

Estudio de la construcción de pasos de razonamiento en problemas de demostración de geometría

Jesús David Berrío Valbuena*, Martín Acosta Gempeler** y Jorge Fiallo Leal*

*Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

**Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
jberrio@matematicas.uis.edu.co; maedu@hotmail.com; jfiallo@uis.edu.co

Resumen

Se estudia el uso de un software –asistente de demostración– utilizado en la exploración de reglas teóricas de la geometría euclidiana, y que facilita la construcción y validación de pasos de razonamiento en el proceso de construcción de demostraciones formales. Nuestra hipótesis es que “el proceso de exploración de reglas teóricas, en el asistente de demostración, caracterizado por procesos de razonamiento abductivo y deductivo es interiorizado progresivamente por el estudiante”. Mostraremos la funcionalidad del asistente de demostración, y algunas conclusiones obtenidas en lo que va del desarrollo de la investigación.

1. Introducción

La estructura y la metodología del curso de Geometría Euclidiana, impartido en las carreras del Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, apuntan a que una vez finalizado el curso, el estudiante este en capacidad de construir demostraciones deductivas formales. Los problemas que se proponen en las clases se trabajan en dos fases. La primera fase consiste en una construcción geométrica sobre un software de geometría dinámica para favorecer la identificación de: propiedades que se garantizan por medio del uso de herramientas del software y las propiedades que son resultados de otras propiedades; la segunda fase consiste en la justificación teórica de las propiedades que no se garantizan por construcción.

Para favorecer los procesos de razonamiento dentro de esta actividad y la adquisición de la teoría relativa a las construcciones obtenidas mediante el uso de software de geometría dinámica, proponemos el uso del asistente de demostración, atendiendo la necesidad de la exploración de la teoría para encontrar definiciones, postulados o teoremas susceptibles de justificar las

afirmaciones que se quieren demostrar.

El asistente de demostración es un programa matemático computacional que comprende una base de datos de ciento setenta (170) registros con los postulados, definiciones y teoremas a estudiar en el curso de Geometría Euclidiana. Permite realizar búsquedas en esa base de datos con tres criterios: el nombre, el antecedente y el consecuente. Este asistente de demostración es una herramienta de carácter dinámico que le ayuda al individuo en la construcción y verificación de la validez de pasos de razonamiento para la escritura de una demostración formal deductiva.

Nuestra hipótesis es que, el uso del asistente de demostración, caracterizado por procesos de razonamiento abductivo y deductivo se convierten en propiedad del individuo coadyuvando a la interiorización de la teoría. Para obtener algunos datos que nos permitan verificar o refutar nuestra hipótesis, Se proponen una serie de problemas a los cuales se les practican un análisis a priori (este análisis permite poner de manifiesto relaciones hipotéticas entre las variables en función de sus características y contrastarlas con el resultado de la experimentación). Posteriormente son llevados al aula, allí se hacen videgrabaciones de los estudiantes resolviendo estos problemas a la vez que son entrevistados sobre las acciones que realizan en la construcción de las demostraciones formales.

En este documento presentamos algunos aspectos metodológicos y teóricos que sustentan nuestra propuesta, y en la exposición, mostraremos los usos del asistente de demostración, algunas de las dificultades que hemos logrado identificar en los estudiantes, en la construcción de demostraciones formales, tales como: errores en la secuenciación de los pasos de razonamiento, errores sobre los controles lógicos en la enunciación de pasos de razonamiento y razonamientos circulares, y finalmente ejemplificaremos cómo el proceso de exploración de la teoría al igual que la teoría es progresivamente interiorizados por lo estudiantes.

2. Referencias teóricas

Interesados, exclusivamente, en el estudio de la construcción de una demostración formal, notamos que hay tres procesos necesarios en esta actividad (tal como se puede apreciar en la figura 1): la construcción de pasos de razonamiento, la verificación de la validez de los pasos de razonamiento y la secuenciación de los mismos. Estos procesos se explicitan en el asistente de demostración.

