

## NOCIÓN DE RAZÓN DE CAMBIO EXPLORADA A TRAVÉS DE FENÓMENOS FÍSICOS QUE MODELAN UNA FUNCIÓN LINEAL

Ana Leonor Ávila Alvarado, Noelia Londoño Millán, José David Zaldivar Rojas

Universidad Autónoma de Coahuila México

anle\_av@hotmail.com, noelialondono@uadec.edu.mx, david.zaldivar@uadec.edu.mx

**RESUMEN:** Este artículo tiene por objeto evidenciar resultados parciales de una investigación sobre la puesta en práctica de una propuesta metodológica para abordar el tema de razón de cambio, con alumnos de secundaria, a través de la experimentación y manipulación de leyes físicas y el uso de distintos registros de representación. En general se pudo constatar la posibilidad de integrar un concepto matemático relacionando dos áreas del conocimiento, pero también se observó que hubo dificultades al representar modelos lineales, en tablas, gráficas y expresiones algebraicas, estas dificultades pueden resumirse en el mal uso de unidades y la medición, la conversión a representaciones gráficas, máxime si se incluían números decimales, el análisis y la dificultad en encontrar patrones, etc. Aunque el estudio total incluye otros experimentos en este documento solo se consideró el caso de la ley de Hooke.

**Palabras clave:** representaciones, razón, cambio, fenómenos físicos.

**ABSTRACT:** This article aims to show partial results of a research on the implementation of a methodological proposal to address the topic of change reason, with secondary students, through experimentation and manipulation of physical laws and the use of different registers of representation. In general, it was possible to verify the possibility of integrating a mathematical concept by relating two areas of knowledge, but it was also observed that there were difficulties when representing linear models, in tables, graphs and algebraic expressions. Such difficulties can be summarized: in the misuse of units and the measurement, the conversion to graphical representations (mainly if decimal numbers were included), the analysis and the difficulty in finding patterns, and so on. Although the overall study includes other experiments, in this paper, only the case of Hooke's law was considered.

**Key words:** representations, reason, change, physical phenomena.

## ■ Introducción

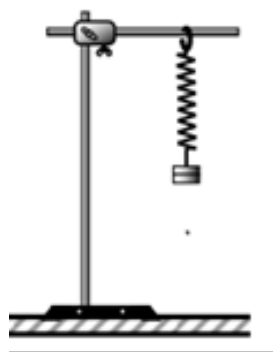
El concepto de razón de cambio se constituye en una parte crucial en el proceso de aprendizaje de todo estudiante, particularmente cuando lo debe asociar con funciones y su derivada en escolaridad avanzada. En la educación básica secundaria está indicado como uno de los contenidos que se estudian en el tema de proporcionalidad y funciones e implica “Calcular y analizar la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Así como Identificar de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa” (SEP, 2011, p. 50). El objetivo central de esta investigación lo constituye el interés en abordar este tema de una manera diferente por lo cual se presenta una propuesta didáctica que permita al alumno relacionarlo con variables físicas de la realidad, además de insistir en el uso de múltiples representaciones (Duval, 1999; Janvier, 1987; Hitt, 1998) del mismo objeto matemático.

En este sentido la (NCTM, 2000) indica que los estudiantes pueden desarrollar y profundizar la comprensión de conceptos y relaciones matemáticas a medida que crean, comparan y utilizan diversas representaciones, entendiendo éstas como gráficas, tablas, relaciones, símbolos, etc.

## ■ Metodología

Durante la investigación se diseñaron y aplicaron tres experimentos a saber: llenado de recipientes, el movimiento circular uniforme y la ley Hooke. En este documento solamente se consideró el último de ellos, el cual se llevó a cabo con 42 estudiantes de tercer grado de secundaria pública, cuyas edades oscilan entre los 14 y 15 años.

