

RAZONAMIENTO EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES DE TIPO VARIACIONAL

Lic. ROLANDO MIGUEL PALENCIA ARCINIEGAS

Lic. YENNY ROCIO GAVIRIA FUENTES

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BOGOTÁ

2015

RAZONAMIENTO EN LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES DE TIPO VARIACIONAL

Lic. ROLANDO MIGUEL PALENCIA ARCINIEGAS

Lic. YENNY ROCIO GAVIRIA FUENTES

Trabajo de grado para optar al título de  
Especialista en educación Matemática.

Asesor: MARIA NUBIA SOLER ALVAREZ

Magister en Ciencias Matemáticas

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA NACIONAL  
FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BOGOTÁ

2015



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA  
NACIONAL

Especialista en Matemáticas

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

## ACTA DE VALORACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado "*Razonamiento en la solución de situaciones de tipo variacional*", presentado por los estudiantes:

**Rolando Miguel Palencia Arciniegas - 2015182016 - 88256668**

**Yenny Rocío Gaudín Fuentes - 2015182006 - 1073682369**

Como requisito parcial para optar al título de **Especialista en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por los estudiantes en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigna la calificación de **Aprobado**, con **45 Puntos**.

Observaciones:

---

En constancia se firma a los 03 días del mes de diciembre de 2015.

### JURADOS

Directora del Trabajo:

Profesor:

  
MARÍA RUBIA SOLER

Jurados:

Profesor:

  
EDWIN CARRANZA

## RESUMEN ANÁLITICO EN EDUCACIÓN-RAE

1. Información General	
<b>Tipo de documento</b>	Trabajo de Grado
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
<b>Título del documento</b>	Razonamiento en la solución de una situación de tipo variacional
<b>Autor(es)</b>	Palencia Arciniegas, Rolando Miguel; Gaviria Fuentes, Yenny Rocío
<b>Director</b>	María Nubia Soler Álvarez
<b>Publicación</b>	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2015. 85p.
<b>Unidad Patrocinante</b>	Universidad Pedagógica Nacional
<b>Palabras Claves</b>	PENSAMIENTO VARIACIONAL – RAZONAMIENTO COVARIACIONAL- FUNCIÓN LINEAL- FUNCIÓN CUADRÁTICA - MOVIMIENTO.

2. Descripción
<p>En el presente trabajo se implementan dos actividades asociadas al pensamiento variacional en la función afín y la función cuadrática, a través de situaciones problemáticas cuyos espacios sean fenómenos de cambio y variación de la vida práctica; como lo fue la trayectoria de un carro y el movimiento de un balón; y con la ayuda dinámica de los software Tracker y el Geogebra se implementaron instrumentos para observar las conjeturas respecto a pensamiento variacional de estudiantes de grado Décimo del Colegio Colsubsidio las Mercedes IED.</p> <p>La estructura del documento es la siguiente:</p> <p>En la primera parte se ve la necesidad de hacer estudio del Razonamiento Variación y Covariación, como el planteamiento del problema.</p> <p>En la segunda parte se establecen los objetivos a desarrollar con el planteamiento, implementación y análisis de las actividades propuestas.</p> <p>En la tercera parte del trabajo se abarcan los diferentes elementos teóricos, que se va a tener en cuenta para el análisis de la información recolectada; se da inicio con la caracterización del pensamiento variacional según Vasco (2006). Para el planteamiento de las actividades se observa el trabajo Ávila (2011) y en el análisis de la información se utilizará las acciones mentales citadas por Villa (2012).</p> <p>Dentro de la cuarta parte del presente documento, se ve la metodología desarrollada, donde inicialmente se muestran las características de la población, la metodología de aplicación de las actividades y la metodología de análisis.</p> <p>En la quinta parte, está el análisis de información de cada uno de los momentos realizados a los</p>

diferentes grupos, donde se seleccionan las evidencias de procesos de razonamiento variacional expuestos en el marco teórico.

Por último, se presentan las conclusiones en relación al razonamiento variacional que se obtuvo al realizar el análisis de la información.

### 3. Fuentes

- AVILA, P. (2011). Razonamiento covariacional a través de software dinámico. El caso de la variación lineal y cuadrática. Universidad Nacional de Colombia. Medellín.
- Ministerio de Educación Nacional (2007). Estándares básicos de competencias en matemáticas. MEN. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá.
- Vasco, C. (2003). El Pensamiento Variacional y la Modelación Matemática. XI CIAEM, Brasil.
- Villa, A. (2012). Razonamiento covariacional en el estudio de la funciones cuadráticas. Universidad de Antioquia. Medellín

### 4. Contenidos

Dentro de los contenidos desarrollados en el marco teórico de este trabajo, se pueden encontrar algunos temas de Pensamiento Variacional, Razonamiento Variacional, así como una descripción del trabajo frente al razonamiento covariacional y el desarrollo de dicha actividad, junto con los soportes de la misma.

### 5. Metodología

La actividad matemática que desarrollará el pensamiento variacional, es una actividad diseñada para estudiantes de décimo, donde se realiza una breve descripción de las diferentes formas razonamiento y conjeturar en los procesos de variación en la situación problema. La descripción se segmentara en diferentes momentos: preparación, ejecución con 40 estudiantes de grado Décimo de Secundaria del Colegio Colsubsidio Las Mercedes I.E.D de la localidad de Engativá de Bogotá y su respectiva descripción.

### 6. Conclusiones

- En los momentos uno, dos y tres los estudiantes relacionaron el movimiento con la función lineal, sin embargo, no se tuvo en cuenta el instante en el cual se realiza en análisis, ya que algunas de las gráficas suministradas por el software Tracker eran de función afín. En referencia a los

momentos cuatro y cinco, se puede evidenciar que el movimiento es cercano a su realidad, sin embargo al analizarlo se les dificulta poder hacer los razonamientos y conjeturas de éste, aunque llegaron a completar las tablas no relacionan los cambios con el movimiento.

- El segundo objetivo que se tuvo en cuenta en el trabajo fue el de seleccionar los razonamientos que se dan durante el proceso de tabular y graficar la trayectoria del movimiento del carro y el balón. Para esto se tuvo que realizar la lectura de las transcripciones y guías realizadas por los estudiantes, se tomaron los apartados donde los estudiantes evidenciaron procesos de razonamiento al comunicar, modelar y realizar procedimientos que les permitiera lograr completar tablas y a partir de ahí realizar su respectiva gráficas.
- En referencia al tercer objetivo respecto a la clasificación de los razonamientos dados por los estudiantes en la solución de situaciones de tipo variacional se observa acciones mentales de razonamiento variacional donde justifican diferentes procedimientos solicitados en las guías para dar solución a un problema; coordinando los patrones de las variables y la relación que hay entre ellas al definir su constancia, proporcionalidad y promedio del cambio. Evidenciadas en el análisis de las situaciones mediante las matrices de acuerdo a los lineamientos curriculares para matemáticas y a las acciones mentales.

<b>Elaborado por:</b>	Rolando Miguel Palencia Arciniegas - Yenny Rocío Gaviria Fuentes
<b>Revisado por:</b>	María Nubia Soler Álvarez

<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	17	10	2015
--	----	----	------

# CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	9
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	11
2. OBJETIVOS .....	12
2.1. GENERAL .....	12
2.2. ESPECÍFICOS .....	12
3. MARCO TEÓRICO.....	13
4. METODOLOGÍA .....	17
4.1. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	17
4.2. METODOLOGÍA DE APLICACIÓN.....	17
4.3. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS.....	19
5. ANÁLISIS DE LAS DESCRIPCIONES .....	20
5.1. ANÁLISIS DEL PRIMER MOMENTO .....	20
5.2. ANÁLISIS DEL SEGUNDO MOMENTO .....	22
5.3. ANÁLISIS TERCER MOMENTO .....	23
5.4. ANÁLISIS CUARTO MOMENTO .....	26
5.5. ANÁLISIS QUINTO MOMENTO .....	28
6. CONCLUSIONES .....	30
BIBLIOGRAFÍA .....	33
Anexos .....	34
Guías de momentos.....	35
ANEXO 1. GUÍA DE TRABAJO PRIMER MOMENTO.....	36
ANEXO 2. GUÍA DE TRABAJO SEGUNDO MOMENTO.....	39
ANEXO 3. GUIA TERCER MOMENTO.....	41
ANEXO 4. GUIA DE TRABAJO CUARTO MOMENTO .....	45
ANEXO 5. GUIA DE TRABAJO QUINTO MOMENTO .....	47
Descripciones de cada Momento .....	50

ANEXO 6. PRIMER MOMENTO ..... 51  
ANEXO 7. SEGUNDO MOMENTO ..... 57  
ANEXO 8. TERCER MOMENTO ..... 64  
ANEXO 9. CUARTO MOMENTO ..... 73  
ANEXO 10. QUINTO MOMENTO ..... 79

## INTRODUCCIÓN

El pensamiento variacional según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se relaciona con el estudio de la variación y el cambio en funciones, sistemas analíticos, cálculos numéricos y algebraicos mediante procesos de modelación donde se realizan representaciones algebraicas y analíticas, a partir de la identificación de regularidades y el descubrimiento de criterios que rigen esas regularidades, con el fin de hallar patrones para establecer algoritmos y generalizaciones que le permitan al estudiante encontrar por medio de la visualización, exploración y manipulación los cambios que los lleven a conjeturar en un determinado problema.

Por lo cual según Vasco (2006) el aprendizaje de éste no es aprenderse una función o las fórmulas para hallar un determinado valor, o conocer sus respectivas características, ya que estos por si solos se ven de una manera estática y pierde sentido las particularidades de cada función, no aportando a la exploración de la variación. Hablar del pensamiento variacional va más allá de una simple función, formula o gráfica, este tipo de pensamiento es dinámico donde se describe ciertas características como es el de producir sistemas mentales que relacionen las variables de tal manera que estas covarien dentro de los patrones de la covariación, permitiendo el desarrollo mental y captando aquello que cambia o permanece constante.

En el presente trabajo se implementan dos actividades asociadas al pensamiento variacional en la función afín y la función cuadrática, a través de situaciones problemáticas cuyos espacios sean fenómenos de cambio y variación de la vida práctica; como lo fue la trayectoria de un carro y el movimiento de un balón; y con la ayuda dinámica de los software Tracker y el Geogebra se implementaron instrumentos para observar las conjeturas respecto a pensamiento variacional de estudiantes de grado Décimo del Colegio Colsubsidio las Mercedes IED.

La estructura del documento es la siguiente:

En la primera parte se ve la necesidad de hacer estudio del Razonamiento Variación y Covariación, como el planteamiento del problema.

En la segunda parte se establecen los objetivos a desarrollar con el planteamiento, implementación y análisis de las actividades propuestas.

En la tercera parte del trabajo se abarcan los diferentes elementos teóricos, que se va a tener en cuenta para el análisis de la información recolectada; se da inicio con la caracterización del pensamiento variacional según Vasco (2006). Para el planteamiento de las actividades se observa el trabajo Ávila (2011) y en el análisis de la información se utilizará las acciones mentales citadas por Villa (2012).

Dentro de la cuarta parte del presente documento, se ve la metodología desarrollada, donde inicialmente se muestran las características de la población, la metodología de aplicación de las actividades y la metodología de análisis.

En la quinta parte, está el análisis de información de cada uno de los momentos realizados a los diferentes grupos, donde se seleccionan las evidencias de procesos de razonamiento variacional expuestos en el marco teórico.

Por último, se presentan las conclusiones en relación al razonamiento variacional que se obtuvo al realizar el análisis de la información.

## 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los elementos que se deben desarrollar dentro del currículo de las matemáticas es el estudio de la variación, ya que es la base fundamental para acceder a los procesos de generalización propios de cada uno de los diferentes pensamientos matemáticos. El tratamiento de la variación tiene que ver con el desarrollo del pensamiento variacional, y de acuerdo a sus características, es un proceso lento y complejo, pero de suma importancia para caracterizar aspectos de la variación como lo que cambia, lo constante, las diferentes variables que intervienen, la variación entre ellas y su relación (MEN 2006).

Para esto es necesario poder dar o solicitar razones acerca de una afirmación realizada en la solución de una situación problema y estar en la capacidad de probar o refutar dicha afirmación, para así establecer el camino hacia una demostración; realizando pruebas, encontrando así, una validación o una reformulación de las conjeturas, esto de acuerdo con los Estándares Básicos para Matemáticas (MEN, 2006) donde una de las competencias a fomentar es el razonamiento que justifique los análisis y procedimientos de validación en el desarrollo de situaciones problema.

El razonamiento se da por ciertas etapas como lo son: la manipulación que es la exploración de casos particulares, la formulación de conjeturas que es donde el estudiante proponen de una manera sistemáticas las afirmaciones que pueden ser razonables, puestas a prueba y por último la generalización donde permite identificar o descubrir una ley y reflexionar sistemáticamente sobre ella (MEN, ). Es por esto que se ve la necesidad de implementar situaciones con estudiantes del grado décimo, que permita constatar y comparar en la construcción de razonamientos válidos; describiendo la forma como abordan, sus conceptos previos y los respectivos procedimientos que siguen para la solución de problemas.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1. GENERAL

Describir procesos de razonamiento en el desarrollo de situaciones de tipo variacional con estudiantes de grado décimo.

### 2.2. ESPECÍFICOS

- Describir los procesos de la variación de la función lineal y cuadrática en dos actividades de variación.
- Seleccionar los razonamientos dados por los estudiantes durante la tabulación y gráfica del movimiento de un carro y un balón.
- Clasificar los razonamientos dados por los estudiantes en la solución de las situaciones problema.

### 3. MARCO TEÓRICO

Como marco de referencia del razonamiento variacional se tiene en cuenta tres ejes principales: el primero está direccionado a conocer qué es y qué no es variación, el segundo toman como referencia una de las tres situaciones de tipo variacional y en el tercero se considera que los grupos de estudiantes están razonando de forma covariacional.

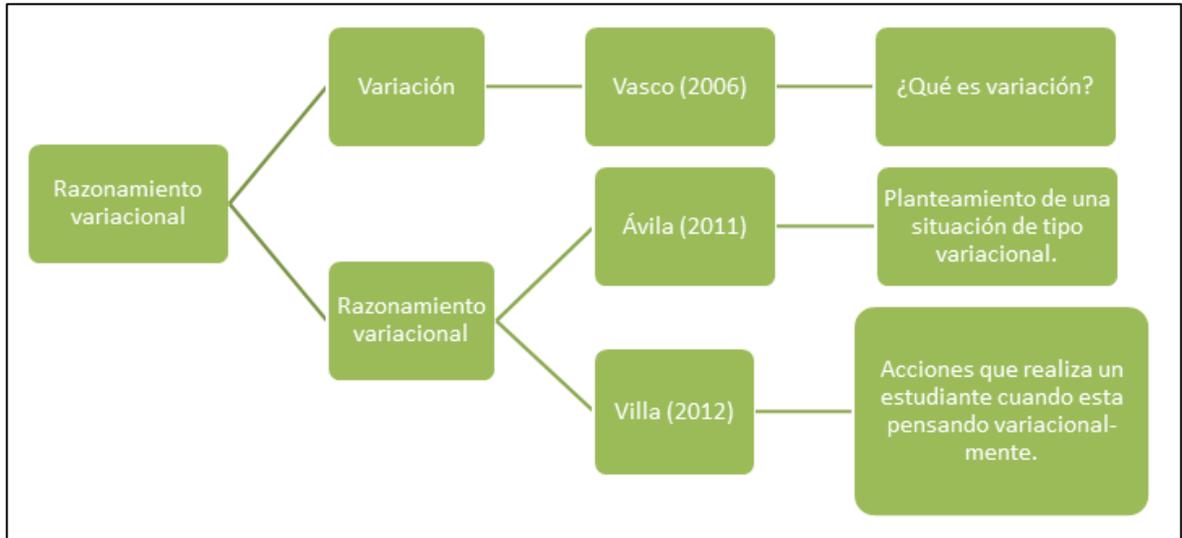


Imagen 1. Organización del Marco Teórico

Respecto al primer eje, Vasco (2006) menciona que variación no es saberse la definición de función, ya que se presentan parejas que no se mueven ni hay un sentido de cambio entre ellas. Tampoco es conocer fórmulas para calcular perímetros, áreas, ecuaciones físicas, etc.; una vez se conoce las formulas no se considera pensamiento variacional el reemplazar valores encontrando otro, sin establecer qué cambia, cómo cambia y con qué.

Para Vasco el pensamiento variacional consiste en pensar dinámicamente y en que relacionen mentalmente el sistema de tal manera que covarien dependiendo de los patrones de covariación entre las cantidades con las que se esté trabajando. Cuando se está pensando dinámicamente hay un movimiento mental para poder captar cuál es el cambio. Menciona que el objeto del pensamiento variacional es la identificación y modelación de la covariación entre magnitudes que cambian con forme varia el tiempo. “El pensamiento variacional requiere del pensamiento métrico y pensamiento numérico si las mediciones superan el nivel ordinal. Requiere también el pensamiento espacial si una o varias variables son espaciales (Vasco, 2006, p.7)

El pensamiento variacional está relacionado con la modelación, donde se puede esquematisar en varias fases o momentos:

En la primera fase se debe identificar los patrones de variación; lo que cambia y lo que permanece, encontrando los siguientes momentos:

- Creación de un modelo mental
- Echar a andar un modelo
- Comparar los resultados con el proceso de modelación
- Revisión del modelo.

Cuando se tiene un sistema simbólico tecnológico hay los siguientes momentos

- formulación simbólica
- calcular con esa modelación
- comparar los resultados con el proceso de modelo
- reformulación del modelo.

En el primer eje se estableció las condiciones respecto a qué es variación y cómo se lleva a cabo el proceso de covariación, para el segundo eje principal del documento se observaron las situaciones propuestas por Ávila (2011) donde se centra la atención en la “*Guía # 2*” cuyas características son: realizar una actividad en parejas que por medio de una animación en el software Modellus; muestra un carro que hace una trayectoria de un movimiento donde llega a un determinado punto y se devuelve, bajo un movimiento uniformemente acelerado. También solicita a los estudiantes que describa que realiza el carro y las características de este movimiento detalladamente. Conforme se desarrolla la actividad la docente propone algunas preguntas que direccionen la actividad. Posteriormente les solicita observar la modelación y tomar registro mediante tablas de algunos tiempos y distancias recorridas por el carro, para después hacer una representación gráfica del movimiento; de este momento el docente hace preguntas a los estudiantes con relación a lo observado en la gráfica y en la tabla.

Respecto al tercer eje, los Lineamientos Curriculares para Matemáticas (MEN, 1998) presenta el razonamiento matemático como el arte de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión, pasando por diferentes niveles de desarrollo de acuerdo a la edad de los estudiantes; dentro de este proceso de razonamiento los estudiantes deben explicar el paso a paso como se llegan a las conclusiones, justificar los diferentes procedimientos y estrategias en la resolución de problemas, hacer conjeturas y usar conceptos previos para explicar los diferentes hechos, encontrar patrones de las variables, hacer inferencias al

análisis de las situaciones de la vida diaria, explorar el reto en su pensamiento y saber matemático que exigen la manipulación de objetos de medida, materiales y diferentes medios, realizar inferencias a partir diagramas, tablas y gráficas que se recogen de situaciones del mundo real.

