

## EL USO DE REDES DE APRENDIZAJE PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN

**Claudia Flores Estrada; Adriana Gómez Reyes; José Luis Torres Guerrero**

CECyT 5 IPN; CCH Sur, Ciencia Forense UNAM, CECyT 13 IPN; CECyT 7 IPN. (México)

cfloreses@ipn.mx, orodelsilencio@yahoo.com.mx, jeluistg@yahoo.com.mx

**RESUMEN:** El presente trabajo tiene como finalidad documentar la construcción de conocimientos a partir de una Red de Actividades de Aprendizaje en Cálculo Diferencial, específicamente del concepto de función, aplicado a estudiantes del Nivel Medio Superior tanto del IPN (CECyT) como de la UNAM (CCH). Se toma como punto de partida la planeación de las Redes de Actividades de Aprendizaje, concebidas como conjunto de actividades variadas y relacionadas con un objetivo común, como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

**Palabras clave:** evaluación, redes de actividades, actividades de aprendizaje, función

**ABSTRACT:** This work is intended to provide written documents for the construction of knowledge from a set of learning activities for differential calculus, particularly of the concept of function for senior high school students both from the National Polytechnic Institute (IPN) and from The Autonomous National University of Mexico (UNAM). The research takes as a starting point the planning of learning activity networks, which were conceived as a set of varied activities related to a common objective, as a didactic strategy in the teaching learning process.

**Key words:** evaluation, networks of activities, learning tasks, function

## ■ Introducción

En la investigación en matemática educativa se diseñan propuestas de situaciones didácticas, se implementan y se analiza su potencial como promotoras de ciertos aprendizajes matemáticos. Las Redes de Actividades de Aprendizaje (RAA) también llamadas Redes de Aprendizaje, están constituidas por diferentes actividades de aprendizaje, relacionadas entre sí, lo que facilita una mejor comprensión de conceptos importantes para el estudiante de Nivel Medio Superior (Flores y Gómez, 2015). Cada red de actividades se vincula desde perspectivas diferentes y se articula de diversas maneras, según el objetivo didáctico que se desea cumplir o la competencia que se quiere alcanzar. Flores, Torres, Gutiérrez, Gómez, Huerta, y Ruiz (2014) diseñaron una específica RAA para Cálculo Diferencial cuya aplicación reportamos en el presente documento.

La RAA de Cálculo tiene como intención hacer una introducción a conceptos esenciales de Cálculo, como es función, la razón de cambio y su capacidad de predicción en modelos dinámicos y para ello se retoma conceptos previos necesarios, como lo son el concepto de variable y el de constante.

## ■ Marco Teórico

El currículo formal es la planeación del proceso de enseñanza-aprendizaje basado en el programa académico. Los programas de un plan de estudio contienen objetivos generales y particulares de aprendizaje, su competencia general y competencias particulares. Suárez, Torres y Ortega (2012) mencionan que el Currículo Potencialmente Aplicado (CPA) puede comprender materiales (paquetes didácticos), planes de formación (seguimiento, capacitación y evaluación) y dispositivos organizacionales (redes y comunidades) que concretan el currículo planeado desde una perspectiva de sistema y profesional. La RAA que diseñamos forma parte del CPA de Cálculo Diferencial.

Una condición que debe cumplir cualquier Currículo Potencialmente Aplicado es el ajustarse a lo planeado. La red de actividades mencionada es acorde con el Currículo Planeado en los cursos de cálculo diferencial.

Innovar con el Currículo Potencialmente Aplicado para una materia específica en un nivel educativo específico requiere tomar en cuenta un gran conjunto de factores que den viabilidad y pertinencia a los cambios deseados. La mejora en la calidad educativa requiere de la innovación educativa en la que se implique al profesor en cambios en los materiales curriculares. Estudiosos de la Innovación Educativa como estrategia de transformación de las Instituciones Educativas (véase por ejemplo, Ortega, Ramírez, Torres, López, Servín, Suárez, y Ruiz, 2007) identifican a los resultados de la investigación como una fuente sólida de ideas y mecanismos para concretar las transformaciones que se desean.

El docente, visto como un ente reflexivo, busca y logra mejoras sustanciales en el proceso de enseñanza-aprendizaje a partir del uso de estrategias de enseñanza adecuadas.

## ■ Metodología

La Ingeniería Didáctica ha representado un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Artigue, Douady, Moreno y Gómez, 1995). Es una metodología que permite la intervención en el sistema completo del salón de clases y establece lineamientos para tomar en cuenta los resultados de la investigación en las dimensiones que corresponden a la cognición, la epistemología, la didáctica y, algunos autores adicionan, la dimensión social.

En el diseño de las RAA se ha considerado como base resultados de investigación estudiados, comentados y discutidos en el Seminario Repensar las Matemáticas.

