ESTRUCTURA ADITIVA Y FORMACIÓN DE PROFESORES PARA LA EDUCACIÓN BÁSICA

CAPÍTULO dos

Martha Bonilla Estévez
Neila Sánchez Heredia
Fernando Guerrero Recalde

Profesores Universidad Distrital Francisco José de Caldas

> *"El pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones"* MEN (1998).

Las matemáticas escolares de la educación básica primaria ponen en contacto a los niños, desde que inician su vinculación a la escuela, con actividades aritméticas que requieren el uso de números, operaciones y problemas.

Una de las actuales críticas a la formación matemática que los niños reciben en la escuela, cuestiona que la actividad matemática escolar se refiere únicamente a los conocimientos procedimentales y poco o nada se hace énfasis en los conocimientos conceptuales, posibles de construir a partir de las experiencias que los niños tienen en su interacción con el entorno, tanto no escolar como escolar, pensados como espacios de significación y comprensión.. Discutiremos en los apartados siguientes algunas actividades acerca del contenido conceptual de la estructura aditiva y de las situaciones que ella modela.

Son varios los conceptos matemáticos involucrados en la estructura aditiva y por tal razón el desarrollo de pensamiento aditivo en el niño ocupa un gran período de tiempo, ya que debe cubrir la transición desde los recuentos informales y las estrategias propias que los niños realizan en el contexto no escolar, hasta el uso de datos numéricos memorizados y los algoritmos formales de la suma y la resta.

Por la importancia que para el desarrollo del pensamiento matemático escolar y en particular para la construcción de pensamiento numérico reviste la estructura aditiva, nos hemos propuesto desarrollar este capítulo que creemos contiene, discusiones teóricas y prácticas que un profesor - especialmente - el de primaria debe saber, en la medida en que le permite comprender cómo piensan sus alumnos a la vez que diseñar tareas que posibiliten la construcción del pensamiento numérico escolar.

Por la importancia que reviste el concepto problema aritmético elemental, lo abordamos inicialmente. Enseguida trataremos las situaciones que modelan "lo aditivo" y que se construyen en contextos de significación para el aprendizaje de los niños.

CASO 1

La profesora Francisca encuentra en un texto de matemáticas los siguientes problemas aritméticos:

"Luis tiene 9 canicas y Pedro 7, se ponen a jugar y Pedro le gana las 9 canicas a Luis. ¿Con cuántas canicas quedó Pedro?" y

"Pablo y Tomás tienen la misma edad. Pablo es mayor que Juanita, esta última nació después que Albert., Entre Pablo y Alberto, ¿quién es mayor?"

Ella trata de responder a la pregunta ¿cuál es la diferencia que hay entre esos dos problemas?

Francisca responde:

La diferencia radica en que el primero sí es un problema porque tiene una pregunta que se puede resolver con una operación El segundo no es problema porque no tiene datos y entonces no se puede saber cual operación aplicar para resolverlo.

1. Analice los problemas y dé una respuesta a la pregunta planteada.
2. Compare su respuesta con la de Francisca.
3. ¿Cuál cree usted que es el concepto de problema en el cual se basa la respuesta de Francisca?
4. ¿Cómo le explicaría a Francisca otra forma de comprender lo que es un problema?

2.1 LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS

En la literatura de la educación matemática se encuentran hoy en día con mucha frecuencia dos acepciones: problema y resolución de problemas. Para este trabajo se asumirá el término **problema** como una situación que debe ser modelada, en la cual está presente una pregunta - que se deriva de la misma situación - y el procedimiento y la solución no se obtienen de manera inmediata ni simple. Ahora bien, un problema sería entonces un tema que plantea un reto intelectual al cual el alumno esté dispuesto a dedicarle un tiempo para encontrar la solución; es por ello por lo que podemos asegurar que lo que es un problema para un nivel escolar no lo es en otro.

