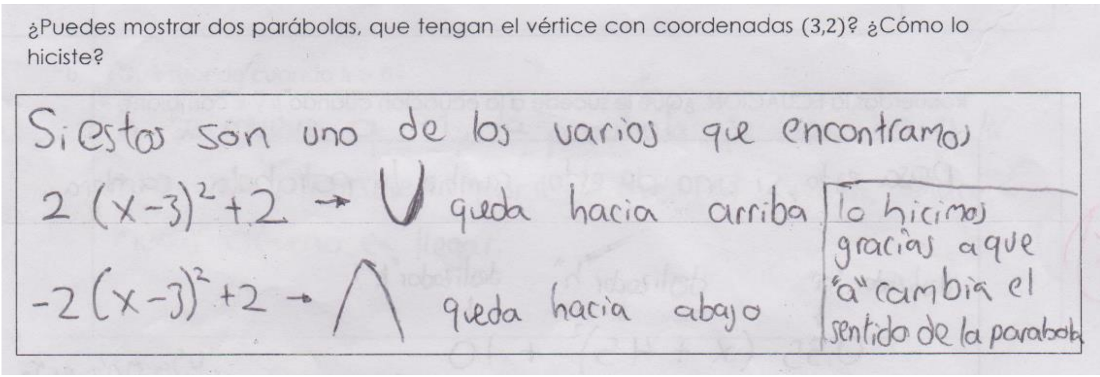
$-(x-3.2)^2+0.01$

$(x-3,2)^2+0.01$

+: Y X trabajo casa

Apartado 16. A16

Figura 20. Apartado 16


¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

Si estos son uno de los varios que encontramos

$2(x-3)^2+2 \rightarrow$ ∪ queda hacia arriba

$-2(x-3)^2+2 \rightarrow$ ∩ queda hacia abajo

lo hicimos gracias a que "a" cambia el sentido de la parabola

Apartado 17. A17

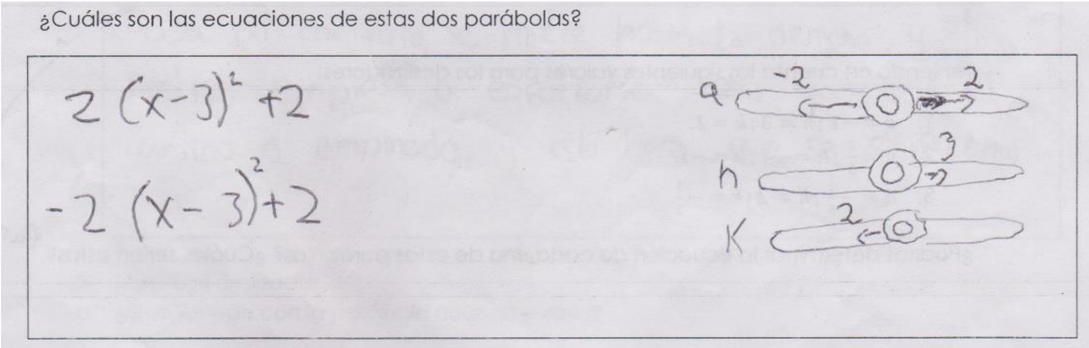


Figura 21. Apartado 17

Interpretación

Con A17, se logra identificar que los estudiantes establecen la relación entre los parámetros y la forma estándar de la función cuadrática. Por lo tanto, se puede afirmar que se alcanzó el propósito relacionado con el concepto matemático.

Con A15 y A16, se puede observar que los estudiantes particularizan uno de los parámetros de la forma estándar de la función cuadrática y lo relacionan con la representación gráfica de la misma, en consecuencia se puede establecer que se cumple el propósito relacionado con los procesos de generalización y el relacionado con los procesos de visualización. En consecuencia clasificamos éstos apartados en la categoría EG.

5. Conclusiones

Las conclusiones que se establecen a continuación se basan en los *objetivos, justificación, metodología e instrumentos de la clase, el ambiente de la misma, los aprendizajes de los estudiantes, las representaciones ejecutables* y *las recomendaciones o perspectivas del trabajo para futuras implementaciones*.

Acerca de los objetivos

Una vez consultadas algunas de las fuentes bibliográficas relacionadas con las temáticas de este estudio, fue posible evidenciar elementos que dieron sustento al diseño de la actividad implementada en el aula.

La actividad diseñada permitió que los estudiantes realizaran exploraciones en torno a los elementos propios de la representación gráfica y algebraica de la función cuadrática, además las preguntas planteadas en la guía lograron que los estudiantes caracterizaran comportamientos de los elementos anteriormente mencionados.

El análisis realizado nos permitió identificar que los estudiantes hicieron uso de algunas habilidades de visualización y procesos de generalización apoyados en el manejo de representaciones ejecutables.

Acerca de la justificación

La actividad implementada ayudaron al desarrollo del razonamiento lógico ya que los estudiantes por medio de ésta tuvieron la oportunidad de percibir regularidades, establecer conjeturas y debatir acerca de las mismas, estableciendo además argumentos que permitieron justificar y refutar dichas conjeturas.

Debido al carácter dinámico de la actividad implementada, fue posible acercar o aproximar al estudiante al establecimiento de reglas acerca de características propias de elementos de la función cuadrática, haciendo posible a partir de dichos acercamientos que el estudiante empleara algunos *procesos de generalización*.

Las *representaciones ejecutables* jugaron un papel fundamental en la exploración y reconocimiento de patrones debido al trabajo realizado con los parámetros y el cambio que se generaba con éstos; sirviendo como herramienta para que los estudiantes lograran particularizar comportamientos de la parábola a medida que interactuaban con diferentes valores de los paramentos de la representación algebraica (forma estándar).

En cuanto a los contenidos curriculares del grado noveno, el tema abarcado con la actividad implementada fue pertinente y acorde al grado de escolaridad, de acuerdo con los estándares de matemáticas del MEN. Además de haber establecido una cohesión con los conceptos previos y procesos adquiridos anteriormente por los estudiantes.

Acerca de la metodología

La manera de plantear la actividad resulto ser satisfactoria, de acuerdo con los resultados mostrados por los estudiantes, la participación y la puesta en común de sus respuestas; el plantear un momento de trabajo escrito y luego de esto una socialización de lo realizado, doto al estudio de evidencias y justificaciones de las respuestas dadas por los estudiantes.

El trabajo con Geogebra permitió que la actividad se dinamizara a tal punto que los estudiantes se centraban netamente en el análisis de las situaciones planteadas, en vez de tomar en cuenta procesos mecánicos como graficar o tabular. Dando así la posibilidad de tener una gran cantidad de ejemplos y situaciones con las cuales reconocer características de las parábolas y establecer patrones con éstas.

El papel del docente fue de suma importancia, gracias a su carácter orientador y su intervención con preguntas claves y aclaración de inquietudes y procesos en el momento preciso. Esto permitió que el desarrollo de la implementación siguiera el curso adecuado y se alcanzaran los objetivos esperados.

Acerca de los aprendizajes de los estudiantes

El estudio facilitó que los estudiantes lograran un acercamiento a conceptos relacionados con la función cuadrática, trabajaran en torno a éstos, manipulándolos y explorándolos, permitiendo que basados en lo anterior caracterizaran tales conceptos y posteriormente los reconocieran con mayor facilidad. Las respuestas dadas por los estudiantes fueron evidencia clara que relacionaban concavidad y apertura con un coeficiente específico de la representación algebraica de la función cuadrática (***a***). De forma similar ocurrió con los parámetros ***h*** y ***k*** en la representación algebraica (forma estándar) al relacionarlos con desfasamientos horizontales y verticales respectivamente.

Acerca de las recomendaciones

Durante el desarrollo del análisis de resultados, se hizo evidente que algunas de las preguntas de la actividad debían ser modificadas, porque se convertían en distractores y alejaban a los estudiantes de los objetivos de las mismas. De acuerdo con lo anterior se considera pertinente reorganizar las preguntas de la actividad y realizar un pilotaje previo para evitar posibles desviaciones del objetivo central de la implementación.

Se recomienda relacionar a los parámetros ***h*** y ***k*** con situaciones similares a la trabajada con el parámetro ***a*** (ciclista), debido a que el trabajo alrededor de dicha situación generó que los estudiantes se involucraran en un contexto específico que ayudó a caracterizar de manera más detallada la apertura y concavidad de la parábola.

Por último se considera que este estudio se podría ampliar generando actividades que abarquen otros conceptos y procesos referentes a la función cuadrática, entre éstos cabe destacar la otra forma de representación algebraica y tabular de la función y tal vez un acercamiento al concepto de derivada como razón de cambio.

6. Bibliografía

Arriaga, G. & Butto, C. (2009). *Procesos de generalización con estudiantes de* 1º *y* 2º *de secundaria de una escuela pública del distrito general: Una propuesta de enseñanza*. Recuperado de http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v10/pdf/area_tematica_05/ponencias/1516-F.pdf

Ávila, V. (2006*). Introducción a la metodología de la investigación*. Madrid, España. Recuperado de http://eumed.net/libros/2006c/203/

Bishop, A. (1983). *Spatial abilities and mathematical thinking*. University of Cambridge. Cambridge.

Contreras, N., & Quintero, F. (2013). Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación.

Del Grande, J. (1990) *Spatial Sense.* Arithmetic Teacher.Vol. 37.6, 14-20.

Gregorio, J. (2002). *El constructivismo y las matemáticas*. *SIGMA*, 21, 113-129. Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dia6_sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_21/7_el_constructivismo.pdf

Gutiérrez, A. (1991). *Procesos y habilidades en visualización espacial*. Memorias del tercer congreso internacional sobre investigación en educación matemática. Valencia, España. Recuperado de http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1NGRW4M0Z-BZQ2WQ-FV/imaginaci%C3%B3n%20espacial.pdf.

Jiménez, W. & Rojas, S. (2010). *Características de talento matemático asociadas a la visualización en contextos algebraicos*. Tesis para optar el título de Magister en Docencia de las Matemáticas, Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Lupiañez, J. & Moreno, L. (2000). *Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas*. México. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/586/1/LupiannezJ01-2603.PDF

MEN (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia.

NCTM (2000).*Principles and Standards for School Mathematics*.Reston, VA: NCTM.

Stewart, J. (2006). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. México: Thomson.

Vergel, R. y Rojas, P. (2013). *Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico*. Revista científica. Edición especial. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/2726/1/Procesos_de_Generalizaci%C3%B3n_y_Pensamiento_Algebraico.pdf.

Vergel, R. (2015). *Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano*. *PNA*, 9(3), 193-215. Recuperado de http://hdl.handle.net/10481/34991.