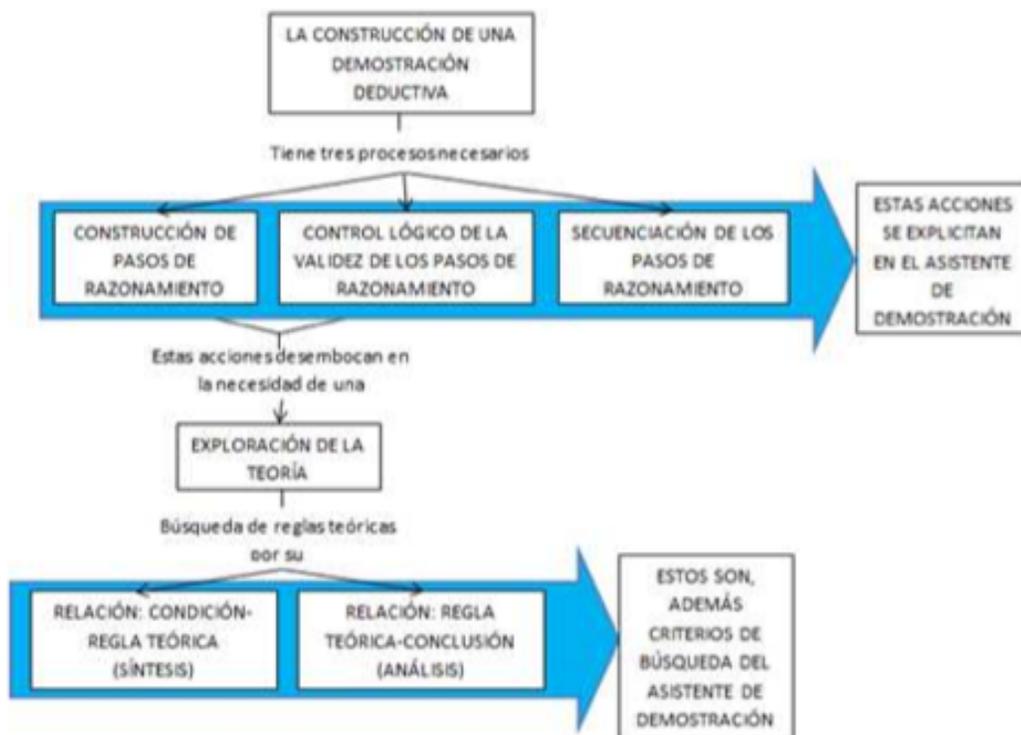


Figura 1. Procesos necesarios en la construcción de una demostración formal

La construcción y la verificación de la validez de los pasos de razonamiento desembocan en la necesidad de explorar reglas teóricas con ciertas características. Bien sea, por la relación condiciones- regla teórica (cuya búsqueda en el asistente se da mediante el filtro “en el antecedente”. Se dice que hace síntesis dado que parte de los datos) o por la relación conclusiones-regla teórica (cuya búsqueda en el asistente se da mediante el filtro “en el consecuente”. Se dice que hace análisis dado que, a partir de las conclusiones busca la regla teórica que mejor se ajusta a los datos). A este tipo de búsquedas es lo que llamamos dentro de nuestro trabajo, exploración de la teoría.

Manifestamos (ver Figura 2) que es posible desarrollar esta exploración de la teoría primero como una serie de acciones externas al individuo, mediadas por el asistente de demostración, y que progresivamente esta se va interiorizando. Para ello nos basamos en el concepto de zona de desarrollo próximo de Vygotski.

