

LA HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS: ¿USO EXPLÍCITO O IMPLÍCITO?

Marger da Conceição Ventura Viana

Universidad Federal de Ouro Preto (Brasil)

margerv@terra.com.br

RESUMEN: Se presenta un estado del arte sobre el rol de la Historia de las Matemáticas, que incluye múltiples relaciones, entre otras con Matemáticas y Educación Matemática. Este artículo se va a detener en esa última, discutiendo formas de relaciones de la Historia de las Matemáticas y sus potencialidades en la enseñanza de Matemáticas. Esto incluye la forma explícita, cuando se pone el énfasis en la propia Historia de las Matemáticas, a ejemplo del uso de una su pequeña parte, como la creación de los conceptos matemáticos para resolver problemas; o implícitamente cuando aparece de forma indirecta, en la perspectiva y organización de los contenidos, al indicar el camino de trabajo que se debe seguir, como un elemento orientador en la elaboración de actividades. Así, en la práctica del profesor, el conocimiento de la Historia de las Matemáticas es muy relevante para la enseñanza de las matemáticas.

Palabras clave: uso implícito y explícito, Historia de las Matemáticas.

ABSTRACT: This work shows a theoretical review about the role of Mathematics History which includes multiple relations, among others, with Mathematics and Mathematical Education. This article focuses just on mathematical education discussing the types of relations of Mathematics History and its potentialities in mathematics teaching. It includes the explicit way, when the own Mathematics History is stressed, with the use of its small part as the creation of mathematical concepts for solving problems; or it is explicit when it appears in an indirect way, in the perspective and arrangement of contents, when showing the working way to follow, as a guiding element to elaborate activities. Thus, in the teacher's practice, the knowledge of mathematics history is very important for mathematics teaching.

Key words: implicit and explicit use, Mathematics' History.

■ Introducción

Hace tiempo que las relaciones entre Historia de las Matemáticas, Pedagogía y Matemáticas son objeto de investigaciones por parte de la comunidad académica internacional. Así es como en Toronto-Canadá, en el año 1983, durante el Workshop Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática, fue creado el International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM) que forma parte de la Comisión Internacional de la Enseñanza de las Matemáticas (ICMI). De entre los miembros del HPM hay investigadores en matemáticas, en Educación Matemática, historiadores de las matemáticas, profesores de matemáticas y representantes de varios países, incluso Brasil.

En Brasil aunque la Sociedad Brasileña de Historia de las Matemáticas (SBMat) haya sido creada en 1999 en el tercer Seminario Nacional de Historia de las Matemáticas, desde de la década de los 80 del siglo XX ya había grupos de investigaciones y estudios aislados acerca del tema.

Actualmente el abanico de investigaciones sobre las múltiples relaciones entre Historia de las Matemáticas, Matemáticas y Educación se ha ampliado siendo visibles tres grandes campos de investigaciones: el de la Historia de las Matemáticas, el de la Historia de la Educación Matemática y el de la Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática (Miguel y Miorim, 2004).

Este último abarca estudios cuyos objetos de investigación se refieren a la inserción de la Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas, formación matemática de estudiantes de todos los niveles, libros de textos de matemáticas, programas y currículos para la enseñanza de las matemáticas, en las investigaciones en Educación Matemáticas y otros.

En resumen, considerando la Historia de las Matemáticas y sus relaciones con la Educación Matemática se destacan tres importantes campos de investigación: el de la Historia de las Matemáticas, el de la Historia de la Educación Matemática y el de la Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. Este trabajo se enmarca en este último, en el campo Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. Tiene como objetivo presentar un estado del arte sobre el rol de la Historia de las Matemáticas, que incluye múltiples relaciones, entre otras con Matemáticas y Educación Matemática. Este artículo se va a detener en esa última, discutiendo formas de relaciones de la Historia de las Matemáticas y sus potencialidades en la enseñanza de Matemáticas, las formas de utilización de la Historia en la enseñanza de las Matemáticas, según investigaciones realizadas sobre el tema.

De hecho, la Historia de las Matemáticas puede participar de dos maneras distintas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas: de manera implícita o explícita.