7. Anexos

Anexo 1. Prueba escrita

Actividad

Deslizadores en Geogebra para caracterizar la parábola

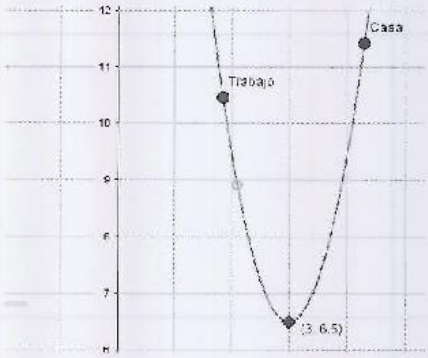
A continuación se presentará una actividad en Geogebra y una serie de instrucciones para que interactúes.

Se realizarán una serie de preguntas que tendrán como objetivo recoger las experiencias que tengas con la aplicación y cada una de las reacciones que tengas al ir realizando las actividades.

Esperamos que sea entretenido para ti y te recomendamos escribir todas y cada una de las impresiones que tengas a medida que desarrollas la actividad.

PRIMER MOMENTO

- Situación: resulta que la parábola representa el camino que recorre, del trabajo a la casa, un ciclista. El punto rojo, como se muestra, señala el lugar de trabajo y el azul la ubicación de la casa.



Como describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa.

Vamos a mover el deslizador a y darle los siguientes valores: $a = 0.5$, $a = 1$, $a = 2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?

Si $a = -1$, ¿cambia en algo el trayecto que debe hacer el ciclista? ¿Realiza el mismo esfuerzo? ¿Y si $a = 0$?

Si cambias alguno de los otros dos deslizadores, ¿cambiará el trayecto del ciclista? ¿Será otro el esfuerzo que deba hacer el ciclista?

Que puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador a y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.

DA CLICK EN LA CASILLA ECUACION.

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a = 0$?

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

c. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a < 0$?

¿Qué le pasa a la ecuación cuando el valor de a cambia?

SEGUNDO MOMENTO.

- Actividad: mueve los deslizadores.

1- Mueve el deslizador "h"

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando h varía?

b. ¿Qué sucede cuando $h > 0$?

c. ¿Qué sucede cuando $h < 0$?

2- Mueve el deslizador "k":

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando k varía?

b. ¿alguna diferencia cuando k es positivo a cuando es negativo?

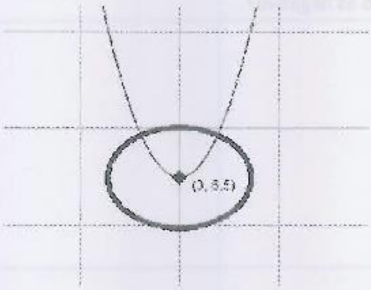
Recuerdas la ECUACION, ¿Qué le sucede a la ecuación cuando h y k cambian?

Teniendo en cuenta los siguientes valores para los deslizadores:

1. $a = -2\,; h = 3\,; k = 2.$
2. $a = \frac{2}{3}\,; h = -4\,; k = -1.$
3. $a = -\frac{1}{6}\,; h = 2\,; k = -\frac{1}{2}.$

¿Podrías determinar la ecuación de cada una de estas parábolas? ¿Cuáles serían estas?

Observa el punto (negro)



Que pertenece a la parábola. Este es el vértice de la parábola.

¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

¿Cuáles son las ecuaciones de estas dos parábolas?

Anexo 2. Transcripción del audio de la socialización

Profesor: P

Cubillos (grupo 1): C1

Parada (grupo 2): P2

Espinoza (grupo 3): E3

Amaya (grupo 4): A4

Gutiérrez (grupo1):G1

Garzón (grupo4): G4

Gómez (grupo3): G3

Intervención	***Interventor***	***Comentario***
1	P	Empecemos teniendo en cuenta las respuestas desde la pregunta 1, la pregunta número 1 lo estaba cuestionando a usted acerca de… "el esfuerzo que hacía el ciclista". Listo entonces si quieren empezamos por el grupo número uno, que era el grupo del señor C1, entonces cuéntenos… ustedes…
2	C1	Bueno, pues la pregunta nos dice que… "cuál es el esfuerzo que debe realizar el ciclista", bueno, nosotros pusimos que en principio del trabajo a la casa… la primera parte del recorrido desciende y por lo tanto hace menos esfuerzo y cuando está ascendiendo utiliza más esfuerzo.
3	P	Listo, eh… ¿el grupo tiene alguna acotación o describe lo mismo?
4	P2	Lo mismo
5	P	¿Lo mismo? … Grupo número tres por favor pase al frente y me cuentan qué dijeron, ¿están de acuerdo con ellos?, ¿no están de acuerdo? ¿Qué pusieron de más en su respuesta?
6	E3	Nosotros pusimos de más que el esfuerzo en picada es nulo, ya que el ciclista no tiene que mover los pedales para seguir bajando… y escribimos lo mismo en la parte que es de subida ya que el esfuerzo iba a ser obviamente mayor al…

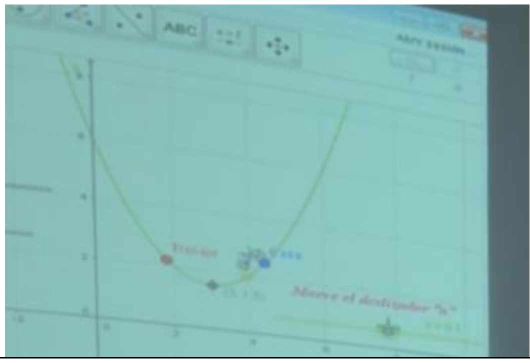
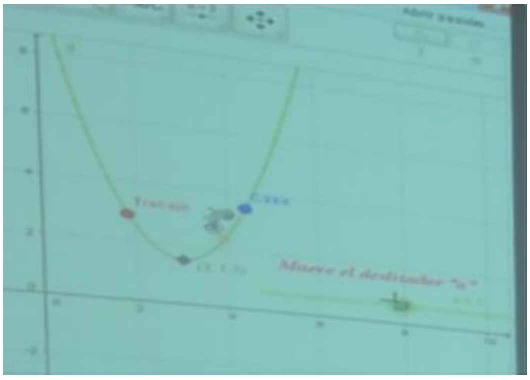
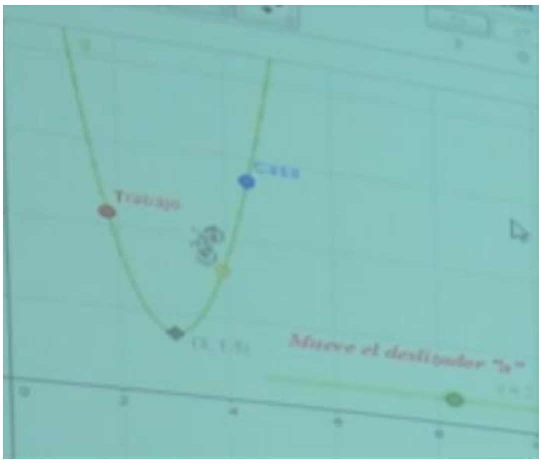
7	P	¿Hay un momento específico en donde cambia de esfuerzo el ciclista?
8	E3	Si
9	P	¿En dónde les pareció a ustedes?
10	E3	En el vértice… acá (señala el vértice de la parábola)  *Imagen 1*
11	P	Mmm… ok, ok. ¿Algún aporte más aquí a esta pregunta?... o… ¿estamos todos de acuerdo?, ¿estuvieron todos de acuerdo?
12	P	Si, …, si
13	P	Bien, entonces la siguiente pregunta nos hablaba de unos valores específicos para el deslizador a, entonces ahí tocaba mover el deslizador a. ver qué estaba pasando con nuestra situación ¿no?, entonces señor P2 por favor regálenos su respuesta, ¿qué fue lo que ustedes escribieron cuando el deslizador cambiaba de posiciones?
14	P2	Pues escribimos que… me puede poner el deslizador en 0,5… que en este momento cuando el deslizador está en 0,5, es cuando realiza el menor esfuerzo de los tres que nos plantean acá 

		Imagen 2
15	P	Coloca uno por favor secretario
16	P2	En este  *Imagen 3* el esfuerzo es medio a comparación del anterior, y el mayor que va a ser 2  *Imagen 4*
17	P	No, 2
18	P2	Ah sí 2
19	P	Si, 2 ¿cierto?
20	P2	Si
21	P	O sea si hay un cambio en el esfuerzo que hace el ciclista, para llegar del trabajo a la casa, y eso a que lo… escribieron hay ustedes, o ustedes pensaron a que se debía o simplemente respondieron y ya
22	P2	Nosotros sólo respondimos y ya

23	P	Respondieron y ya… listo ¿alguien no respondió y ya? C1 cuéntenos, siga y cuéntenos
24	C1	Eso es dependiendo de la apertura que tenga, de la anchura.
25	P	¿Dependiendo de eso qué pasa?
26	C1	Es decir que el esfuerzo requerido es menor cuando…
27	P	¿Cuándo la anchura es menor?
28	C1	Cuando la anchura es mayor el esfuerzo es menor y cuando la anchura es menor el esfuerzo es mayor.
29	P	¿Ahí el esfuerzo es qué? ¿Comparado con quién?
30	C1	Comparado con 2
31	P	Comparado con 2
32	C1	Pues es si se mueve el deslizador ***a*** en positivo si es en negativo sería lo mismo pero al contrario
33	P	¿Alguien más quiere agregar algo o ya? Ya tenemos una palabra clave ahí. Tenemos una palabra clave ahí y es apertura, anchura y entonces a partir de esa apertura o de esa anchura, C1 nos dice que el ciclista está realizando más o menos esfuerzo, si, ¿Todos de acuerdo?... entonces después la siguiente pregunta A4,… por favor póngase en frente de todos sus compañeros. Nos lee la siguiente pregunta por favor y lo que ustedes respondieron y… ¿por qué lo respondieron?
34	A4	Si ***a*** es igual a -1, ¿cambio en algo el trayecto que debe hacer el ciclista?... ¿Realizó el mismo esfuerzo?... ¿Y si ***a*** es igual a cero?... Bueno lo que sucede es que cuando ***a*** es igual a -1 tiene que realizar más esfuerzo, ya que tiene que escalar más montaña. Y tiene que hacer menos esfuerzo cuando es igual a 0 porque es una recta y pues porque la parábola no existe porque si es una recta no cumple con los requerimientos de una parábola.
35	P	Ok, entonces cuando ustedes estaban haciendo el trabajo yo aclare que la idea era hacer una comparación entre claro… yo les decía ***a*** igual a -1, pero con respecto a quien yo les decía iniciar esa comparación, ¿Ustedes se acuerdan? Con

		a igual a 1 exactamente, entonces la idea era que ustedes tuvieran en cuenta esa parábola, primero cuando ***a*** igual a 1, que ya lo habían hecho en el anterior, pero entonces que después vieran lo raro que tenía esa parábola con respecto a ***a*** igual a -1 ¿hicieron eso en este ejercicio? O ¿no se fijaron en eso en este ejercicio?
36	A4	Sí, si hicimos, igual lo que cambia ahí, digamos es la parábola es como si estuviera de cabeza, porque ahí es -1, igual ahí está lo que cambio fue la dirección, pero digamos ahí usaría más esfuerzo pero al principio, pero si movemos los deslizadores ***h*** y ***k*** pues va a ser diferente porque puede que el trabajo este siempre a la derecha o siempre a la izquierda.
37	P	Pero si no tenemos en cuenta los deslizadores ***h*** y ***k,*** porque ahí decía ¿Cambia en algo el trayecto del ciclista? Es decir ese camino que tiene que hacer del trabajo a la casa, ¿Cambia en algo cuando ***a*** es igual a 1 o ***a*** es igual a -1? Digamos eso era para ver si, si hicieron esa reflexión o qué paso ahí.
38	A4	Pues primero aquí no hacía nada, pero al pasarlo al -1, pues ya tiene que hacer más esfuerzo físico
39	P	Bien cuéntenos
40	E3	Pues yo me di cuenta que la casa está más lejos del vértice, así que podríamos decir que acá se realiza más esfuerzo ya que el tramo del vértice a la casa está en picada y la casa queda un poco más lejos, entonces el esfuerzo no sería igual, pues así sea con la inclinación la casa está más lejos, y depende de cómo la casa se mide en positivo que se ve… pues en picada, como en negativo que se puede ver ya en picada, en positivo que se ve hacia arriba, y en negativo que se ve ya en picada, ya que la casa queda más lejos entonces el esfuerzo… sería mucho menos que… si estuviera arriba.
41	P	Señor C1 cuéntenos
42	C1	En la otra pregunta, sería el mismo trayecto, siempre del trabajo a la casa, no va a cambiar, así sea positivo o negativo.