En cuanto a la consideración sobre la resolución de problemas, la entendemos como un proceso conformado por los diferentes modos de emprender las soluciones a una situación en la que está presente la incertidumbre (algo desconocido), como es el caso de la situación que es un problema. Para el aspecto que nos compete, en la resolución de un problema estarían involucrados diferentes fases que comprenden la reformulación del problema a otros términos (a símbolos, a gráficos, a expresiones que se refieren a hechos básicos del enunciado), una vez que se ha reformulado el problema en lo que podríamos denominar los términos "operatorios" se inicia la fase de elección de las estrategias para hallar la solución, en ella también la decisión sobre el método, la mejor solución, la más eficiente requiere de consideraciones sobre diferentes alternativas y para ello es necesario identificar los elementos más simples del problema (los datos), una vez identificados la tarea siguiente consiste en encontrar las relaciones presentes, la estructura implícita, para luego construir el modelo que corresponda a la situación planteada, y a partir de la confrontación de dicho modelo, tanto con la situación que pretende modelar como con la teoría matemática dispuesta, se procederá a responder a la pregunta planteada.

En este capítulo se abordarán los problemas aritméticos elementales que se enseñan en la escuela. En tal sentido definiremos, lo que para nosotros significan. Entendemos por problemas aritméticos elementales, como aquellos problemas en los que se involucran para su solución operaciones aritméticas (especialmente suma, resta, multiplicación y división). Se dice que son problemas aritméticos elementales porque representan situaciones que se resuelven utilizando procedimientos en una o varias etapas y en los cuales se involucran diferentes operaciones aritméticas.

En términos generales un problema aritmético elemental de una etapa es aquel en el que aparecen tres proposiciones que involucran dos cantidades conocidas y una por encontrar. Por ello se puede decir que en todo problema aritmético elemental de una etapa se distinguen dos partes : la parte informativa y la parte de la pregunta. En la parte informativa se encuentran las proposiciones que contienen los datos conocidos del problema (cantidades dadas) y en la parte de la pregunta se averigua por una cantidad que debe encontrarse a partir de las cantidades dadas. Para encontrar la cantidad desconocida se usa una de las operaciones aritméticas.

Los problemas aritméticos se pueden analizar desde varios puntos de vista. Uno de ellos lo constituye la clasificación entre problemas de tipo verbal y problemas de tipo gráfico y/o numérico. Un problema de tipo verbal es aquel en el que se describen con palabras situaciones que plantean relaciones entre las cantidades propuestas y son posibles de resolver mediante una expresión aritmética. Los problemas numéricos piden al resolutor que realice cálculos entre las cantidades (sin medidas) planteadas en las expresiones dadas sin que tenga que interpretar textos. Los problemas de tipo gráfico son aquellos que mediante una representación se le pide al resolutor realizar una operación determinada.

Ejemplos de problemas de estructura aditiva :

Tipo de problema	Problema
Enunciado verbal	Sandra tiene 16 billetes de caramelos y se le perdieron 7 ¿cuántos billetes le quedan?
Numérico	Escriba en el espacio un número que sumado con 9 de como resultado 16 $9 + \boxed{} = 16$
Gráfico	 ¿Cuántas mariposas faltan en la fila de arriba para que en las dos filas haya la misma cantidad de mariposas ?

2.2 PROBLEMAS DE ENUNCIADO VERBAL

Los criterios que posibilitan analizar los problemas de enunciado verbal, tal como los describiremos en el apartado siguiente, los podemos comprender bajo diferentes perspectivas, abordaremos tres de ellas: las palabras involucradas en el enunciado, el análisis de tipo global ó semántico y el análisis de tipo sintáctico. Estos criterios pueden servir a los profesores como referentes para identificar los errores, las estrategias de solución de los niños, al tiempo que posibilita el diseño de tareas que potencian el aprendizaje significativo en los niños.

CRITERIO 1:
Análisis centrado en las palabras involucradas.