Explícita, cuando se pone el énfasis en la propia historia, a ejemplo del uso de una pequeña parte de la historia, como la creación de los conceptos matemáticos para resolver problemas, desde el momento en que son utilizados problemas idénticos a los que aparecen en la Historia de las Matemáticas o por medio del uso de fuentes originales, de forma directa, a ejemplo de las notas históricas en libros

didácticos; y de manera implícita, cuando aparece de forma indirecta, en la perspectiva y organización de los contenidos, al indicar el camino de trabajo que se debe seguir, como un elemento orientador en la elaboración de actividades, a partir de la utilización de situaciones adecuadas al contexto actual en la perspectiva y organización de los contenidos, o sirviendo como guía para que sean abordadas actividades matemáticas curriculares.

■ Antecedentes

En su disertación de Máster Universitario, Santos (2012), utilizó la Historia de las Matemáticas de forma explícita en la solución de problemas que han generado teorías, porque tiene sentido que los estudiantes vean en la Historia de las Matemáticas algunos porqués de la creación de ciertas matemáticas. Pero la precaución es necesaria en la elección de problemas, pues el objetivo no es introducir a los estudiantes en los problemas discutidos durante siglos e incluso incurrir en el riesgo de que ya no tengan sentido para ellos. Así los problemas y las actividades propuestas por los profesores son adaptaciones, es decir, no son reconstrucciones idénticas a las del pasado (Miguel y Miorim, 2004).

Por otra parte, puede haber presentación explícita de problemas y métodos de acuerdo con el desarrollo histórico, pues existe la necesidad de que no se ignore el ambiente sociocultural ni la época en la cual los conceptos matemáticos fueron creados y desarrollados, especialmente para la perspectiva sociocultural de la Historia de las Matemáticas, en la cual los textos y conocimientos matemáticos del pasado son analizados (Furinghetti y Radford, 2002) apud Oliveira (2012).

La Historia de las Matemáticas participa de forma implícita cuando no se hacen referencias históricas explícitas; cuando aparece de forma indirecta, en la forma de perspectiva y organización de los contenidos, al indicar el camino de trabajo que se debe seguir, como “un elemento orientador en la elaboración de actividades y situaciones-problema, de selección y seguimiento de temas de Matemáticas en libros didácticos” (Miguel y Miorim, 2004, p. 44).

Los motivos de naturaleza epistemológica pueden llevar a la utilización de la Historia de las Matemáticas de modo implícito, como concibió Oliveira (2012), en algunas de las actividades realizadas para la elaboración de su disertación de Máster Universitario.

De entre los varios investigadores que consideran la utilización de la Historia de las Matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas están Fauvel y Van Maanen (2000), Miguel (1993) y Miguel y Miorim (2004), Mendes (2006) y muchos otros.

Fauvel y Van Maanen (2000), por ejemplo, consideran tanto la utilización de forma implícita como la de forma explícita de la Historia de las Matemáticas en Educación Matemática, citando las siguientes áreas:

El aprendizaje de Matemáticas; el desarrollo de la visión de la naturaleza de las Matemáticas y de la actividad matemática; la práctica didáctica de los profesores y su bagaje pedagógico; la predisposición afectiva con relación a las Matemáticas, y la apreciación de las Matemáticas como un emprendimiento cultural humano (Fauvel y Van Maanen, 2000, p. 203).

Potencialidades de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas

Conocer la Historia de las matemáticas permite intentos de suscitar situaciones didácticas más pertinentes para conseguir aprendizajes, gracias al conocimiento que se puede tener sobre el origen de la noción que se enseña, sobre el tipo de problema que pretendía resolver, las dificultades que surgieron y el modo como fueron superadas (Martins, 1999, p. 4).

Así, pensamos que es importante considerar los argumentos que discuten las potencialidades pedagógicas de la Historia de las Matemáticas presentes en la literatura, para no tener la ingenuidad de asumir que la Historia de las Matemáticas es la solución para todos los problemas de la enseñanza de las Matemáticas.

Esto es, que si se organiza para fines pedagógicos y se articula con las demás variables que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la Historia de las Matemáticas puede traer contribuciones significativas para las matemáticas escolares.

Hay una lista de motivos para utilizar la Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática presentada por Fauvel (1991): ayuda a aumentar la motivación para aprender; humaniza las matemáticas; el desarrollo histórico ayuda a organizar la presentación de asuntos en el currículo; mostrar el desarrollo de los conceptos ayuda a los alumnos para su comprensión; hace posible que los alumnos perciban los cambios de las matemáticas; hacer comparaciones entre lo antiguo y lo moderno da valor a las técnicas modernas; ayuda a desarrollar un enfoque multicultural; ofrece oportunidades para investigación; los obstáculos aparecidos en el desarrollo de las matemáticas, en el pasado, ayudan a aclarar lo que los alumnos de hoy encuentran difícil; los alumnos se alivian al percibir que no son los únicos con problemas; estimula a estudiantes más ágiles a mirar hacia adelante; ayuda a explicar el papel de las matemáticas en la sociedad; consigue que las matemáticas sean menos asustadoras; el examen de la Historia de las Matemáticas ayuda a mantener su propio interés y entusiasmo por las matemáticas; ofrece oportunidades para trascender el currículo, trabajando con otros profesores o asuntos.