Para Villa (2012) la educación matemática en la Educación básica: no es únicamente el manejo de variados sistemas matemáticos conceptuales y simbólicos, sino también el desarrollo de un pensamiento variacional. Este, como su nombre lo indica, pone su acento en el estudio sistemático de la noción de variación en diferentes escenarios de otras ciencias, de la vida cotidiana y de la misma matemática. En particular, la variación implica la covariación y correlación de magnitudes cuantificadas numéricamente”. Respecto al razonamiento covariacional Carlson (citado por Villa, 2012) establece algunas acciones cognitivas para describir como la coordinación de dos cantidades se transforman mientras cada una cambia una con respecto a la otra. Una vez identificada la acción realizada por el estudiante se clasifica en niveles que permiten identificar el razonamiento cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones de tipo dinámico.

A continuación se muestran las cinco acciones mentales, la descripción de cada una y el comportamiento que tiene un estudiante si está realizando una acción:

<b>Acción mental</b>	<b>Descripción de la acción mental</b>	<b>Comportamiento</b>
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g., $y$ cambia con cambios en $x$ )
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los

		incrementos uniformes del valor de entrada
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consciencia de los cambios instantáneos en la razón de cambio para todo el dominio de la función (los puntos de inflexión y la dirección de las concavidades son correctos).

Tabla 1. Acciones mentales del marco conceptual para la covariación. Citada por Villa (tomada de Carlson, 2003, p 128)

## **4. METODOLOGÍA**

### **4.1. POBLACIÓN Y MUESTRA**

La actividad está orientada a un grupo de estudiantes de grado décimo de Educación Media, proveniente del Colegio Colsubsidio Las Mercedes de la localidad de Engativá, en Bogotá D.C. Colombia. Sus edades oscilan entre los 14 a 15 años de estratos socioeconómicos medio y bajo. La prueba se aplica a un curso de 40 estudiantes organizados en grupos cuatro, de los cuales se tendrán en cuenta tres grupos para realizar las descripciones de los razonamientos.

### **4.2. METODOLOGÍA DE APLICACIÓN.**

En el proceso de elaboración de las guías a trabajar se toma como base la “Guía #2” del documento de Ávila (2011) citada anteriormente en el marco teórico, haciendo las siguientes modificaciones de acuerdo a los objetivos planteados en el trabajo:

- El grupo de estudiantes que desarrollo esta actividad fue mayor que la población de aplicación utilizada por Ávila (40:2).
- En vez de entregar la modelación en un Software, los estudiantes hicieron la práctica para luego hacer la modelación.
- Se hicieron preguntas para que los estudiantes realicen el proceso de razonamiento covariacional de la experiencia.

Inicialmente se aplicó una prueba piloto teniendo en cuenta las características mencionadas anteriormente donde se analizó:

- Tipos de preguntas.
- Si la intencionalidad de la pregunta correspondía las respuestas dadas por los estudiantes
- Algunas de las preguntas eran redundantes confundiendo a los estudiantes.
- Ajustar los tiempos de aplicación de cada momento.

- Condicionar los recursos para realizar la experimentación (terreno, carro, instrumentos de medición)

De acuerdo a lo anterior se establece la actividad que consta de cinco momentos donde estarán direccionados por medio de guías de trabajo con la intención de explorar y potenciar el pensamiento variacional, estos están distribuidos de la siguiente manera:

**Primer Momento:** En esta parte los estudiantes experimentan con un carro de impulso; donde toman registro del tiempo y del desplazamiento, a partir de estos valores y del movimiento del carro, los estudiantes contesta la guía correspondiente a este momento. Los grupos toman video y registro escrito del tiempo y distancia del movimiento y contestan algunas preguntas en relación a la experiencia. (Ver Anexo 1)

**Segundo Momento:** Para este momento cada grupo tiene en cuenta las instrucciones de la Guía del segundo momento, debe tomar el video realizado para ser ingresado al programa Tracker de donde se puede observar una tabla con intervalos más pequeños que los tomados de manera manual y la representación gráfica del movimiento, después se hace el ajuste a la gráfica por medio del programa Geogebra para el respectivo análisis donde se establecen relaciones entre tiempos y desplazamientos, además encontrar la coincidencia entre la gráfica realizada manualmente en el paso anterior y la suministrada por el programa. (Ver Anexo 2)

**Tercer Momento:** para éste se lleva a cabo una socialización donde el docente presenta un movimiento de acuerdo un instrumento que direcciona la clase, hace preguntas con relación a la trayectoria del movimiento del carro y las variables que intervienen en el movimiento. (Ver Anexo 3)

**Cuarto Momento:** se presentará el movimiento del rebote de un balón en el software Tracker donde se presentará las tablas del movimiento correspondiente al tiempo y la altura, donde se hace el ajuste a la gráfica por medio de Geogebra, a cada grupo se le entrega una guía de análisis del movimiento. (Ver Anexo 4)

**Quinto Momento:** por último se realizará la socialización de la guía del rebote del balón y la relación que podían encontrar entre la parábola y la lineal recta. (Ver Anexo 5)

### 4.3. METODOLOGÍA DE ANÁLISIS

Para la realizar el análisis de los momentos aplicados en el presente trabajo se hizo el siguiente paso a paso:

- Se escogieron tres grupos aleatoriamente de los cuales se tuvo el seguimiento escrito, audio y/o video.
- Para las evidencias se escanearon algunos apartados del trabajo de los estudiantes y las transcripciones realizadas de cada una de los momentos. (Ver Anexo Descripciones de cada Momento)
- Se hicieron las lecturas de cada uno de los apartados y transcripciones, para clasificar la información, para identificar en qué momentos había razonamiento covariacional.
- Identificados los procesos de razonamiento covariacional se expone la relación con el marco teórico mediante matrices de análisis por cada momento.
- Por último, se establecen regularidades evidenciadas en las matrices de cada momento a modo de conclusiones.

A continuación se presenta la matriz por cada momento realizado:

## 5. ANÁLISIS DE LAS DESCRIPCIONES

Los momentos fueron diseñados de tal manera que se ajustaran a los Lineamientos Curriculares para Matemáticas en lo que se refiere al razonamiento matemático que está estrechamente relacionado con las matemáticas como comunicación, como modelación y como procedimientos dentro del contexto de planteamiento y resolución de problemas (MEN, 1998).

Los estudiantes se comunican al interior de cada uno de los grupos al realizar la experimentación, al poner a prueba sus conocimientos previos en el instante de solucionar las guías. Hacen modelación cuando manipulan los software y los instrumentos de medida, para hacer la recolección de la información, conjeturas y predicciones de las variables que intervienen en el movimiento. Ponen a prueba los conocimientos previos aplicándolos a una situación problema (carro o el balón), determinando la pertinencia de la operación.

### 5.1. ANÁLISIS DEL PRIMER MOMENTO

En este momento, se dieron las indicaciones a los grupos de estudiante para la realización de la actividad, donde dicha actividad correspondía a la trayectoria realizada por un carro de cuerdas y donde ellos a partir de esta actividad, observaban y describían el movimiento; luego se completaba las tablas de acuerdo a los datos suministrados por ellos en la realización del experimento, siguiente a esto se responden preguntas respecto al movimiento del carro y su relación.

Objetivo: Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada.				
Grupo	observación	Acción Mental	ANÁLISIS	EVIDENCIAS
Primer Grupo 1	Parte 1	AM1	Los estudiantes relacionan las variables que interactúan en el movimiento de la trayectoria del carro, dando una interpretación equivocada de la relación entre ellas, de acuerdo a Vasco (2006) realizan una movilización mental de reconocer que hay patrones de variación como es el tiempo, la distancia y la velocidad; es por eso que su acción mental es 1	Anexo 6– Primer Grupo- Parte 1

	Parte 2	AM1	Para este momento los estudiantes se ubican en una Acción Mental 1, ya que pueden reconocer los patrones de variación como lo estipula Vasco(2006) y dando una interpretación a los valores establecidos dentro de la tabla con la gráfica, llegando a un acción mental 1 donde estipula la coordinación del valor de una variable con la otra, de una manera no correcta, pero establece esa acción mental	Anexo 6– Primer Grupo- Parte 2
Primer Momento Grupo 2	Parte 1	AM1	El grupo N°2 alcanza a reconocer las variables que interactúan en el movimiento del carro y hacen una relación de dependencia entre este movimiento con las variable del tiempo, describiendo su movimiento de una forma lineal, pero no alcanza a darle bien el sentido en su relación de las variables, es por eso que llegan a una acción mental 1.	Anexo 6–Segundo Grupo- Parte 1
	Parte 2	AM1 AM3	Para este momento el grupo de estudiantes reconocen las variables y su relación entre ellas, haciendo una comparación entre ellas y llegando al concepto de proporcionalidad y constante entre variables, de esta manera por medio de esta actividad los estudiantes coordinan el valor de una variable con la otra estableciendo de esta manera la acción mental 1 y la acción mental 4 donde consideran los incrementos uniformes de cada valor.	Anexo 6– Segundo Grupo - Parte 2
Primer Grupo 3	Parte 1	AM1	En esta parte el grupo N°3 establece los patrones de variación como la distancia, el tiempo y la velocidad y una relación entre ellas, cumpliendo así una acción mental 1, aunque con un concepto final erróneo entre las variables y su relación, pero con la interpretación y ubicación correcta en la realización de la gráfica y los datos dentro de la tabla.	Anexo 6– Tercer Grupo- Parte 1
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.		Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g.,y cambia con cambios en x)	
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.		Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.	

## 5.2. ANÁLISIS DEL SEGUNDO MOMENTO

Durante este momento se les pide a los grupos de estudiantes que tomaran el video del carro, convirtieran la trayectoria del movimiento del carro en una gráfica de tiempo vs desplazamiento y arrojará los valores en una tabla por medio del programa Tracker, después de esto trasladaran la información al programa Geogebra para el respectivo análisis de la información, todo esto con la guía del docente encargado de la actividad. A partir de la gráfica y las tablas de datos los grupos de estudiantes responden la guía.

Objetivo: Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada.				
Grupo	observación	Acción Mental	ANÁLISIS	EVIDENCIAS
Segundo Grupo 1	Parte 1	AM1 AM2	Los estudiantes reconocen cada una de las variables de desplazamiento y tiempo relacionando en cada trayectoria la distancia recorrida en un intervalo de tiempo, describiendo las variables con un comportamiento constante, esta acción mental equivale a 1 y coordina los cambios de una variable con los cambios de la otra variable, tal como lo describe la acción mental 2.	Ver Anexo 7– Primer Grupo- Parte 1
Segundo Momento Grupo 2	Parte 1	AM1 AM2	Los Estudiantes del grupo N°2 establece a partir de la gráfica y la tabla de datos, el reconocimiento de las variables desplazamiento vs tiempo y la coordinación entre ellas, llegando dar las características del comportamiento que es constante y la relación que conlleva a la velocidad; de esta manera el grupo es capaz de interpretar el concepto de velocidad del móvil en su trayectoria, tomando como punto de partida las acciones mentales AM1, AM2, además cumple con lo estipulado por Vasco (2006) donde identifica los patrones de variación en aquello que cambia o permanece constante llevando a la formulación de la velocidad.	Ver Anexo 7– Segundo Grupo- Parte 1
Segundo Grupo 3	Parte 1	AM3	El grupo N°3 en este momento, puede llegar por medio de la actividad al concepto de la velocidad y esto se da a partir de las variables de distancia y tiempo, y sus respectivas unidades, aquí los estudiantes ve la coordinación del cambio promedio en tener el concepto de la velocidad, y es donde los estudiantes comparan los resultados con la forma de hallar la velocidad.	Ver Anexo 7– Tercer Grupo- Parte 1
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g.,y cambia con cambios en x)		
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.		
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.		

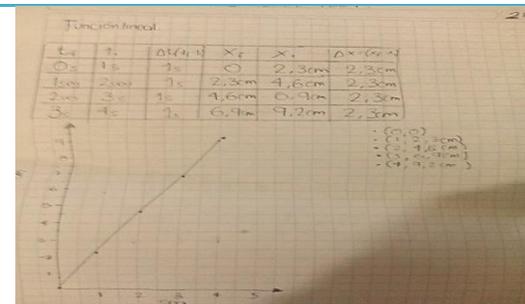
### 5.3. ANÁLISIS TERCER MOMENTO

En este momento se realiza una plenaria general para observa un movimiento propuesto por los docentes, donde se plantea tablas y responde preguntas respecto al movimiento del carro y su relación con la variación. Este tercer momento es dividido en partes de acuerdo a las acciones que realizaron los estudiantes en clase.

<b>Objetivo: Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada.</b>				
Grupos	Acción Mental	ANÁLISIS	EVIDENCIAS	
<b>Tercer momento</b>	Parte 1	AM1	Según Vasco (2006) se está realizando una movilización mental de tal manera que se pueda identificar el cambio ya que los estudiantes llegaron a establecer que el tiempo iba cambiando de a un segundo, mientras que el desplazamiento tenía valores semejantes pero no iguales, aunque identificaron que la diferencia estaba dada en cifras decimales que se aproximaban a un valor específico, que para este caso era diez y seis, realizando la primera acción mental	Anexo 8– Parte 1
	Parte 2	AM3	Para este momento los estudiantes se ubican en una Acción Mental 3 ya que pueden establecer una correlación entre los cambios de una variable con respecto a la otra donde le asignan el nombre de Velocidad que al tener tiempos iguales y distancias iguales afirman tener una velocidad constante. Además llegaron a establecer que si se les duplicaba el tiempo tenía que haber una correspondencia en el desplazamiento, según Villa (2012) los estudiantes están realizando una covariación y correlación entre magnitudes cuantificadas numéricamente.	Anexo 8– Parte 2
	Parte 3	AM4	Para esta parte se lleva a cabo una discusión sobre los datos registrados en la tabla y su respectiva gráfica, llegando a establecer que es una función lineal, que por característica de ésta función debía tener una pendiente que se obtendría de dividir las variables que tenían en la tabla; distancia y tiempo. Al realizar la anterior acción los estudiantes están estableciendo una razón que le van a asignar el nombre de velocidad, donde hicieron la coordinación entre la razón de cambios identificando la función lineal que se ajusta al movimiento realizado e identificando pendientes alcanzando a una Acción Mental 4 según lo descrito por Carlson (citado por Villa, 2012)	Anexo 8– Parte 3

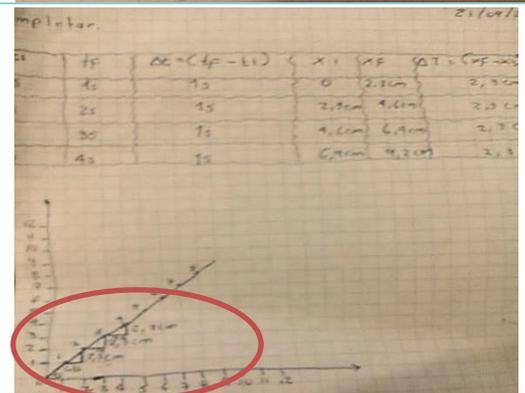
AM1  
AM2

El grupo 1 realiza la Acción Mental 1 y 2 ya que los estudiantes están realizando la identificación de los cambios tanto de distancia como de tiempo plasmados en la tabla y realizan posteriormente su respectiva gráfica, estableciendo las coordenadas de algunos de los puntos de la función. No logra establecer las relaciones entre puntos.



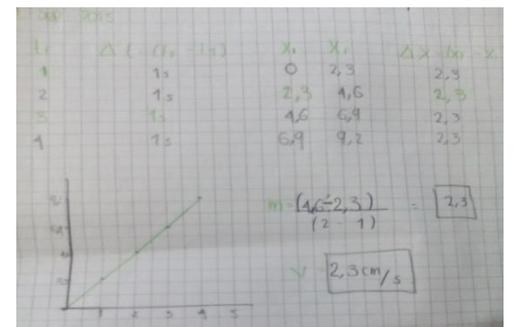
AM1  
AM2  
AM3

El grupo 3 se ubica en una acción mental 1,2 y 3 porque realiza la tabulación, gráfica y además localiza los cambios que hay entre punto y punto de la función (señalizado con el ovalo rojo), determinando un crecimiento con forme me adiciona la misma cantidad entre cada uno de los puntos.



AM1  
AM2  
AM4

El grupo 2 efectúa una acción mental 1,2 y 4 ya que realiza la tabulación, grafica, establece la pendiente (razón= velocidad) y establece la correspondencia con unidades de medida donde pone en evidencia la obtención de la velocidad (cm/s). Haciendo evidente el hecho de la caracterización de las magnitudes que está operando y cuál es el sentido de efectuar la resta entre magnitudes (encontrando el cambio de cada una) y la división entre ellas para el cálculo de la velocidad. No hacen explícitos las relaciones entre las constantes encontrados con la coordinación entre puntos.



Parte 5	<p>AM1 AM2 AM3 AM4</p>	<p>Mediante las preguntas orientadoras, los estudiante lograron ir realizando las diferentes acciones mentales con forme se respondían las preguntas. Para la primera acción mental fue construida mediante la tabulación de la información, posteriormente realizaron una segunda acción al plasmar en la gráfica los valores obtenidos, continuando con la acción 3 establecieron los cambios contantes de las variables y finalizaron con la acción mental 4 al establecer el valor de la razón de cambio que fue de 15. Sin embargo en este último paso dos de los grupos realizaron la correspondencia con las unidades de medida trabajadas.</p>
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g., $y$ cambia con cambios en $x$ )
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los incrementos uniformes del valor de entrada
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consciencia de los cambios instantáneos en la razón de cambio para todo el dominio de la función (los puntos de inflexión y la dirección de las concavidades son correctos.