La Ley de Hooke establece que “una fuerza que actúa sobre un resorte produce un alargamiento o elongación que es directamente proporcional a la magnitud de la fuerza” (Tippens, 1992 p. 254 ). Esta ley fue usada para diseñar y aplicar la propuesta didáctica, para el estudio de la razón de cambio. Para realizar el experimento, se organizó a todo el grupo en equipos de 4 integrantes, se entregó a los estudiantes, el material a utilizar (soporte universal, pinzas, resortes de extensión, porta pesas, pesas de diferente masa, regla, balanza para medir la masa) y la hoja de trabajo con las indicaciones. Seguidamente se les orientó en el armado del dispositivo, como se muestra en la figura 1. Esta imagen también se incluyó en la hoja de trabajo.



**Figura 1.** Dispositivo para explorar la ley de Hooke

Se les indicó medir la longitud original del resorte y escribirla en el espacio indicado en la hoja de trabajo, al agregar cada masa se les pidió que volvieran a medir la longitud del resorte y anotaran en la tabla los datos correspondientes a la masa, la longitud actual del resorte y el estiramiento generado, los resortes utilizados para esta actividad son pequeños y con cierto límite de elasticidad, entendiendo ésta como la propiedad que tiene el material para recuperar su forma original después de ser comprimido o estirado. Seguido de esto, los estudiantes debieron realizar una gráfica con los datos de masa y estiramiento, para lo cual se incluyó en la hoja de trabajo una figura con los ejes cartesianos sin más datos, para darles total libertad de ubicar las variables a su gusto y poder diagnosticarlos acerca del conocimientos respecto al tema análisis y representación de datos (SEP, 2011).

Para guiarles en el análisis se les plantean los siguientes cuestionamientos: ¿Existe cambio en los datos registrados en la tabla? Aunque la pregunta parece ser obvia, lo que se pretende es guiar al alumno a visualizar del cambio que experimenta el resorte, mediante la observación de la tabla y la gráfica.

(Cualquiera que haya sido tu respuesta explica que hiciste). Con esta indicación se pretendió obtener información sobre las observaciones de los estudiantes.

Se les indicó también que describieran ¿Qué tipo de gráfica se obtiene al dibujar los datos? En este punto se esperaba que los alumnos visualicen en su gráfica una recta y que esto les condujera a deducir que la gráfica representa una función lineal.

Posteriormente se les indicó: Observar la gráfica y explicar cómo se puede calcular la variación en la longitud y la variación de la masa.

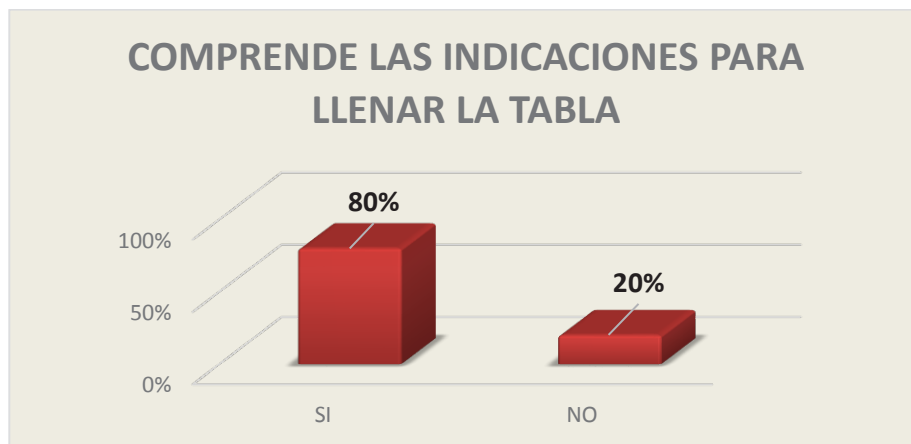
También se les planteó la siguiente situación: Si se suspendiera una masa de 5000 g, en el resorte ¿cuál sería la longitud que alcanzaría? Explica ¿cómo lo obtuviste?

Y por último solicitamos una representación algebraica enunciando la pregunta siguiente: ¿Qué necesitas conocer para determinar la longitud del resorte, sin medirlo al suspenderle una masa de  $m$  gramos? Escribe una regla general que te permita calcular la longitud del resorte sin medirlo.