En la elaboración del material didáctico con base en la Ingeniería Didáctica se documenta el traspaso de la planeación a profesores. Para tener evidencia de cómo, en la implementación de la actividad, los profesores se apropian de la misma, se les pedirá, antes de aplicarla con los estudiantes y después de que se les presenta, lo que en IPN (2004) se llama el modelo PER (propósito, estrategia y resultado); es decir se le pedirá a los profesores que describan cuál creen que es el propósito de esta actividad, cuál es la estrategia que se sigue para cubrir este propósito, y cuál es el resultado que espera obtener. Para evaluar esta parte utilizamos la lista de cotejo y una matriz de resultados (Flores y Gómez, 2009). Dicha matriz consiste en una tabla que incluye como primer columna el planteamiento de la situación a evaluar, en este caso ¿cuál es el propósito de la actividad? En una segunda columna lo que esperamos como respuesta, que sería el propósito que tenemos nosotros definido, en una tercera columna se presentan los resultados obtenidos, en esta columna se establecerán las respuestas presentadas por los participantes y en la última columna nos permite hacer las observaciones pertinentes.

La red de aprendizaje se aplicó a 24 estudiantes que cursan cuarto semestre del CECyT 5 y a 25 estudiantes que cursan el quinto semestre del CCH Sur, en equipos pequeños (entre dos y cinco personas) elegidos por los mismos estudiantes, todos cursaban Cálculo Diferencial. Trabajamos con 9 equipos en el CECyT 5 y 6 en el CCH Sur.

Se considera la aplicación del modelo PER (Propósito, Estrategia y Resultado), de la misma manera que se solicitó a los profesores, se le pedirá a los estudiantes que expliquen cuál creen que es el propósito de esta actividad, cuál es la estrategia que se sigue para cubrir este propósito, y cuál es el resultado que espera obtener (IPN, 2004).

Se consideran las evidencias de ambas instituciones, un profesor en cada una, con la actividad de aprendizaje titulada: *El viaje en bicicleta*, por considerarla una actividad que sirve como conclusión de la red de aprendizaje aplicada.

### *El viaje en bicicleta*

*Andrés sale con sus amigos a pasear en su bicicleta, por lo que recorren aproximadamente 1 km. de camino plano hasta llegar a una colina que tiene una altura de 30 m., después de subir la colina y bajar del lado opuesto deciden regresar para llegar a tiempo de ver su programa favorito a su casa, justo una hora después de que salieron.*

1. *Bosqueja el camino recorrido por Andrés*
2. *Haz una gráfica de la distancia recorrida contra el tiempo. Observa las gráficas elaboradas por tus compañeros, ¿qué tienen en común con la tuya? ¿Cuáles son las diferencias?*
3. *Elabora una gráfica que represente la distancia a la que se encuentran de su casa en cada momento. ¿Cuál es la diferencia con respecto a la gráfica del punto anterior? ¿puede ser la misma?*
4. *¿Cuáles son las variables del problema? ¿Qué valores pueden tomar? ¿Cuál depende de cuál?*
5. *En qué momento va más rápido? ¿En qué momento va más despacio?*
6. *Haz una gráfica de la velocidad que llevan a cada momento.*

(Flores, Torres, Gutiérrez, Gómez, Huerta, y Ruiz, 2014, p. 20)

### ■ Resultados

En los siguientes párrafos se muestran las observaciones personales de los profesores con respecto a *El viaje en bicicleta*.

*Profesor A.* CCH-Sur, UNAM. Un poco más de la mitad de los equipo hicieron bosquejo (5/9), y aunque todos hicieron gráfica de distancia, la mayoría consideró la gráfica de la distancia recorrida y solo dos equipos trabajaron la gráfica de la distancia a la casa (punto de origen), como ningún equipo hizo ambas gráficas no hay posibilidad de que las compararan. Seis de los ocho equipos identificaron las variables, pero ninguno especificó el dominio. Casi todos indican diferentes velocidades (7 de 9) pero solo dos los grafican correctamente. Incluso dos suponen velocidad constante. En los bosquejos hay un par de equipos que redondean el trazo, pero en las gráficas todos trazan rectas. Siete de los equipos suponen los datos desconocidos, no los dejan abiertos, solo dos equipos usan una tabla para apoyarse.

*Profesor B.* CECyT 5, IPN. En todos los equipos hicieron bosquejo (9/9), y aunque todos hicieron gráfica de distancia, la mayoría consideró la distancia recorrida, solo dos equipos trabajaron la comparación con la gráfica de la distancia a la casa (punto de origen). Los equipos identificaron las variables, pero solo dos equipos especificaron el dominio. En los bosquejos

hay un par de equipos que redondean el trazo, pero en las gráficas todos hacen rectas. Utilizan enteros según conviene.

