

## UNA CARACTERIZACIÓN DEL BINOMIO FUNCIONAMIENTO Y FORMA DEL USO DE LAS GRÁFICAS Y SU RESIGNIFICACIÓN CON PROFESORES DE BACHILLERATO

**Claudia Leticia Cen Che**

Instituto Tecnológico Superior de Calkiní en el Estado de Campeche, ITESCAM. (México)

claudia.cen.che@gmail.com

**RESUMEN:** El trabajo presenta los resultados de investigación sobre el uso de las gráficas de las funciones caracterizadas por profesores del Nivel Medio Superior. Ésta fue realizada a través de una propuesta de actividades y una categoría de conocimiento matemático desde la Socioepistemología. Tal propuesta, fue con base al comportamiento tendencial de las funciones, que pone en acción el conocimiento matemático que se ve reflejado en las argumentaciones de los profesores acerca de los usos de la gráfica a través de la unidad de análisis funcionamiento y forma. El análisis de la evidencia muestra una resignificación del uso de la gráfica.

**Palabras clave:** funcionamiento, forma, resignificación, uso

**ABSTRACT:** This work shows the results of an investigation about the use of function graphs characterized by senior high school teachers. The research was carried out by means of proposal of tasks and a category of mathematical knowledge, from the Social Epistemology. Such proposal was based on the tendencies of the function behavior, which activates the mathematical knowledge that is reflected in the teachers' explanations about the graph uses, by linking analysis, functioning and form. The evidence analysis shows a new significance of the graph use.

**Key words:** functioning, form, new significance, use

■ **Introducción**

El estudio del uso de la gráfica parte de considerar que ésta es una herramienta que promueve el uso del conocimiento matemático, en donde la función matemática juega un papel fundamental. Por otra parte, se reconoce la importancia de la función en el sistema didáctico y la poca o nula atención que tienen hacia su representación gráfica y quizás a la inclinación a no separarlas y a ver a una como el “paso final”, en el caso de la gráfica. Así pues en un estudio realizado en el bachillerato tecnológico mexicano en 2006 se dio a conocer que existen al menos seis usos de las gráficas de las funciones, a saber: *ubicación de puntos, comportamiento geométrico, análisis de la curva, cálculo de área, cálculo de volumen y análisis de información*. Sin embargo, esos usos no son del dominio de los profesores de matemáticas al seguir un programa de estudios lineal, para apreciarlos es necesario verlos a un nivel macro del bachillerato.

Ejemplo de los usos mencionados son los que se presentan en el escenario de la recta (figura 1) en donde el discurso matemático escolar trata con la recta en donde el uso de la gráfica concierne a la ubicación de puntos para el trazado de la recta a través de la forma tabular. Una vez que se reconoce cómo es la ecuación y la forma de la recta, este uso evoluciona para dar lugar al comportamiento geométrico cuyo funcionamiento es la asociación gráfica-expresión algebraica, y se presenta mediante formas de la transformación de funciones (traslación horizontal y vertical, estiramientos y reflexión). Con ello de alguna manera se infiere la posición de la recta, que posteriormente se usa para calcular el área y el volumen; el funcionamiento de la gráfica radica en definir el área que genera la superficie del área a calcular, y sus formas surgen a través de la integración. El desarrollo del uso consiste en distribuir puntos, luego en establecer comportamiento geométricos y finalmente calcular superficies (Cordero, Cen y Suárez, 2010). Otros escenarios son los de la curva sinusoidal y la parábola que son una muestra de cómo se desarrolla el uso de la gráfica en el sistema escolar.