El primer tipo de análisis lo constituye el centrar la atención en el tipo de palabras y las funciones que ellas desempeñan en el enunciado. En los problemas verbales se distinguen dos tipos de palabras, las que informan sobre el contexto de la situación y las que determinan el tipo de operación a realizar. Ejemplo de ello sería :

“Luis juega canicas con Manuel. En el primer juego Luis gana 8 canicas a Manuel y en el segundo Manuel gana 3 canicas a Luis. ¿Cuántas canicas ganó Luis?”

Las palabras de contexto serían las de Luis, Manuel, canicas, juego, primero, segundo. La palabra que da la operación es gana.

En el lenguaje ordinario a este tipo de palabras se les conoce como "palabras clave", que tal como lo afirma Puig:

> "las palabras claves constituyen un conjunto heterogéneo de palabras que podemos dividir en tres grupos :
>
> 1. Palabras propias de la terminología matemática y, por tanto, con significado preciso en el contexto matemático(añadir, doblar, sustraer, dividir, repartir,...)
>
> 2. Palabras tales como conectivas, verbos, etc. que no son propias de la terminología matemática, pero cuyo significado en el contexto del problema suela ser suficiente para decidir la operación que hay que realizar para resolver el problema.
>
> 3. Palabras -o grupos de palabras- que expresan relaciones"[1]

Ejemplos de este tipo de análisis son :

Problema 1 : Camilo tiene 20 caramelos y los va a repartir entre sus 4 amigos, de tal manera que todos reciban la misma cantidad. ¿Cuántos caramelos recibirá cada uno ?

Problema 2 : En un salón de clase hay 40 niños. La maestra ha colocado la tarea en los cuadernos de 15 niños. ¿A los cuadernos de cuántos niños le falta por colocar la tarea?

[1] Puig, L. , Cerdán, F. Los problemas aritméticos escolares. Editorial Síntesis. Pág. 95

Problema 3 : Juan tiene 200 pesos más que Antonio. Si Antonio tiene 1000 pesos. Cuánto dinero tiene Juan ?

En el problema 1 la palabra repartir perteneciente al contexto de las palabras matemáticas, da el significado a la operación que se debe realizar.

En el problema 2 la palabra "falta" es la expresión que determina la operación a realizar.

En el problema 3 las palabras " más que" expresan la relación entre las dos cantidades involucradas en el problema y a la vez definen la operación ha realizar.

Una de las dificultades que tiene este tipo de análisis de los enunciados de los problemas es que se puede hacer de una manera rápida, literal y mecánica, sin tener en cuenta el contexto en que se encuentran dichas palabras claves, lo cual puede llevar a una solución errónea ; o en algunos casos, aunque la solución corresponda, la interpretación del problema será errónea o simplemente no se comprenderá. Tomemos dos situaciones :

Situación 1: La traducción literal del problema, en el que aparecen las palabras clave lleva a respuestas erróneas .

"Fabio tiene 2000 pesos y los gasta todos menos 100 pesos. ¿Cuántos pesos le quedan a Fabio? "

En el problema anterior pueden responder 1900 pesos, que corresponde a la solución : 2000 - 100 = 1900 , solución que responde a lo literalmente dicho en el enunciado

2000 "menos" 100 ¿Cuántos pesos le quedan a Fabio ?

lo que unido a la falta de atención en el momento de interpretar el problema y al afán de dar una respuesta lo lleva a una respuesta incorrecta.

"Luis tiene 8 canicas, jugando ganó algunas más y ahora tiene 12 ¿Cuántas canicas ganó ?"

Este problema lo pueden resolver algunos alumnos mediante una suma, por aparecer en el problema la palabra "más" y de acuerdo al orden en que las cantidades aparecen en el enunciado lo resolverían 8 + 12 = 20 solución que no corresponde a lo planteado en el problema.