## 5.4. ANÁLISIS CUARTO MOMENTO

El momento cuatro es desarrollado en grupos, donde se les presenta un video para ser ingresado al software Tracker y Geogebra (según la indicación del docente), luego se desarrolla el instrumento de análisis del movimiento

Objetivo: Describir el movimiento de un balón observado en un video propuesto por el docente.				
Grupo	observación	Acción Mental	ANÁLISIS	EVIDENCIAS
Cuarto Momento Grupo 1	Parte 1	AM1	Los estudiantes desarrollan las acciones mentales 1 establecen los cambios entre el tiempo y la altura, deducen que hay una relación entre la altura y la velocidad de la pelota. Sin embargo, en la primera pregunta sobre el desplazamiento da cuenta del cambio en el tiempo, aunque clarifica en la segunda pregunta donde establece conjeturas respecto a la altura y la velocidad según la información tabulada.	Anexo 9- Primer Grupo– Parte 1
	Parte 2	AM1	Para la segunda parte el grupo se confunde al verbalizar el cambio que está notando en las tablas llegando a realizar una acción mental uno, aunque está estableciendo que hay un cambio en la velocidad con forme se va ganando altura, pero no concreta como es el comportamiento.	Anexo 9- Primer Grupo– Parte 2
	Parte 3	AM1 AM2	En esta parte los estudiantes realizan acciones mentales 1 y 2, debía a que concretan las regularidades observadas en las tablas y gráficas y llegan a establecer un comportamiento para cada una de las variables diciendo que: “mientras aumenta el tiempo disminuye el desplazamiento”. Establece las características de la función lineal y parábola, de esta última menciona la altura máxima, pero no la asocia al movimiento.	Anexo 9- Primer Grupo– Parte 3
Grupo 2	Parte 1	AM1 AM3	El grupo se encuentra en la acción mental 1 y 3, ya que evidencian la cuantificación del cambio realizando la tabla, plasmándolo de manera escrita relacionando con las variables identificadas en el problema estableciendo una relación entre tiempo, desplazamiento, velocidad y aceleración	Anexo 9-Segundo Grupo– Parte 1
	Parte 2	AM1 AM2 AM3	En la primera pregunta no es coherente con lo observado en la tabla. Sin embargo, al continuar con las preguntas y la tabulación de la información el grupo identifico una regularidad en el comportamiento de la función dependiendo de la cantidad de datos de la función, como también la dependencia entre variables y las características de cada una (valores constantes)	Anexo 9-Segundo Grupo– Parte 2

Grupo 3	Parte 3	AM1	Para la tercera parte, se asigna la acción mental 1 porque se confunde y no logran llegar a establecer una relación entre la gráfica de la función lineal y cuadrática, ni las variables de cada una. Establece desde lo observado anteriormente el comportamiento del tiempo, distancia y velocidad.	Anexo 9-Segundo Grupo– Parte 3
	Parte 1	AM1	Los estudiantes realizaron acciones mentales 1, ya que identifica que el tiempo es constante y establece la condicionalidad para el desplazamiento, aunque menciona que hay un decrecimiento no establece rangos o especificación de en qué intervalos o bajo qué condiciones.	Anexo 9- Tercer Grupo– Parte 1
	Parte 2	AM1	Se caracteriza mediante la Acción Mental 1 , porque observa los valores encontrados en la tabla para establecer la regularidad descrita anteriormente pero no establece afirmación relacionando las dos variables.	Anexo 9- Tercer Grupo– Parte 2
	Parte 3	AM1	A pesar que conversan respecto a la gráfica, no llegan a establecer a establecer el valor que representa cada una. Además se identificó una deferencia pero no la cuantifica, ni establece la relación con la gráfica.	Anexo 9- Tercer Grupo– Parte 3
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g.,y cambia con cambios en $x$ )		
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.		
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.		
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los incrementos uniformes del valor de entrada		

## 5.5. ANÁLISIS QUINTO MOMENTO

Se tiene en cuenta las acciones realizadas por los estudiantes en el momento anterior se presenta la socialización de características de la parábola que describe el movimiento y qué relación tiene con la función afín a partir de establecer diferencias entre puntos.

**Objetivo:** Interpretar el concepto de la parábola mediante la socialización, a partir de una serie de ejemplos

Grupo	observación	Acción Mental	ANÁLISIS	EVIDENCIAS
Grupo 1	Parte 1	AM1	Los estudiantes desarrollan las acciones mentales 1 realizan la tabulación de algunos puntos de la función propuesta y establecen un patrón en su diferencia, sin embargo el análisis grafico es incoherente ya que plantean que es una función constate y la mostrada en el ejercicio es función lineal que está dada por la razón entre las diferencias de los puntos.	Anexo 10- Primer Grupo – Parte 1
	Parte 2	AM2 AM3	El grupo logro asociar la gráfica con la parábola, mencionando el comportamiento de descender y a partir de un punto ascender, identifican con las diferencias entre puntos se encuentra un valor reiterativo, pero no puede asociarlo como una razón, sino se limita a enunciar los valores encontrados.	Anexo 10- Primer Grupo – Parte 2
Grupo 2	Parte 1	AM1 AM2 AM3	El grupo se encuentra en la acción mental 1, 2 y 3, ya que evidencian la cuantificación del cambio lo relacionaron con una noción conocida para ellos, en este caso la pendiente y con los valores de las tablas la calculan para posteriormente relacionarla con la gráfica.	Anexo 10- Segundo Grupo – Parte 1
	Parte 2	AM1 AM2 AM3	El grupo identifica características de la función, no solo observando lo que cambia sino también cuando se encuentran valores iguales como lo es la distancia entre puntos respecto al vértice, también que al hacer una revisión entre distancias verticales y horizontales, encuentran que horizontalmente las diferencias son iguales (tiempo) y verticalmente las distancias son diferentes. Por último, con respecto a la función observa que hay un intervalo de decrecimiento y crecimiento.	Anexo 10- Segundo Grupo – Parte 2

Grupo 3	Parte 1	AM1 AM2 AM3	.Los estudiantes identifican que de acuerdo a los valores encontrados en la tabla por intervalos, los pueden asociarlo a una recta teniendo en cuenta que “los valores de tiempo y distancia no varían”	Anexo 10- Tercer Grupo – Parte 1
	Parte 2	AM1 AM2	El grupo establece la caracterización de la parábola, partiendo de asociarla con el altura y la velocidad, enunciando las diferencias con respecto a una línea recta, también menciona que se obtiene los mismo valores pero con diferente signo y la distancia entre cada valor es diferente,	Anexo 10- Tercer Grupo – Parte 2
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.		Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g.,y cambia con cambios en x)	
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.		Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.	
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.		Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.	
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.		Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los incrementos uniformes del valor de entrada	

## 6. CONCLUSIONES

Las situaciones planteadas en el desarrollo del presente trabajo parten del objetivo principal de “*Describir procesos de razonamiento en el desarrollo de situaciones de tipo variacional con estudiantes de grado décimo*”. Estas situaciones que se relacionan con la función lineal y cuadrática a través del uso de la práctica vivencial y experimental con diferentes herramientas de ayuda como lo son: el metro, el cronometro, la cámara, el lápiz, el papel y los respectivos software que se utilizaron para realizar cada una de estas actividades. A partir de esto, se observa los objetivos específicos que se estipulan dentro del presente trabajo, y es de aquí que se plantea tres categorías con relación a las conclusiones: primero las que describen procesos de variación de la función lineal y cuadrática, segundo los razonamientos dados por los estudiantes durante la tabulación y gráfica del movimiento del carro y el balón; y por último clasificar esos razonamientos y relacionarlos con el marco teórico.

Dos nociones que se trabajaron en las actividades para el presente trabajo con el fin de llegar al pensamiento variacional fueron la función lineal y la función cuadrática; es de ahí que las actividades estuvieron relacionadas con movimientos que tuvieran implícitas las nociones; comenzando con la función lineal en el movimiento de un carro, donde fue una actividad realizada y analizada en inicio por los estudiantes de manera manual y después sistemática, luego se hizo una socialización de la experiencia y lo hallado en el desarrollo de una actividad similar elaborada por los docentes encargados; posteriormente se aplicó otra actividad cuyo concepto es la función cuadrática, en el cual se mostró un movimiento efectuado por los docentes encargados para luego ser analizada y socializada por los estudiantes.

De acuerdo a lo anterior se establecen las siguientes conclusiones de cada momento:

- **Primer Momento:** Todos los grupos realizaron la acción de mental uno, que corresponde a la identificación de los patrones de las variables, donde determinaron el cambio entre cada intervalo. En el caso del grupo número dos mencionaron la proporcionalidad entre el desplazamiento y el tiempo, y la independencia entre variables, con esto el grupo alcanza a realizar una acción mental tres.
- **Segundo Momento:** los grupos calcularon los cambios, encontraron un valor constante en la variación de cada intervalo haciendo una relación entre el desplazamiento y el tiempo, con la velocidad. De esta manera en este momento los estudiantes realizaron la acción mental uno que corresponde a la coordinación de los cambios en las dos variables y la acción mental dos al realizar la gráfica y relacionarla con el movimiento del carro para encontrar una dependencia entre las variables y conjeturar una posible velocidad constante.

- Tercer Momento: por medio de la socialización los estudiantes alcanzaron a realizar la aclaración de dudas, que les permitió conjeturar sobre el razonamiento covariacional; en un primer y segundo momento establecen los cambios y para este momento concluyen que éste cambio corresponde a la pendiente y al observar la ecuación de ésta, relacionándola a con sus conceptos previos respecto al cálculo de velocidad encontraron una igualdad. Por lo tanto, permiten coordinar la cantidad y la razón de cambio promedio, de una variable con la otra.
- Cuarto momento: para este momento los grupos establecieron los cambios entre tiempo y altura. El grupo uno y el dos encontraron regularidades al observar las tablas y gráficas, ya que encontraron un comportamiento para cada una de las variables. Al finalizar el momento, sólo el grupo dos alcanza a establecer una acción mental tres ya que ve el comportamiento del movimiento y la dependencia entre variables al identificar una relación entre tiempo, desplazamiento, velocidad y aceleración.
- Quinto Momento: como cierre de la actividad, se hizo una socialización en donde los estudiantes concretaron el cálculo de la razón entre las variables, al tener en cuenta la variación según el movimiento realizado por el balón, logrando así alcanzar una acción mental tres.

Al tener en cuenta el trabajo de los estudiantes en los anteriores momentos se puede concluir con relación a los objetivos:

- En los momentos uno, dos y tres los estudiantes relacionaron el movimiento con la función lineal, sin embargo, no se tuvo en cuenta el instante en el cual se realiza en análisis, ya que algunas de las gráficas suministradas por el software Tracker eran de función afín. En referencia a los momentos cuatro y cinco, se puede evidenciar que el movimiento es cercano a su realidad, sin embargo al analizarlo se les dificulta poder hacer los razonamientos y conjeturas de éste, aunque llegaron a completar las tablas no relacionan los cambios con el movimiento.
- El segundo objetivo que se tuvo en cuenta en el trabajo fue el de seleccionar los razonamientos que se dan durante el proceso de tabular y graficar la trayectoria del movimiento del carro y el balón. Para esto se tuvo que realizar la lectura de las transcripciones y guías realizadas por los estudiantes, se tomaron los apartados donde los estudiantes evidenciaron procesos de razonamiento al comunicar, modelar y realizar procedimientos que les permitiera lograr completar tablas y a partir de ahí realizar su respectiva gráficas.

- En referencia al tercer objetivo respecto a la clasificación de los razonamientos dados por los estudiantes en la solución de situaciones de tipo variacional se observa acciones mentales de razonamiento variacional donde justifican diferentes procedimientos solicitados en las guías para dar solución a un problema; coordinando los patrones de las variables y la relación que hay entre ellas al definir su constancia, proporcionalidad y promedio del cambio. Evidenciadas en el análisis de las situaciones mediante las matrices de acuerdo a los lineamientos curriculares para matemáticas y a las acciones mentales.

## BIBLIOGRAFÍA

AVILA, P. (2011). *Razonamiento covariacional a través de software dinámico. El caso de la variación lineal y cuadrática*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín

Ministerio de Educación Nacional (2007). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. MEN. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

Vasco, C. (2003). *El Pensamiento Variacional y la Modelación Matemática*. XI CIAEM, Brasil.

Villa, A. (2012). *Razonamiento covariacional en el estudio de la funciones cuadráticas*. Universidad de Antioquia. Medellín

# Anexos

# Guías de momentos.

## ANEXO 1. GUÍA DE TRABAJO PRIMER MOMENTO

### PRIMERA PARTE.

**Objetivo:** Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada.

**Materiales:**

- Un carro de impulso
- Un marcador o tiza
- Un cronometro
- Metro

**Procedimiento:**

1. Marque una línea de referencia, y señale algunas marcas de intervalo a medida que pase el auto.
2. Ubique el carro al inicio de la línea de referencia. recta en el señale sobre esa línea algunos tramos con el metro.
3. Impulse el carro y tome los datos suministrados por el cronometro al momento de pasar por cada tramo señalado
4. Grave el video del carro en su trayectoria, siguiendo el carro paso a paso.
5. Tome los datos obtenidos en una hoja
6. Deberá tener al menos cinco marcas después de que el auto pase la línea de referencia

### DESARROLLA

De acuerdo a la anterior experiencia, responde las siguientes preguntas.

- Describa de forma detallada el movimiento del carro y ¿Qué se observa?

---

---

---

---

- ¿Qué variables están involucradas en el movimiento del carro?, y ¿Qué relaciones encuentra entre ellas?

---

---

---

---

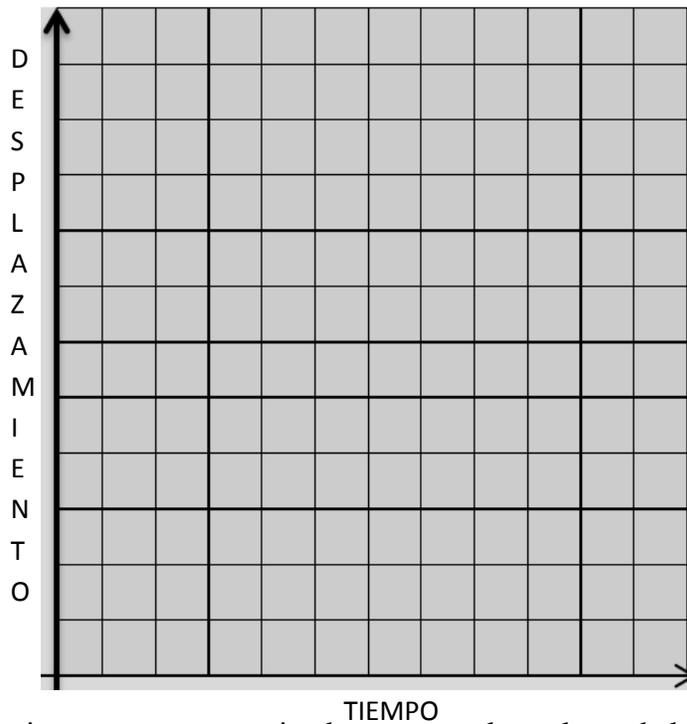
### SEGUNDA PARTE

**Objetivo:** Relacionar los datos obtenidos en el experimento y analizar la información

1. Registra en la siguiente tabla los datos suministrados por el carro y construye una gráfica que represente los valores de la tabla

Tiempo								
Desplazamiento								

### Desplazamiento Vs Tiempo



Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

1. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s				
1s	2s				
2s	3s				
3s	4s				
4s	5s				
5s	6s				
6s	7s				
7s	8s				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

---

¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

---

2. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	2s				
2s	4s				
4s	6s				
6s	8s				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

- 
- 
- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?
- 
- 

3. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 1 segundo, de 2 segundos y de 1,5 segundos de diferencia?
- 
-

## ANEXO 2. GUÍA DE TRABAJO SEGUNDO MOMENTO

### Procedimiento:

Con el video que realizo en la primera parte del trabajo, subirlo al programa tracker con las indicaciones dadas por el maestro y luego traspasar los resultados al geogebra, a partir de ahí conteste las siguientes preguntas

### DESARROLLA

Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

4. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	0,5s				
0,5s	1s				
1s	1,5s				
1,5s	2s				
2s	2,5s				
2,5s	3s				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

---

---

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

---

---

5. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	0,4s				
0,4s	0,8s				
0,8s	1,2s				
1,2s	1,6s				
1,6s	2s				
2s	2,4s				
2,4s	2,8s				
2,8s	3,2				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

---

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

---

---

6. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de la primera tabla y la segunda tabla?

---

---

---

---

---

## ANEXO 3. GUIA TERCER MOMENTO

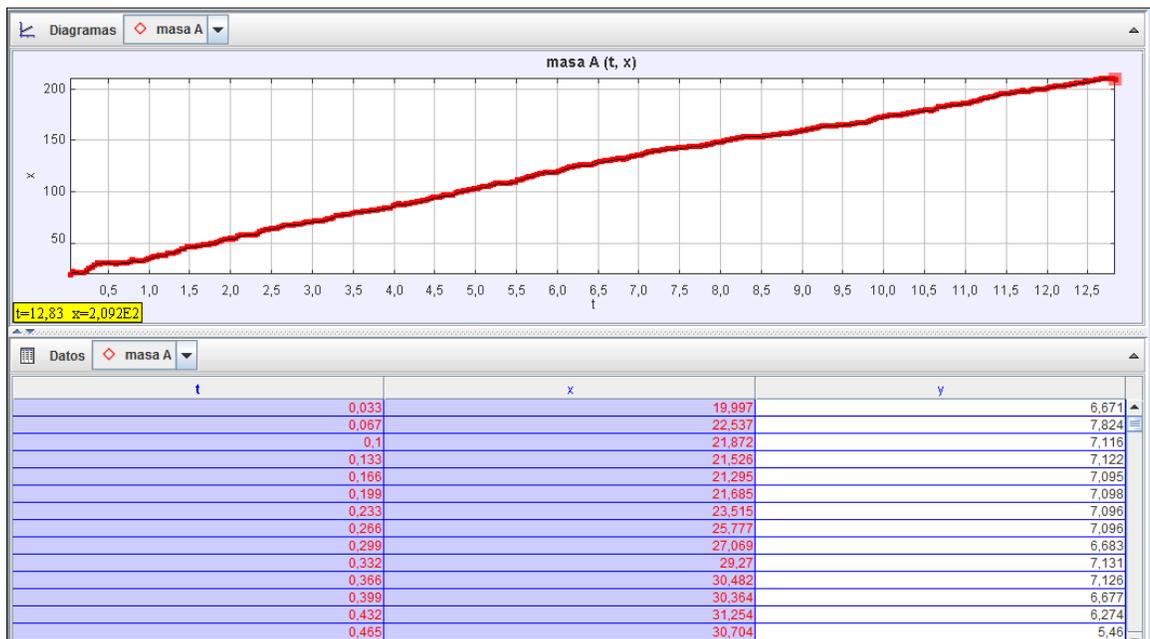
**Objetivo:** Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada por los docentes encargados con los estudiantes

### Materiales:

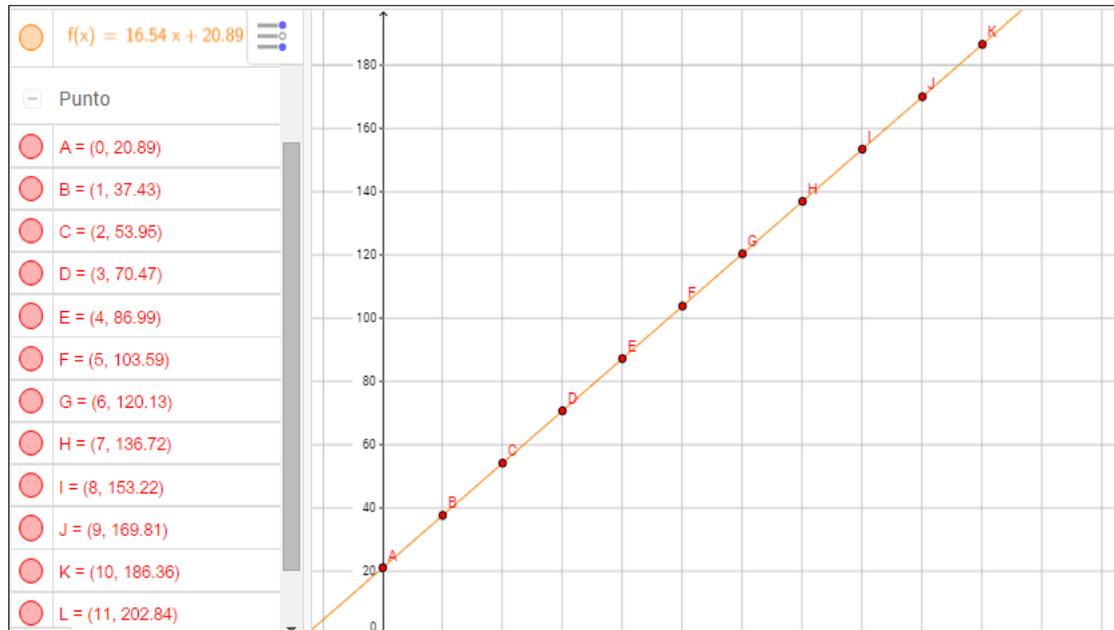
- Un carro de impulso
- Un marcador o tiza
- Un cronometro
- Metro
- Un computador
- Programa Geogebra y Tracker
- Video Beam

**Descripción:** Tomando como guía inicial del primer momento se realizó el mismo experimento, en este caso lo desarrollaron los docentes encargados de la actividad, luego se presentó para la socialización en el siguiente orden

1. Presentación del video del carro
2. Gráfica y datos arrojados por el Tracker.



3. Gráfica en Geogebra para el análisis teniendo en cuenta los datos obtenidos dentro del programa Tracker.



4. Completar la siguiente tabla de acuerdo a los datos obtenidos en la gráfica arrojada por el Geogebra

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s		20,89cm	37,43cm	
1s	2s		37,43cm	53,95cm	
2s	3s		53,95cm	70,47cm	
3s	4s		70,47cm	86,99cm	
4s	5s		86,99cm	103,59cm	
5s	6s		103,59cm	120,13cm	
6s	7s		120,13cm	136,72cm	
7s	8s		136,72cm	153,22cm	
8s	9s		153,22cm	169,81cm	
9s	10s		169,81cm	186,36cm	
10s	11s		186,36cm	202,84 cm	

5. Sección de preguntas de acuerdo al análisis de la tabla y las graficas
- ¿Cuál es el valor de cada intervalo de tiempo? Y ¿Cuál es el valor de cada intervalo del desplazamiento del carro?
6. Completar la siguiente tabla de acuerdo a los datos obtenidos en la gráfica arrojada por el Geogebra

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	2s		20,89cm	53,95cm	
2s	4s		53,95cm	86,99cm	
4s	6s		86,99cm	120,13cm	
6s	8s		120,13cm	153,22cm	
8s	10s		153,22cm	186,36cm	

7. Sección de preguntas de acuerdo a las dos tablas y las gráficas
- ¿Qué podemos decir, con relación al tiempo y al desplazamiento?
  - ¿Qué podemos decir con relación a los resultados de las dos tablas, tanto en el tiempo y el desplazamiento?
  - Las tablas con relación a la gráfica ¿Que podemos decir? ¿qué podemos analizar? Miremos la gráfica, ¿qué tipo de gráfica es?
  - Las preguntas que salen de acuerdo a la discusión
8. Actividad Complementaria. Completar las siguientes dos tablas teniendo en cuenta la forma de proceder de las dos tablas anteriores y realizar la gráfica de tiempo vs desplazamiento de cada una de ellas.