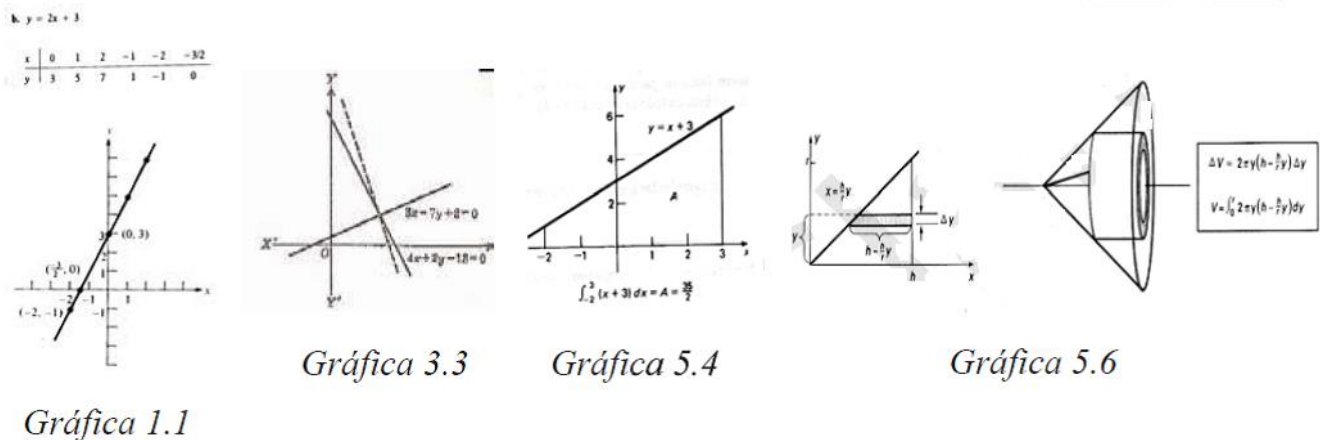


Figura 1. Escenario de la recta (Cordero et al., 2010, p. 201)

Al haber identificado los usos entonces surgieron las preguntas que conducen a este reporte de investigación, *¿los usos de las gráficas de las funciones provocan un desarrollo del conocimiento?, ¿cómo suceden los usos de las gráficas cuando se proponen en alguna actividad matemática?* El propósito es dar evidencia de la importancia de habilitar categorías de conocimiento en el sistema didáctico y la potencialidad que adquiere la gráfica cuando se prescinde intencionalmente de la expresión matemática.

El estudio está sustentado en el marco socioepistemológico bajo su premisa principal: *la práctica social es la que regula y norma la actividad de los individuos y genera conocimiento matemático en instituciones* pues es ahí en donde las acciones tendrán significados propios e intención. Por otra parte también se parte de la premisa *la graficación es una práctica social que genera conocimiento matemático del cálculo* (Cordero, 2008, p. 293). Las posturas anteriores han permitido desarrollar el constructo *uso de la gráfica* y centrar la atención sobre el propio uso; que en su sentido coloquial hace referencia a hacer servir la gráfica para ejecutar y practicar algo habitualmente por costumbre. Por otra parte en Cordero et al. (2010) se puso de manifiesto que en el bachillerato existe un marco de referencia del uso de la gráfica y que a lo largo de los semestres hay un desarrollo del uso de la gráfica, el cual debería exponer una resignificación del uso. Ésta es la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, normado por lo institucional (Cordero, 2008).

### ■ Marco teórico

En el estudio del uso de la gráfica no se trivializa al acto de realizar una gráfica, sino que se concibe como el estudio del uso de la gráfica en una situación específica que responde a la funcionalidad del conocimiento matemático (Zaldívar, Cen, Briceño, Méndez y Cordero, 2014). Con ello la gráfica adquiere otro estatus, el de una herramienta y una argumentación en una situación. Así el objeto matemático función será explicado a través de argumentaciones gráficas que se desarrollan en la situación. La unidad de análisis es el *funcionamiento y forma*, un binomio inscrito en una relación dialéctica que toma sentido y significación en las argumentaciones de los participantes cuando resuelven una actividad matemática con aquello que les es útil (Cen, 2015). El método seguido para la investigación se compone de dos partes: la metodología del marco teórico y la experimental. Respecto al marco la intención está en reconocer la *resignificación del uso de la gráfica*, cómo se presenta y cómo se modifica cuando la gráfica se traduce a actividades no tradicionales del discurso matemático escolar del bachillerato. Para ello se consideró la categoría *comportamiento tendencial de las funciones* (CTF), la cual es un argumento que establece relaciones entre funciones y está compuesto de una colección coordinada de conceptos en situaciones donde se discuten aspectos globales de variación (Cordero, 2008).

