MATEMÁTICA FUNCIONAL EN UNA COMUNIDAD DE CONOCIMIENTO DE INGENIEROS. TRANSVERSALIDAD DE LA ESTABILIDAD

E. Johanna Mendoza Higuera y Francisco Cordero Osorio
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. (México)
ejmendoza@cinvestav.mx, fcordero@cinvestav.mx

RESUMEN: En esta investigación se trata de construir un marco de referencia que caracterice y estructure los usos de la estabilidad en situaciones específicas. La problemática en cuestión, radica en el hecho de que hay usos del conocimiento matemático de la ingeniería que son diferentes en la Matemática Escolar. Buscamos identificar aspectos de funcionalidad que permitan construir un diálogo entre el aula y la realidad. En este avance de investigación se mostrará, *grosso modo*, la resignificación de la estabilidad y la metodología que estamos conformando. Con ello, pretendemos construir un marco socioepistemológico que oriente el diseño de situaciones para el aula: generar situaciones de socialización que amplíen los episodios de aprendizaje donde el estudiante construye conocimiento de lo estable en situaciones específicas propias de la ingeniería.

Palabras clave: socioepistemología, ingeniería, estabilidad, usos

ABSTRACT: This research attempts to construct a reference framework that characterize and structure the uses of stability in specific situations. The problem in question lies in the fact that there are uses of mathematical knowledge in engineering that are different in school Mathematics. We seek to identify aspects of functionality that allow us to construct a dialogue between the classroom and reality. This research progress will show, roughly speaking, the reinterpretation of stability and the methodology that we are elaborating. Thus, we try to construct a socio-epistemological framework that guide the design of situations for the classroom: to generate situations of socialization that spread learning experiences where the student constructs knowledge of stability in specific situations of engineering.

Key words: socio-epistemology, engineering, stability, uses

Introducción

Uno de los propósitos de la educación, es proveer a los ciudadanos de conocimientos que les permitan mejorar sus condiciones de vida. Múltiples ejemplos dan cuenta que este objetivo no ha sido alcanzado (Callejo et al, 2010 citados por Gómez-Osalde, 2015). En específico, con respecto a la matemática, Gómez-Osalde (2015) ha reportado que la matemática escolar no trasciende al cotidiano del estudiante. Lo que se "aprende" en la escuela, se queda en la escuela. Por otro lado, sólo se dibuja una dirección de acción de la matemática escolar al cotidiano; para Cordero (2016) la escuela se interesa en conocer *lo que sabe* un estudiante y no *cómo usa su conocimiento*. Se afirma que en escenarios no escolares, el ciudadano que actúa ante una situación específica, se vale de justificaciones que le son funcionales. Es decir, las justificaciones funcionales responden a lo que es de utilidad a la gente (Cordero 2016). Así, se observa una débil relación entre la matemática escolar y la matemática de la gente, la una no afecta a la otra.

Por otro lado, la relación histórica que guardan la matemática y la ingeniería, estructura los entornos en los que se desempeña la comunidad de conocimiento matemático de ingenieros (CCM(Ing)) y da muestra de la relación recíproca entre realidad y matemáticas. Por ejemplo, Fourier en su trabajo Thèorié Analytique de la Chaleur de 1822 describe el comportamiento de la propagación del calor en los sólidos y para ello busca lo estable y permanente en el tiempo. En todo el desarrollo está presente el referente *físico concreto* que le permitió iniciar el estudio de la convergencia (Farfán, 2012). Lo anterior nos muestra la relación recíproca entre la construcción de un conocimiento matemático y un fenómeno físico. Ahora, la fundación de instituciones como École Polytechnique en Francia y el Real Seminario de Minas en México, marcaron un momento histórico en el desarrollo de la ingeniería como disciplina. La primera institución fue fundada en 1792 en París. Antes y después de este momento el desarrollo del conocimiento estuvo ligado con las actividades militares que consistían en la elaboración de artefactos para la guerra y la construcción de vías y fortificaciones. Es así como la construcción de conocimiento matemático estaba ligada a la realidad social de la época y, por esta razón, se constituyeron programas que favorecieron la funcionalidad del conocimiento matemático (Mendoza, 2016). En la matemática escolar se presentan conocimientos desprovistos de la realidad, importan las significaciones desde la matemáticas pero no así de la ingeniería.

Cordero (2001 y 2016) exhibe una confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar. Esta última no reconoce la función del conocimiento matemático, la organización que lo produce, ni su rol en el aula. Entonces ¿cómo interpretar, reorganizar y resignificar la obra matemática?, ¿cómo incursionar permanentemente dentro de las comunidades de conocimiento? Lo que aquí se teorice, debe ir acompañado del empirismo que ayude a conocer la experiencia propia de las comunidades de conocimiento.

En síntesis, el propósito de esta investigación consiste en caracterizar elementos de la funcionalidad de un conocimiento matemático (la estabilidad) en la transversalidad entre la obra matemática, la ingeniería y la gente. Todo esto conformará una epistemología de usos para el rediseño del Discurso

Matemático Escolar (dME). Identificar usos de la matemática *desde* la ingeniería, tanto en su *saber* como en el *hacer*, así como la intencionalidad para llevarlo al aula, nos obligan a identificar un constructo de diálogo continuo y permanente entre las comunidades de conocimiento involucradas.

Las matemáticas en la formación de los ingenieros

Se ha evidenciado un modelo tradicional en la formación de los ingenieros. Los primeros semestres se orientan a la enseñanza de las ciencias básicas, después se acerca a los estudiantes a las ciencias de la ingeniería; y finalmente se abordan los cursos profesionales donde trabajan problemas de la ingeniería en los que usarán los conocimientos "aprendidos" en los semestres anteriores (Langereis, Hu y Feijs, 2013). En este sentido, la matemática es vista solo como una herramienta y no como un instrumento para la construcción de conocimiento disciplinar.