El estudiante puede hacer el siguiente análisis al tratar de traducir el problema para encontrar la operación aritmética que sirve para resolver la pregunta planteada :

"Luis tiene 8 canicas, jugando ganó algunas más y ahora tiene 12.
¿Cuántas canicas ganó ?"
"Tiene 8 canicas" "ganó más" "tiene 12" Cuántas ganó"
"8" "más" "12" Cuántas ganó ?
8 + 12 = 20

Es claro que con la reflexión hecha, la respuesta no corresponde a la solución del problema.

Un problema en el que se involucra la palabra clave "repartir" es el siguiente :

" Si reparto 6 frutas a 3 niñas. ¿Cuántas frutas son ?

El esquema de análisis para este problema puede ser :

Si reparto 6 frutas a 3 niñas. ¿Cuántas frutas son ?
"Reparto", "6 frutas" , " 3 niñas". "¿Cuántas frutas son ?"
"reparto", "6" , "entre 3" "Cuántas"
6 dividido 3 = 2

lo que evidentemente constituye un equívoco, ya que no se dice que la repartición es equitativa.

Situación 2: La traducción del problema refleja la no comprensión del mismo, aunque la solución dé la respuesta correcta.

"Fanny tenía 25 bombas. Se le reventaron algunas y ahora tiene 10. ¿Cuántas se le reventaron ?

Es posible que los niños lo solucionen así : 25 - 10 = 15, sin embargo al solicitarles justificaciones poco pueden explicar acerca de su estrategia de solución. En los casos en que la explicación no corresponda a una interpretación correcta del problema, puede suceder que la traducción literal del mismo corresponda a la siguiente:

"Fanny tenía 25 bombas. Se le reventaron algunas y ahora tiene 10
¿Cuántas se le reventaron ?
"Tenía 25" , "reventaron algunas" , "10", "¿Cuántas ?"
"25" "reventaron" "10" "¿cuántos ?"
25 - 10 = 15

En este caso la solución corresponde pero al seguir el proceso de análisis se ve que el alumno deja de lado la pregunta sobre cuántas se le reventaron para quedar con un cuántas indefinible, puede decir cuántas pero no de qué.

CASO 2

A continuación se presentan problemas de tipo aditivo planteados por una profesora, así como la razón por la cual ella los considera diferentes.

Problemas	Diferencias
• Carlos presta a su compañero de puesto 9 colores y a su profesora 7 más que los que le prestó a su compañero. ¿Cuántos colores presta Carlitos a su profesora? • Al salir de la casa Sandra tenía 16 billetes de caramelos y regresó con 7. ¿Cuántos billetes le hacen falta? • María reparte colombinas a sus compañeros , 9 a Ana y 7 a Pedro. ¿Cuántas colombianas repartió en total?	El primero es de colores, el segundo de billetes de caramelos y el otro de colombinas. Esa es la diferencia.

- ¿Cuál cree que fue el criterio que tuvo en cuenta la profesora al explicar la diferencia entre los problemas verbales enunciados?
- ¿Qué cree que la profesora no tuvo en cuenta al dar la justificación de la diferencia de los enunciados de los problemas verbales elaborados?
- Después de realizar la lectura del apartado siguiente, realice una categorización de los problemas teniendo en cuenta la teoría estudiada.

CRITERIO 2 :
Análisis Semántico.

Recientemente los investigadores en educación matemática han mostrado un interés por realizar análisis teóricos sobre las estructuras aditiva y multiplicativa, así como promover estudios para investigar la adquisición de los conceptos y las relaciones entre ellos implicadas en dichas estructuras. Los autores que han proporcionado más análisis sobre este tema y que han sido consultados por nosotros son: Vergnaud, Nesher, Castro y Castro et al.

ESTRUCTURA ADITIVA

Se dice que un problema aritmético comporta una estructura aditiva si para su solución se requiere del uso de una adición. En este contexto la resta se clasifica como un tipo especial de adición. Se asume que una estructura aditiva es aquella estructura o relación que sólo está formada por sumas o sustracciones.