La metodología experimental tiene un carácter descriptivo e interpretativo, en donde el objetivo fue analizar el funcionamiento-forma cuando los usos se ponen en juego en algunas actividades. La experimentación se realizó con treinta y cuatro profesores de nivel medio superior en un taller sobre

modelación-graficación. Se hizo una encuesta en donde una de las preguntas fue ¿en qué situaciones y para qué utiliza las gráficas en sus clases? Las respuestas fueron las esperadas: las gráficas surgen como una herramienta para explicar comportamientos geométricos, los diferentes tipos de funciones que emplean, el cálculo del área bajo la curva, para mostrar la solución de un sistema de ecuaciones, en estadística, para analizar la continuidad y discontinuidad de una función, entre otros (Cen, 2015). Con base en lo anterior se diseñaron tres actividades, no tradicionales o convencionales en el sistema didáctico, cuya génesis está en la situación de transformación y el CTF. Las actividades son en consideración a los usos: *ubicación de puntos*, *análisis de la curva* y *comportamiento geométrico* (Cordero et al., 2010).

### ■ Actividad 1. El uso ubicación de puntos

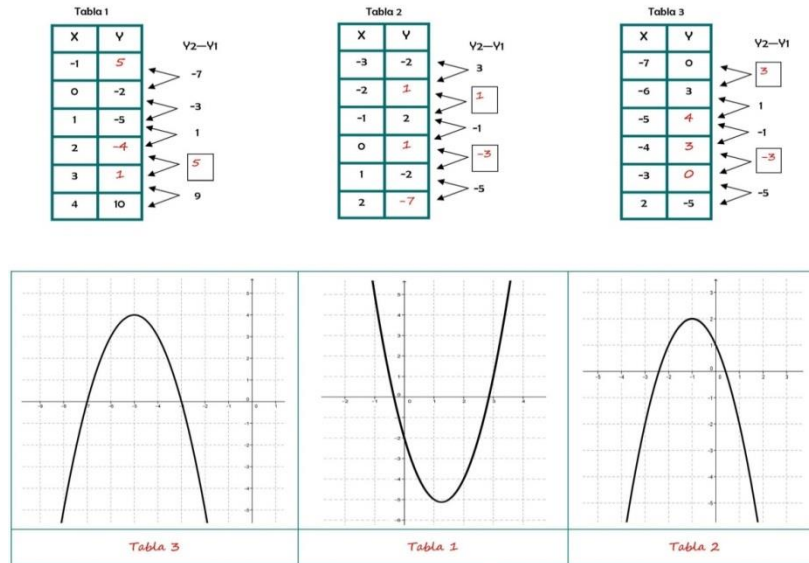


Figura 2. El CTF y el uso ubicación de puntos (Cen, 2015, p. 86)

En la primera actividad se tomó la relación tabla-gráfica lo que implica tener una tabla con todos los valores explícitos y después realizar la ubicación de los puntos en el plano. Los profesores realizaron el llenado de las tablas y después ubicaron algunos de esos puntos en las gráficas propuestas. En este caso la gráfica fue secundaria; es en donde se aprecia la fuerza del discurso matemático escolar. Dentro de las estrategias está el ubicar las parejas de números propuestos en las tablas y ubicarlos en las gráficas. Es decir, no se realizó el llenado de las tablas para identificar las gráficas correspondientes, sino que se basó con las propuestas. Con ello se verificó que si una pareja de números cumple con la gráfica seleccionada entonces se tomaba otra pareja para verificar si también cumplía. Ambos casos exponen que la gráfica es vista puntualmente, a pesar de tener la representación gráfica, por lo que no se mira cómo varían los puntos.

■ **Actividad 2. El uso análisis de la curva**

En la tabla 1.

¿Cómo son las variaciones o diferencias ( $Y_2 - Y_1$ ) de las imágenes si  $-1 < x < 1$ ? ¿En la gráfica qué observas para esas imágenes de  $x$ ?

¿En la gráfica qué observas si  $1 < x < 2$ ? ¿Cómo son las variaciones si  $2 < x < 4$ ? ¿En la gráfica qué observas para esas imágenes de  $x$ ?

¿Cómo crees que serán las variaciones si  $x > 4$ ? y ¿si  $x < -1$ ?

En la tabla 2, ¿cómo describirías sus variaciones y diferencias? , ¿y su gráfica correspondiente?