En una investigación realizada por Miguel (1993), fueron encontrados argumentos favorables a la utilización de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas, y otros contrarios.

Así, a pesar de que los argumentos a favor del uso de la Historia de las Matemáticas son muchos, Miguel y Miorim (2004, p.62), resaltan que “no todos los autores defienden e incentivan la participación de la Historia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de Matemáticas. Hay quienes han planteado problemas y objeciones.”

De una lista de modos de usar la Historia de las Matemáticas en clase de Matemáticas, sugeridos por Fauvel (1991), se pueden citar: presentar a los alumnos conceptos nuevos con una introducción histórica; animarlos a entender los problemas históricos que originaron los conceptos que están aprendiendo; darles lecciones de Historia de las Matemáticas; elaborar actividades, en clase o fuera de ella, usando textos matemáticos del pasado; promover actividades dramáticas que reflejen la interacción matemática; darles tareas de creación de carteles y proyectos con algún tema histórico; desarrollar proyectos sobre actividades matemáticas locales del pasado; usar ejemplos críticos del pasado para ilustrar técnicas o métodos; mostrar visiones de concepciones falsas, errores o alternativas del pasado para ayudarlos a entender y solucionar dificultades actuales; inventar un enfoque pedagógico para un tema con base en su desarrollo histórico; ordenar y estructurar asuntos del programa basándose en informaciones históricas.

En Brasil, al inicio del siglo XX, ya había autores de libros de texto que incluían elementos de la Historia de las Matemáticas en sus obras. Era resultado de las orientaciones de la Reforma de Francisco Campos, cuyas propuestas oficiales apuntaban, manifiestamente, la importancia de la Historia de las Matemáticas para la formación de los estudiantes (Miguel y Miorim, 2004). “Una obra que merece ser destacada es la titulada *Mahematica*, de autoría de Cecil Thiré y Mello y Souza, y, después, también la de Euclides Roxo” (Miguel y Miorim, 2004).

A continuación presentamos estudios acerca de la utilización implícita y explícita de las Matemáticas en libros de texto a partir del siglo XIX.

■ Utilización implícita y explícita de la Historia de las Matemáticas

Dambros (2006), presentó en su tesis de doctorado un estudio sobre obras de autores que, a lo largo de los años, utilizaron la Historia de las Matemáticas en las formas explícita e implícita. Así, y considerando la importancia de la obra del francés Alex Claude Clairaut en las discusiones sobre la utilización de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza, elaboró un análisis puntual del libro *Éléments de Géométrie*.

(...) un ejemplo de la forma implícita de participación de la Historia [de las Matemáticas] está en el libro *Éléments de Géométrie*, del francés Alexis Claude Clairaut (1713-1765), publicado por primera vez en 1741. En esta obra, a pesar de ser considerada por diversos investigadores como la primera en hacer una relación más directa entre la Historia de las Matemáticas y la enseñanza de matemáticas, se percibe que tal relación no aparece de forma tan explícita a lo largo del texto (Dambros, 2006, p. 17).

De su estudio, Dambros (2006) considera que la participación de la Historia de las Matemáticas en la forma explícita tiene poca importancia en la obra citada, cuando afirma: “Es en la participación implícita de la Historia de las Matemáticas donde reside la importancia del libro de Clairaut, cuando se quiere entender la relación entre Historia de las Matemáticas y enseñanza de matemáticas” (Dambros, 2006, p. 20).

Según el historiador Gert Schubring (2003), "el principal interés de Clairaut está expreso en el prefacio no asombrar a los principiantes (applanir les difficultés)" (Schubring, 2003, p. 56).

También de acuerdo con este autor, a pesar de que el enfoque de Clairaut no proporciona el "camino real" para facilitar la comprensión de las matemáticas, influyó en el discurso sobre los libros de texto de matemáticas "durante al menos 60 años a causa de" la palabra clave " para su metodología: *la marche des inventeurs*, es decir, se entendía que la metodología de estos libros debería seguir el camino tomado por los inventores para hacer descubrimientos matemáticos (Schubring de 2003 apud Dambros, 2006)

De acuerdo con Schubring (2003, citado en Dambros, 2006), fue D'Alembert, en su contribución a la "Encyclopédie" quien lanzó el camino de los inventores como una herramienta metodológica, siendo más tarde, sin embargo, criticado y abandonado por los autores influyentes, como Sylvestre Lacroix (1765-1843).