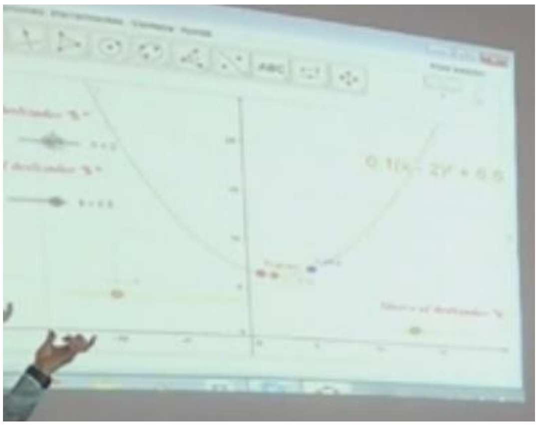
43	P	El trayecto no, exacto, pero E3 mencionaba que era el esfuerzo
44	C1	El esfuerzo es mayor del trabajo a la casa al principio, y cambia si es positiva la parábola
45	P	Hay una cuestión y era que ustedes habían puesto en sus respuestas una **A** mayúscula ¿Cierto? Pero entonces, ¿esa A mayúscula por qué la pusieron?
46	C1	Ese fue un error de escritura
47	P	Entonces todo lo que hacía referencia esa A mayúscula, hace referencia al mismo deslizador, o sea todas las A mayúsculas que pusieron hacen referencia a todos los deslizadores en minúscula. Perfecto ¿algún aporte más hacia esta pregunta? No entonces vendría la siguiente pregunta que era ¿qué pasa con la parábola entonces cuando se está moviendo el deslizador ***a***? que era la pregunta que iba justo después de esta ¿qué puedes concluir de la situación con respecto al deslizador ***a***, y el cambio qué este genera en el trayecto del ciclista? Entonces alguno que quiera contarnos qué concluyeron, siga A4 por favor, o sea una conclusión de que pasa con el ciclista con toda la situación cuando está cambiando el deslizador.
48	A4	Que cuando ***a*** es negativo y diferente de cero, el vértice es el punto más alto y cuando ***a*** es positivo, el vértice el punto más bajo
49	P	Cuando ***a*** es negativo en este caso, hay un punto al que llega ¿Cuál sería?
50	A4	El vértice
51	P	El vértice, y ¿acá que era lo que nos decía entonces?
52	A4	Lo inverso, lo opuesto.
53	P	¿C1 también iba a decir algo? Siga por favor
54	G1	Pues digamos, primero que lo del vértice que cambia en relación de si esta positivo o negativo, y por otro lado la relación que hay de la distancia de trabajo y la casa, ya sabemos que el trayecto no cambia, pero si el esfuerzo que

		se tiene que hacer, digamos ahí cuando está en positivo, el trabajo que se hace del trabajo a la casa, es del trabajo a la casa se hace menor esfuerzo en picada y a la casa se hace mayor esfuerzo, cuando es negativo es al revés y además también podemos ir observando que a medida que se avanza los puntos van aumentando su distancia.
55	P	¿Algo acerca de eso si sólo estamos manejando valores positivos? Es decir si estamos acá, acá que es positivo, acá que es positivo, ¿muestra alguna relación? ¿Alguna diferencia? ¿Alguna similitud? O ¿algo que ustedes quisieran concluir? E3 siga
56	E3	Pues que el esfuerzo varia porque entre más cerca este a cero, pues, más estaría cercano a ser una recta y si llega a ser una recta el esfuerzo seria constante, pero entre mayor sea más se cierra
57	P	¿Entre mayor sea quién?
58	E3	El deslizador ***a*** de cero para positivo, pues más se va a volver pequeña y el esfuerzo sería mucho mayor, ya que pues hay una picada
59	P	Dígame
60	C1	Pues los puntos de corte, pues como vemos aquí si esta positivo, siempre va a ser uno el punto de corte en ***Y,*** y si es negativo va a tener dos punto de corte.
61	P	En este caso, que sólo estamos moviendo la parábola. Listo entonces ya tenemos una palabra por ahí, apertura, entonces miren ahí nos hacían fijarnos, acá yo la deje puestecita, pero en su trabajo me percate que eso estuviera así tal cual, y ya después de esa pregunta, aparecía escrito esa parábola con esa ecuación, y entonces quien me lee cuales eran las tres preguntas que estaban ahí después de hacer clic a la ecuación, sólo las preguntas y ya miramos las respuestas
62	C1	¿Qué sucede con la parábola cuando ***a*** es igual a cero? ¿Qué sucede con la parábola cuando ***a*** es mayor que cero? Y ¿qué sucede con la parábola cuando ***a*** es menor que cero?
63	P	Entonces P2 si quiere por favor su teoría, o perdón su conclusión acerca de ¿Qué sucede cuando es cero? ¿Qué

		sucede cuando es mayor que cero? y ¿qué sucede cuando es menor que cero?
64	P2	Cuando es cero ya lo dijo A4 no hay ninguna parábola, es una recta porque no cumple con las especificaciones necesarias para llegar a ser una parábola
65	P	Cuando es cero, o sea acá. ¿Cuándo es mayor que cero que pasa con la parábola? ¿Qué podemos determinar?
66	P2	Que cuando es positivo, bueno, cuando es mayor que cero, bueno nos damos cuenta que el número que le asignamos a ***a***, va a estar aquí reflejado en la ecuación
67	P	Bien y ¿algo más?
68	P2	Pues cuando ***a*** es mayor que cero la parábola va a ser cóncava
69	P	¿Qué es eso de cóncava?
70	P2	Cóncava es cuando tiene esta forma  *Imagen 5* y ***a*** es positivo.
71	P	Cuando tiene esa forma y ¿Cuándo no es así?
72	P2	***a*** tendría que ser negativo y sería convexa
73	P	Convexa, o sea cuando va para arriba…
74	P2	Es Cóncava
75	P	Y abajo
76	P2	Convexa

77	P	¿Depende de quién eso?
78	P2	Del deslizador ***a*** si es positivo o negativo
79	P	¿Alguien quiere aportar más?
80	P	Señor E3
81	E3	Bueno pues ya metiéndonos más con la ecuación, podríamos decir que el valor de ***a***, seria afectado en esta multiplicación, ya que cuando la ***a*** es igual a este 0,4 que vemos acá. Donde responderíamos la pregunta de ¿Qué pasaría si ***a***fuera cero?, pues toda esta multiplicación se volvería cero, pues véalo por donde lo vea, se va a multiplicar por cero, y cualquier número multiplicado por cero es cero, entonces quedaría como resultado este 1,5 que sería el deslizador ***k***… Cuando es mayor que cero y es igual a ***a,*** el número va a aumentar y claro que la multiplicación va a ser mayor, y cuando es menor pasa lo contrario.
82	P	De hecho hay una pregunta para eso, que es la siguiente pregunta, la siguiente pregunta de esas tres, de que pasaba con la parábola que decía… ahí al final… ¿qué pasa a la ecuación cuando el valor de ***a*** cambia?
83	G4	Lo que le pasa a la ecuación, es que el binomio elevado al cuadrado, va a estar multiplicado por ***a,*** y cosa que nos dimos cuenta es que nos va a influir en la distancia o en qué tan lejos va a estar el punto de corte con ***Y*** en relación con el vértice. Si ***a*** es un número sin importar el signo, entre más grande sea el número, por ejemplo ***a*** es igual a 2,9 el punto de corte va a estar mucho más alto, cuando la parábola es cóncava como la definió P2, sin embargo cuando ***a*** es negativo, entre menor sea el número, mayor va a ser la distancia que va a tener el vértice con el punto de corte en ***Y***
84	P	Y eso reflejado en la ecuación también sabe que es, ***a*** ese numerito que esta allá ¿sí?
85	G4	Sí, que me multiplica todo el binomio elevado al cuadrado, por eso es que tenemos varias condiciones para que haya función cuadrática, es que haya una variable elevada al cuadrado, entonces por qué se forma una recta, cuando ***a*** es

		igual a cero, porque como ***a***me está multiplicando todo el binomio, al multiplicar todo ese binomio, al multiplicar ese binomio elevado al cuadrado me va a dar cero, por ende no va a tener ninguna variable que este elevada al cuadrado, y eso lo que me va a formar es una recta. Y también aquí podemos ver que en la ecuación, realmente no es una ecuación, porque no está igualada a nada, que tenemos aquí una expresión, para que realmente pudiéramos ver la ecuación que me define esta parábola, tendríamos que igualarlo a ***Y,*** que es lo que me va a salir de ponerlo en ***X,*** entonces la ecuación quedaría de la siguiente manera, ***Y*** que va a ser la componente en Y, de un punto en la parábola, que va a ser igual a -1,7 por la componente en ***X*** del punto – 3, elevado al cuadrado más 1,5. Esta va a ser la ecuación que nos defina la parábola, que tenemos actualmente graficada
86	P	Listo muchas gracias muy amable, entonces digamos que hasta acá, con ese aporte del señor G4 iría a lo que corresponde al primer momento, ese primer momento como ustedes se pudieron dar cuenta, lo que pretendía era caracterizar era la parábola, por medio de la situación de un ciclista que iba de su trabajo a la casa al mover el deslizador ***a*** ver como cambiaba la parábola, y además ver si tenía alguna incidencia en lo que, pues llamamos ecuación y que no era ecuación, y que ya G4 nos especificó como sería una ecuación. Listo entonces hasta aquí iría el primer momento y ya el segundo momento tendríamos que caracterizar o haríamos una caracterización de otros objetos diferentes, y luego ya les explicaremos que vamos a hacer, entonces hasta acá muchas gracias por sus aportes… Bueno muchachos vamos a continuar con el segundo momento, en este segundo momento hay que aclarar algo muy importante, eso lo aclare también el día que estábamos realizando la actividad, por lo que vimos en sus respuestas, vamos a repetirlo ahorita, a partir de este momento, el trabajo, la casa y el ciclista van a pasar a un segundo plano, digamos que ya no vamos a tener en cuenta ese contexto, ese contexto estaba únicamente apartado para el primer momento, entonces vamos a empezar con las preguntas, si