El análisis de estos resultados se hace a través de la matriz de resultados (Tabla 2) y la rúbrica.

Para la evaluación de la red de actividades de aprendizaje se considera la lista de cotejo, como la que se muestra en la Tabla 1 y la matriz de resultados como se muestra en la Tabla 2, ambas referentes al problema de *El Viaje en bicicleta*, elaboradas como se propone en Flores, H. y Gómez, (2009). Tanto la Tabla 1 como la Tabla 2 solo muestran uno de los instrumentos a manera de ejemplo, sin contener la información completa de los equipos.

**Tabla 1.** Lista de cotejo del Viaje en Bicicleta. Elaboración propia

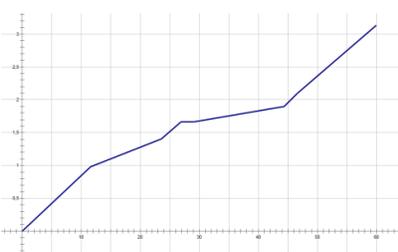
	E1	E2	E3	E4	E5	E6
Bosqueja el camino recorrido	*	*	*	*	*	*
Hace la gráfica de rla distancia recorrida contra tiempo	*	*	*	*	*	*
Hace la gráfica de la distancia de la casa	*	*	*	*	*	*
Hace una comparación entre las dos gráficas de distancia		*				*
Identifica las variables, cual es la dependiente	*	*	*	*	*	*
Identifica los dominios de las variables		*		*		*
Distingue correctamente las diferentes velocidades	*	*	*	*	*	
Grafica las velocidades		*				
Grafica correctamente las velocidades						
Características del bosquejo de la trayectoria:						
Redondea	*	*	*	*	*	*
Incluye tiempos		*				*
Incluye distancias	*	*	*	*	*	*
Características de las gráficas						
Redondea	*	*		*	*	*
Incluye tiempos	*	*	*	*	*	*
Incluye distancias	*	*	*	*	*	*
Incluye velocidad		*				
Incluye sentido		*				*
Contesta el modelo PER	*	*	*	*	*	*

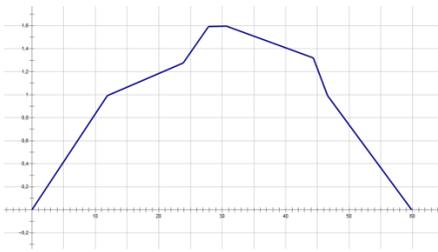
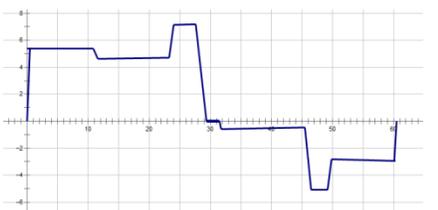
En esta lista de cotejo se puede observar que en todos los equipos hicieron bosquejo (9/9), y aunque todos hicieron gráfica de distancia, la mayoría consideró la gráfica de la distancia recorrida y solo dos equipos trabajaron la comparación de las gráficas de la distancia a la casa (punto de origen).

Los equipos identificaron las variables, pero dos equipos especificaron el dominio.

En los bosquejos hay un par de equipos que redondean el trazo, pero en las gráficas todos hacen rectas y utilizan enteros según convenga.

**Tabla 2. Matriz de resultados. El viaje en bicicleta. Elaboración propia**

Pregunta	Respuesta esperada	Respuesta Obtenida estudiantes	Observaciones
Bosqueja el camino recorrido por Andrés		<b>E1, E2, E3, E5 y E6</b> Considera la trayectoria plana del camino y dibujan la colina más que su trayectoria. <b>E4</b> No realiza el bosquejo.	Pedir un esbozo es muy abierto así que pueden darse por valido el dibujo de la colina
Haz una gráfica de la distancia recorrida contra el tiempo. Observa las gráficas elaboradas por tus compañeros, ¿Qué tienen en común las gráficas? ¿Qué diferencias tienen?		<b>E1, E3, E4, E5</b> Consideran la gráfica lineal <b>E2</b> Solo bosqueja la distancia, no realiza la gráfica solicitada <b>E6</b> Considera la gráfica en camino 1 lineal, en el camino 2 recta pero con una inclinación diferente a la del camino 1 en el camino 3 una curva.	Los estudiantes realizan la gráfica de la distancia recorrida contra el tiempo sin considerar la inclinación o subida y bajada de la colina.
Elabora una gráfica que represente la distancia a la que se encuentran de su casa en cada momento. ¿Cuál es la diferencia con respecto a la gráfica anterior?		<b>E1, E2</b> Solo realiza la gráfica aunque no sea la esperada. <b>E3, E4, E5 E6</b> No Realiza la gráfica de tiempo vs distancia	Logran visualizar las variables dificultándose diferenciar que la distancia recorrida por el ciclista es distinta a la distancia en que se encuentra la casa en el esbozo de la gráfica.