**Tabla 1**

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s				
			2,3 cm		2,3 cm
	3s	1s		6,9 cm	
3s			6,9 cm		

**Tabla 2**

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	0,5s		0cm		
0,5s				15cm	
				22,5cm	
1,5s					7,5cm
		0,5s	30 cm		
2,5s				45 cm	
	4 s		52,5 cm		

9. Sección de preguntas por escrito de acuerdo a las dos últimas tablas y graficas

- ¿Cuál es la variación del tiempo de acuerdo a cada intervalo?
- ¿Cómo es el comportamiento del tiempo?
- ¿Cuál es la variación del desplazamiento de acuerdo a cada intervalo?
- ¿Cómo es el comportamiento del desplazamiento?
- ¿Cuál es la relación entre el tiempo y el desplazamiento?
- ¿Cómo interpreta el valor entre el tiempo vs desplazamiento?

## ANEXO 4. GUIA DE TRABAJO CUARTO MOMENTO

**Objetivo:** Describir el movimiento de la pelota a partir de la experiencia realizada.

**Materiales:**

- Computador
- Video ya realizado de una pelota que forma una parábola
- Programas (Tracker, Geogebra)

**Procedimiento:**

1. Tome el video realizado por los docentes sobre la pelota dando un rebote al tratar de encestar y pasarlos al programa Tracker igual al del primer experimento
2. Tomar esos datos suministrados por el programa Tracker y transferirlo a Geogebra, Una vez enviado esos datos, realice los mismos pasos que hizo en el anterior ejercicio, solo que en este caso tenga en cuenta que el ajuste polinómico es 2 y no 1.
3. Una vez realizado Conteste las siguientes preguntas:

### CONTESTA

Observa el video el video y completa la siguiente tabla

1. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del balón teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
0,3	0,4				
0,4s	0,5s				
0,5s	0,6s				
0,6s	0,7s				
0,7s	0,8s				
0,8s	0,9s				
0,9s	1s				

- ¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

---

---

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?

---

---

2. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
0,3s	0,5s				
0,5s	0,7s				
0,7s	0,9s				
0,9s	1,1s				
1,1s	1,3s				

- ¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

---



---



---

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?

---



---

3. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de en la primera tabla y en la segunda tabla?

---



---

4. Tomando los datos del tiempo final ( $t_f$ ) en cada uno de los intervalos de la primera tabla, con la variación de la altura ( $\Delta y$ ) que corresponde a ese intervalo, forme coordenadas tiempo-Altura ( $t_f, \Delta y$ ) en Geogebra y luego una esos puntos observando la gráfica que les da, y conteste las siguientes preguntas

- ¿Qué relación encuentra entre la línea recta y la parábola?

---



---

- ¿Qué interpretación le da a la diferencia de alturas?

---



---

## ANEXO 5. GUIA DE TRABAJO QUINTO MOMENTO

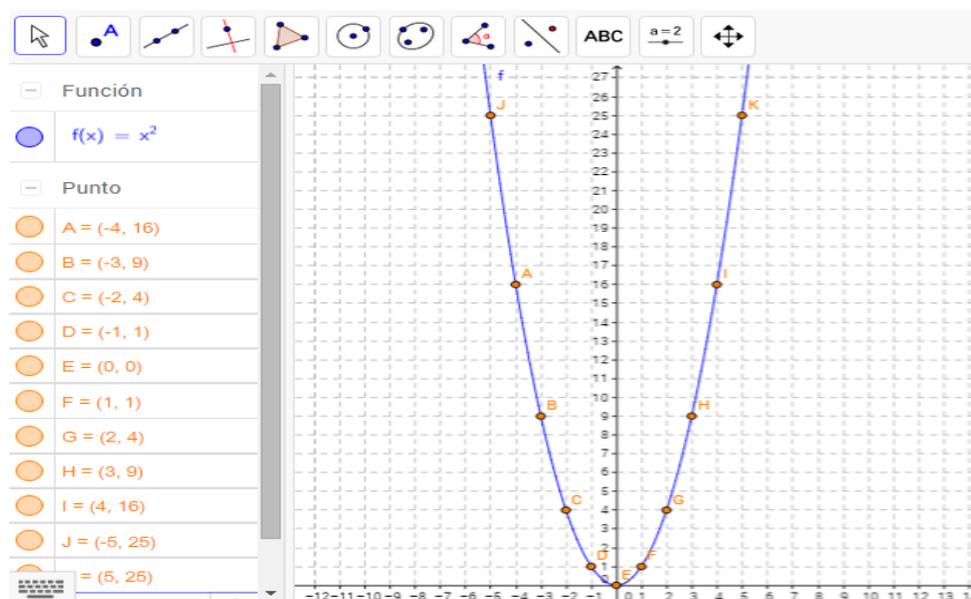
**Objetivo:** Interpretar el concepto de la parábola mediante la socialización, a partir de una serie de ejemplos

**Materiales:**

- Un computador
- Programa Geogebra y Tracker
- Video Beam

**Descripción:** La socialización se presentó por medio de diapositivas, en el cual los grupos de estudiantes desarrollaron la temática, haciendo uso del computador para resolver el paso a paso de la socialización.

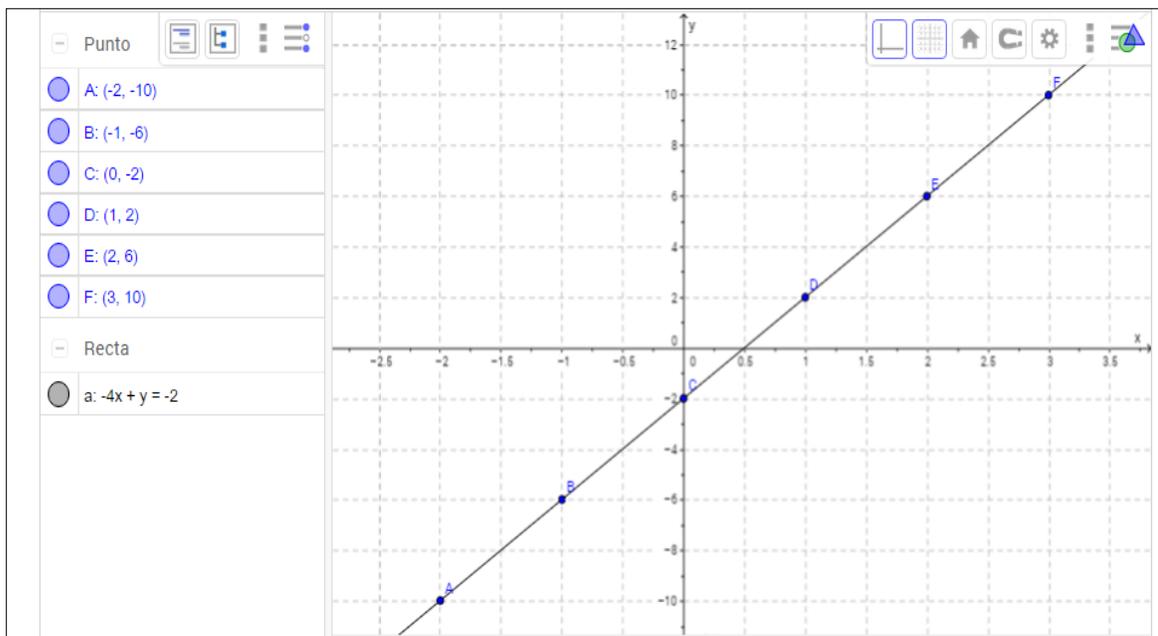
1. Presentación de la parábola  $f(x) = x^2$  por medio del programa geogebra, con ciertos puntos señalados



2. Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta los puntos de la gráfica.

Xi	Xf	(xf-xi)	Yi	Yf	(yf-yi)
-5	-4				
-4					


- A partir de la tabla construye la gráfica en Geogebra teniendo en cuenta el tiempo final  $t_f$  y la variación de la altura  $\Delta y$ , las coordenadas  $(t_f, \Delta y)$
- Sección de preguntas. Teniendo en cuenta la tabla y las gráficas.
  - ¿Que podemos decir acerca de los intervalos? Y con relación a las gráficas  
¿Qué se puede deducir?
- Actividad Complementaria.
  - De acuerdo a la siguiente gráfica



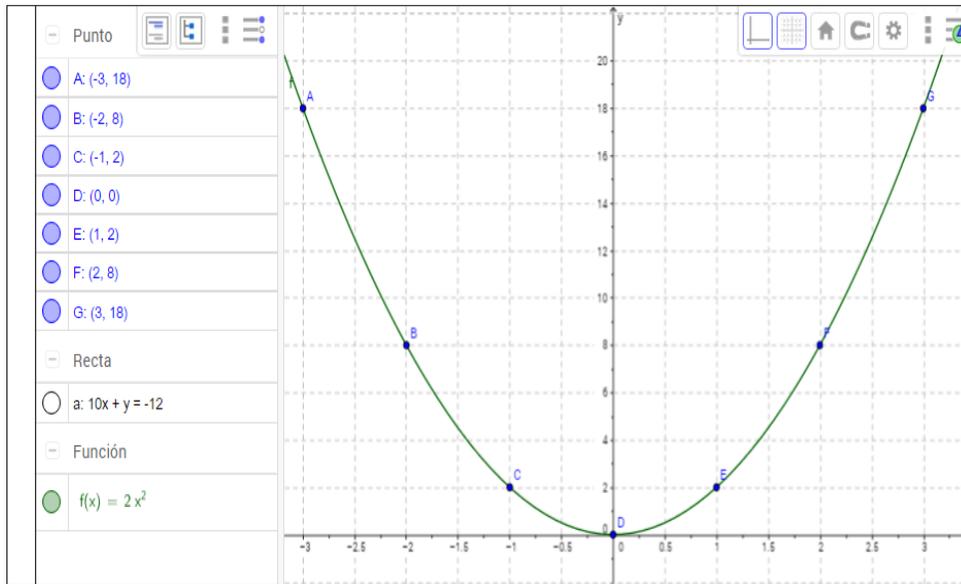
Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$

Preguntas:

- ¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica?:
- De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué?

B. De acuerdo a la siguiente gráfica



Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$

- ¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica?
  - De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué?
- C. Observando las dos tablas
- ¿Qué encontramos de semejanzas entre las dos tablas, con respecto a los puntos de cada gráfica?
  - ¿Qué se puede deducir de esta parábola con la gráfica? (Observe bien los datos y argumente)

# Descripciones de cada Momento

## ANEXO 6. PRIMER MOMENTO

**Objetivo:** Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada.

Descripción: Los docentes encargados de la actividad solicitan una serie de materiales a los estudiantes de grado decimo para la realización de dicho experimento, en esta actividad los estudiantes seguían las indicaciones de acuerdo a los señalado dentro de las guías, cuyo característica se va evidenciar es el movimiento del carro en su respectiva trayectoria.

### Primera Parte: “Realización del experimento”

#### Primer Grupo:

De acuerdo a la anterior experiencia, responde las siguientes preguntas.

<b>Parte 1</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Describa de forma detallada el movimiento del carro y ¿Qué se observa?</li> </ul>
	<p>El carro inicia con una velocidad inicial en cero, llevaba un impulso, cada que vez aumentaba el tiempo, disminuía su velocidad; su desplazamiento no se veía recto y al final del recorrido se desvió del recorrido.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué variables están involucradas en el movimiento del carro?, y ¿Qué relaciones encuentra entre ellas?</li> </ul> <p>Las variables son distancia, tiempo y velocidad. Se relaciona con que a mayor distancia, menor velocidad, pero mayor tiempo.</p>

#### Segunda parte:

**Objetivo:** Relacionar los datos obtenidos en el experimento y analizar la información

Se le entrega a cada grupo una guía con las siguientes preguntas relacionadas, la cual contestaron:

<b>Parte 2</b>	<p>1. Registra en la siguiente tabla los datos suministrados por el carro y construye una gráfica que represente los valores de la tabla</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Tiempo</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>Desplazamiento</td> <td>0</td> <td>90 cm</td> <td>150 cm</td> <td>183 cm</td> <td>230 cm</td> </tr> </table>	Tiempo	0	1	2	3	4	Desplazamiento	0	90 cm	150 cm	183 cm	230 cm
	Tiempo	0	1	2	3	4							
Desplazamiento	0	90 cm	150 cm	183 cm	230 cm								

Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

**Parte 2**

2. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

siguientes intervalos de tiempo:					
$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s	1	0	90cm	90
1s	2s	1	90	150	60
2s	3s	1	150	183	33
3s	4s	1	183	230	47
4s	5s	1	—	—	—
5s	6s	—	—	—	—
6s	7s	—	—	—	—
7s	8s	—	—	—	—

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo? Entre cada intervalo 0s – 1s, se desplaza 90, de 1 s a 2s 60 s, de 2s a 3s se desplaza 33 y de 3s a 4s se desplaza 47 s.

**Parte 2**

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

En cada uno de los intervalos de 1 segundo este va disminuyendo la distancia.

3. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	2s	2 seg	0	150	150
2s	4s	2 seg.	150	230cm	80
4s	6s	—	—	—	—
6s	8s	—	—	—	—

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

En cada intervalo 0s – 2s se desplaza 150 cm y 2s a 4s se desplaza 80cm

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

En cada uno de los intervalos de 2 segundos, este disminuye significativamente su distancia.

4. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 1 segundo, de 2 segundos de diferencia?

La relación de los resultados fue que a medida en que disminuía su desplazamiento el tiempo aumentaba.

## Segundo Grupo:

### Primer Parte: “Realización del experimento”

**Parte 1**

- Describa de forma detallada el movimiento del carro y ¿Qué se observa? El movimiento del carro es lineal, la velocidad es dependiente del tiempo, la superficie no era toda lisa.
- ¿Qué variables están involucradas en el movimiento del carro?, y ¿Qué relaciones encuentra entre ellas? Tiempo, distancia, desplazamiento y velocidad.

### Segunda parte:

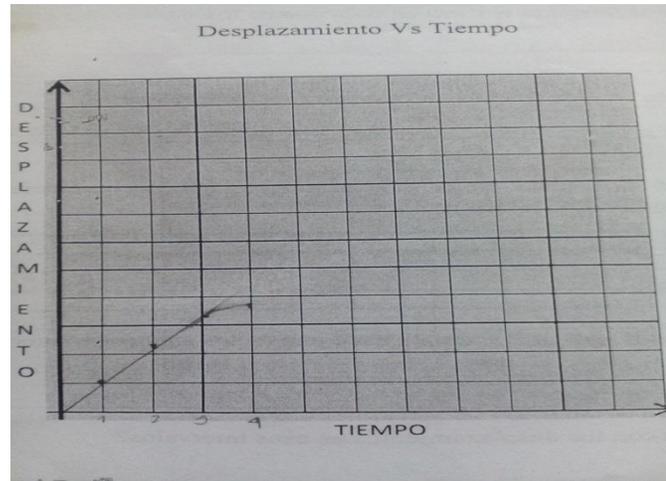
**Objetivo:** Relacionar los datos obtenidos en el experimento y analizar la información

Se le entrega a cada grupo una guía con las siguientes preguntas relacionadas, la cual contestaron:

Parte 2

1. Registra en la siguiente tabla los datos suministrados por el carro y construye una gráfica que represente los valores de la tabla

Tiempo	1	2	3	4
Desplazamiento	1m	2,20m	3,10m	3,50m



2. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

Parte 2

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s	1 - 0 = 1	0	1	1 - 0 = 1
1s	2s	2 - 1 = 1	1	2,20	2,20 - 1 = 1,20
2s	3s	3 - 2 = 1	2,20	3,10	3,10 - 2,20 = 0,9
3s	4s	4 - 3 = 1	3,10	3,50	3,50 - 3,10 = 0,4
4s	5s				
5s	6s				
6s	7s				
7s	8s				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?  
Se presenta casi una proporción en sus intervalos
- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

Aumenta hasta el segundo intervalo, luego disminuye conforme sigue el tiempo, mostrando una proporción casi igual.

3. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	2s	2 - 0 = 2	0	2,20	2,20 - 0 = 2,20
2s	4s	4 - 2 = 2	2,20	3,50	3,50 - 2,20 = 1,3
4s	6s				
6s	8s				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

El carro no se desplaza de una manera proporcional

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

Vemos que el desplazamiento no es igual a pesar de que en la gráfica se ve una constancia

4. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 1 segundo, de 2 segundos de diferencia?