		usted se da cuenta la actividad decía mueve los deslizadores, entonces ya vamos a interactuar tanto con el deslizador ***h*** como con el deslizador ***k***, y vamos a ver que respondieron. Primero mueve el deslizador ***h*** ¿qué sucede con la parábola cuando ***h*** varía? Entonces queremos que algún integrante del grupo dos se ponga de pie y nos cuente que fue lo que escribieron, si quieren lean su respuesta y después nos dicen si quieren agregar algo más, o simplemente es eso y ya
87	P2	Cambia su posición en el eje ***X*** dependiendo del número que se le asigne a ***h***, pues por ejemplo,  *Imagen 6* como se puede ver (*Imagen 6*) se tendría que mover en este eje cierto, y el mismo número que aparece acá es el mismo que va a aparecer en X.
88	P	El grupo 3 quisiéramos que pasaran y nos contaran que fue lo que respondieron, si respondieron algo parecido, lo mismo, algo diferente.
89	E3	Nuestra respuesta fue, el vértice cambia es decir el punto se mueve hacia la derecha o hacia la izquierda, acá nos faltó agregar que las distancias de la casa al trabajo siguen siendo las mismas, no cambia, por ejemplo acá si lo mueve para el negativo, la casa y el trabajo no se van para negativo, se quedan ahí donde están, lo que pasa es que al mover el deslizador ***h*** de lado a lado, la distancia entre el trabajo y la casa sigue exactamente igual, no sube ni baja la distancia del trabajo a la casa

90	P	Bueno digamos que se con centro en el vértice, pero entonces tengan en cuenta, lo que nosotros aclaramos era que la casa, el trabajo y la bicicleta no existían ya, claramente, es muy bueno porque él se está dando cuenta que el trabajo y la casa, pues como que siguen estando allá en ese lado, habría después que analizar eso por qué pasa, por ahora entonces sabemos que se está moviendo el vértice de derecha a izquierda, que es algo similar a lo que dijo P2 y era que se movía la parábola con respecto al eje X y la acotación de P2 que el número que estaba en h era el número que tenía la coordenada en X, muchas gracias. Al grupo número 1 queríamos preguntarle, porque es que cuando empezamos a ver su respuesta vimos unos números que estaban ahí, si quiere usted léanos lo que ustedes respondieron por favor.
91	C1	Pues nosotros pusimos coordenadas
92	P	Si quiere háganos un favor con el marcador, escriba en el tablero que fue lo que usted puso, exactamente lo que está ahí
93	C1	Nosotros pusimos las coordenadas 3 y 3,5. Nosotros colocamos las coordenadas y que la distancia, pues algunas veces varía, pero el resto de puntos aumenta, no, no sé cómo explicarme
94	P	Pero eso fue lo que está escrito en la hoja, no, así no está escrito, escríbalo tal cual como está escrito en la hoja… así tal cual y usted escribió después entre paréntesis coordenada
95	C1	Si pero nos faltó especificar que las coordenadas son en X
96	P	Pero entonces ¿qué quería decir con eso?
97	C1	Pues que se movía de izquierda a derecha, y que los puntos de trabajo y casa siempre permanecían ahí, pero a veces se veía como si la distancia aumentara o disminuyera
98	P	¿Qué falto ahí para que eso lo tomáramos como una coordenada?
99	GRUPO	Los paréntesis

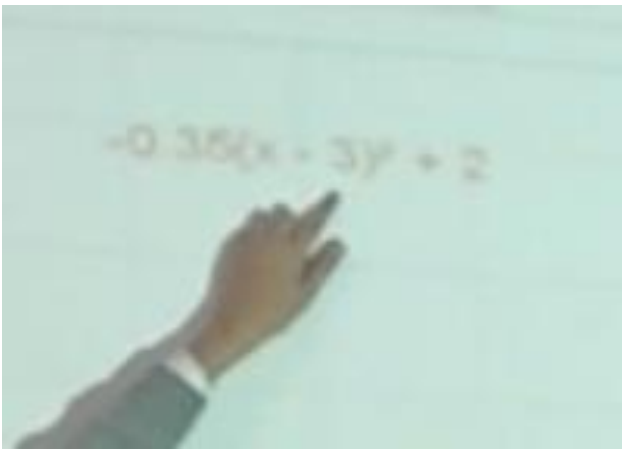
100	P	Los paréntesis ¿en dónde?
101	C1	No porque pues los estábamos tomando en ***X***
102	P	Ah, esas dos son en ***X***
103	C1	Nos falto fue poner coordenada en ***X*** (refiriéndose realmente a ***Y***)
104	P	Normalmente cuando uno habla sólo, de uno de estos dos, habla de componente, componente en ***X***, componente en ***Y.*** Listo gracias por aclararnos, queríamos saber qué era eso, listo siguiente ¿qué sucede cuando ***h*** es mayor que cero? ¿Qué fue lo que ustedes pusieron ahí?... lea la pregunta
105	C1	¿Qué sucede cuando ***h*** es mayor que cero? Yo puse que los lugares se movían hacia la izquierda, no hacia la derecha, pues de cero como es el punto que tomamos como referencia, si es menor a cero el vértice es negativo y se va a ir hacia la izquierda.
106	P	Que dice la pregunta
107	C1	¿Qué sucede cuando ***h*** es mayor a cero? Pues el vértice siempre va a ser positivo en ***X***
108	P	Si ***h*** es mayor que cero el vértice siempre va a ser positivo
109	P	Dinos por favor un ***h*** mayor a cero.
110	C1	Uno
111	P	Uno entonces el vértice esta allá, listo otro
112	C1	Tres
113	P	Entonces la condición que usted nos está diciendo es que siempre, no importa que, cuando ***h*** sea mayor a cero, entonces el vértice va a ser positivo
114	P	Sí, pues en ***X***
115	P	Ok bien quisiéramos que el grupo tres nos lea la pregunta, nos lea textualmente la respuesta y nos explique porque esa respuesta con respecto a esa pregunta

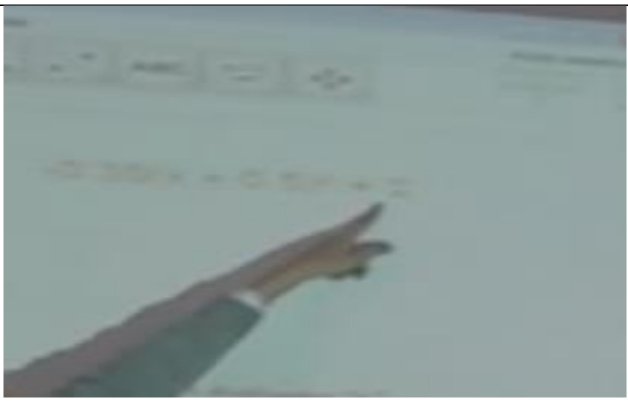
116	E3	La pregunta ¿Qué sucede cuando ***h*** es mayor a cero? Y la respuesta fue, ***h*** se mueve a -1, la parábola se mueve hacia la izquierda
117	P	Entonces queremos que nos explique porque nos dice ***h*** se mueve a -1
118	E3	Esto fue un error, lo mismo que pasa en el siguiente punto
119	P	¿O sea tendría que ir cómo? léanos como debería ir la respuesta según ustedes.
120	E3	***h*** es igual a 1 y lo que yo quería que lo que quería que él pensará era que cuando es mayor se mueve…
121	P	Pero lo bueno es que tenemos a G3, díganos que quería expresar, póngase de pie, léanos la respuesta que usted iba a colocar y que no colocó porque colocó otra cosa, pero léame lo que usted quería expresar ahí por favor.
122	G3	Pues yo quise escribir pasa el contrario, se pasa a la derecha y el ciclista empieza a esforzarse más, ya que el camino es más empinado, y esto hace que se esfuerce más
123	P	Pero entonces veíamos que hay una parte en la que no hablaba del ciclista, antes de hablar de algo del ciclista, usted hablo algo de ***h***, es que a eso es a lo que le queremos prestar atención, la primer parte que usted contesto.
124	G3	Ah, lo de ***h*** igual a -1
125	P	Ya E3 nos explicó que no querían decir ***h*** igual a -1, sino que ***h*** igual a 1. Después de eso sigue una parte, que fue lo que leyeron, por favor léalo
126	G3	La parábola se va hacia la izquierda y también se ve que el ciclista hace menos esfuerzo en el viaje.
127	P	Entonces ¿cómo así?, ¿cómo vieron eso? O ¿Qué fue lo que vieron?
128	G3	Lo vimos en -1
129	P	Al fin es -1 o es 1
130	G3	No, es en -1. Pues es que lo que yo quería decir era que se moviera en el eje ***X,*** y en cuanto diera menor que cero, lo

		que pasaba era que sólo era negativo, y pues que también se movía el recorrido del trabajo a la casa
131	P	Señor E3 cuénteme
132	E3	Ahora ya entiendo la respuesta de G3, lo que paso fue un error de no saber cuándo es mayor y cuándo es menor.
133	P	De leer los signos mayor que y menor que
134	E3	Ahora ya entiendo, yo lo explicaría como que lo que hace el deslizador ***h*** y agregando la pregunta anterior es que sólo se mueve en ***X***, sin contar acá ***h*** sólo mueve en ***X*** el vértice, muy bien entonces cuando es mayor, vemos como dijo C1 contando sólo esta parte del plano, sólo va a ser positivo, contando que si lo bajamos con el deslizador ***k*** sólo va a ser negativo
135	P	Con respecto a eso que han oído con respecto a los grupos, entonces queremos hacer esta pregunta, en el ítem C, ¿cambiaría su respuesta?, o sea sí les volviéramos a hacer la pegunta, con lo que hemos analizado ahorita, con la aclaración de lo de que ya no tenemos en cuenta el trabajo, la casa ni nada de eso, sino que tenemos en cuenta netamente la parábola, ¿cambiarían su respuesta? Y ¿sí la cambiarán cómo sería? ¿Cómo nos responderían con respecto a esa pregunta? Y la pregunta es ¿Qué sucede cuando ***h*** es menor a cero? ¿Podrían dar una respuesta directa, exacta, concreta acerca de eso? Señor A4
136	A4	Pues que el vértice queda en ***X*** negativo, o sea la coordenada va a quedar en ***X*** negativo
137	P	Alguien quiere aportar algo más a eso que acabo decir él. ¿Qué sucede con la parábola cuando ***h*** es menor a cero? Díganos señor P2, venga y díganos ¿Qué sucede con la parábola cuando ***h*** es menor a cero
138	P2	Pues tengo otra cosa que aportar cuando es mayor a cero, y es que si es cóncava, así como esta, si es convexa, le cambias el signo
139	P	¿Así es convexa?
140	P2	Si