<p>¿Puede ser la misma?</p>		<p>No logra visualizar quien es la variable independiente y dependiente.</p>	
<p>¿Cuáles son las variables de este problema? ¿Qué valores puede tomar? ¿Cuál depende de cuál?</p>	<p>En la discusión con los diferentes equipos se puede tratar las diferentes respuestas que se pueden tener a partir de las decisiones que se tomaron en cada equipo.</p>	<p><b>E1, E3, E5 y E6</b> Consideran distancia y tiempo. <b>E2,</b> Consideran distancia, tiempo y velocidad. <b>E3,</b> Consideran distancia y tiempo, y que la distancia depende del tiempo.</p>	<p>No son explícitos para diferenciar de la velocidad y longitud cuando es cuesta arriba y cuando es cuesta abajo</p>
<p>¿En qué momento van más rápido? ¿En qué momento van más despacio?</p>		<p><b>E1, E3, E5</b> Es más rápido cuando baja de la colina. Más despacio cuando sube la colina de regreso. <b>E2 y E6</b> No lo realizan</p>	<p>Los estudiantes no son tan explícitos en sus notas.</p>
<p>Haz una gráfica de la velocidad que llevan a cada momento.</p>	 <p>* Aun cuando debe considerarse cuando son más bien curvas y no esquinas.</p>	<p><b>E1, E2, E3, E4, E5 y E6</b> No logran realizar la gráfica de la velocidad</p>	<p>Se obtiene las gráficas a partir de las decisiones de los profesores y estudiantes.</p>

■ **Conclusión**

La RAA que incluye el viaje en bicicleta, tiene como intención hacer una introducción tanto al cálculo en sí como a la forma de trabajo, al revisar conceptos previos necesarios, en particular variables y funciones. Los instrumentos de evaluación muestran la construcción de conocimientos matemáticos lograda en los estudiantes. Con la aplicación de la Red de Aprendizaje se favorece la mejora sucesiva de la práctica docente, proporcionando una metodología. Para un profesor novato, la sugerencia en cuanto al orden y variedad de las actividades, puede orientarlo, en la medida que se va tomando experiencia, se pueden tomar decisiones en cuanto a cambios en este orden o en cuanto a quitar o aumentar actividades, pero siempre se tiene un punto de partida.

Las variables en la implementación de la RAA permiten al profesor detectar puntos de mejora de la puesta en escena de las redes para favorecer la construcción del conocimiento matemático por parte del estudiante en sucesivas puestas en escena, así el profesor puede observar cómo va afianzando el concepto de variable, en la medida en que identifica las variables dependiente e independiente en cada problema, y como habla de los cambios.

Las dificultades que presentan los estudiantes son más o menos las mismos en cada institución y son las mismas observadas con otras metodologías de trabajo (si faltan a una sesión pierden el hilo de la exposición, si no resuelven un ejercicio no tendrán las bases o la información requerida para las siguientes actividades). La red de actividades permite al estudiante adquirir un método de trabajo que puedan vincular distintos tipos de actividades, es decir un método de trabajo que les permita organizarse y sistematizar el proceso de aprendizaje.

### ■ Agradecimientos

El desarrollo es posible gracias al apoyo recibido por la Secretaría de Investigación y Posgrado (SIP) del Instituto Politécnico Nacional asignado al proyecto 20152076. *Evaluación del aprendizaje logrado con actividades del currículo potencialmente aplicado en el área de matemáticas.*

### ■ Referencias bibliográficas

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericana.
- Flores, C. y Gómez, A. (2015). El uso de redes de aprendizaje en el estudio del cálculo. *Segundo Congreso Internacional de Matemáticas y sus Aplicaciones*. 65-74.
- Flores, C., Torres, J.L., Gutiérrez, N., Gómez, A., Huerta, J.J. y Ruiz, B.R. (2014). *Redes de aprendizaje*. IPN. México.
- Flores, H. y Gómez, A. (2009). Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula. *Educación Matemática*. 21(2), 117-142.

IPN (2004). Álgebra. Libro para el estudiante. IPN. México.

Ortega, P., Ramírez, M., Torres, J., López, A., Servín, C., Suárez, L. y Ruiz, B. (2007). Modelo de innovación educativa. Un marco para la Formación y el desarrollo de una cultura de la Innovación. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia* 10(1), 145-173.

Suárez, L., Torres, J.L. y Ortega, P. (2012). Las matemáticas del bachillerato en el instituto politécnico nacional. En C. Dolores. (Ed.) *¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del Bachillerato?* México: Plaza y Valdés.