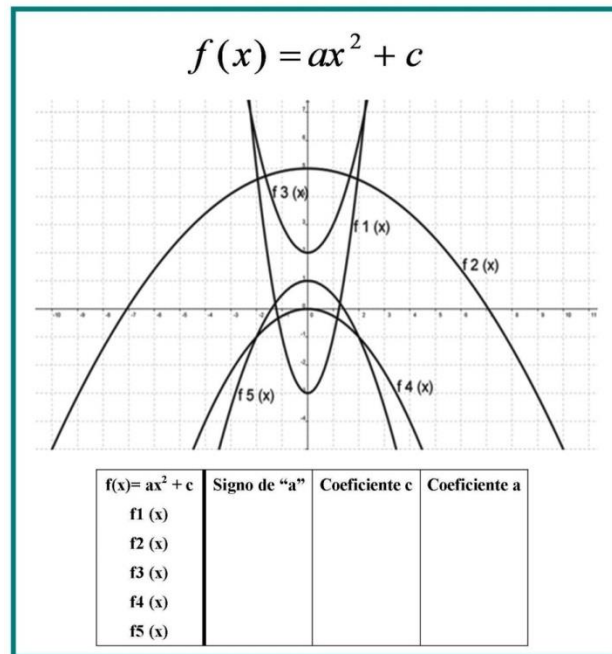
En la tabla 3, ¿cómo describirías sus variaciones y diferencias? , ¿y su gráfica correspondiente?

**Figura 3.** El CTF y el uso análisis de la curva (Cen, 2015, p. 95)

Se tomó como actividad de inicio el uso ubicación de puntos en donde la expresión analítica no es propuesta, por lo cual no se puede realizar los criterios de la primera y segunda derivada que son las formas en que se manifiesta este uso institucionalmente (Cen, 2006). Esto no significa que no se pueda realizar el análisis comportamiento de las funciones, que es el funcionamiento del uso propuesta por tablas de valores.

Al poner en juego esta actividad se tienen dos funcionamientos en este uso de la gráfica. Un funcionamiento es describir el comportamiento de la curva a través de las tablas de valores propuestos, en tal caso la tabla adquiere un papel primordial. La forma en que se llevó a cabo este uso de la gráfica es cuando se miran en las tablas los valores de  $X$  y cómo éstos varían en las tres tablas. El segundo funcionamiento es describir el comportamiento de la curva desde la curva misma. Es decir, la atención está sobre la curva ya que a partir de ella se responden las preguntas de la actividad y después se verifican o corroboran en las tablas de valores. Entonces la forma de este uso radica en lo perceptible de la gráfica, ya que sobre ella trazan con un lápiz, con un dedo, con la mano o bien con un bolígrafo a manera de recta, la trayectoria que tiene la curva (Zaldívar, 2014). Es ese movimiento el que expone el comportamiento de la curva, en donde se aprecia el vértice y como consecuencia la recta tangente.

■ **Actividad 3. El uso comportamiento geométrico**



**Figura 4.** El CTF y el uso comportamiento geométrico (Cen, 2015, p. 105)

En esta actividad se observó cómo identificaron los coeficientes “a” y “c” del modelo de función cuadrática propuesta. Respecto a encontrar el valor de “c” fue ágil afirmar que éste coeficiente es el corte que tiene con el eje y. Algunos extrapolaron, por decirlo de alguna manera, lo que significa el parámetro “b”, respecto de  $y=ax+b$ , a lo que significa el parámetro “c” en el modelo de función propuesto para esta actividad.

En este uso de la gráfica también es fundamental la forma gestual de la gráfica, en el recorrido que realizan sobre la gráfica ya sea con el dedo, lápiz o bolígrafo; además de hacer ademanes sobre el alargamiento horizontal (cerrada o abierta, como señalaron los profesores) de la gráfica.

■ **Resultados**

Estas actividades tuvieron como objetivo confrontar lo que el discurso matemático escolar “dicta” que siga un profesor de matemáticas en su práctica profesional cuando se proponen algunas actividades no típicas de ese discurso. Respecto de los usos de las gráficas se observó la potencialidad de la gráfica para estimar los coeficientes de la función, la gráfica como una herramienta que modela variaciones y la tabla de valores como una herramienta que permite abordar aspectos variacionales y

que la función puede ser considerada secundaria en las actividades si la atención está puesta sobre el uso de la gráfica. Por otra parte, los profesores proporcionaron evidencia de su práctica profesional y que la gráfica es una herramienta, en donde su uso se resignifica y por tanto lleva a cuestionar el rol que juega en los aspectos variacionales y en la modelación. Las actividades propuestas dieron evidencia de la funcionalidad del conocimiento matemático cuando se trata con el uso de la gráfica a través de sus funcionamientos y formas, puesto que los profesores atravesaron por una “crisis”, en el sentido de Berger y Luckman (2006), por lo que pusieron en juego el conocimiento adquirido con base a su experiencia.