### ■ Resultados

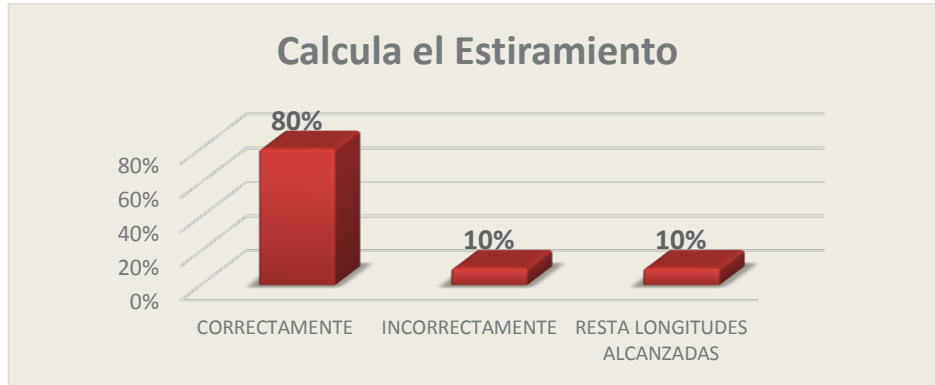
A continuación se muestran los resultados que surgieron luego de aplicar la actividad de los resortes, haciendo énfasis en el uso y asimilación de los distintos registro de representación.

En lo que respecta al registro tabular, los resultados reflejaron que el 80% de los estudiantes comprendió las indicaciones dadas por escrito.



**Figura 1.** Resultados sobre la comprensión de las indicaciones.

El 20% tuvo dificultades para determinar el estiramiento generado en el resorte, ya que se les pedía lo indicaran en cm, sin embargo, indicaron la medida en milímetros, mostrando dificultad para representar en la unidad solicitada. Para lograr visualizar la relación que se establece entre las dos variables involucradas, era necesario observar el comportamiento de la variable estiramiento, por lo se requería realizar el cálculo correcto, debiendo restar a la longitud original, la longitud alcanzada por cada vez que se agregara una masa. Así mismo se encontró que el 80% de los equipos calculó correctamente el estiramiento de acuerdo a lo indicado, un 10% no entendió la indicación y otro 10% falló al realizar la operación.



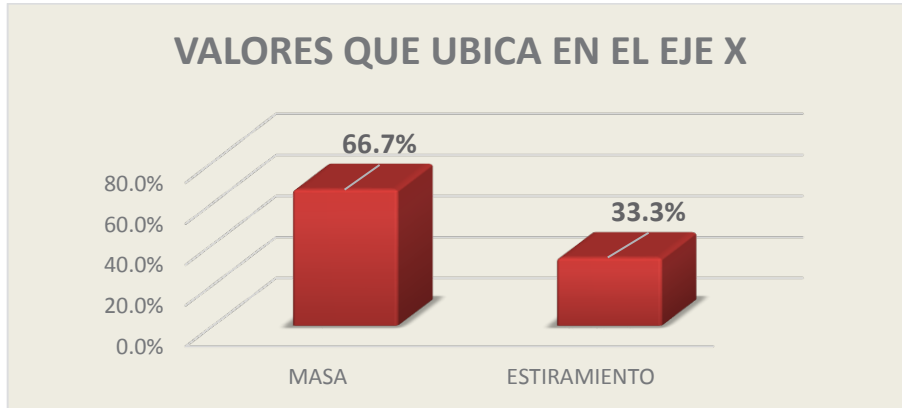
**Figura 2.** Resultados sobre el cálculo correcto del estiramiento.

También se les indicó graficar los datos de las columnas de masa y estiramiento, los resultados reflejaron que el 60% atendió la indicación, el resto en vez de estiramiento graficó los valores correspondientes a la longitud total del resorte.



**Figura 3.** Resultados sobre la ubicación de las variables en los ejes cartesianos.

Para la elaboración de la gráfica se incluyó en la hoja de trabajo la imagen de los ejes cartesianos, dándoles total libertad de ubicar las variables, en este punto de la actividad. Del 60% de estudiantes que graficaron los valores de masa y estiramiento, el 66.7% ubicó los valores de masa en el eje de la abscisas, de lo cual se pudiera concluir que identifica la masa como la variable independiente.



**Figura 4.** Resultados de la forma en que los estudiantes ubicaron los valores de masa y estiramiento en los ejes cartesianos.