En su estudio, Dambros (2006) considera que la participación de la Historia de las Matemáticas en forma explícita tiene poca importancia en el trabajo de Clairaut: “en la participación implícita de la Historia de las Matemáticas radica la importancia del libro de Clairaut cuando se quiere entender la relación entre la Historia de las Matemáticas y la enseñanza de las matemáticas” (Dambros, 2006, p.20).

Asimismo, otros investigadores encontraron motivos y posibilidades, de las más diversas, para la utilización de la Historia de las Matemáticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, aunque también existen voces disonantes.

Según Dambros (2006), dos importantes matemáticos que defendieron la utilización de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de matemáticas fueron Félix Klein (1849-1925) y Poincaré (1854-1912), pues defendían que era importante respetar, en la enseñanza, el orden de la construcción histórica de los conceptos matemáticos.

Estos dos matemáticos se servían del “Principio Genético” para justificar el recurso a la Historia de las Matemáticas. Según Byers (1982), apud Dambros (2006, p. 2) el principio genético puede ser entendido como: “(...) el aprendizaje efectivo requiere que cada aprendiz rehaga los principales pasos en la evolución histórica del asunto estudiado”.

Tal principio fue utilizado en educación matemática para justificar la necesidad de los estudios históricos en matemáticas. De acuerdo con Miguel y Miorim (2004) el Principio tiene influencia directa en el Positivismo, pues los autores entendían que debían respaldar científicamente sus ideas, y el Principio Genético parecía servir perfectamente para ello.

Dambros (2006) también hizo un estudio de las obras de Euclides Roxo (1890-1950), destacada figura en Brasil y que estuvo influenciado por el Principio Genético. Esta autora concluye que “la colección de libros *Curso Elementar de Matemática* de Euclides Roxo, puede considerarse un ejemplo de participación implícita de la Historia de las Matemáticas en la enseñanza de matemáticas” (Dambros, 2006, p. 23).

Del análisis del libro de Leopoldo Nachbin, *Introdução à Algebra*, de 1971, Dambros (2006) concluyó que en este, la Historia de las Matemáticas está usada tanto en la forma implícita como en la explícita, predominando la explícita.

En cuanto al paralelismo entre ontogénesis y filogénesis aplicado a la enseñanza de las matemáticas, además de la inconsistencia de la teoría que le dio origen, el desarrollo histórico de los conceptos es mucho menos simple y lineal de lo que esa analogía supone (Fauvel, 1991).

Y Brolezzi (1991), completa: “Si tomamos ese paralelismo ontofilogenético literalmente, puede conducir a absurdos, pues, no existe un principio claro que determine la evolución de las Matemáticas como un todo” (Brolezzi, 1991, p. 216).

Byers (1982), apud Dambros (2006, p. 25), alertó de que el Principio Genético no debe ser aplicado literalmente en la enseñanza de matemáticas, y lo ejemplificó diciendo que “jamás sería sugerido que un niño debiese ignorar el concepto de cero hasta completar los estudios de geometría griega, donde este concepto no aparece”.

Sin embargo, Miguel y Miorim (2004) consideran que no se debe negar la existencia de vínculos entre la filogénesis y la ontogénesis, pero sí negar el determinismo de una en relación a la otra.

Dambros (2006) explica que después de los años sesenta del siglo XX, el Principio Genético volvió a ganar fuerza poniendo como ejemplo a los autores Polya y Morris Kline, que lo defendieron en esa época. No obstante la inconsistencia científica del mismo, esos trabajos ofrecieron varias contribuciones a la educación matemática. Así, ese Principio fue muy importante en el proceso de valorización de los estudios históricos en matemáticas.

■ Conclusiones: el conocimiento histórico, y la práctica del profesor

Autores como Freudenthal (1981) insisten en la importancia del conocimiento histórico para que el profesor tenga una visión de las matemáticas como un conocimiento humanizado y en construcción.