La relación que se puede visualizar observando la gráfica es que hay una constancia ya que nos da una recta, en cuanto no se ve que sean iguales los valores, puede ser por tomar los datos manualmente.

## Tercer Grupo

### Primera Parte: “Realización del experimento”

Parte 1	De acuerdo a la anterior experiencia, responde las siguientes preguntas.
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Describa de forma detallada el movimiento del carro y ¿Qué se observa?</li></ul> Se puede observar que en determinado tiempo se puede alcanzar ciertas longitudes de medida. <ul style="list-style-type: none"><li>• ¿Qué variables están involucradas en el movimiento del carro?, y ¿Qué relaciones encuentra entre ellas?</li></ul> Tiempo, velocidad y distancia. Que entre mayor tiempo mayor distancia y menor velocidad.

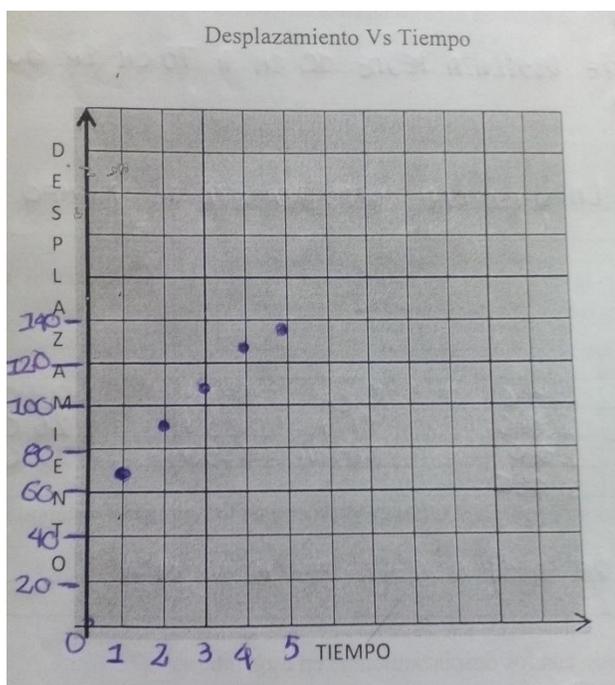
### Segunda parte:

**Objetivo:** Relacionar los datos obtenidos en el experimento y analizar la información

Se le entrega a cada grupo una guía con las siguientes preguntas relacionadas, la cual contestaron:

1. Registra en la siguiente tabla los datos suministrados por el carro y construye una gráfica que represente los valores de la tabla

Tiempo	1s	2s	3s	4s	5s
Desplazamiento	75cm	99cm	115cm	125cm	135cm



Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

2. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s	1 SEG	0 CM	75 CM	75 CM
1s	2s	1 SEG	75 CM	99 CM	24 CM
2s	3s	1 SEG	99 CM	115 CM	16 CM
3s	4s	1 SEG	115 CM	125 CM	10 CM
4s	5s	1 SEG	125 CM	135 CM	10 CM
5s	6s				
6s	7s				
7s	8s				

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?  
El carro se desplaza de 10 cm a 75 cm en sus intervalos

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?  
Disminuye la velocidad pero aumenta el tiempo

3. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	2s	2 SEG	0 CM	99 CM	99 CM
2s	4s	2 SEG	99 CM	125 CM	26 CM
4s	6s	2 SEG	125 CM	135 CM	10 CM
6s	8s	2 SEG			

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

El carro se desplaza de 10cm a 99cm

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?

La velocidad disminuye conforme pasa el tiempo y aumenta la distancia

4. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 1 segundo, de 2 segundos de diferencia?

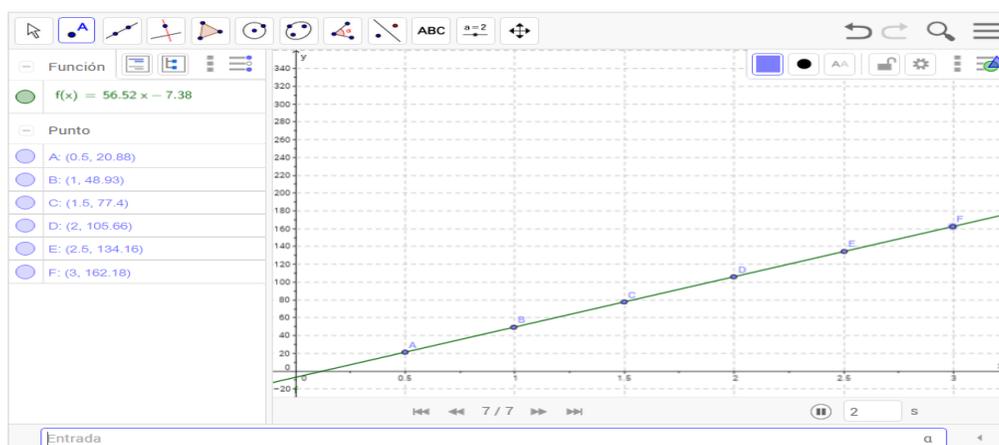
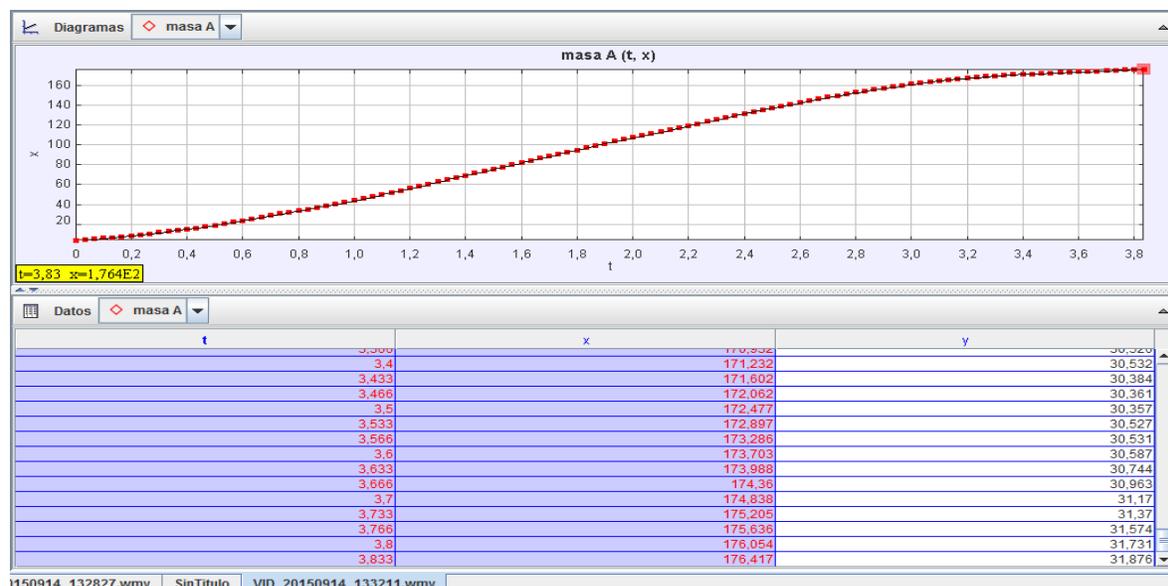
De acuerdo a los desplazamientos puede variar el tiempo.

## ANEXO 7. SEGUNDO MOMENTO

### Primer Grupo:

#### Tercera Parte

Con el video realizado en el primer momento, los estudiantes lo convirtieron en el programa Tracker y luego en el Geogebra hicieron el ajuste Polinómico del cual sale una recta. A partir de estos datos y la gráfica, analice:



1. ¿Qué similitudes o diferencias encuentra en la tabla que hiciste y en la que arroja el programa?

El programa arroja datos más precisos con relación al tiempo y la distancia  
Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

<b>Parte 1</b>	A. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
	0s	0,5s	0,5		20,88	
	0,5s	1s	0,5	20,88	48,93	28,05
	1s	5s	0,5	48,93	77,4	28,47
	1,5s	2s	0,5	77,4	105,66	28,26
	2s	2,5s	0,5	105,66	134,16	28,5
	2,5s	3s	0,5	134,16	162,18	28,02
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo? El desplazamiento es de aproximadamente 28 cm por cada trayecto de tiempo o sea de 0,5 segundos cada intervalo de tiempo.</li> <li>¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos? Entre los intervalos se ve que hay un desplazamiento más constante, y los valores no son exactos porque creemos que es debido a que el piso no es liso</li> </ul>						
<b>Parte 1</b>	B. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
	0s	0,4s	0,4 s		15,23	
	0,4s	0,8s	0,4 s	15,23	37,84	22,61
	0,8s	1,2s	0,4 s	37, 4	60,44	22,6
	1,2s	1,6s	0,4 s	60,44	83,17	22,73
	1,6s	2s	0,4 s	83,17	105,66	22,49
	2s	2,4s	0,4 s	105,66	128,07	22,41
	2,4s	2,8s	0,4 s	128,07	150,9	22,83
	2,8s	3,2	0,4 s	150,9	173,48	22,58

**Parte 1**

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?  
Al igual que al anterior punto el desplazamiento es casi igual, con valores todos de 22 centímetros en cada intervalo, en el tiempo si se ve contante con el mismo valor que es 0,4 segundos
- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?  
Que al igual que el punto anterior los desplazamientos son constantes, pues se tiene en cuenta que no son exactos porque el piso no es liso

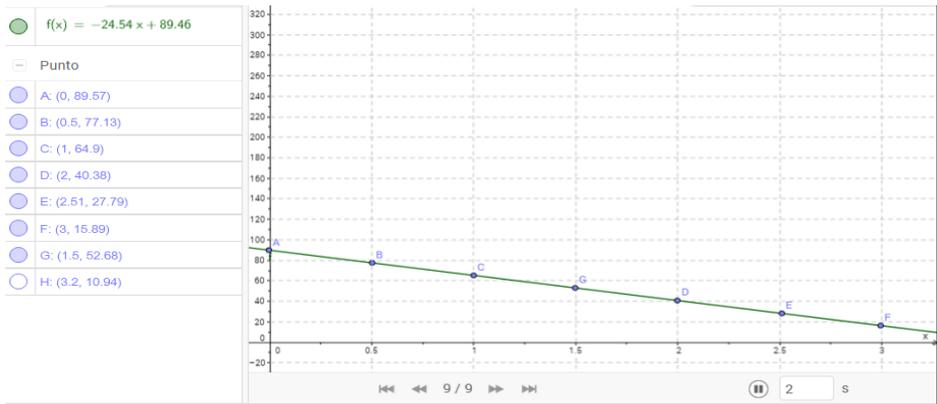
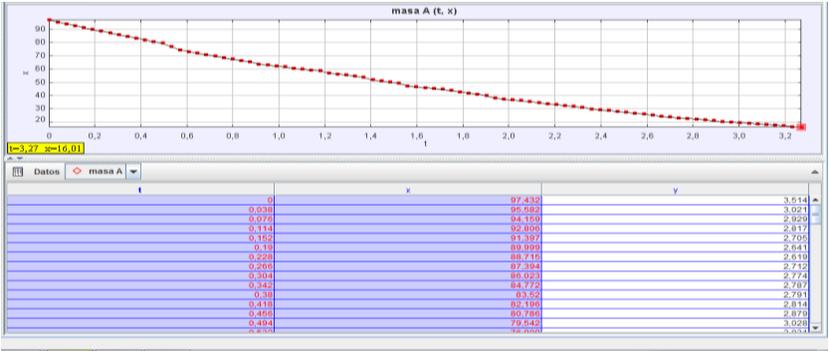
A. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 0,5 segundo y 0,4 segundo de diferencia? Y en relación a la gráfica ¿Qué se puede deducir?

De acuerdo los datos obtenidos, se llega a la conclusión de que el recorrido es constante, que no es exactamente constante por que el piso no es liso y en relación a la gráfica se deduce que cada desplazamiento que transcurre en un intervalo de tiempo es constante y por eso la gráfica es una línea recta, porque se mantiene el valor.

**Segundo Grupo:**

**Tercera Parte**

Con el video realizado en el primer momento, los estudiantes lo convirtieron en el programa tracker y luego en el geogebra hicieron el ajuste polinomico del cual sale una recta. A partir de estos datos y la gráfica, analice:



1. ¿Qué similitudes o diferencias encuentra en la tabla que hiciste y en la que arroja el programa?

Las diferencias que encontramos con las gráficas es que al grabar en sentido contrario de derecha a izquierda, el sistema arroja la gráfica en este sentido

Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

<b>Parte 1</b>	A. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
	0s	0,5s	0,5	89,57	77,13	-12,44
	0,5s	1s	0,5	77,13	64,9	-12,23
	1s	1,5s	0,5	64,9	52,68	-12,22
	1,5s	2s	0,5	52,68	40,38	-12,3
	2s	2,5s	0,5	40,38	27,79	-12,59
	2,5s	3s	0,5	27,79	15,89	-11,9
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo? A medida que transcurre el carro la velocidad se va hallando, teniendo en cuenta la relación entre la distancia y el tiempo, donde cada una de ellas son constante, tanto el tiempo como la distancia.</li> <li>• ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos? Hay un poco de variación, esto debido a que el piso es de cemento y tiene cositas que los hace cambiar y dar esos datos, pero los desplazamientos nos va formando una constante que nos lleva a la velocidad.</li> </ul>						

**Parte 1**

B. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	0,4s	0,4 s	89,57	79,55	-10,02
0,4s	0,8s	0,4 s	79,55	69,64	-9,91
0,8s	1,2s	0,4 s	69,64	59,95	-9,69
1,2s	1,6s	0,4 s	59,95	50,2	-9,75
1,6s	2s	0,4 s	50,2	40,38	-9,82
2s	2,4s	0,4 s	40,38	30,54	-9,84
2,4s	2,8s	0,4 s	30,54	20,75	-9,79
2,8s	3,2	0,4 s	20,75	10,94	-9,81

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?  
El desplazamiento se trata de mantener constante con un valor de 9cm, no es preciso por la misma característica que el piso no es completamente liso, pero demuestra una constancia en la el desplazamiento y en el tiempo
- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?  
Que sigue manteniendo la velocidad constante, porque al aplicar la fórmula de velocidad que es igual a distancia dividida en tiempo, nos da una constancia en la velocidad.

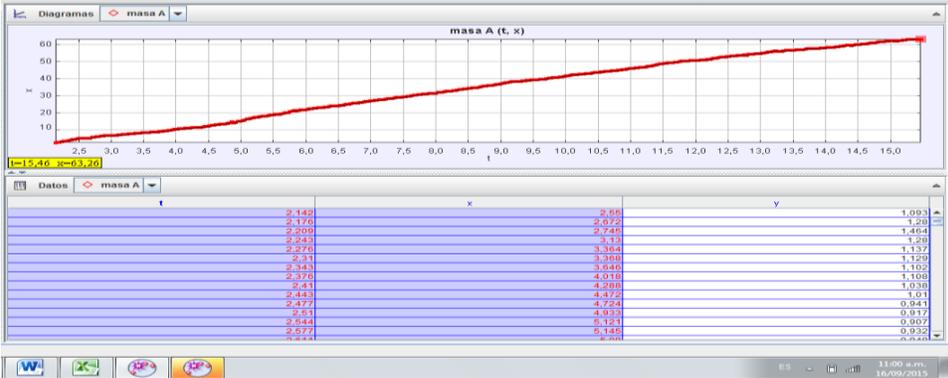
C. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 0,5 segundo y 0,4 segundo de diferencia? Y en relación a la gráfica ¿Qué se puede deducir?

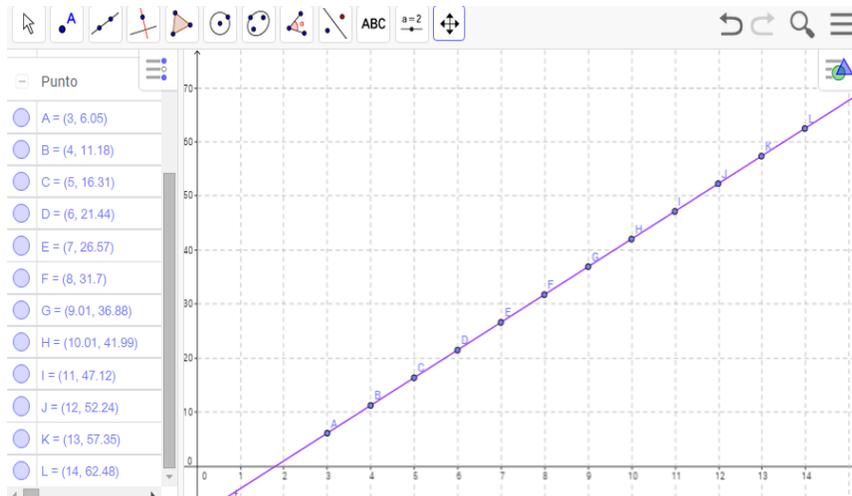
Que si las distancia y el tiempo son constante, nos da una linea recta y la velocidad tambien nos da constante.

**Tercer Grupo**

**Tercera Parte**

Con el video realizado en el primer momento, los estudiantes lo convirtieron en el programa tracker y luego en el geogebra hicieron el ajuste polinomico del cual sale una recta. A partir de estos datos y la gráfica, analice:





1. ¿Qué similitudes o diferencias encuentra en la tabla que hiciste y en la que arroja el programa?

En similitudes podemos encontrar que también tenemos datos tanto en distancia como en el tiempo y diferencias que los datos obtenidos por el programa son más precisos y concretos. Conteste las siguientes preguntas teniendo en cuenta los valores de la tabla y la gráfica.

- A. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
3s	4s	1s	6,05	11,18	5,13cm
4s	5s	1s	11,18	16,31	5,13cm
5s	6s	1s	16,31	21,44	5,13cm
6s	7s	1s	21,44	26,57	5,13cm
7s	8s	1s	26,57	31,7	5,13cm
8s	9s	1s	31,7	36,88	5,13cm
9s	10s	1s	36,88	41,99	5,13cm
10s	11s	1s	41,99	47 12	5,13cm
11s	12s	1s	47,12	52,24	5,13cm
12s	13s	1s	52,24	57,35	5,13cm
13s	14s	1s	57,35	62,48	5,13cm

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo? Que el carro en cada uno de los intervalos el valor es 5,13cm y su tiempo en 1 segundo

Parte 1

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?  
A medida que el carro avanza el tiempo y la distancia es constante
- B. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
3s	5s	2s	6,05	16,31	10,26cm
5s	7s	2s	16,31	26,57	10,26cm
7s	9s	2s	26,57	36,88	10,26cm
9s	11s	2s	36,88	47,12	10,26cm
11s	13s	2	47,12	57,35	10,26cm

- ¿Qué tanto se desplaza el carro en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?  
Que las distancias es igual a 10,26 cm en cada intervalo y el tiempo se duplica a 2 segundos, al igual que la distancia se duplica

- ¿Qué sucede con los desplazamientos en esos intervalos?  
Que se mantiene las distancias y el tiempo con el mismo número de una forma constante

C. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de 0,5 segundo y 0,4 segundo de diferencia? Y en relación a la gráfica ¿Qué se puede deducir?