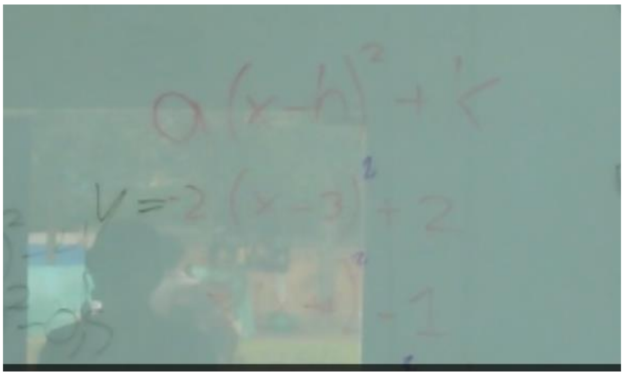
141	P	Tenemos una duda ¿cuándo es convexa y cuando es cóncava?
142	P2	Convexa es cuando está en *n* chiquita
143	P	Convexa es cuando está en *n*
144	P2	Cóncava cuando está en *u*
145	P	Cóncava cuando… eso fue lo que vimos ahorita o ¿no?, listo cuéntenos ¿cuándo esta convexa que pasa?
146	P2	Y aquí ***h*** está entre 0,5 y 2 va a tener tres puntos de corte
147	P	Entonces ***h*** movámoslo a 2
148	P2	Acá podemos ver que tiene tres puntos de corte, uno con el eje ***Y*** y dos con el eje ***X***, hasta 2.
149	P	Muévalo de punto uno a punto uno, ¿en 2,5 ya no pasa eso?
150	P2	Si
151	P	Si también
152	C1	Hicimos mal los cálculos
153	P	Bueno pero entonces, podría dar una conclusión, ya está dando una conclusión, cuando es… ¿Cómo es que se llama?
154	P2	Convexa
155	P	Cuando es convexa entonces que pasa con los puntos de corte ahí, pero ¿si importa ***h*?,** ¿si influye en eso?
156	P2	Si porque si se pone… (cierta ubicación) ya hay sólo dos puntos de corte
157	P	¿Cómo así que sólo dos puntos de corte no más? Muéstrenos póngase de pies y muéstrenos los tres puntos de corte
158	C1	Aquí, aquí y aquí en ***Y*** no se ve pero está ahí
159	G4	Siempre hay punto de corte con ***Y***
160	C1	Excepto si mueve ***k***

161	G4	No, siempre hay punto de corte, porque es infinito
162	P	Listo sigamos. Gracias señor P2, el señor G4 quería decir algo, todavía lo tiene ahí en la mente o…
163	G4	No sólo que ***h*** me cambia la componente en ***X*** de la coordenada del vértice.
164	P	Ahora vamos a mirar que pasa con ***k***, porque acá decía mueve el deslizador ***k*** y preguntaba ¿Qué sucede con la parábola cuando ***k*** varía? Entonces quien quisiera expresarnos lo que respondió. C1 siga…
165	C1	Se mueve en el eje ***Y*,** y quería explicar algo… y pues con respecto ahí que siempre va a tener tres puntos de corte, acá sólo va a tener uno solamente
166	P	Pero eso pasa por qué, porque ***k*** es… si quiere hágame un favor y haga clic derecho ahí, y dele objeto visible por favor, pero eso ¿por qué lo está diciendo? Sólo porque ***k*** está ahí, y sólo hay un punto de corte
167	C1	Cundo es convexa
168	P	Ah, cuando es convexa
169	C1	Ahora póngala cóncava por favor, en estos momentos serian dos
170	P2	Tres
171	C1	Y cuando es cóncava y es positiva ***k***, si es positiva ***k***, arriba más de cero va a haber uno y menor de cero va a haber más de uno
172	P	Alguien más quiere aportar… Alguna diferencia cuando ***k*** es positivo o cuando ***k*** es negativo. Señor G4 siga ilústrenos
173	G4	Es que cuando ***k*** y ***h*** son positivos los dos, únicamente va a estar el punto de corte con ***Y***, pero si mueve a ***k*** a -1 va a tener tres puntos de corte, dos puntos de corte con ***X*** y un punto de corte con ***Y*** y por ejemplo si fuera lo contrario si ***k*** es positivo y ***h*** es negativo, igual va a tener tres puntos de corte, no mentiras ese es con ***a*** , la relación es con ***a***, y lo que tiene que ver es si es convexa o cóncava, entonces sí ***a*** es negativo, si ***a*** es negativo y ***k*** es positivo, si alguno de los

		dos, si ***a*** o ***k*** son signos contrarios, es decir si uno es positivo y el otro es negativo va a tener tres puntos de corte, pero si ***k*** y ***a*** es positivo, o si los dos son negativos, va a tener únicamente, un sólo punto de corte.
174	P	Muchas gracias. Entonces la siguiente sería recuerde la ecuación, bueno ahí sigue la ecuación estando, entonces ¿Qué le sucede a la ecuación cuando ***h*** y ***k*** cambian? G3 adelante
175	G3	Lo que pasa es que cuando movemos el deslizador ***h***, el que cambia es este  *Imagen 7*
176	P	¿De qué manera cambia?
177	G3	Es igual al número que uno pone en el deslizador ***h***
178	P	Miremos a ver, ***h*** ¿Qué número tiene allá?
179	G3	Seis
180	P	Y allá
181	G3	Menos seis, siempre se resta pero es el mismo
182	P	Siempre se resta pero el número es el mismo
183	G3	Si es positivo allá el signo seria al contrario
184	P	Y ***k*** ¿qué pasa con ***k*?**
185	G3	***k*** es este número

		 *Imagen 8*
186	P	***k*** es ese número, ¿a ese también le pasa lo que usted me acaba de decir?
187	G3	No, ese si normal
188	P	¿Normal?
189	G3	Ese sigue siendo el mismo signo
190	P	Sigue siendo el mismo signo, ahí si coincide ***k*** con el número que esta allá exactamente. E3 quería decirnos algo, A4 también quiere decirnos algo, entonces vamos a ver E3 cuéntenos
191	E3	Nosotros logramos descubrir esa ecuación que nosotros no conocíamos, que si no estoy mal es, la fórmula estándar, ya que lo que veíamos es que cuando cada uno cambia, entonces teníamos el valor de -0,35 y lo pusimos el primero como ***a*** y así sustituyendo números por letras y así fue como hallamos la fórmula estándar
192	P	Y ¿cuál sería esa fórmula?, yo quiero que E3 nos describa esa tal fórmula estándar en el tablero
193	E3	Y esa fue la única fórmula que usamos para…
194	P	Bueno listo esa fue la fórmula, muchas gracias. A4 ahora sí.
195	A4	Pues primero que la fórmula no es así, es menos y eso viene de despejarlo de la general, bueno el caso es que ahí, es al revés, es básicamente porque cuando yo pongo 0.5, estoy multiplicando el 0,5 por el menos, sale al revés el signo, menos por más y menos por más, eso listo.

196	P	Listo alguien más, G4
197	G3	Yo quería poner acá, a mí se me ocurrió esta idea, y es que aquí me falto la ***Y***, porque es una función, entonces lo que tocaba escribir acá es que ***Y*** va a ser igual al número que tengamos, menos ***h***, eso sería la componente del vértice en ***X*** eso lo elevamos al cuadrado, después lo multiplicamos por ***a*** y al final le sumamos la componente en ***Y*** del vértice, y eso lo que nos va a dar el componente de la coordenada en ***Y***
198	P	Bueno entonces seguimos con el segundo momento, la siguiente pregunta era que a partir de unos valores por unos deslizadores ustedes estuvieran en la capacidad, sin usar la ecuación que estaba allá en el archivo, de dar las ecuaciones de las rectas, entonces le voy a pedir el favor al señor G3 que pase y nos describa lo que su grupo escribió, tal cual como o escribieron, igualito como ustedes lo escribieron, miremos que pasa con eso
199	G3	Entonces cuando, digamos teníamos estos valores ***a*** = -2, ***h*** = 3, ***k*** = 2, entonces nosotros utilizábamos esta misma fórmula, y lo que nosotros hacíamos era intercambiar los valores
200	P	Listo la siguiente, entonces quien era ***a, h*** y ***k***…Pero eso era lo que estaba en la hoja, porque eso no era lo que estaba en la hoja, quería que ustedes me explicaran lo que habían puesto ahí en la hoja… así tal cual, bueno E3 quería hacer un aporte.
201	E3	Lo que pasó acá fue que G3 no copio unas notas que nosotros si habíamos copiado, y es que nosotros para facilitarnos la vida, y no complicarnos con estos números, porque no sabíamos si se podían poner o no, simplemente hicimos la división, entonces el primero sigue siendo igual, el segundo sigue igual, y ya la división hecha
202	P	Pero de donde sale, el 0,1 ¿uno de ellos les dio 0,1?
203	E3	Nosotros hicimos acá una clase de trampa, porque nosotros confirmamos la división con calculadora, pues para evitar errores y eso, y pues finalmente nos dio 0,1 creo que nos dio un número larguísimo ahí entonces…

204	P	Ah ya, ¿y el otro les dio 0,6 exacto?
205	E3	No eso también es una aproximación
206	P	Listo, tome asiento. P2 quería hacer una aclaración ¿cierto?
207	P2	(Eleva al cuadrado las expresiones)
208	P	Y G4 también quiere hacer otra
209	G4	Esto es una expresión:  *Imagen 9* esto no es nada, esto si le pones una ***Y***, es una función sin la ***Y*** no es nada, gracias
210	P	Entonces según G4 sólo esa primera es una función
211	G4	Y tiene que ponerle al resto la ***Y***
212	P	Entonces hay que aclarar, según P2 que estos decimales son aproximaciones, o sea este y este, (señala dos valores “0,6 y 0,1”) no son exactamente el resultado, sino que son aproximación. Señor C1 quería aportar, díganos.
213	C1	Pues haber, que esta uno o dos ¿cuál es ahí?
214	P	¿Cuál es esta? Esta va con esta, y esta va con esta de acá, cierto ¿si eran esas?
215	A4	Profe, me imagino que lo que hizo fue que tenía otros datos
216	P	Pero ¿Por qué lo puso así, y así si eran del mismo grupo? ¿Cómo está en la hoja? En la parte negra o, en la parte negra está en la hoja