Al respecto del discurso del profesor se hizo evidente que existen otros funcionamientos y formas que están inherentes a la práctica del profesor y otras que desconoce, esto producto del discurso matemático escolar en donde las prácticas institucionales son rutinas o bien rutinarias. Por lo cual se deben proponer epistemologías de conocimiento centradas en el uso del conocimiento y su resignificación, es decir ofrecer a los profesores alternativas al discurso matemático escolar. También se observó que la epistemología inicial reportada por Cen (2006) era rígida por decirlo de alguna manera y no permitió resaltar que existen otros funcionamientos y formas y más aún cómo suceden éstos.

La propuesta de actividades permitió observar que para un funcionamiento, existen una o más formas del uso de la gráfica, lo cual confirma que “el funcionamiento son las ejecuciones, acciones u operaciones que desempeña la gráfica en la situación, mientras que la forma son las clases de esas ejecuciones, acciones u operaciones” (Cordero et al., 2010, p. 199). Esto significa que debido al funcionamiento de la gráfica, existen varias maneras de proceder a realizar la tarea propuesta. Por otro lado, también se infiere que no son los únicos funcionamientos y formas que se pueden proponer o bien existen respecto a los usos de las gráficas, sino que al tratar con el uso existe un subuniverso de significados en el sentido de Berger y Luckman (2006), que deben ser explotados pues conforman una alternativa del uso del conocimiento que pudieran ser integrados en el discurso matemático escolar.

## ■ Conclusiones

Los resultados obtenidos al respecto radican la potencialidad de la gráfica para estimar los coeficientes de la función, la gráfica como una herramienta que modela variaciones y la tabla de valores como una herramienta que permite abordar aspectos variacionales. Por otra parte, ya se tiene evidencia de las prácticas profesionales de los profesores y cómo éstas se desarrollan ante una actividad no tradicional del discurso matemático escolar; así como la gráfica como herramienta provoca una resignificación del conocimiento matemático y lleva a cuestionar el rol que juega en los aspectos variacionales y en la modelación. La investigación permite reafirmar la necesidad de incorporar en el sistema didáctico el uso de las gráficas atendiendo a dos razones: la resignificación del uso del conocimiento matemático y el marco de usos de la gráfica (Cordero et al., 2010) se hizo más robusto al considerar las argumentaciones de los profesores alrededor de cada uno de los usos propuestos en la actividad. Por

otra parte, la evidencia empírica indica la conveniencia de ampliar el constructo teórico y proponer que el funcionamiento es la acción que se desea desempeñe la gráfica en la situación que se trate, mientras que la forma es la manera en la cual el sujeto actúa sobre la gráfica, por lo que la apariencia perceptible de la gráfica (objeto) es fundamental pues de alguna manera orienta el proceder del sujeto (proceso) lo cual se ve reflejado en las argumentaciones de los participantes.

### ■ Referencias Bibliográficas

- Berger, P. y Luckmann, T. (2006). *La construcción social de la realidad* (1ª edición, 20ª reimpresión). Buenos Aires: Amorrortu.
- Cen, C. (2015). *Una caracterización del uso de las gráficas de las funciones con profesores de bachillerato*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Ciudad de México, México.
- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso matemático del cálculo escolar. Una visión Socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (eds.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Un reporte iberoamericano* (pp. 265 – 286). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C. – Díaz de Santos.
- Cordero, F., Cen, C., Suárez, F. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(2), 187 – 214.
- Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar*. Tesis de Doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Ciudad de México, México.
- Zaldívar, D., Cen, C., Briceño, E., Méndez, M. y Cordero, F. (2014). El espacio de trabajo matemático y la situación específica de la matemática funcional: un ejercicio de diálogo. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(4 – II), 417 – 436.