A partir de las gráficas elaboradas, se les indicó que definieran el tipo de gráfica dibujada,



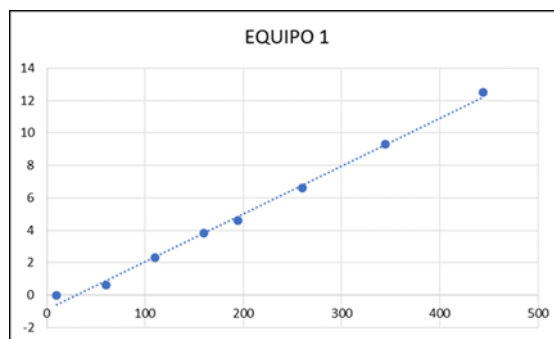
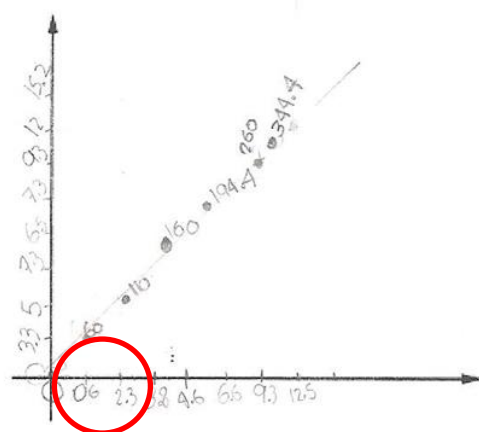
**Figura 5.** Tipos de gráficas construidas

Los resultados reflejan de forma generalizada dificultades para identificar el tipo de gráfica, mostrando una tendencia a dibujar graficas de barras. Se esperaba que sus gráficas tendieran a dibujar una línea recta, y aunque sus gráficas muestran esa propensión, no se puede visualizar una línea recta, debido a que tuvieron dificultades para establecer las escalas de la magnitudes a graficar, es decir, establecieron cada separación como unidad de medida generalizada. Como puede verse en la gráfica de figura 7a.

Longitud original: 2.7

Masa +porta pesas gr.	Longitud cm	Estiramiento cm
0	0	0
60	3.3cm	0.6
110	5cm	2.3
194.4	7.3	4.6
160	6.5	3.8
260	9.3	6.6
344.4	12	9.3
444.4	15.2	12.5

Figura 6. Tabla de datos construida por uno de los equipos



a)

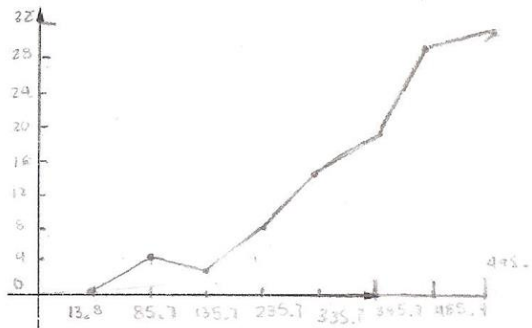
b)

Figura 7. Representación gráfica de los datos de figura 6. a) Elaborada por los alumnos. b) Elaborada en Excel.

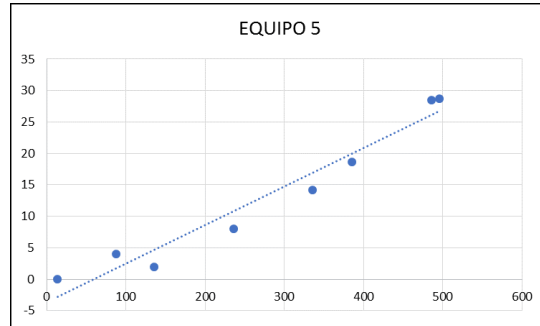
Longitud original: 5cm

Masa +porta pesas gr.	Longitud cm	Estiramiento cm
13.8g.	5cm	0cm
85.7g	5.4cm	4mm
135.7g	7cm	2cm
235.7g	13cm	8cm
335.7g	19.2cm	14.2cm
385.7g	23.7cm	18.7cm
485.7g	33.5cm	28.5cm
495.7g.	33.7cm	28.7cm