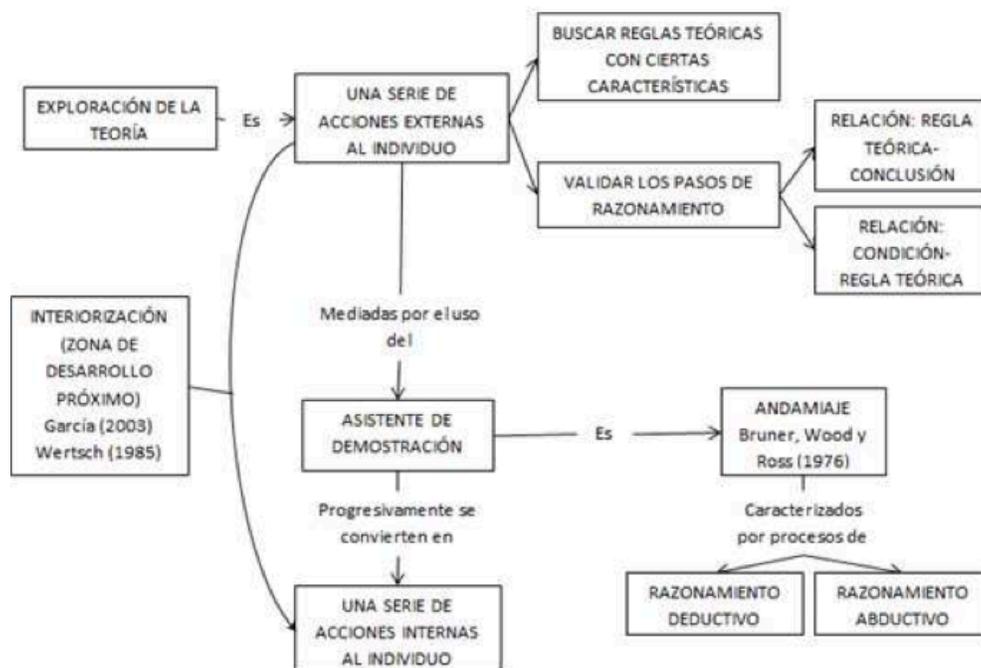


Figura 2. Marco Conceptual

Esta zona de desarrollo próximo, según García (2003) es el momento en el cual se manifiestan en el ámbito social las habilidades psicológicas o las funciones mentales superiores, y existe un momento posterior donde se manifiestan a nivel individual, es decir, es un fenómeno social que progresivamente se va transformando en propiedad del individuo. Desde este enfoque Wood, Bruner y Ross (1976) formulan el concepto de andamiaje -que refleja este carácter dinámico y sugiere que el apoyo que se le proporciona al individuo, es aquel que se ajusta a sus competencias en cada momento y que va variando a medida que éste puede tener más responsabilidad en la actividad.

3. Metodología

El diseño de esta investigación está enmarcado en una metodología cualitativa, bajo un enfoque clínico desde la perspectiva de Hunting (1997), quien manifiesta este tipo de enfoque permite al investigador ampliar su experiencia acerca de cómo trabaja matemáticamente la mente del individuo.

Se hacen videograbaciones a cinco estudiantes, del curso de geometría euclidiana de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, en donde se enfrentan

a problemas de demostración. Se realizan unos análisis a priori para explicitar previamente los procesos de razonamiento que realizan durante la solución del problema para el cual hacen uso del asistente de demostración; unos análisis a posteriori para explicitar las estructuras de conocimiento construidas los procesos de razonamiento detectados. Y finalmente, se hace un comparativo entre los datos que se establecieron hipotéticamente en contraposición a los datos que se obtuvieron producto del análisis a posteriori de las entrevistas clínicas

4. Resultados

Este es un trabajo que se encuentra en ejecución. Por tanto, se mostrarán posteriormente resultados parciales con respecto a la aplicación del problema de demostración, el análisis a priori, la entrevista clínica y el análisis a posteriori. En la presentación de la comunicación, mostraremos algunos referentes teóricos, el funcionamiento del asistente de demostración, algunas de las respuestas dadas por los estudiantes al problema planteado y las conclusiones obtenidas.

5. Referencias

- García, M. (2003). Construcción de la actividad conjunta y traspaso de control en una situación de juego interactivo padres-hijos, Tesis Doctoral, Universitat Rovira i Virgili.
- Hunting, R. (1997). Clinical interview methods in mathematics education research and practice, *Journal of Mathematical Behavior* 16, 145–164.
- Wertsch, J. (1985). *Vigotsky and the social formation of mind*, USA: Harvard University Press.
- Wood D., Bruner J., & Ross G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 17, 89–100.