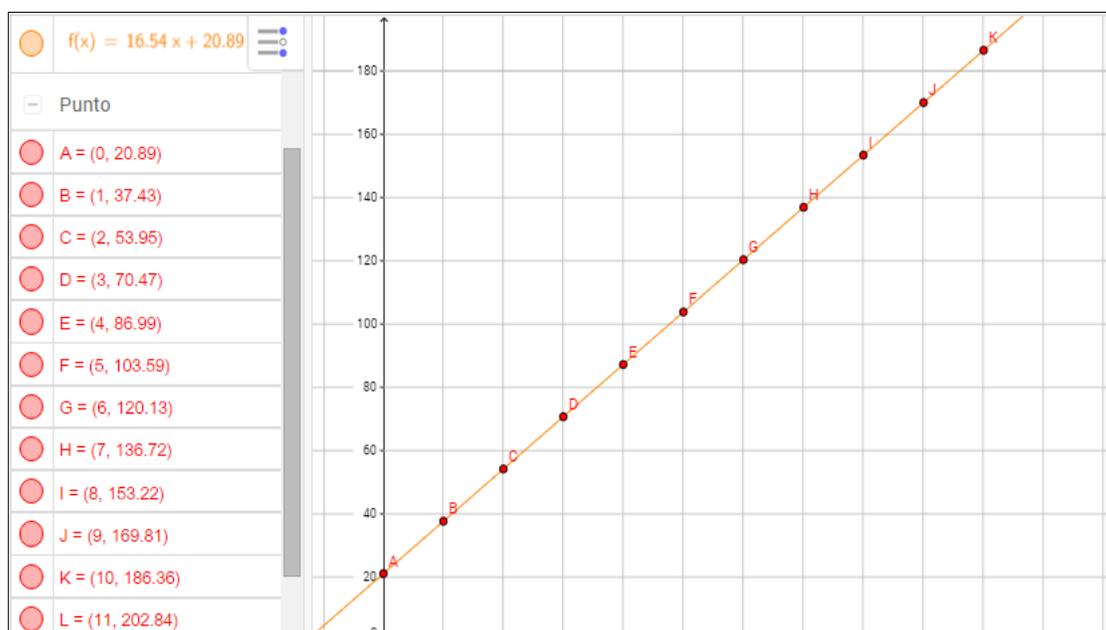
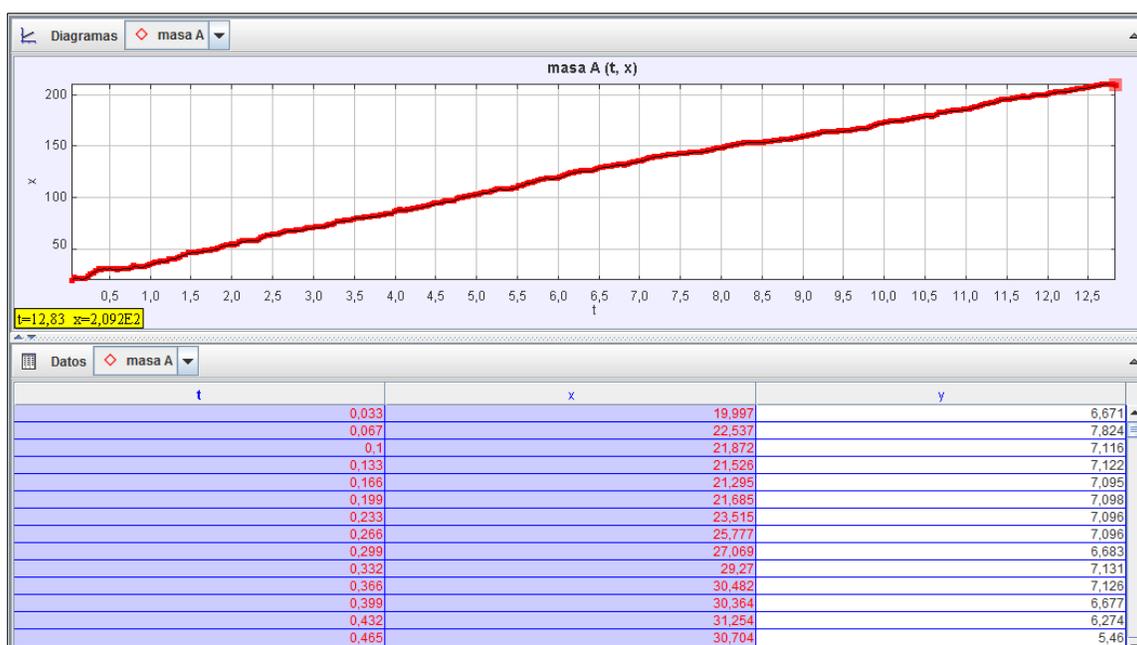
La interpretación que se genera es la velocidad porque es la relación que existe entre distancia y tiempo (velocidad = cm/s)

## ANEXO 8. TERCER MOMENTO

**Objetivo:** Describir el movimiento del carro a partir de la experiencia realizada.

Descripción:

Los docentes encargados de la actividad, realizan el mismo experimento que los estudiantes, tomando un carro y haciendo las medidas correspondientes, teniendo las mismas indicaciones que se les dio a los estudiantes y el resultado fue lo siguiente, esta actividad se hizo en forma de presentación por medio de diapositivas



El docente explica a los estudiantes que al igual que ellos se hizo el mismo proceso y que estos fueron los resultados:

**Docente:** Hola estudiantes, hasta el momento hemos realizado un proceso de experimentación y exploración y análisis, experimento que nos ha llevado a tener unos datos y que a partir de dicha información se ha podido llegar a unos conceptos; ahora les voy a pedir que teniendo en cuenta la información suministrada, vamos a completar la siguiente tabla:

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s		20,89cm	37,43cm	
1s	2s		37,43cm	53,95cm	
2s	3s		53,95cm	70,47cm	
3s	4s		70,47cm	86,99cm	
4s	5s		86,99cm	103,59cm	
5s	6s		103,59cm	120,13cm	
6s	7s		120,13cm	136,72cm	
7s	8s		136,72cm	153,22cm	
8s	9s		153,22cm	169,81cm	
9s	10s		169,81cm	186,36cm	
10s	11s		186,36cm	202,84 cm	

**Descripción:** Los estudiantes empezaron a restar y sacar los resultados, y rápidamente todos empezaban a decir que los tiempos era de un segundo la diferencia, con relación a los desplazamientos empezaron a ver que los resultados eran iguales.

<b>Parte 1</b>	<p><b>Docente:</b> ¿Cuál es el valor de cada intervalo de tiempo? Y ¿Cuál es el valor de cada intervalo del desplazamiento del carro?</p> <p><b>Integrante de grupo1:</b> “El valor que nos da en segundo es el mismo, que es 1 segundo, mientras que el de desplazamiento no es igual exactamente por los números después de la coma, pero es casi igual, porque siempre el mismo número que es 16, y pienso que al igual que nosotros el piso no era liso y por eso esas diferencias, pero es casi igual.”</p> <p><b>Integrante de grupo3:</b> “estoy de acuerdo es igual y esos números demás no me altera mucho, es por eso que es igual el tiempo y el desplazamiento en cada intervalo. “</p>
----------------	---

**Docente:** Bueno ahora que ya llenamos la primera tabla de acuerdo a los datos del carro, les voy a pedir que llenemos la segunda tabla

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	2s		20,89cm	53,95cm	
2s	4s		53,95cm	86,99cm	
4s	6s		86,99cm	120,13cm	
6s	8s		120,13cm	153,22cm	
8s	10s		153,22cm	186,36cm	

**Descripción:** Al igual que el anterior punto los estudiantes empezaron a usar sus calculadoras y sacaron los datos.

<b>Parte 2</b>	<p><b>Docente:</b> Bueno, ya que hemos hechos las restas, ¿Qué podemos decir, con relación al tiempo y al desplazamiento?</p> <p><b>Integrante de grupo1:</b> “Que el tiempo nos da 2 segundos y la distancia 33 centímetros”</p> <p><b>Integrante de grupo4:</b> “Que es lo mismo las dos tablas, porque es lógico que son los mismo datos”</p> <p><b>Docente:</b> ¿Qué podemos decir con relación a los resultados de las dos tablas, tanto en el tiempo y el desplazamiento?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “que en las dos tabla profe, el tiempo es el mismo y la distancia es el mismo, se produce una constate en el tiempo y en la distancia, y si son constantes, entonces eso es igual a la velocidad, quiere decir que también la velocidad es constante”</p> <p><b>Integrante de grupo5:</b> “Si profe, igual que él, son constantes, ósea que no varía el número, porque es el mismo para el tiempo y la distancia del carro”</p> <p><b>Integrante de grupo1:</b> “profe que son iguales y también que en la segunda tabla se ve que se duplica el tiempo, porque por ejemplo en la primera tabla es 1 segundo y en la segunda son dos segundos, y también pasa lo mismo con la distancia, se ve que se duplica”</p> <p><b>Integrante de grupo4:</b> “si se duplica, pero con los mismos números, en el mismo carro”</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “esto quiere decir que si se duplica el tiempo, se duplica la distancia, porque son constantes”</p>
----------------	--

**Docente:** Bueno y estas tablas con relación a la gráfica ¿Que podemos decir?

**Descripción:** Pasa unos minutos en silencio

<b>Parte 3</b>	<p><b>Docente:</b> Entonces ¿qué podemos decir?, ¿qué podemos analizar? Miremos la gráfica, ¿qué tipo de gráfica es?</p> <p><b>Integrante de grupo3:</b> “es una línea recta profe”</p> <p><b>Integrante de grupo1:</b> “si profe es una línea recta”</p> <p><b>Docente:</b> Pero que podemos decir con respecto a la línea recta, ¿qué tipo de función es? y ¿cómo lo relacionamos con los datos de las tablas?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “es una función lineal, y la distancia es constante y el tiempo es constante, por eso nos da una línea recta”</p> <p><b>Integrante grupo1:</b> “Que si la distancia es igual y el tiempo es igual, no da una recta”</p> <p><b>Docente:</b> Ok, bien, ¿Qué más podemos decir? ¿Qué característica tiene la función lineal?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “que si es una línea recta y es una función lineal, entonces hay una pendiente, porque la línea recta tiene pendiente”</p> <p><b>Docente:</b> Ok, bien y ¿Qué es la pendiente de una recta?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “la pendiente es la inclinación que tiene una recta, y se halla de dividiendo el eje y sobre el eje x</p> <p><b>Docente:</b> exactamente ¿cómo?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “la pendiente creo que si no mal recuerdo se halla <math>y_2 - y_1 / x_2 - x_1</math>”</p> <p><b>Docente:</b> Ok, bien. Y ¿cómo relacionamos esa información con los datos que nosotros tenemos?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “pues eso se parece a como se halla velocidad, porque el eje y, va hacer el desplazamiento y el eje x va hacer el tiempo”</p> <p><b>Docente:</b> entonces, ¿Qué podemos decir?</p> <p><b>Integrante de grupo2:</b> “que la velocidad se halla igual que la pendiente”</p>
----------------	---

**Docente:** Ok, perfecto, la velocidad es igual que la pendiente, de acuerdo a la conclusión que llego la compañera. Bueno, ahora vamos a completar las dos siguientes tablas, y a partir de ahí hacemos la gráfica dentro del plano cartesiano, cada grupo la hace en su propia hoja y después lo socializamos:

**Tabla 1**

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	1s				
			2,3 cm		2,3 cm
	3s	1s		6,9 cm	
3s			6,9 cm		

**Tabla 2**

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$X_i$	$X_f$	$\Delta X = (X_f - X_i)$
0s	0,5s		0cm		

0,5s				15cm	
				22,5cm	
1,5s					7,5cm
		0,5s	30 cm		
2,5s				45 cm	
	4 s		52,5 cm		

**Descripción:** Cada grupo hace en su hoja, completando la información, entre ellos tenemos:

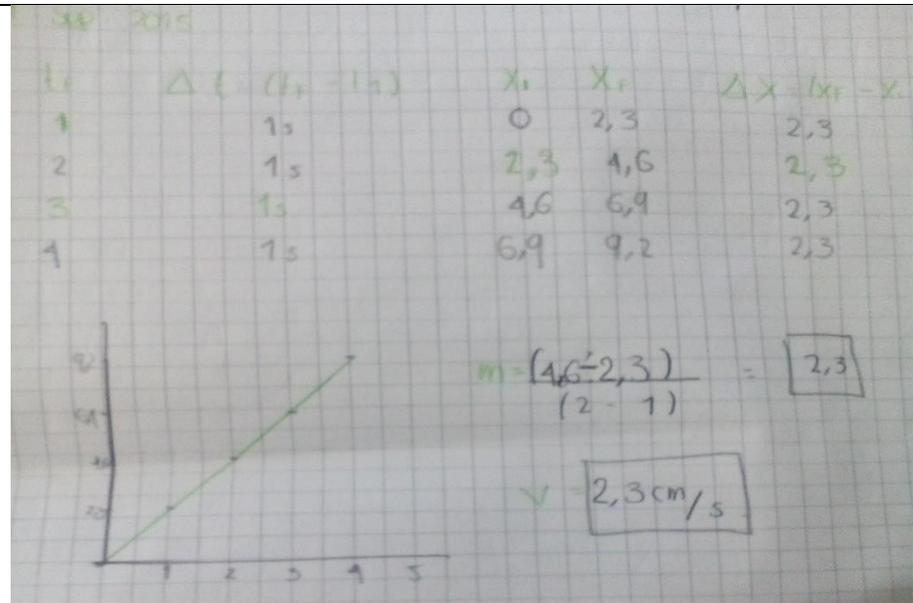
**Grupo1**

Función lineal.

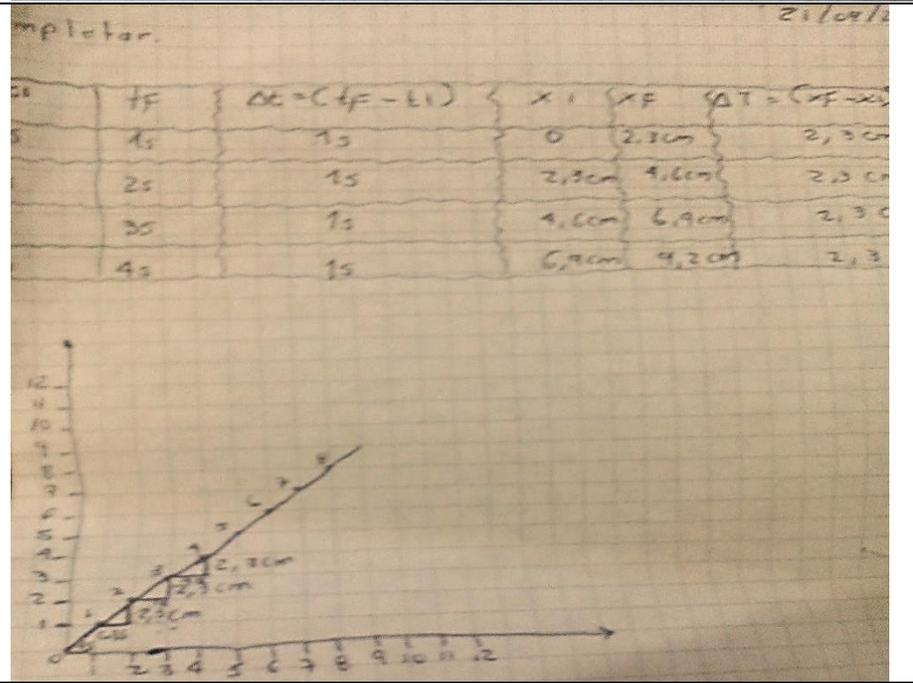
$t_i$	$t_j$	$\Delta t = (t_j - t_i)$	$X_i$	$X_j$	$\Delta x = (X_j - X_i)$
0s	1s	1s	0	2,3cm	2,3cm
1s	2s	1s	2,3cm	4,6cm	2,3cm
2s	3s	1s	4,6cm	6,9cm	2,3cm
3s	4s	1s	6,9cm	9,2cm	2,3cm

- (0, 0)
- (1, 2,3cm)
- (2, 4,6cm)
- (3, 6,9cm)
- (4, 9,2cm)

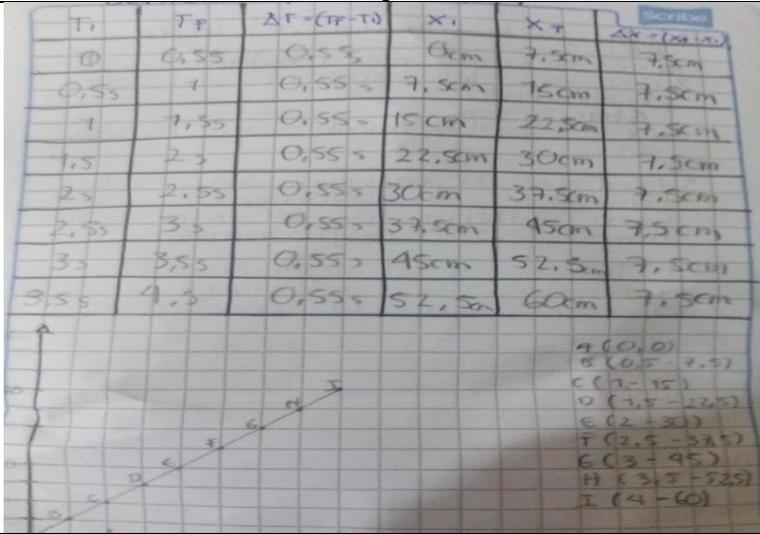
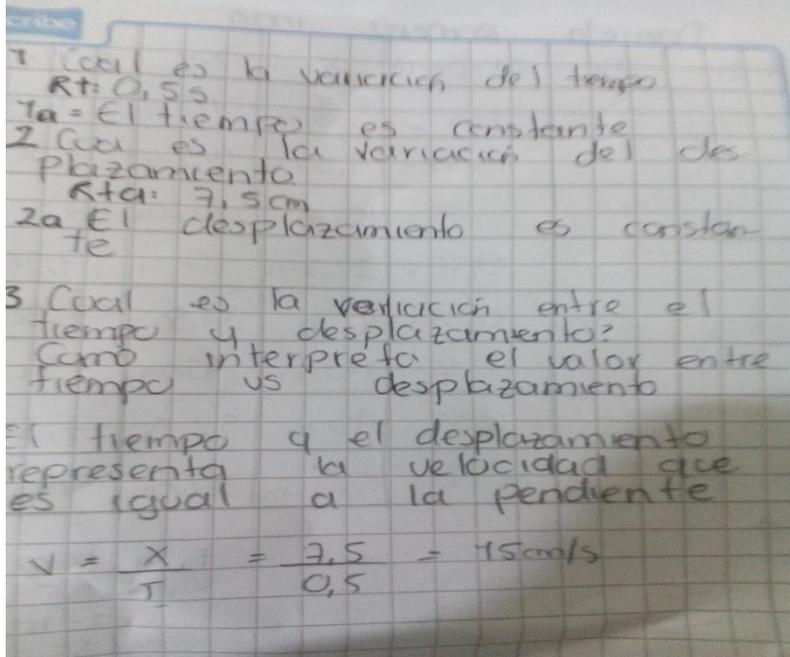
Grupo 2

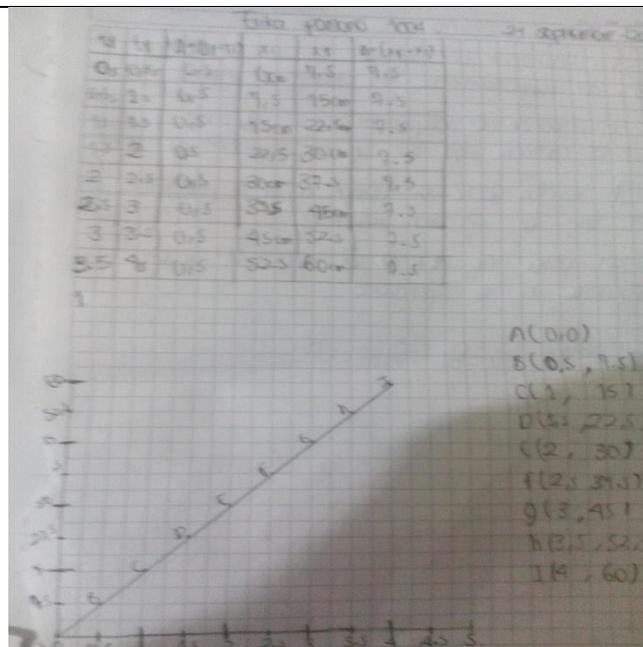


Grupo 3



**Docente:** Bueno, después de haber llenado la última tabla, cada grupo qué puede concluir: con respecto al tiempo, a completar la tabla y la realización de la gráfica dentro del plano cartesiano.