Para Vergnaud (1991) las estructuras aditivas son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras. Este autor presenta diferentes categorías para este tipo de estructuras:

Primera categoría: *dos medidas se componen para dar lugar a una medida*

"Carlos tiene 4 manzanas y 5 peras. ¿Cuántas frutas tiene en total ?"

El número de manzanas, peras y el total de las frutas corresponden a medidas del número de elementos de un conjunto. La ley de composición corresponde a la adición de dos números naturales y el resultado también es un número natural.

Segunda categoría: *una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.*

"Antes de empezar a jugar Andrés tenía 8 canicas, ganó 5. ¿Cuántas canicas tiene ahora ?"

El número 8 representa un número natural, mientras que el 5 representa una transformación que opera sobre la medida de las canicas. La operación de adición para este caso corresponde a la suma de una medida con un número relativo, lo que da como resultado una medida.

Tercera categoría: *una relación une dos medidas*

"Gloria tiene 12 dulce, Luis tiene 7 menos. ¿Cuántos dulces tiene Luis ?

Las dos medidas son el número de dulces de Gloria y los de Luis. La relación es "tener 7 menos". La adición se hace sobre una medida y un número relativo para dar como resultado una medida.

Cuarta categoría: *dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación*

"Luis ganó 8 caramelos ayer y hoy perdió algunos. Si al final ganó 3 caramelos. ¿Cuántos perdió en total ?"

Las transformaciones corresponden a lo que ganó, lo que perdió y lo que perdió en total. Así, la adición corresponde a la composición de dos transformaciones (ganó 8, perdió algunos) para dar lugar a una nueva transformación (ganó 3 caramelos).

Quinta categoría: *Una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.*

"Angélica le debe a Juan 1500 pesos, le devuelve 500. ¿Cuánto le debe ahora ?"

En este problema el estado relativo hace relación al debe 1500, la transformación le devuelve 500. Y la pregunta es por un nuevo estado relativo cuánto debe ?

Sexta categoría: *dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.*

"Julio le debe $2000 a José y éste a su vez le debe $1500 a Julio. ¿Cuánto le debe Julio a José ?"

Los números relativos en este problema corresponden a las cantidades debe 2000, debe 1500 y la respuesta a la pregunta hace relación a un nuevo estado relativo *debe a*.

Nesher elabora una clasificación basada en la estructura semántica, que le permite clasificar los problemas de estructura aditiva en : cambio, combinación y comparación.

Categoría de cambio: incremento o disminución de una cantidad inicial para crear una cantidad final (en estos problemas hay implícito una acción) lo desconocido puede ser cualquier cantidad o el incremento o la disminución.

Categoría de combinación: relación entre una colección y dos subcolecciones disyuntas (parte-todo) La combinación no implica cambio. Lo desconocido puede referir a cualquiera de las partes o al todo.

Categoría de comparación: comparación entre dos colecciones la relación se establece utilizando términos como "más que", "menos que" las tres cantidades que intervienen son: una el referente, otra el referido y otra la comparación.

Categoría de igualación: se produce alguna acción relacionada con la comparación entre dos colecciones disyuntas.

Tipo de problema	Problema
Combinación	En la escuela Patio Bonito 2 hay 7 niñas jugadoras de basketbool y 9 niñas jugadoras de fútbol. ¿Cuántas deportistas hay en total?
Cambio aumentar	Julio tiene 9 camisetas. Le regalan 7 camisetas más. ¿Cuántas reúne en total?
Cambio disminuir	La profesora tiene que ponerle tareas a 16 niños, 9 ya la tienen. ¿A cuántos niños les falta la tarea?
Comparación	Pilar tiene 9 hebillas y Julia 7 más que Pilar. Cuántos hebillas tiene Julia ?
Igualación	Julian tiene 9 lápices. Si Julian pierde 2 tendrá tantos como Antonia. ¿Cuántos lápices tiene Antonia?

CASO 3

A continuación se presentas tres problemas, dé las razones por las cuales son diferentes.