217	E3	Es que G3 o que hizo fue poner exactamente los datos como estaban sin las divisiones hechas, sin las aproximaciones hechas, G3 lo que hizo fue basarse directamente en los datos.
218	P	Pero lo que está diciendo C1 es que acá esta el 1, y acá hay un 4, y acá hay un -1 y acá hay un -4, entonces cual es la que estaba en la hoja, ¿esta o esta? La de negro es la que estaba en la hoja, pero es la correcta según ustedes o esta que puso G3 abajo
219	E3	Es que nos confundimos, y nos confundimos con ***h*** y ***k***, en ese punto
220	P	Entonces las que estarían mal son estas y tendríamos que cambiar ***h*** y ***k***
221	G3	Profe y si estaban al cuadrado.
222	P	Estas no estaban al cuadrado, no porque esto lo puso P2, después vimos estas que si estaban elevadas al cuadrado, en la hoja estaban así como las puso E3. Listo y otra cuestión, habíamos mencionado que pues el deslizador era 3, y ¿por qué acá apareció -3? Señor C1.
223	C1	Eso ya es por, cuando uno está hallando la ecuación estándar, pues se tiene esté número…
224	P	Señor P2, compleméntenos esa respuesta, mire que acá el deslizador nos dice -4, pero acá aparece que 4, y el deslizador dice 2 y acá es -2
225	P2	Como la fórmula estándar es de menos, entonces pasa lo mismo con las otras
226	P	Bien gracias, señor G4, es algo parecido a lo del señor P2.
227	G4	Pues sí pero acá le faltaría un dos, pero porque mi ***Y*** da negativo, porque la fórmula me da un negativo, lo que pasa es que esto al resolverla, al potenciarlo, nos va aquedar un trinomio cuadrado perfecto, entonces para sacar la fórmula estándar, nosotros la sacamos de la fórmula general, formamos un trinomio cuadrado perfecto, y al momento de formarlo, nos pide que conservemos el signo del que está en la mitad, sin embargo lo que hay aquí adentro, me va

		aquedar de las raíces de los números, nos van a quedar positivos, y el número de la mitad nos va a quedar negativo, o positivo dependiendo del signo que tengamos, por eso es que tenemos un signo en la mitad.
228	P	Entonces última pregunta de nuestra guía, entonces ya teniendo en cuenta esto; la última pregunta léamela señor G3 por favor, el último apartado, desde donde aparece la cancha
229	G3	Observa el punto, que pertenece a la parábola, ese es el vértice de la parábola. Puedes dar dos ecuaciones de parábolas con vértice con coordenadas $(3,2)$ ¿Cómo lo hiciste?
230	P	Entonces acá yo me quería centrar en el trabajo del grupo número 2, porque me pareció curioso, y quiero que pongan exactamente las respuestas que pusieron ahí por favor, ¿Si pusieron dos expresiones? ¿Cierto? … Entonces yo quiero saber de dónde sale el 3,2 y el 0,01, porque no entendimos de donde salieron esos números… ¿De dónde salió ese 0.01?
231	P2	Pues el 3,2 del vértice. El 0,1 fue coincidencia
232	P	¿Y el 3,2?... Alguien me podría explicar si sabe, ¿Cuál es el inconveniente ahí, o si hay algo bien o que es lo que está pasando? Señor G4 siga al frente cuéntenos.
233	G4	Bueno lo que tenemos acá, primero no está igualado a ***Y*****,** y lo que pasa acá es que nuestro compañero se inventó esto (encierra el 0,01), el 3,2 también está mal, pero esos dos números los vamos a ubicar de la forma correcta, tenemos que la fórmula estándar correcta va a ser, $y=a(x-h)^2+k$ nosotros en otro momento nos dimos cuenta que ***h*** y ***k*** son los componentes del vértice, esta es la componente en ***X*** (***h***) y esta es la componente en ***Y*** (***k***), entonces lo que tenemos que hacer aquí es reemplazar las dos componentes, como habíamos visto antes, que ***h*** y ***k*** son las componentes, ***h*** respectivamente componente del vértice en ***X*** y ***k*** la componente en ***Y*** del vértice, ahora lo que vamos a hacer para formar la ecuación es $y=a(x-3)^2+2$ con esto nos hace falta despejar ***a***, pero vamos a imaginar que ***a***es 1 ahora

		si queremos que una recta pase por el mismo punto de corte, por el mismo vértice, lo que vamos a hacer es poner otra vez, otra ecuación, pero la vamos a multiplicar por otra ***a*** diferente, sin embargo como sabemos de qué la ecuación tiene el mismo vértice, estamos seguros de que va a pasar por el punto $(3,2)$ entonces la siguiente ecuación que pase por $(3,2)$ podría ser $y=2(x-3)^2+2$
234	P	¿Cuántas parábolas podrían haber que pasen por el vértice $(3,2)$?
235	GRUPO	Infinitas
236	P	¿Y qué es lo único que necesitamos para hacer esas ecuaciones?
237	G3	Las coordenadas del vértice
238	P	O sea entonces, ¿en qué tenemos que fijarnos para hacer otra diferente a estas dos?...
239	GRUPO	Que tengan el mismo vértice. Sólo cambiar a
240	P	Ósea, sólo hay que cambiar ***a***
241	P	Muchas gracias muchachos.

Anexo 3. Pruebas implementadas

Anexo 3.1 Prueba escrita grupo 1

Gonzalez Barreto, Gutierrez, Cubillos ortiz.

LICEO HERMANO MIGUEL LA SALLE

"Desarrollo humano y convivencia social en búsqueda de la Excelencia"

CONGREGACIÓN DE HERMANOS DE LAS ESCUELAS CRISTIANAS

Distrito Lasallista de Bogotá

PERÍODO	GRADO	MATEMÁTICAS	TALLER
II	9°	**MATEMÁTICAS**	**Función Cuadrática**

Actividad

Deslizadores en Geogebra para caracterizar la parábola

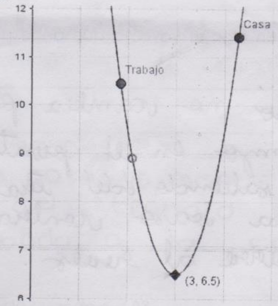
A continuación se presentará una actividad en Geogebra y una serie de instrucciones para que interactúes.

Se realizarán una serie de preguntas que tendrán como objetivo recoger las experiencias que tengas con la aplicación y cada una de las reacciones que tengas al ir realizando las actividades.

Esperamos que sea entretenido para ti y te recomendamos escribir todas y cada una de las impresiones que tengas a medida que desarrollas la actividad.

PRIMER MOMENTO

- Situación: resulta que la parábola representa el camino que recorre, del trabajo a la casa, un ciclista. El punto rojo, como se muestra, señala el lugar de trabajo y el azul la ubicación de la casa.



Como describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa.

Hace menos esfuerzo cuando sale del trabajo, ~~cuando~~ porque va de bajada cuando llega al vertice tiene el impulso de cuando vajo y luego aumenta su esfuerzo porque va hacia arriba.

I1

Vamos a mover el deslizador $\underline{a}$ y darle los siguientes valores: $a = 0.5$, $a = 1$, $a = 2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?

$\boxed{0,5}$ se disminuye la inclinación por ende el ciclista no realiza tanto esfuerzo, a medida que va aumentando el valor de "A" Aumenta la inclinación y por tanto el esfuerzo.

Si $a = -1$, ¿cambia en algo el trayecto que debe hacer el ciclista? ¿Realiza el mismo esfuerzo? ¿Y si $a = 0$?

El trayecto no cambia pero si hablamos de esfuerzo en el punto -1 hace mas esfuerzo saliendo del trabajo y menos llegando a la casa caso contrario a punto 1 que ocurre al reves.

I1

Si cambias alguno de los otros dos deslizadores, ¿cambiará el trayecto del ciclista? ¿Será otro el esfuerzo que deba hacer el ciclista?

No cambia el trayecto ni la distancia entre el trabajo y la casa yemplo cuando se encuentra en 3 hace mas esfuerzo que cuando se encuentra en 1,5 porque en 3 hay que subir y bajar en cambio en 1,5 solo hay que bajar el esfuerzo depende del valor para "H" porque para "K" siempre sera el mismo esfuerzo (si "A" es igual a -1.

Que puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador a y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.

El trayecto no cambia pero si cambia la distancia entre el trabajo y la casa además de la inclinación.

DA CLICK EN LA CASILLA ECUACION.

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a = 0$?

no hay inclinación y la distancia entre el trabajo y la casa es mas corta.

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

La parabola es positiva, menos esfuerzo cuando sale del trabajo y hace mas esfuerzo llegando a la casa.

c. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a < 0$?

La parabola es negativa, mas esfuerzo saliendo del trabajo y menos llegando a la casa.

¿Qué le paso a la ecuación cuando el valor de a cambia?

Se alteran 3 factores:
Parabola < Negativa / Positivo

Esfuerzo < Negativa - mas esfuerzo (Trabajo), menos esfuerzo (casa) / Positiva - menos esfuerzo, mas esfuerzo

Distancia = Trabajo - casa.

SEGUNDO MOMENTO.

- Actividad: mueve los deslizadores.

1- Mueve el deslizador "h"

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando h varía?

3, 3,5 (coordenadas) la distancia entre el trabajo y la casa disminuye, pero en el resto de puntos aumenta.

b. ¿Qué sucede cuando $h > 0$?

Los lugares (Trabajo, casa) varian y se dirigen a la izquierda.

c. ¿Qué sucede cuando $h < 0$?

Los lugares (Trabajo, casa) varian y se dirigen hacia la derecha.

2- Mueve el deslizador "k":

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando k varía?

Et La parabola se mueve en el eje Y.

b. ¿alguna diferencia cuando k es positivo a cuando es negativo?

Si, puesto que cuando k es negativo el vertice es negativo en Y, y si es positivo el vertice es positivo en Y.

Recuerdas la ECUACION, ¿Qué le sucede a la ecuación cuando h y k cambian?

① $2,45(x)^2+1$ Representa el movimiento en Y.	② $2,45(x-1)^2+1$ Representa el movimiento en X.	③ $0,75(x)^2+1$ Grados de inclinacion de la parabola.

Teniendo en cuenta los siguientes valores para los deslizadores:

1. $a = -2\,; h = 3\,; k = 2.$
2. $a = \frac{2}{3}\,; h = -4\,; k = -1.$
3. $a = -\frac{1}{6}\,; h = 2\,; k = -\frac{1}{2}.$

¿Podrías determinar la ecuación de cada una de estas parábolas? ¿Cuáles serían estas?

1.
$-2(x-3)^2+2$

2.
$0{,}6(x+4)^2-1$

3.
$0{,}1(x-2{,}07)^2-0{,}5$

Observa el punto (negro)

Que pertenece a la parábola. Este es el vértice de la parábola.

¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

$8(x-3)^2+2$ $-3{,}2(x-3)^2+2$ $-5{,}25(x-3)^2+2$	Podemos ver que lo unico que varia es la abertura o la cantidad de grados de la parabola. (Puntos de corte)

¿Cuáles son las ecuaciones de estas dos parábolas?