	Grupo 1					
Parte 5						
						
Parte 6	Grupo 2					



1 = la variación del tiempo equivale a: 0,5 s  
 1a = El comportamiento del tiempo es constante

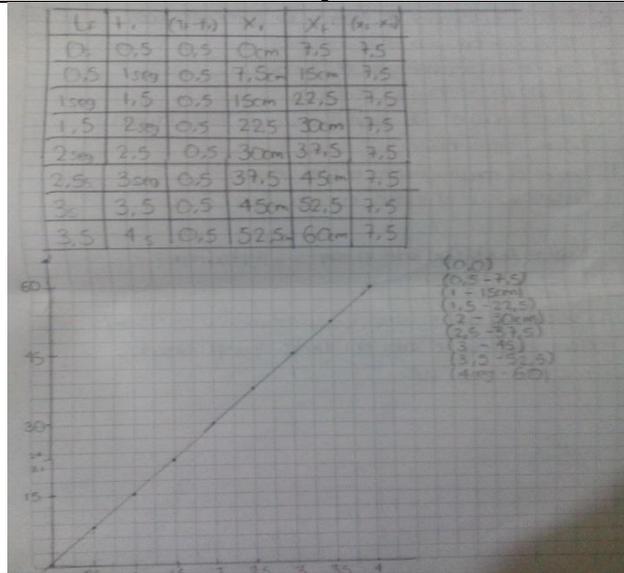
2 = la variación del desplazamiento es: 7,5 cm  
 2a = Es constante ya que se va duplicando el %

3 = la relación entre el tiempo y el desplazamiento  
 es que los 2 son constantes

3a = El valor de  $t$  y  $D$  es velocidad y esto equivale a la pendiente

$$V = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{7,5 - 0}{0,5 - 0} = \frac{7,5}{0,5} = 15$$

Grupo 3



Parte 5

1. ¿Cuál es la variación del tiempo en cada intervalo?  
0.5seg en cada uno de los intervalos.
2. ¿Cómo es el comportamiento del tiempo?  
Es constante pues no varía sus resultados
3. ¿Cuál es la variación del desplazamiento en cada intervalo?  
7.5cm, en cada intervalo
4. ¿Cómo es el comportamiento del desplazamiento?  
Es constante porque el resultado en cada intervalo es igual.
5.
  - ¿Cuál es la velocidad entre el tiempo y desplazamiento?
$$v = \frac{x}{t} = \frac{7.5cm}{0.5seg} = 15.$$

La velocidad entre el tiempo y desplazamiento es 15cm/s

  - ¿Cómo interpreta el valor del tiempo y desplazamiento?  
En su velocidad pues

## ANEXO 9. CUARTO MOMENTO

### Taller de la Parábola

**Objetivo:** Describir el movimiento de la pelota a partir de la experiencia realizada.

#### DESCRIPCIÓN

El docente presenta el video del movimiento de un balón donde los estudiantes deben ingresarlo a Software Tracker y de acuerdo a las indicaciones al Software Geogebra, también llenar el instrumento según se indique.

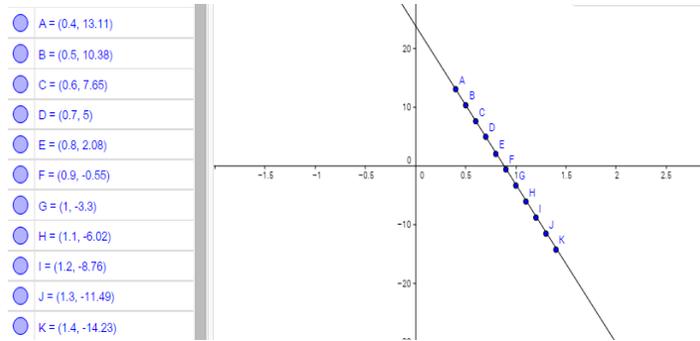
#### PRIMER GRUPO

Observa el video del movimiento de la pelota en Tracker y completa la siguiente tabla.

Parte 1	4. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del balón teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
	0,3	0,4	0,1s	11,13cm	24,24cm	13,01cm
	0,4s	0,5s	0,1s	24,24cm	34,62cm	10,38cm
	0,5s	0,6s	0,1s	34,62cm	42,27cm	7,65cm
	0,6s	0,7s	0,1s	42,27cm	47,27cm	5cm
	0,7s	0,8s	0,1s	47,27cm	49,35cm	2,08cm
	0,8s	0,9s	0,1s	49,35cm	48,8cm	-0,55cm
	0,9s	1s	0,1s	48,8cm	45,5cm	-3,3cm
	1s	1,1s	0,1s	45,5cm	39,48cm	-6,02cm
	1,1s	1,2s	0,1s	39,48cm	30,72cm	-8,76cm
	1,2s	1,3s	0,1s	30,72cm	19,23cm	-11,49cm
1,3s	1,4s	0,1s	19,23cm	4,5cm	-14,73cm	

Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?</li> </ul> <p>Su desplazamiento en cada uno de los intervalos de tiempo es de 0,1s con lo cual podemos concluir que es constante.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?</li> </ul> <p>El balón de basketball presenta una parábola, ya que su curva es cónica. Se puede observar que su desplazamiento en cada uno de los intervalos va disminuyendo en cuanto a la altura y sucede que los desplazamientos hacia mayor altura menos velocidad y a menor altura mayor velocidad</p>																																				
Parte 2	<p>5. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th><math>t_i</math></th> <th><math>t_f</math></th> <th><math>\Delta t = (t_f - t_i)</math></th> <th><math>Y_i</math></th> <th><math>Y_f</math></th> <th><math>\Delta Y = (Y_f - Y_i)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,3s</td> <td>0,5s</td> <td>0,2 s</td> <td>11,13 cm</td> <td>34,62cm</td> <td>23,49cm</td> </tr> <tr> <td>0,5s</td> <td>0,7s</td> <td>0,2 s</td> <td>34,62cm</td> <td>47, 27 cm</td> <td>12,65cm</td> </tr> <tr> <td>0,7s</td> <td>0,9s</td> <td>0,2 s</td> <td>47,27 cm</td> <td>48,8cm</td> <td>1,53cm</td> </tr> <tr> <td>0,9s</td> <td>1,1s</td> <td>0,2 s</td> <td>48,8cm</td> <td>39,48cm</td> <td>-9,32cm</td> </tr> <tr> <td>1,1s</td> <td>1,3s</td> <td>0,2 s</td> <td>39,48cm</td> <td>19,23cm</td> <td>-20,25cm</td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?</li> </ul> <p>Su desplazamiento en cada uno de los intervalos de tiempo es de 0,2s dando a entender que es constante y el desplazamiento del balón en cuanto a la altura no es constante sus diferencias de los intervalos no son iguales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?</li> </ul> <p>Podemos evidenciar que el desplazamiento disminuye en cada uno de los intervalos con relación a su altura.</p> <p>6. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de en la primera tabla y en la segunda tabla?</p> <p>En las dos tablas evidenciamos que el tiempo es constante en cada uno de los intervalos y su altura va disminuyendo, podemos decir que cuándo el balón de básquetbal llega al punto más alto de la curva su velocidad es muy mínima, ya que a medida que aumenta su velocidad disminuye, porque se lanza con una velocidad con fuerza</p>	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$	0,3s	0,5s	0,2 s	11,13 cm	34,62cm	23,49cm	0,5s	0,7s	0,2 s	34,62cm	47, 27 cm	12,65cm	0,7s	0,9s	0,2 s	47,27 cm	48,8cm	1,53cm	0,9s	1,1s	0,2 s	48,8cm	39,48cm	-9,32cm	1,1s	1,3s	0,2 s	39,48cm	19,23cm	-20,25cm
$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$																																
0,3s	0,5s	0,2 s	11,13 cm	34,62cm	23,49cm																																
0,5s	0,7s	0,2 s	34,62cm	47, 27 cm	12,65cm																																
0,7s	0,9s	0,2 s	47,27 cm	48,8cm	1,53cm																																
0,9s	1,1s	0,2 s	48,8cm	39,48cm	-9,32cm																																
1,1s	1,3s	0,2 s	39,48cm	19,23cm	-20,25cm																																

4. Tomando los datos del tiempo final ( $t_f$ ) en cada uno de los intervalos de la primera tabla, con la variación de la altura ( $\Delta y$ ) que corresponde a ese intervalo, forme coordenadas tiempo-Altura ( $t_f, \Delta y$ ) en Geogebra y luego una esos puntos observando la gráfica que les da, y conteste las siguientes preguntas



Parte 3	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué relación encuentra entre la línea recta y la parábola?</li> </ul>
	<p>En cada uno de ellos se les fue tomado el tiempo y su altura, en estos dos cada vez que aumentaba el tiempo disminuía su desplazamiento.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué interpretación le da a la diferencia de alturas?</li> </ul> <p>En la gráfica da una línea recta y descendiente, en cambio en la parábola era de forma curva, además de que ascendía hasta su punto máximo y luego disminuía.</p>

## SEGUNDO GRUPO

Observa el video el video y completa la siguiente tabla

Parte 1	1. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del balón teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
	0,3	0,4	0,1 s	11,13 cm	24,24 cm	13,11 cm
	0,4s	0,5s	0,1 s	24,24 cm	34,62 cm	10,38 cm
	0,5s	0,6s	0,1 s	34,62 cm	42,27 cm	7,65 cm
	0,6s	0,7s	0,1 s	42,27 cm	47,27 cm	5 cm
	0,7s	0,8s	0,1 s	47,27 cm	49,35 cm	2,08 cm
	0,8s	0,9s	0,1 s	49,35 cm	48,8 cm	-0,55 cm
	0,9s	1s	0,1 s	48,8 cm	45,5 cm	-3,3 cm
	1s	1,1s	0,1 s	45,5 cm	39,48 cm	-6,02 cm
	1,1s	1,2s	0,1 s	39,48 cm	30,72 cm	-8,76cm
	1,2s	1,3s	0,1 s	30,72 cm	19,23 cm	-11,49 cm
1,3s	1,4s	0,1 s	19,23 cm	4,5 cm	-14,73 cm	

• ¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

Se desplaza en una gran proporción debido a la fuerza que se le ejerce a la pelota y alcanza una altura máxima, pero a medida que va perdiendo velocidad se desacelera y la pelota comienza a caer y a perder altura.

• ¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?

A medida que transcurre el tiempo y la pelota alcanza su máxima altura, pierde la velocidad que llevaba y comienza a descender de manera vertiginosa y de esa manera pierde la altura que llevaba.

2. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?

$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
0,3s	0,5s	0,2 s	11,13 cm	34,62 cm	23,49 cm
0,5s	0,7s	0,2 s	34,62 cm	47,27 cm	12,62 cm
0,7s	0,9s	0,2 s	47,27 cm	48,8 cm	1,53 cm
0,9s	1,1s	0,2 s	48,8 cm	39,48 cm	-9,32 cm
1,1s	1,3s	0,2 s	39,48 cm	19,23 cm	-20,25 cm

• ¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?

Se desplaza en una mayor proporción debido a que los lapsos de tiempo son más largos

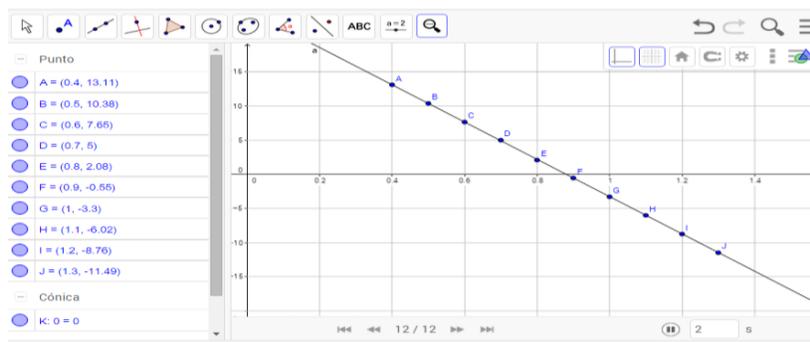
• ¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?

Van variando debido a que a medida que avanza el tiempo la pelota va perdiendo velocidad y el desplazamiento que hay entre cada una no es constante

3. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de en la primera tabla y en la segunda tabla?

• Sin importar la variación que haya en los lapsos de tiempo la gráfica resultante va a ser la misma. Y que la velocidad depende de la altura de la pelota

4. Tomando los datos del tiempo final ( $t_f$ ) en cada uno de los intervalos de la primera tabla, con la variación de la altura ( $\Delta y$ ) que corresponde a ese intervalo, forme coordenadas tiempo-Altura ( $t_f, \Delta y$ ) en Geogebra y luego una esos puntos observando la gráfica que les da, y conteste las siguientes preguntas



<b>Parte 3</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué relación encuentra entre la línea recta y la parábola?</li> </ul> <p>La relación es el tiempo, debido a que es la única constante, que de los valores de una parábola en relación con la altura, se puede obtener una recta.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué interpretación le da a para la diferencia de alturas?</li> </ul> <p>Debido a que a medida que transcurre el tiempo el desplazamiento de las alturas que se genera no es constante debido a que la velocidad que se tiene es muy diferente en cada trayecto</p>
----------------	---

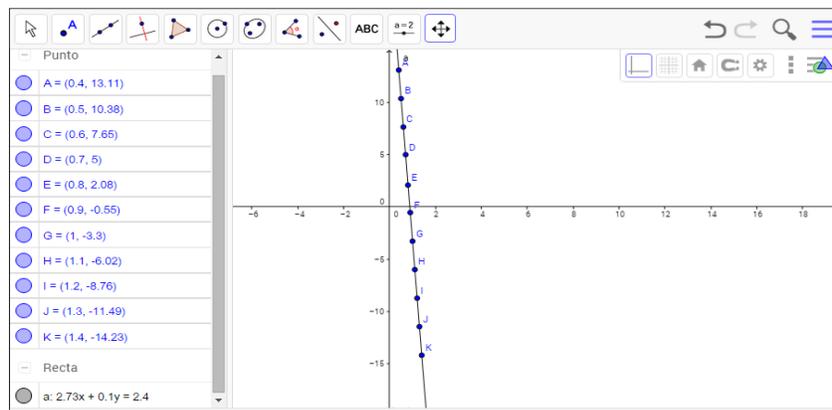
### TERCER GRUPO

Observa el video el video y completa la siguiente tabla

<b>Parte 1</b>	7. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del balón teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
	0,3	0,4	0.1	11.13cm	24.24cm	13.11cm
	0,4s	0,5s	0.1	24.24cm	34.62cm	10.38cm
	0,5s	0,6s	0.1	34.62cm	42.27cm	7.65cm
	0,6s	0,7s	0.1	42.27cm	47.27cm	5cm
	0,7s	0,8s	0.1	47.27cm	49.35cm	2.08cm
	0,8s	0,9s	0.1	49.35cm	48.8cm	-0.55cm
	0,9s	1s	0.1	48.8cm	45.5cm	-3.3cm
	1s	1,1s	0.1	45.5cm	39.48cm	-6.02cm
	1,1s	1,2s	0.1	39.48cm	30.72cm	-8.76cm
	1,2s	1,3s	0.1	30.72cm	19.23cm	-11.49cm
1,3s	1,4s	0.1	19.23cm	5cm	-14.23cm	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo?</li> </ul> <p>Que el tiempo permanece de una manera constante con cada altura alcanzada</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos?</li> </ul> <p>Que de manera decreciente, es decir que los intervalos de altura van de mayor a menor</p>						

Parte 2	8. ¿Cuál es la diferencia en el desplazamiento del carro teniendo en cuenta los siguientes intervalos de tiempo?					
	$t_i$	$t_f$	$\Delta t = (t_f - t_i)$	$Y_i$	$Y_f$	$\Delta Y = (Y_f - Y_i)$
	0,3s	0,5s	0.2s	11.13cm	34.62cm	23.49cm
	0,5s	0,7s	0.2s	34.62cm	47.27cm	12.65cm
	0,7s	0,9s	0.2s	47.27cm	48.8cm	1.53cm
	0,9s	1,1s	0.2s	48.8cm	39.48cm	-9.32cm
	1,1s	1,3s	0.2s	39.48cm	19.23cm	-20.25cm
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué tanto se desplaza el balón en cada uno de los siguientes intervalos de tiempo? Se logra comprender que el tiempo permanece constante pero las variables de altura cambian.</li> <li>¿Qué sucede con los desplazamientos en la altura de esos intervalos? Que van de manera decreciente en una misma constancia de tiempo; es decir que cada intervalo de tiempo es igual mientras que la altura varía de mayor a menor a menor altura</li> </ul> <p>9. De acuerdo a los datos obtenidos, ¿Qué interpretación le puede dar a los resultados en los intervalos de en la primera tabla y en la segunda tabla? En las dos tablas se presenta una altura decreciente y un tiempo constante</p>						

4. Tomando los datos del tiempo final ( $t_f$ ) en cada uno de los intervalos de la primera tabla, con la variación de la altura ( $\Delta y$ ) que corresponde a ese intervalo, forme coordenadas tiempo-Altura ( $t_f, \Delta y$ ) en Geogebra y luego una esos puntos observando la gráfica que les da, y conteste las siguientes preguntas