Figura 8. Tabla de datos construida por uno de los equipos.



a)



b)

**Figura 9.** Representación gráfica de los datos de la figura 8. a) Elaborada por los alumnos. b) Elaborada en Excel.

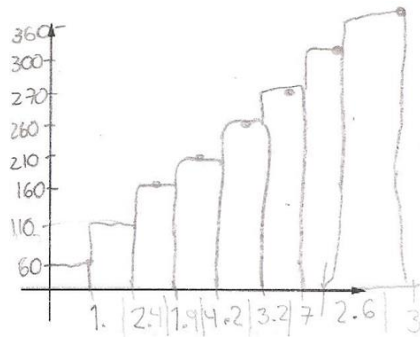
Otra dificultad que se pudo observar tiene que ver con la representación de unidades, ya que en sus mediciones describían longitudes en milímetros, pero al momento de graficar las representaban en cm, como se puede ver en la figura 8.

Longitud original: 4.9

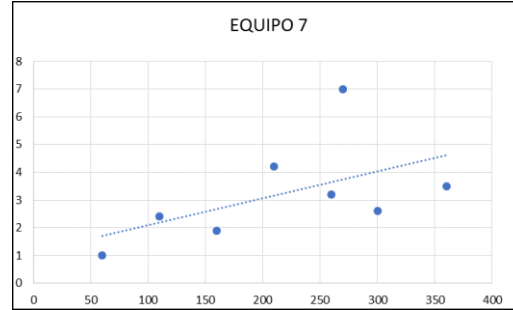
Masa + porta pesas gr.	Longitud cm	Estiramiento cm
60	5 cm	1 mm
110	7.4	2.4 cm
160	9.3	1.9 cm
210	13.5	4.2 cm
260	16.7 cm	3.2 cm
270	17.4	7 mm
300	20 cm	2.6 cm
360	23.5 cm	3.5 cm

**Figura 10.** Tabla de datos construida por uno de los equipos.





a)



b)

**Figura 11.** Representación gráfica de los datos de la figura 10. a) Elaborada por los alumnos. b) Elaborada en Excel.

En la gráfica anterior, la ubicación de los puntos graficados, parece mostrar la tendencia a una línea recta, sin embargo, como se puede ver en el contraste con la gráfica de Excel, hay muchas disparidades entre los datos, esto debido a que el cálculo de estiramiento lo obtuvieron restando la longitud alcanzada a la longitud anterior, en lugar de restar la longitud alcanzada a la longitud original del resorte. Los resultados arrojaron un 40% en la graficas de otros tipos, de ellas se pueden entresacar aquellas en forma ascendente por sectores rectilíneos, rectas verticales, etc. pero una vez más permanece manifiesta la dificultad para ubicar los puntos en el plano cartesiano, además de imprecisiones en la medición, pues como se puede ver los datos distan mucho de dibujar una línea recta.

En general se puede observar que las dificultades que se presentaron para lograr modelar una función lineal mediante la experimentación de fenómenos físicos, se precisa en que muestran problemas para representar diferentes tipos de unidades, en el plano cartesiano, lo cual tiene que ver con el dominio de representación de números fraccionarios y decimales en la recta numérica y con el dominio de equivalencias entre unidades, es decir, al pasar del registro tabular al gráfico.

Cabe precisar que algunos temas señalados antes los empiezan a estudiar desde el sexto grado de primaria, en el sistema mexicano, por lo que se esperarí que al plantear situaciones que implican su aplicación, los estudiantes deberían tener un dominio adecuado, sin embargo, se observaron deficiencias en el dominio de estos temas básicos.

### ■ Referencias bibliográficas

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colombia: Artes gráficas.

- Janvier, C. (Ed.) (1987). *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associated.
- Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Educación Matemática*, 10(2), 23-45.
- SEP. (2011). *Programas de Estudio 2011, Guía para el maestro educación básica secundaria matemáticas*. México: SEP.
- The National Council of Teachers of Mathematics. NCTM. (2000). *Principios y estándares curriculares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Tippens, P. (1992). *Física conceptos y aplicaciones*. México: McGraw-Hill.