$8(x-3)^2+2$ $\qquad$ $-3{,}2(x-3)^2+2$

Es lo unico que cambia en esa parabola.

Anexo 3.2 Prueba escrita grupo 2

Nombres: - Ernst Vivas
- Yuneider Parada
- Julián Serrano

Curso: 903

LICEO HERMANO MIGUEL LA SALLE

"Desarrollo humano y convivencia social en búsqueda de la Excelencia"

CONGREGACIÓN DE HERMANOS DE LAS ESCUELAS CRISTIANAS

Distrito Lasallista de Bogotá

PERÍODO	GRADO	MATEMÁTICAS	TALLER
II	9°	**MATEMÁTICAS**	**Función Cuadrática**

Actividad

Deslizadores en Geogebra para caracterizar la parábola

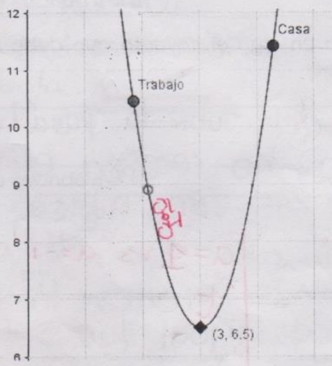
A continuación se presentará una actividad en Geogebra y una serie de instrucciones para que interactúes.

Se realizarán una serie de preguntas que tendrán como objetivo recoger las experiencias que tengas con la aplicación y cada una de las reacciones que tengas al ir realizando las actividades.

Esperamos que sea entretenido para ti y te recomendamos escribir todas y cada una de las impresiones que tengas a medida que desarrollas la actividad.

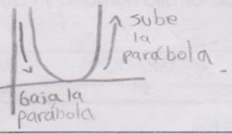
PRIMER MOMENTO

- Situación: resulta que la parábola representa el camino que recorre, del trabajo a la casa, un ciclista. El punto rojo, como se muestra, señala el lugar de trabajo y el azul la ubicación de la casa.



Como describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa.

En Primer momento la cicla realiza un esfuezo menor de cuando se traslada desde vertice a la casa



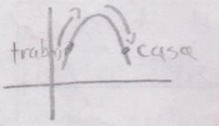
Vamos a mover el deslizador $\underline{a}$ y darle los siguientes valores: $a = 0.5$, $a = 1$, $a = 2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?

No realiza el mismo esfuerzo cuando variamos los valores de a, la diferencia es que cuando el deslizador es ~~es~~ 2.

a=0.5	a=1	a=2
• Que la Parabola no es tan grande, menor esfuerzo	• el esfuerzo es medio,	• Es mucho más empinada que los interiores. mucho más esfuerzo

Si $a = -1$, ¿cambia en algo el trayecto que debe hacer el ciclista? ¿Realiza el mismo esfuerzo? ¿Y si $a = 0$?

Si, porque debe subir la parábola del trabajo a la casa, no realiza el mismo esfuerzo ya que nunca deciende ni aciende.



a=1 vs a=-1
• tienen la misma inclinación, a igual que solo cambia su sentido.

I.2

Si cambias alguno de los otros dos deslizadores, ¿cambiará el trayecto del ciclista? ¿Será otro el esfuerzo que deba hacer el ciclista?

Con el deslizador K no cambia el trayecto del ciclista,
Con el deslizador hh no cambia el trayecto y hay un mayor esfuerzo al cambiar su posición
El deslizador a cambia, dependiendo si es negativo y si es positiva.

Que puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador a y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.

Que el deslizdor a cambia el trayecto y el sentido de la parabola dependiendo si es Positivo y si es Negativo. trabajo - | +
concava convexa

I3

DA CLICK EN LA CASILLA ECUACION.

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a = 0$?

Lo que pasa cuando a=o es que no se forma la parábola

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

Q Cuando a es positivo, Ej: Cuando se mueve el deslizador "a" dependiendo el numero del deslizador se encontrava en la ecuación, como es a=1,8, Ecuación= $1{,}8(x-3)^2+2{,}5$

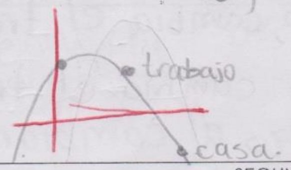
I4

c. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a < 0$?

Cuando a es Negativo, Ej: Cuando se mueve el deslizador "a" dependiendo del numero del deslizador se encuentra en la ecuación como es, a =-1,8, Ecuación =$-1{,}8(x-3)^2+2{,}5$

¿Qué le pasa a la ecuación cuando el valor de a cambia?

Cambia el valor que acompaña a $(x-3)^2$, es decir cambia a de forma a ax^2+bx+c.



2

SEGUNDO MOMENTO.

- Actividad: mueve los deslizadores.

1- Mueve el deslizador "h"

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando h varía?

Cambia su posición en el eje x dependiendo el valor que indica el deslizador.

b. ¿Qué sucede cuando $h > 0$?

Cuando h esta entre 0,5 y 2 tiene 3 Puntos de corte y desde 2,5 en adelante solo tiene 2 puntos de corte.

∩ Convexa

∪ Concava

c. ¿Qué sucede cuando $h < 0$?

Cuando h esta entre -0,5 y -2 tiene 3 Puntos de corte y desde -2 en adelante solo tienen 2 puntos de corte.

2- Mueve el deslizador "k":

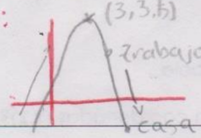
a. ¿Qué sucede con la parábola cuando k varía?

Cuando cambia k varia cambia su posición en el eje y dependiendo del valor del deslizador, cuando es positivo tiene 3 puntos de corte y cuando es negativo solo tiene 1 punto de corte

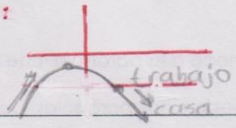
b. ¿alguna diferencia cuando k es positivo a cuando es negativo?

Cuando k es positivo tiene 3 puntos de corte y cuando es Negativo solo tiene 1 punto de corte

+:



−:



Recuerdas la ECUACION, ¿Qué le sucede a la ecuación cuando h y k cambian?

Cuando k cambia, cambia c en la ecuación y cuando h cambia, cambia determina b

h: Ej

$-0,3(x-1.5)^2+1$

Depende de el deslizador

K: Ej

$-0,3(x-1,5)^2+1$

Depende de el deslizador

Teniendo en cuenta los siguientes valores para los deslizadores:

1. $a=-2\,;h=3\,;k=2.$
2. $a=\frac{2}{3}\,;h=-4\,;k=-1.$
3. $a=-\frac{1}{6}\,;h=2\,;k=-\frac{1}{2}.$

¿Podrías determinar la ecuación de cada una de estas parábolas? ¿Cuáles serían estas?

① a: $-2(x-3)^2+2$ $a=-2;\ h=3;\ k=2$

② $\frac{1}{3}(x+4)^2-1$ $a=\frac{2}{3};\ h=-4;\ k=-1$

③ $\frac{1}{6}(x-2)^2-\frac{1}{2}$ $a=\frac{1}{6};\ h=2;\ k=-\frac{1}{2}$

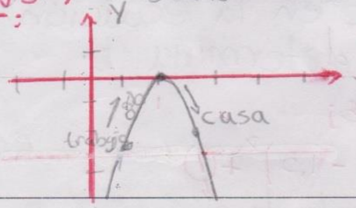
Observa el punto (negro)

Que pertenece a la parábola. Este es el vértice de la parábola.

¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

① Si, cambiando el deslizador "a".

-:

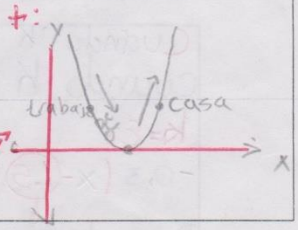


Ecuación

• $-(x-3.2)^2+0.01$

• $(x-3,2)^2+0.01$

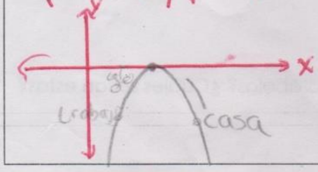
+:

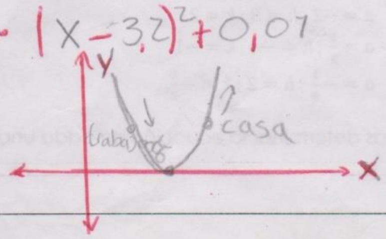


¿Cuáles son las ecuaciones de estas dos parábolas?

las ecuaciones son:

• $-(x-3.2)^2+0.01$ • $(x-3,2)^2+0,01$





Anexo 3.3 Prueba escrita grupo 3

Espinosa
Pineda
Gómez

LICEO HERMANO MIGUEL LA SALLE

"Desarrollo humano y convivencia social en búsqueda de la Excelencia"
CONGREGACIÓN DE HERMANOS DE LAS ESCUELAS CRISTIANAS
Distrito Lasallista de Bogotá

PERÍODO	GRADO	MATEMÁTICAS	TALLER
II	9°	**MATEMÁTICAS**	**Función Cuadrática**

Actividad

Deslizadores en Geogebra para caracterizar la parábola

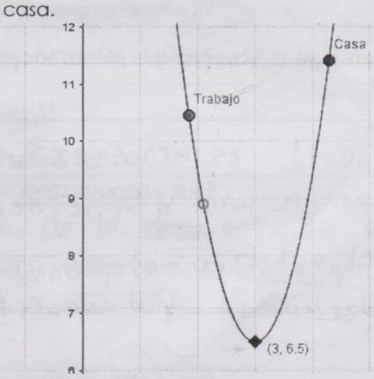
A continuación se presentará una actividad en Geogebra y una serie de instrucciones para que interactúes.

Se realizarán una serie de preguntas que tendrán como objetivo recoger las experiencias que tengas con la aplicación y cada una de las reacciones que tengas al ir realizando las actividades.

Esperamos que sea entretenido para ti y te recomendamos escribir todas y cada una de las impresiones que tengas a medida que desarrollas la actividad.

PRIMER MOMENTO

- Situación: resulta que la parábola representa el camino que recorre, del trabajo a la casa, un ciclista. El punto rojo, como se muestra, señala el lugar de trabajo y el azul la ubicación de la casa.

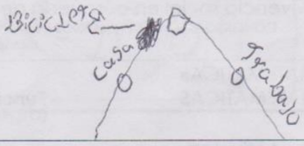


Como describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa.

M

3

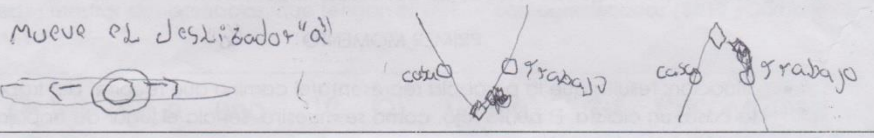
Al bajar en picada no hace ningun esfuerzo y lo que hace es conseguir impulso para que la subida no sea esforzosa y llegar facil



Vamos a mover el deslizador $\underline{a}$ y darle los siguientes valores: $a = 0.5$, $a = 1$, $a = 2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?