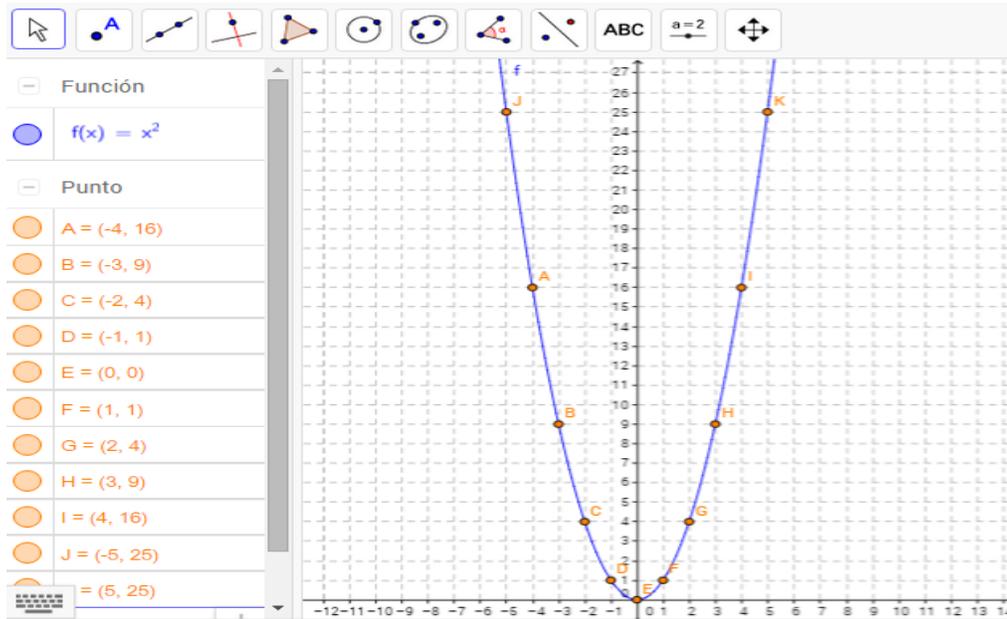


Parte 3	<p>¿Qué relación encuentran entre la línea recta y la parábola? Que las dos se representan con unas coordenadas descendientes y que las coordenadas para realizar la recta fueron tomadas como base de la parábola.</p> <p>¿Qué interpretación le da a la diferencias de las alturas? Que de la diferencia entre altura y altura se obtuvo los puntos para hallar los valores que iban en la recta numérica acompañado del tiempo.</p>
---------	--

## ANEXO 10. QUINTO MOMENTO

**Objetivo:** Socializar en plenaria general respecto a características de la función cuadrática.

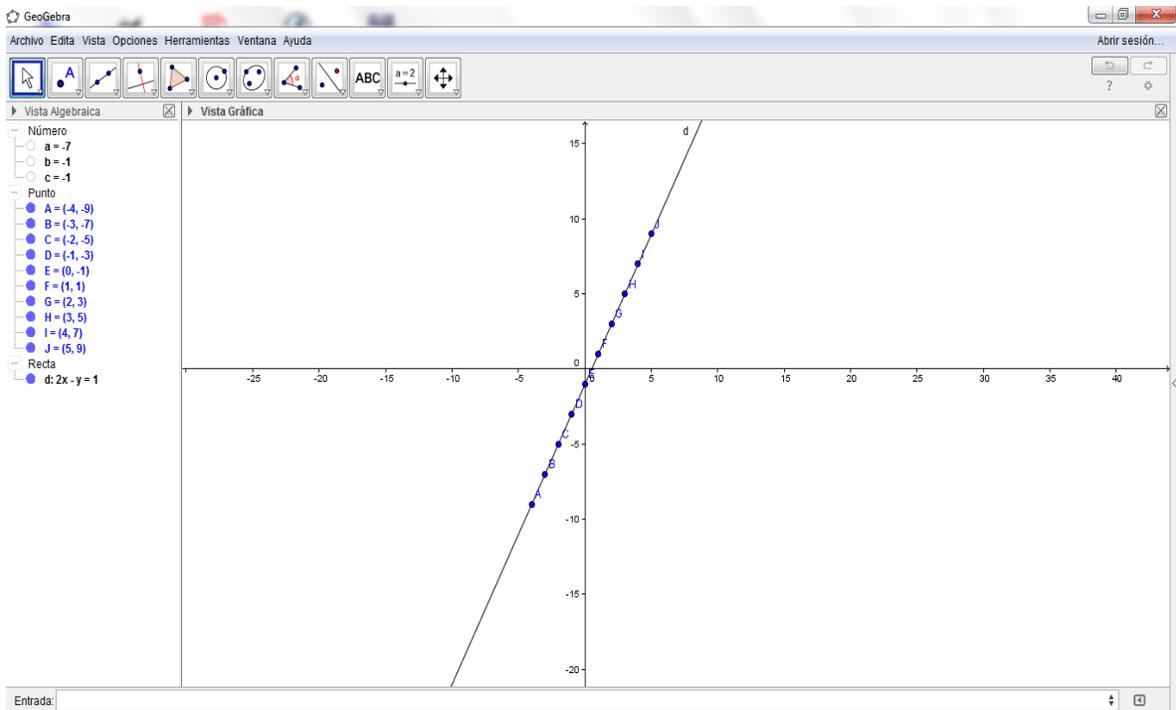
**Descripción:** A continuación se muestra por medio del programa Geogebra la figura de la parábola, donde se determina algunos puntos. Se le pide a los grupos de estudiantes que interprete los puntos de la parábola y complete la tabla



Y que a partir de la tabla construye la gráfica teniendo en cuenta el tiempo final  $t_f$  y la variación de la altura  $\Delta y$ , las coordenadas  $(t_f, \Delta y)$

**Descripción:** lo grupos hicieron las indicaciones y de una manera general este fue el resultado.

$x_i$	$x_f$	$(x_f - x_i)$	$y_i$	$y_f$	$(y_f - y_i)$
-5	-4	1	25	16	-9
-4	-3	1	16	9	-7
-3	-2	1	9	4	-5
-2	-1	1	4	1	-3
-1	0	1	1	0	-1
0	1	1	0	1	1
1	2	1	1	4	3
2	3	1	4	9	5
3	4	1	9	16	7
4	5	1	16	25	9



**Docente:** ¿Que podemos decir acerca de los intervalos? Y con relación a las gráficas ¿Qué se puede deducir?

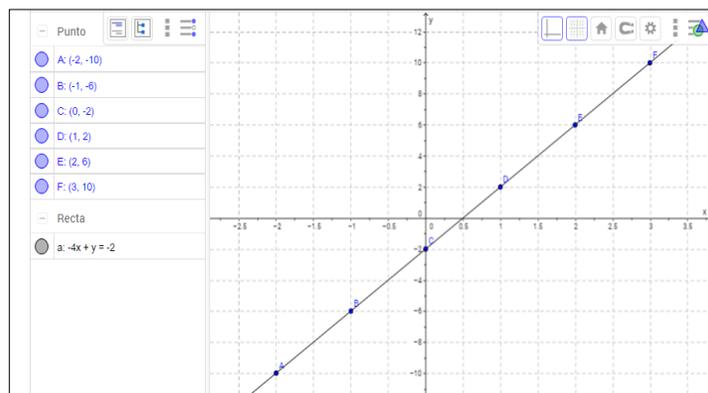
**Integrante de grupo1:** “Que es constante el tiempo, que la altura decrece y luego vuelve a crecer en la parábola, y que con los intervalos de las alturas se construye una recta”

**Descripción:** Silencio por un momento

**Docente:** Bueno vamos a realizar el siguiente ejercicio y a partir de esas graficas resolvemos algunas preguntas

### PRIMER GRUPO

1. De acuerdo a la siguiente gráfica



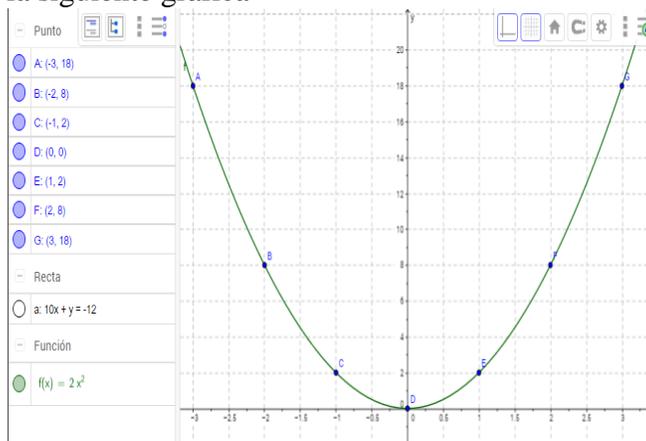
Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$
-2	-1	1	-10	-6	4
-1	0	1	-6	-2	4
0	1	1	-2	2	4
1	2	1	2	6	4
2	3	1	6	10	4

Preguntas:

Parte 1	<p>Docente: ¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica?:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La recta va en forma ascendente</li> <li>- La recta es una constante pues los resultados en cada punto son los mismos</li> </ul> <p>Docente: De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- El resultado que arroja de un punto A a uno B es el mismo en todos ej: El que arroja de uno C a D tanto en tiempo (1seg) como en distancia (4cm)</li> <li>- La velocidad del elemento no disminuye ni aumenta si no que se mantiene.</li> </ul>
---------	---

2. De acuerdo a la siguiente gráfica



Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$
-3	-2	1	18	8	-10
-2	-1	1	8	2	-6
-1	0	1	2	0	-2
0	1	1	0	2	2
1	2	1	2	8	6
2	3	1	8	18	10

Parte 2

Docente: ¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica?

- La figura nos da una parábola
- Empieza desde un punto, va descendiendo llega hasta la mitad del recorrido y empieza a ascender.

Docente: De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué?

- A medida de cada intervalo los resultados van aumentando
- El tiempo es constante
- La diferencia en cada intervalo siempre es de 4

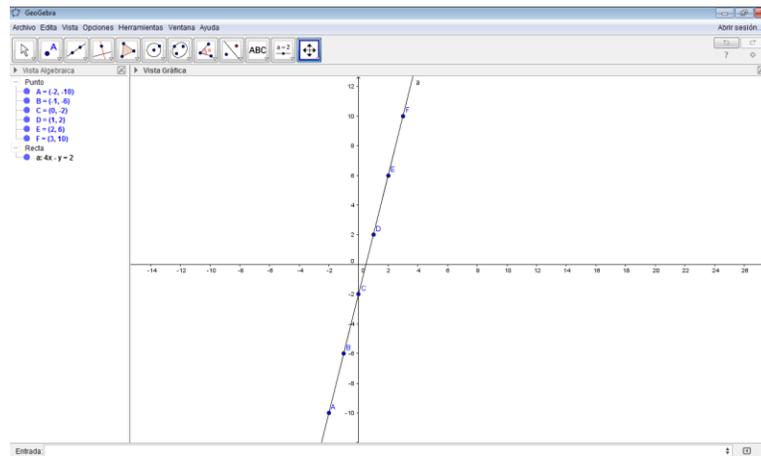
Docente: Observando las dos tablas

¿Qué encontramos de semejanzas entre las dos tablas, con respecto a los puntos de cada gráfica?

- El tiempo en las dos tablas se mantiene es decir es constante

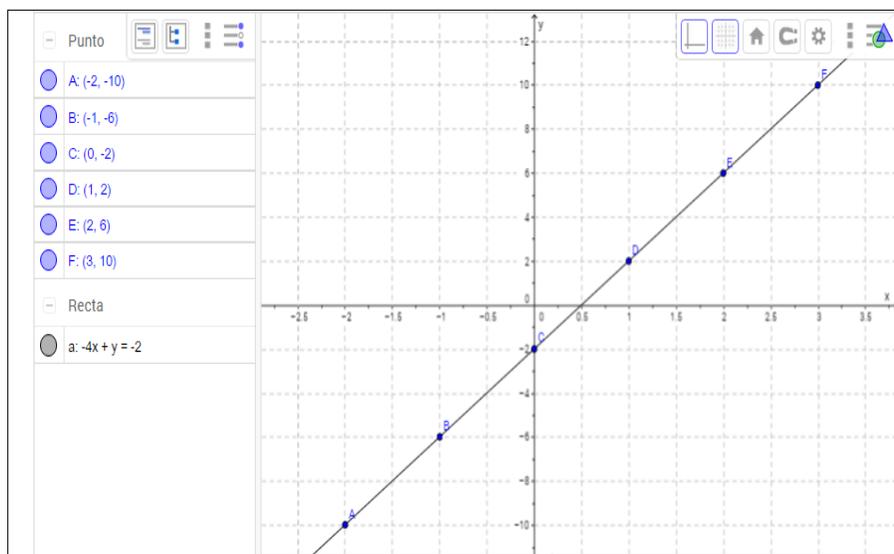
Docente: ¿Qué se puede deducir de esta parábola con la gráfica? (Observe bien los datos y argumente)

- Que de una parábola se puede sacar una recta.



## SEGUNDO GRUPO

1. De acuerdo a la siguiente gráfica



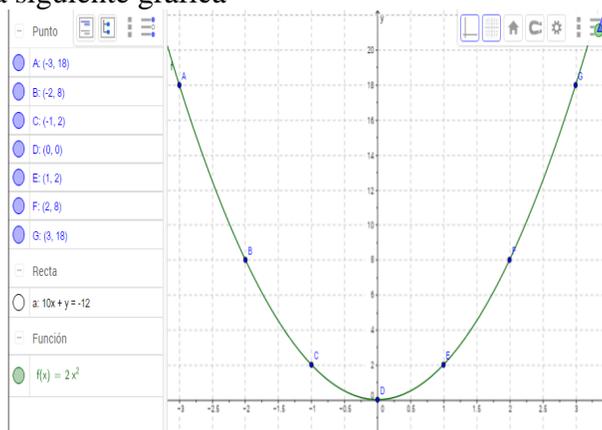
Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$
-2	-1	1	-10	-6	4
-1	0	1	-6	-2	4
0	1	1	-2	2	4
1	2	1	2	6	4
2	3	1	6	10	4

Preguntas:

Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica? En la gráfica evidenciamos que los datos son constantes por lo tanto genera una función lineal</li> <li>De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué? La pendiente, ya que este se basa en el uso de dos puntos dado por la ecuación <math>m = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}</math>. Por ejemplo <math>m = \frac{-6 - (-10)}{-1 - (-2)} = 4</math></li> </ul>
---------	--

2. De acuerdo a la siguiente gráfica



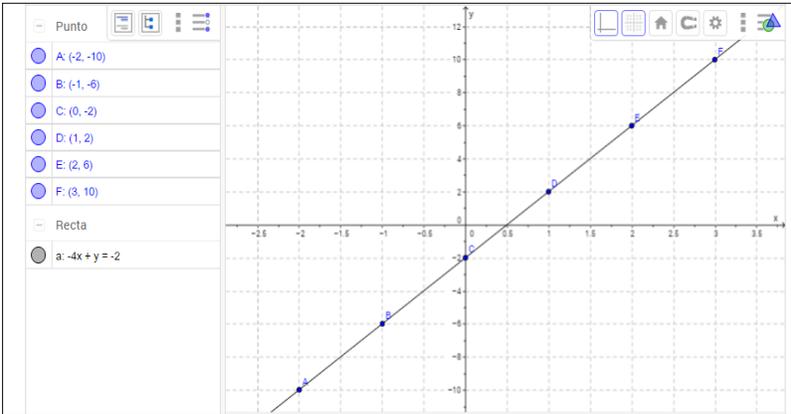
Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$
-3	-2	1	18	8	-10
-2	-1	1	8	2	-6
-1	0	1	2	0	-2
0	1	1	0	2	2
1	2	1	2	8	6
2	3	1	8	18	10

Parte 2	<p>Docente: ¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Que existe la misma distancia entre puntos con respecto al vértice</li> </ul> <p>Docente: De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- De que las distancias entre estos no son constantes por lo que no se puede apreciar tampoco una línea recta si no una parábola.</li> </ul> <p>3. Observando las dos tablas</p> <p>Docente: ¿Qué encontramos de semejanzas entre las dos tablas, con respecto a los puntos de cada gráfica?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- En las dos tablas encontramos semejante que X es igual a 1, en la primera grafica Y es =4 y en la segunda grafica evidenciamos que al restar <math>Y_f - Y_i</math> es igual a 4 <math>-6 - (-10) = 4</math>, <math>2 - (-2) = 4</math>, <math>10 - 6 = 4</math></li> </ul> <p>Docente: ¿Qué se puede deducir de esta parábola con la gráfica? (Observe bien los datos y argumente)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Que solo X es constante y Y va de forma descendente a Ascendente y su variación es de 4 por ejemplo <math>-6 - (-10) = 4</math>, <math>2 - (-2) = 4</math>, <math>10 - 6 = 4</math></li> </ul>
---------	---

**TERCER GRUPO**

De acuerdo a la siguiente gráfica



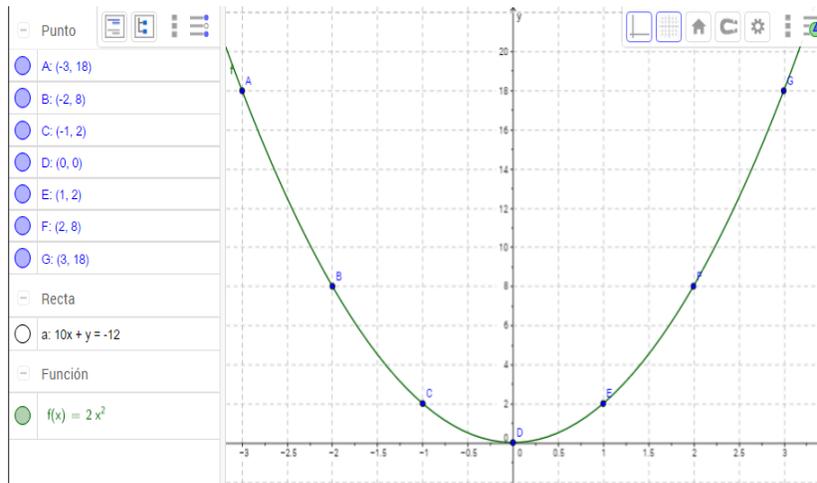
Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$
-2	-1	1	-10	-6	4
-1	0	1	-6	-2	4
0	1	1	-2	2	4
1	2	1	2	6	4
2	3	1	6	10	4

Preguntas:

Parte 1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica? -Que cada intervalo de tiempo y distancia es igual por lo tanto es constante y va a dar una recta.</li> <li>• De punto a punto ¿Qué concepto me arroja? Y ¿Por qué? -De que estos puntos llevan a que se forme una línea recta lo cual muestra que la gráfica es constante debido a que los intervalos de tiempo y distancia no varían.</li> </ul>
---------	---

De acuerdo a la siguiente gráfica



Complete la siguiente tabla

$X_i$	$X_f$	$X_f - X_i$	$Y_i$	$Y_f$	$Y_f - Y_i$
-3	-2	1	18	8	-10
-2	-1	1	8	2	-6
-1	0	1	2	0	-2
0	1	1	0	2	2
1	2	1	2	8	6
2	3	1	8	18	10

Parte 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué se puede inferir a partir de la gráfica? -Que los puntos llevan a que se forme una parábola por lo que los valores de distancia no son constantes debido a la altura y velocidad.</li> </ul> <p>Observando las dos tablas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué encontramos de semejanzas entre las dos tablas, con respecto a los puntos de cada gráfica? -que son constantes los tiempos, pero las distancias no son constantes en la 2 debido a que no va en una línea recta.</li> </ul>
Parte 2	<ul style="list-style-type: none"> <li>¿Qué se puede deducir de esta parábola con la gráfica? (Observe bien los datos y argumente) - la parábola arroja una constancia referente al tiempo pero respecto a la altura se evidencia que ésta no es constante, por lo que podemos evidenciar finalmente que no es igual la diferencia de intervalos pero los datos que nos arroja son similares pero con diferente signo lo cual nos arroja una función cuadrática.</li> </ul>