Problemas	Razones
• Como todas la noches Luis guarda sus gallinas en el corral.. Al otro día Luis encuentra sólo 28. ¿Cuántas gallinas se salieron del corral si sabe que son 45 por todas ? • En un potrero hay cierta cantidad de ganado entre toros y vacas. ¿Cuántas toros hay?. Si se sabe que hay 12 vacas y en total hay 23 reses. • En una caja hay 54 botones rojos y 19 botones negros más que rojos ¿Cuántos botones negros hay en la caja?	

CRITERIO 3:
ANÁLISIS DE LA SINTAXIS.

Esta categorización se base en encontrar el lugar de la variable desconocida (incógnita) en el problema. Cambiando la incógnita se generan seis sentencias abiertas en suma y otras seis en la resta

PARA LA SUMA	PARA LA RESTA
a + b = ?	a - b = ?
a + ? = c	a - ? = c
? + b = c	? - b = c
? = a + b	? = a – b
c = ? + b	c =? – b
c = a + ?	c = a -?

A continuación presentamos algunos problemas tipo de cada una de las situaciones planteadas.

Lugar de la incógnita	Problema
9+7 = ?	Luis tiene 9 años y Felipe 7. ¿Cuántos años tiene Camilo, si él tiene la edad de Luis y Felipe juntos ?
9 + ? = 16	Orlando trajo 9 carritos para regalar entre los niños del salón. ¿A cuántos niños le tiene que traer la próxima vez que nos visite si en total hay 16 niños ?
? + 7 = 16	¿Cuántos dulces le quedan a mi amigo, si se come 7 y sabe que tenía 16 ?

CASO 4

La profesora Lucy quiere que sus estudiantes resuelvan problemas utilizando materiales concretos (fichas, frijoles, tapas de botellas, palitos, etc.) y que luego realicen la representación gráfica de lo resuelto. También les pide a los niños que justifiquen cada una de sus respuestas.

Les propone los siguientes enunciados de problemas diferentes, utilizando los números 11, 8 y 19.

1. Luis tiene 11 colores azules y 8 amarillos ¿Cuántos colores tiene por todos?

2. Laura tiene 19 muñecos, si le regala a su hermanita 8 con ¿cuántos muñecos quedó Laura?

3. Antes de iniciar el juego Carlos tenía 11 canicas, jugando ganó algunas, si al finalizar el juego terminó con 19. ¿Cuántas canicas ganó?

4. Gloria tiene 11 libros y 8 cuadernos más que libros. ¿Cuántos cuadernos tiene Gloria?

- Usted ha decidido ayudarle a la profesora Lucy a corregir los trabajos realizados por los niños. ¿Cuáles son las representaciones que espera obtener en cada problema? ¿Cuál la explicación para cada caso?

- Durante el desarrollo del trabajo se presentó una discusión entre Felipe y Carlos, alumnos de la profesora Lucy, por el número de fichas que necesitaban para representar la solución del cuarto problema. Felipe afirma que se necesitan 19 fichas, pero Carlos le sostiene que no, que se necesitan más fichas. Con relación a la discusión, ¿con cuál de los estudiantes está usted de acuerdo y cómo le ayudaría a ese alumno para convencer al otro de la bondad de su argumento?

2.3 MODELOS DE REPRESENTACIÓN

Tal como lo afirma Llinares (1994) una de las tareas que debe desarrollar un profesor en la actualidad es propiciar "diferentes niveles de comprensión matemática" en los alumnos. Dicha comprensión está relacionada, según autores como Piere y Kieran, citados por Llinares, con el uso de referentes concretos y la generación de imágenes mentales por parte de los estudiantes. Consecuencia de ello, una de las competencias del profesor es el uso de diferentes modos de representación que le ayuden a los alumnos a comprender los conceptos y procedimientos matemáticos en discusión.

Entendemos por modos de representación, los referentes concretos, gráficos, situaciones, etc. que sirvan para potenciar la comprensión matemática de un concepto ó un procedimiento en los que aprenden. En éste capítulo presentaremos, sin ahondar en detalles, algunos de los modelos de representación gráfica que se usan para representar las operaciones aritméticas.

