

Dificultades de los estudiantes al plantear la ecuación diferencial que modela un problema de mezclas

Luis Alberto Jaimes Contreras y Rafael Felipe Chaves Escobar

Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
mdma_lajaimesc824@pedagogica.edu.co; mdma_rfchavese097@pedagogica.edu.co

Resumen

Aunque la noción de ecuación diferencial está presente en campos como las matemáticas e ingeniería, su comprensión por parte de estudiantes y algunos profesores ha sido limitada, debido al enfoque algebraico en el que se ha centrado la enseñanza de las ecuaciones diferenciales, dejando de lado la construcción de la ecuación diferencial, la cual es el fundamento al modelar algunos fenómenos físicos. En este artículo presentamos algunas dificultades identificadas al construir la ecuación diferencial que permite modelar un problema de mezclas en un grupo de 21 estudiantes de una Universidad Pública inscritos en la asignatura de ecuaciones diferenciales.

1. Introducción

Las prácticas investigativas en educación matemática vienen realizando grandes aportes con el propósito de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación; sin embargo, según Morales y Salas (2010) en algunos cursos de matemáticas actualmente “predomina el enfoque algebraico...” que algunos docentes emplean como estrategia didáctica. Esto lleva a que durante la formación del estudiante algunos temas sean vistos como memorización de fórmulas y algoritmos ocultando los conceptos, lo cual impide su comprensión precisa y lleva al estudiante, y en ocasiones a los docentes, a concebir la fórmula como el concepto en sí mismo (Nápoles, González, Genes, Basabilbaso & Brundo, 2004). En algunos libros de texto de ecuaciones diferenciales encontramos que se proporciona al lector la ecuación diferencial que permite modelar un problema, pero se encuentra muy poca información (nula en algunos casos) sobre la forma como es construida dicha ecuación diferencial, esto lleva a que el estudiante simplemente escoja la ecuación que más se ajuste a las condiciones del problema que se le planteé.

Basados en la teoría de las representaciones semióticas los trabajos desarrollados por Raymond Duval (2006) identificamos que los estudiantes poseen dificultades al pasar de un registro de

representación a otro, en particular en este trabajo, del registro lenguaje natural al registro algebraico. Los resultados obtenidos se fundamentan en el trabajo con problemas de mezclas, donde al estudiante se le expone una situación problema (dada en lenguaje natural) y se espera que el estudiante construya la ecuación diferencial que se ajusta al problema dado (lenguaje algebraico).

A continuación presentamos parte de la metodología aplicada y algunas dificultades identificadas en los estudiantes al plantear una ecuación diferencial que modela un problema de mezclas dado.

2. Desarrollo y algunos resultados

En la solución de problemas de mezclas que son modelados por una ED se requiere que el estudiante tenga claridad en el manejo de la derivada como una razón de cambio, de tal manera que le permita identificar constantes, parámetros, y variables que dependan entre sí.

Para detectar qué dificultades tienen los estudiantes al plantear una ecuación diferencial que se ajuste a un problema de mezclas, se elaboraron una serie de actividades que evidenciaron falencias en algunos conceptos previos al curso, los cuales dificultan el planteamiento de dicha ecuación, estas falencias generan dificultad para representar la situación expresada en lenguaje natural como una expresión algebraica.

La primera actividad tenía como propósito identificar situaciones en las que se presenta una razón de cambio cuyas variables en la mayoría de casos dependen del tiempo, y que pueden mejorar el tránsito entre el registro lenguaje natural y algebraico en diferentes situaciones reales. Para ello se elaboró una tabla en la que se le pide al estudiante leer situaciones como: “Cuando llenas un vaso con gaseosa, ¿qué tan rápido cambia el nivel de líquido al llenar el vaso?” y relacionarlas con una expresión de la forma $\frac{dh}{dt}$ donde h representa el nivel del líquido y t el tiempo. En esta actividad el estudiante se ubica en un contexto en el que debe identificar variables dependientes e independientes, y teniendo en cuenta la dependencia de las variables el estudiante debe escribir una expresión algebraica que se ajuste a la situación. En esta actividad se encontró que los estudiantes identificaron razones de cambio en situaciones donde solo se aprecia una variable que depende del tiempo, y por el contrario presentaron dificultades en situaciones donde se presenta más de una variable dependiente no necesariamente del tiempo.

En la segunda actividad se planteó una pregunta partiendo de una situación real, cuya respuesta implica expresar dicha situación como una variación, es decir, interpretar la derivada como una razón de cambio. Para responder esta pregunta el estudiante debía responder algunas subpreguntas que buscan identificar como está interpretando dicha situación. En esta actividad se identificó que los errores se encuentran asociados a la dificultad para reconocer algunas variables o identificar la dependencia e independencia de estas, expresar constantes o parámetros como variables o expresar los diferenciales como las variables del enunciado, también

encontramos que para algunos estudiantes no es posible derivar la expresión $V = \pi r^2 h$ con respecto al tiempo ya que la variable t no se encuentra en la expresión.

La tercera actividad presentaba un problema de mezclas tal como aparece en algunos libros de texto, en donde el estudiante debía plantear la ecuación diferencial que permite modelar un problema de mezclas, en esta actividad se identificó que los estudiantes en la mayoría de los casos expresan la respuesta en el registro de representación en la que fue formulada la pregunta.

3. Conclusiones

- La no identificación de la dependencia e independencia de variables, así como la no interpretación de la derivada como una razón de cambio, generan dificultades para pasar del registro lenguaje natural al registro algebraico, lo cual impide el planteamiento de la ecuación diferencial que permite modelar un problema.
- Se supone que en situaciones donde solo se presentan dos variables los estudiantes tienen éxito al realizar el traspaso del registro lenguaje natural al algebraico, esto puede deberse a que según lo mencionado por R. Duval acerca de la teoría de las representaciones semióticas serían representaciones congruentes de registros; por el contrario, en situaciones donde se encuentra más de una variable dependiente y no necesariamente del tiempo, se presenta un fenómeno de no congruencia; por lo tanto, esto genera mayor dificultad en el planteamiento de la ecuación diferencial que permite modelar un problema de mezclas.
- Los estudiantes tienden a permanecer en un mismo sistema de representación y por lo general dan respuestas a las preguntas en el registro en la cual estas son formuladas.

4. Referencias

Duval, Raymond (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*, 9.1, 143-168.

Morales L. Yuri y Salas H. Oscar. (2010). Incorporación de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las ED ordinarias. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 6 , 155-172.

Nápoles Valdés, J. E., González Thomas, A., Brundo, J. M., Genes, F. y Basabilbaso, F. (2004). El enfoque histórico problémico en la enseñanza de la matemática para ciencias técnicas: el caso de las ecuaciones diferenciales ordinarias. *Acta Scientiae*, 6 , 41-59.