Realiza mas esfuerzo en el a=2 y hace menos efuerzo en la a=0,5, ya que en el a=2 es mas alto y el a=0,5 es mas bajo y hare menos esfuerzo

Mueve el deslizador "a"



Si $a = -1$, ¿cambia en algo el trayecto que debe hacer el ciclista? ¿Realiza el mismo esfuerzo? ¿Y si $a = 0$?

cambia en que -1 es menos esfuerzo ya que el Tramo a casa es en bajada y no se necesita esfuerzo Para la bajada, el esfuerzo es constante porque es Plano y no hay desnivel que necesite mas o menos esfuerzo

Si cambias alguno de los otros dos deslizadores, ¿cambiará el trayecto del ciclista? ¿Será otro el esfuerzo que deba hacer el ciclista?

En el desuzador h , si se mueve a la derecha lo que se hace es bajar en picada , si se mueve a la izquierda harra esfuerzo por que tendria que subir y en el deslizador k no cambia nada

Que puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador a y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.

El movimiento del deslizador a, cambia el esfuerzo y la parabola. Cambia la parabola, tambien lo largo que el ciclista debe recorrer. entre mas hacia la derecha va el "a", más esfuerzo el ciclista debe realizar.

DA CLICK EN LA CASILLA ECUACION.

"Mueve el deslizador a"

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a = 0$?

hay una Multiplicacion por 0, esta fue la ecuacion que nos dio

$0(x-3.5)^2$

deslizador "a"

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

la multiplicacion de la ~~ecua~~ ecuacion es respectiva al deslizador, esta es ~~negativa~~ positiva siempre ya que es igual al "a"

c. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a < 0$?

~~Ea~~ El numero multiplicado es igual al deslizador "a", es ~~positivo~~ negativo ya que es $a<0$.

¿Qué le pasa a la ecuación cuando el valor de a cambia?

El numero de la ecuación es igual al deslizador "a"
es decir:
ejemplo
ecuacion: $4(x-4)^2-10$

deslizador "a"

SEGUNDO MOMENTO.

- Actividad: mueve los deslizadores.

1- Mueve el deslizador "h"

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando h varía?

El vertice cambia, es decir, el punto se mueve hacia la derecha o izquierda.

b. ¿Qué sucede cuando $h > 0$?

"h" se mueve a -1, la parabola se va hacia la izquierda, tambien sucede que el ciclista hace menos esfuerzo en llegar.

c. ¿Qué sucede cuando $h < 0$?

Pasa al contrario, se mueve hacia la derecha, y el ciclista empieza a esforzarse mas ya que el camino es empinado y esto hace que se esfuerce mas

2- Mueve el deslizador "k":

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando k varía?

la parabola logra subir, (el vertice), varia, hacia arriba o abajo.

b. ¿alguna diferencia cuando k es positivo a cuando es negativo?

Si, en y, varia, si "k" es positivo queda encima de y y si es negativo queda abajo de y.

Recuerdas la ECUACION, ¿Qué le sucede a la ecuación cuando h y k cambian?

pasa esto, si uno de estos cambia, la parabola cambia

deslizador "a" deslizador "h" deslizador "k"

$$0.55\,(x+4.5)^2+10$$

usamos este

Teniendo en cuenta los siguientes valores para los deslizadores:

1. $a=-2\,;h=3\,;k=2.$
2. $a=\frac{2}{3}\,;h=-4\,;k=-1.$
3. $a=-\frac{1}{6}\,;h=2\,;k=-\frac{1}{2}.$

¿Podrías determinar la ecuación de cada una de estas parábolas? ¿Cuáles serían estas? para este

1.) $-2(x-3)^2+2$ 2.) $-0,6(x+1)^2-4$ 3.) $-0,1(x-2)^2-0,5$	Usamos como "formula" $a(x-h)^2+k$ para así completar los datos con la información dada

Observa el punto (negro)

Que pertenece a la parábola. Este es el vértice de la parábola.

¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

Si estos son uno de los varios que encontramos

$2(x-3)^2+2 \rightarrow$ ∪ queda hacia arriba

$-2(x-3)^2+2 \rightarrow$ ∩ queda hacia abajo

lo hicimos gracias a que "a" cambia el sentido de la parabola

¿Cuáles son las ecuaciones de estas dos parábolas?

$2(x-3)^2+2$

$-2(x-3)^2+2$

a -2 2

h 3

k 2

Anexo 3.4 Prueba escrita grupo 4

Amaya
Garzon
Diaz

LICEO HERMANO MIGUEL LA SALLE

"Desarrollo humano y convivencia social en búsqueda de la Excelencia"

CONGREGACIÓN DE HERMANOS DE LAS ESCUELAS CRISTIANAS

Distrito Lasallista de Bogotá

PERÍODO	GRADO	MATEMÁTICAS	TALLER
II	9°	MATEMÁTICAS	Función Cuadrática

Actividad

Deslizadores en Geogebra para caracterizar la parábola

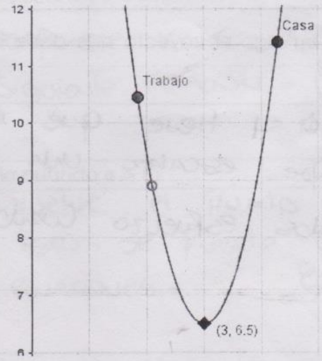
A continuación se presentará una actividad en Geogebra y una serie de instrucciones para que interactúes.

Se realizarán una serie de preguntas que tendrán como objetivo recoger las experiencias que tengas con la aplicación y cada una de las reacciones que tengas al ir realizando las actividades.

Esperamos que sea entretenido para ti y te recomendamos escribir todas y cada una de las impresiones que tengas a medida que desarrollas la actividad.

PRIMER MOMENTO

- Situación: resulta que la parábola representa el camino que recorre, del trabajo a la casa, un ciclista. El punto rojo, como se muestra, señala el lugar de trabajo y el azul la ubicación de la casa.



Como describirías el esfuerzo que debe hacer el ciclista para llegar de su trabajo a casa.

En Primer lugar el Ciclista Desiende hasta llegar al Vértice y luego Asiende

Vamos a mover el deslizador $\underline{a}$ y darle los siguientes valores: $a = 0.5$, $a = 1$, $a = 2$ ¿Tiene que hacer el mismo esfuerzo en todo momento? ¿En qué momento realiza más esfuerzo?

tiene que hacer menor esfuerzo cuando A = 0.5 esto se debe a que el trabajo y a casas estan mas cerca, y tiene que hacer mayor esfuerzo cuando a = 2

Si $a = -1$, ¿cambia en algo el trayecto que debe hacer el ciclista? ¿Realiza el mismo esfuerzo? ¿Y si $a = 0$?

Cuando es ~~a~~ = -1 tiene que realizar mas esfuerzo ya que tiene que escalar una montaña, y tiene que hacer menos esfuerzo cuando a - 0 porque es una recta

Si cambias alguno de los otros dos deslizadores, ¿cambiará el trayecto del ciclista? ¿Será otro el esfuerzo que deba hacer el ciclista?

Si se cambia "H" a un numero positivo, mayor 5 el esfuerzo es menor ya que el trabajo y la casa quedan desendiendo la parabola y cuando "H" es un numero negativo o un numero >4 hacer mayor esfuerzo porque tiene que acender la parabola

Que puedes concluir a partir de la situación, con respecto al deslizador a y el cambio que este genera en el trayecto del ciclista.

Cuando a, es negativo y diferente a 0, el vertice es punto mas alto y cuando A es positivo el vertice es el punto mas bajo antes de que la parabola vuelva acender

DA CLICK EN LA CASILLA ECUACION.

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a = 0$?

la parabola desaparece y se vuelve una recta definida por la siguiente ecuacion = $y = 0(x-4)^2 + 1.5$

b. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a > 0$?

El vertice se vuelve el punto mas bajo, cuando A es positivo, esto se puede encontrar con una de estas ecuaciones = 8=a
$a(x-4)^2 + 1.5$

c. ¿Qué sucede con la parábola cuando $a < 0$?

El vertice se vuelve el punto mas alto, cuando A es negativo, esto se puede encontrar con una de estas ecuaciones, a = -0.5.
$a(x-4)^2 + 1.5$

¿Qué le pasa a la ecuación cuando el valor de a cambia?

Cambio el numero por el cual ~~[illegible]~~ se multiplica el trinomio cuadrado perfecto

SEGUNDO MOMENTO.

- Actividad: mueve los deslizadores.

1- Mueve el deslizador "h"

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando h varía?

Cuando la ecuacion de la parabola no da como resultado la raiz cuadrada de un numero negativo, ~~[illegible]~~ H se mueve me define los puntos de corte con el eje x. me define la coordenada en x ~~[illegible]~~ del vertice

b. ¿Qué sucede cuando $h > 0$?

Que la coordena de ~~x~~ ~~q~~ del vertice queda al lado derecho del plano cartesiano y es un numero positivo

c. ¿Qué sucede cuando $h < 0$?

el vertice queda al lado izquierdo. del plano cartesiano y es un numero negativo

2- Mueve el deslizador "k":

a. ¿Qué sucede con la parábola cuando k varía?

me define un movimiento Vertical de la Parabola

b. ¿alguna diferencia cuando k es positivo a cuando es negativo?

me define si el Vertice esta Arriba o Abajo del eje x

Recuerdas la ECUACION, ¿Qué le sucede a la ecuación cuando h y k cambian?

me define las Cordenas del Vertice H= es la Cordenada en el eje x y K en el eje y

Teniendo en cuenta los siguientes valores para los deslizadores:

1. $a = -2\,; h = 3\,; k = 2.$
2. $a = \frac{2}{3}\,; h = -4\,; k = -1.$
3. $a = -\frac{1}{6}\,; h = 2\,; k = -\frac{1}{2}.$

¿Podrías determinar la ecuación de cada una de estas parábolas? ¿Cuáles serían estas?

Si, ya que $y = a(x-h)^2 + k$
por lo tanto las ecuaciones serian
$-2(x-3)^2 + 2$ $\quad -\frac{1}{6}(x-2)^2 - \frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}(x-(-4))^2 - 1$

Observa el punto (negro)

Que pertenece a la parábola. Este es el vértice de la parábola.

¿Puedes mostrar dos parábolas, que tengan el vértice con coordenadas (3,2)? ¿Cómo lo hiciste?

Con dos ecuaciones que tengan como $h = 3$ y $k = 2$, esos podrian ser
$-3(x-3)^2 + 2$ sacando los
$-4(x-3)^2 + 2$ Ecuaciones

¿Cuáles son las ecuaciones de estas dos parábolas?

$-3(x-3)^2 + 2$
$-4(x-3)^2 + 2$
(x, y)