Para representar las adiciones y las restas se emplean muy comúnmente los denominados modelos lineales, los modelos cardinales, con medidas y funcionales. En este caso solo usaremos los modelos gráficos denominados lineales y cardinales, debido a que son, desde nuestro punto de vista los más usados en la primaria. Por supuesto, todo el material concreto disponible que ayuda a la comprensión de las operaciones aritméticas pueden ser el primer modo de representación usado por el profesor, pero en este capítulo no se hará relación a él.

Modelos para estructura aditiva

Citado por Castro et al (1988), Resnick asegura que la recta numérica es esquema mental que involucra tanto el aspecto cardinal como el ordinal del número, al menos en lo que respecta a cantidades pequeñas.

Un ejemplo de este modelo es el siguiente :

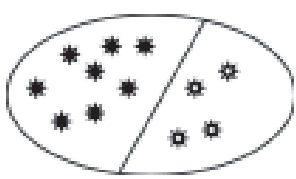
> **"En un bus viajan 15 pasajeros y en otro 5 más que en el primero. ¿Cuántos pasajeros viajan en el segundo bus ?**

Se da una cantidad y el exceso de otra para hallar una segunda cantidad.

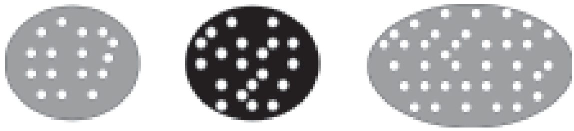
$$15 + 5 = 20$$

Una segunda clase de modelos que representan las operaciones son los denominados modelos cardinales, que usan los diagramas de la teoría de conjuntos, para representar el todo y las partes de un conjunto.

> **"En un salón hay 12 lámparas encendidas. Se apagan 8. ¿Cuántas lámparas quedan encendidas?"**



"En el curso primero Azul hay 16 alumnos y en el primero verde hay 20. ¿Cuántos alumnos hay entre los dos grupos?



CASO 5

Un profesor propone el siguiente problema a sus estudiantes pidiéndoles que lo desarrollen haciendo uso de representaciones gráfica y numérica..

Una volqueta sale del depósito a repartir los pedidos de ladrillo que les habían hecho hasta el momento, el primer pedido que dejó fue de 200 ladrillos, en el segundo pedido deja 50 ladrillos menos que en el primero y en el tercer sitio deja 35 ladrillos menos de los que había dejado en los dos sitios anteriores juntos. ¿Cuántos ladrillos ha dejado en cada uno de los tres sitios? ¿Con cuántos ladrillos salió del depósito?

- ¿Cuántas situaciones están involucradas en el enunciado? A qué categorías (sintáctica, semántica) corresponden?
- ¿Cuál seria una solución usando representaciones concreta , gráfica y numérica?
- Diga qué estrategias de solución pueden usar los niños para resolver el problema?
- Diga los posibles errores que espera encontrar cuando los niños traten de resolver el problema.
- ¿Qué conocimientos necesita tener un niño para poder darle solución al problema ?

2.4 PROBLEMAS DE VARIAS ETAPAS

En este apartado vamos estudiar problemas, que para su solución requieren más de una operación (suma o resta) es decir reflejan más de una situación en un mismo enunciado.

Los problemas de varias etapas pueden ser solucionados de diferentes maneras y requieren de la suficiente atención y la elaboración de un plan para resolverlo. El proceso de resolución y las posibles estrategias que usan los niños deben ser una cuestión que los profesores puedan anticipar a la hora de proponer problemas a sus alumnos. Mostraremos a continuación un ejemplo sencillo:

> **"Amparo tiene ahorrada cierta cantidad de dinero. Con ese dinero más los $2.000 que le regala su tía, compra una hamburguesa que le cuesta $2.800. Si después de la compra tiene $700, ¿cuánto dinero tenía ahorrado Amparo?**