Los Parámetros Curriculares Nacionales - PNC (Brasil, 1998), resaltan claramente la necesidad de inserción de la Historia de las Matemáticas en la formación docente a través de las asignaturas que permitan al futuro educador conocer el desarrollo de las Matemáticas como una ciencia. Recomiendan el uso de la Historia de las Matemáticas como “recurso didáctico con muchas posibilidades para desarrollar diversos conceptos, sin reducirla a hechos, fechas y nombres para memorizar” (Brasil, 1998, p.43).

Según Mendes (2006), la falta de conocimiento e información por parte del profesor sobre el uso apropiado de la Historia de las Matemáticas como recurso didáctico puede obstaculizar la realización de la (re)construcción del pensamiento matemático por el estudiante. La Historia de las Matemáticas le puede aclarar las ideas matemáticas que está construyendo, darle respuestas a algunos "porqués" y contribuir así a la creación de una visión más crítica de los objetos del conocimiento (Mendes, 2006).

Hay varios trabajos publicados que sugieren actividades para realizar en el aula que contienen la integración de la Historia de las Matemáticas con el contenido matemático.

Dambros (2006) cita trabajos que muestran como la Historia de las Matemáticas de los estudios en Historia de las Matemáticas puede tener aplicaciones directas en el aula. Trabajos que incluyen recursos tales como: problemas históricos, biografías, técnicas y métodos históricos, el uso de fuentes (documentos), análisis de obras de arte de diversas culturas, etc.

Sobre este aspecto, autores como Ferreira y Rich (2001) y Fiorentini (1995) se refieren a la influencia del conocimiento histórico en la práctica del profesor.

Según Fiorentini (1995), la forma como conocemos y concebimos los contenidos de la enseñanza tiene fuertes implicaciones en el modo como las empleamos en clase.

Tales ideas expresan la creencia de una determinada relación entre el conocimiento histórico de los contenidos matemáticos y la concepción y la enseñanza de matemáticas del profesor.

La relevancia de dichas ideas implica que en la práctica del profesor, el conocimiento de la Historia de las Matemáticas es muy relevante para la enseñanza de las matemáticas

■ Referencias bibliográficas

- Brasil (1998). Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - 1o e 2o ciclos*. Brasília: MEC/SEF.
- Brolezzi, A. C. (1991). *A arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática*. Tesis de maestría no publicada. Universidade de São Paulo. Brasil.
- Byers, V. (1982). Porque Estudar História da Matemática? Trad. Maria Q. Amoroso Anastácio e Eduardo Sebastiani Ferreira. En: *Inst. J. Math. Educ. Sci. Technol*, 13 (1), p. 59-66.

- Dambros, A. A. (2006). *O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de matemática: possíveis relações*. Tesis de Doctorado no publicada. Universidade Federal do Paraná. Curitiba. Brasil
- Fauvel, J. (1991). Using History in Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*. Vol. 11. n.2.
- Fauvel, J.; Maanen, J. van. (s.d.). *The role of the history of mathematics in the teaching and learning of mathematics-Discussion Document for a ICMI Study*. Recuperado de <<http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/hist2000.html>> en 20/10/ 2000.
- Ferreira, R. A. T.; Rich, B.S. (2001). Integrating history of mathematics into the mathematics classroom. *Quadrante*. Lisboa APM, 10 (2).
- Fiorentini, D. (1995). Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. *Zetetiké* (4), p. 01-37.
- Freudenthal, H. (1981). Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics? In: *For the Learning of Mathematics* 2(1).
- Martins. A. *História da Matemática no Ensino da Matemática*. 1986. Recuperado de <<http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/mhist.htm>> en 05/10/2000.
- Mendes, I. A. (2006). A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: Mendes, I. A.; Fossa, J.A.; Valdés, J. E. N. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina.
- Miguel, A. (1993). *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidade Estadual de Campinas, Brasil.
- Miguel, A. (1997). As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké*, Campinas, 5(8), 73-105.
- Miguel, A.; Miorim, M. A. (2004) *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- Oliveira, D. P. A.(2012). *Um estudo misto para entender as contribuições de atividades baseadas nos fundos de conhecimento e ancoradas na perspectiva sociocultural da história da matemática para a aprendizagem de funções por meio da pedagogia culturalmente relevante*. Tesis de maestría no publicada Universidade Federal de Ouro Preto. Brasil.
- Santos, M. N. (2012). *A História da Matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o Teorema de Tales: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)*. Tesis de maestría no publicada Universidade Federal de Ouro Preto. Brasil.

Schubring, G. (2003). *Análise Histórica de Livros de Matemática* – Notas de aula. Trad. Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas, SP: Autores Associados.