Un plan para resolverlo:

1. Un posible procedimiento para plantearlo:

$\boxed{?}$ + 2000	lo que tenía ahorrado más lo que le dieron
$\boxed{?}$ + 2000 - 2800	lo que completó menos lo que gastó
$\boxed{?}$ + 2000 - 2800 = 700	lo que le queda

Posibles procedimientos de solución:

1.

$$\overset{?}{\boxed{\square + 2000}} - 2800 = 700$$

¿Qué número había antes de restar 2800?

$$\Downarrow$$

3500

$$\boxed{?} + 200 = 3500$$

¿Qué número había antes de sumar 2000?

$$\Downarrow$$

1500

2.

$$\boxed{?}\ \boxed{+ 2000} - 2800 = 700$$

Si al número que busco, primero le sumo 2000 y luego le resto 2800 es como si le hubiera restado 800

$$\Downarrow$$

-800

$$\boxed{?} - 800 = 700$$

¿Qué número había antes de restar 800, para que dé 700?

$$\Downarrow$$

1500

Otro tipo de problemas de varias etapas que consideraremos son aquellos que tiene más de una solución. El siguiente es un ejemplo de uno de ellos:

> **“ En una escuela rural dos niños de tercero, hacen cuentas sobre el dinero que cada uno de sus dos compañeros, Felipe y Pedro, puede tener. Saben que Felipe tiene 9 monedas y Pedro tiene tres monedas menos que Felipe y además que ambos tienen la misma cantidad de dinero”**

Anita y Luisa muestran a su profesora los procedimientos de solución que han empleado para adivinar el dinero que tienen Felipe y Pedro. El profesor sólo pudo ver una parte de lo que cada uno de los procedimientos elaborados:

Anita:

50 50 50 50 50 50 50 50 100

100 100 100 100 50 50

Primera solución de Ana: $ 500 cada uno

100 100 100 100 100 50 50 50 100

200 100 100 100 100 100

Segunda solución de Ana: $ 700 cada uno

Por su parte Luisa muestra el siguiente procedimiento:

Primera solución de Luisa:
4 de 500, 4 de 200 y 1 de 100 da $2900
2 de 1000, 1 de 500, 1 de 200, 2 de 100 da $2900

Segunda solución de Luisa:
5 de 100, 4 de 50 da $700
1 de 200, 5 de 100 da $700.

¿Podría usted explicar la diferencia entre los procedimientos presentados por las dos niñas?
¿Podría esperar más soluciones, cuántas, cómo está seguro que son todas ?
¿Podría presentar un proceso de solución del problema, diferente a los que realizaron las niñas?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castro E., Rico, L. y Castro, E. (1988) Números y Operaciones. Madrid :Síntesis.

Castro E. , Rico, L. y Castro, E. (1995) Estructuras aritméticas elementales y su modelización.. Bogotá :Iberoamérica

Dickson, L. Brown, M y Gibson, O.(1991) El aprendizaje de las matemáticas. M.E.C. Madrid :Labor.

Ministerio de Educación Nacional. Lineamientos Curriculares (1998). Santa Fe de Bogotá: MEN.

Llinares, S. (1991). La naturaleza de la comprensión de las nociones matemáticas. Variable en la formación de Profesores de Matemáticas. En: C.Marcelo y otros (Eds). *El estudio de casos en la formación del profesorado y la investigación didáctica*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

Llinares,S. (1993) Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento de contenido pedagógico y entornos de aprendizaje. En L. Montero y J.M.Vez (eds) *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago :Tórculo.

Llinares, S. , Sánchez, V. y Garcia, M. (1994): Conocimiento de contenido pedagógico del profesor. Tareas y modos de representación para las fracciones. Revista de Educación No. 304. Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.

Puig. L. y Cerdán, F. (1988) Problemas aritméticos escolares. Madrid :Síntesis.

Vergnaud, G. (1991) El Niño, Las Matemáticas y la Realidad. México :Trillas.