Contamos con antecedentes para creer que en la formación y en la práctica laboral del ingeniero están involucrados conocimientos específicos de otras disciplinas como la matemática, la física, la química, la tecnología y la programación, por mencionar algunas; es decir, la ingeniería es multidisciplinar. Sin embargo, a pesar de reconocerlo, lo que ha imperado es la jerarquización de los conocimientos, donde la matemática es el núcleo principal y no así los conocimientos matemáticos desde la ingeniería. Pareciera que el dME cumple con su acometido: no ofrece al docente otros marcos de referencia para resignificar el conocimiento y así gestionar en el estudiante una matemática funcional (Mendoza, 2013).

En los últimos años, se ha estudiado la incorporación de la modelación matemática como estrategia de enseñanza de la matemática en los diferentes niveles educativos, así como en la formación de ingenieros (Romo-Vázquez, 2014, Rodríguez, 2016; Cardella, 2010; Camarena, 2009). En algunos casos se diseñan situaciones para el aula donde se lleva a los estudiantes a transitar por los diferentes dominios y fases del proceso de modelación matemática; y en otros, después de determinar ciertos métodos, propios de la ingeniería, se plasman en una situación didáctica. En esta situación la solución del modelo analítico juega un papel importante.

Normalmente, se promueve una modelación matemática para el aula que parte de una realidad preexistente que se quiere modelar y donde el modelo que se busca, se considera que *a priori* existe y se puede representar gráfica o analíticamente. Esto es bastante discutible. Los artículos revisados de investigadores que trabajan desde la matemática en el escenario del trabajo, confirman que en el proceso de modelación matemática, el ingeniero construye esa realidad que va a modelar (Bissell y Dillon, 2000) a la par que resignifica la matemática. Es decir, la realidad se construye a la par del conocimiento matemático (Cantoral, 2013; Cordero, 2001, 2008).

Si bien estas estrategias han sido un avance en el intento de acercar al estudiante al conocimiento propio de su realidad profesional, no se han enfocado en analizar la matemática o la modelación propia de la ingeniería, ni tampoco han discutido ¿qué matemática debemos enseñar a los estudiantes de ingeniería?, ¿qué modelación matemática usa el ingeniero en su práctica profesional?

En nuestro caso, nos interesa entender la función social del conocimiento matemático desde la ingeniería y a partir de ahí generar situaciones de socialización que amplíen los episodios donde el estudiante construye conocimiento.

Construcción social del conocimiento matemático. La Teoría Socioepistemológica

La Teoría Socioepistemología (TSE) establece que la matemática escolar es de naturaleza dual. Es decir: el conocimiento matemático tiene funciones diferentes según su uso. Para los matemáticos es su objeto de estudio, mientras que, en otras disciplinas, la matemática es tomada como un instrumento. Así, existen profesionales usuarios del conocimiento matemático, que no son matemáticos y que usan la matemática como un instrumento en su práctica profesional (Cordero, 2008). Al analizar estos usos, se observa que las justificaciones que se dan a la construcción del conocimiento matemático, también son diferentes. Por un lado, impera la justificación racional producto de la actividad matemática y por el otro, aparece la justificación funcional que surge de la actividad humana (Cordero, 2016) y que conlleva una intencionalidad definida por su cotidiano disciplinar.

Identificar elementos de la justificación funcional, amplía la problemática propia de la matemática escolar y ofrece formas de proponer otro marco de referencia para la enseñanza de la matemática en los diferentes niveles educativos (Cordero, 2016). Entonces ¿cómo construir este marco?, ¿cómo identificar estos elementos?, ¿qué usos del conocimiento matemático suceden en otras disciplinas?

Entender cómo un sujeto construye conocimiento desde su condición de ciudadano, en los diferentes escenarios en los que participa, caracterizar los elementos de función y forma del uso del conocimiento en el cotidiano permitirán construir el marco de referencia ya mencionado, así como los procesos de socialización: lo orgánico, lo situacional y lo intencional (Gómez-Osalde, 2015; Cordero et al, 2016); coadyuvarán a la constitución de diseños de socialización del conocimiento.

Usos de la estabilidad en la ingeniería

Nuestra investigación, busca aportar al marco de referencia mencionado desde el estudio de usos de la estabilidad. Para evidenciar una transversalidad de estos usos proponemos identificar las resignificaciones de la estabilidad en diferentes escenarios como la obra matemática, el cotidiano, el dME y la Ingeniería.

La hipótesis que planteamos en esta parte del trabajo, es que existe una categoría propia de la matemática funcional que articula estas resignificaciones de la estabilidad y que denominamos Categoría del Comportamiento Tendencial de las Funciones ζ(ctf).

Trabajos como el de Zaldívar (2014) y Ruiz-Esparza (2014) han evidenciado que el ζ(ctf) emerge en situaciones movimiento y temperatura, cuando se trabaja con niños y jóvenes en un ambiente de divulgación. Solís (2012) y Mendoza (2013) trabajando en escenarios escolares de la ingeniería identifican las ecuaciones diferenciales lineales como modelos de estabilidad. El primer autor, por medio de la simulación tecnológica, con estudiantes de ingeniería, evidencia un patrón de construcción de estas ecuaciones donde el comportamiento tendencial se convierte en el hilo conductor de esta situación. La segunda autora formula un diseño de situación para ingenieros civiles en formación y caracteriza, en una situación de acumulación de fluidos, la forma cómo los estudiantes significan la estabilidad como un momento en el que se quiere alcanzar un equilibrio y la variación es cada vez más pequeña. En estos dos trabajos, también encontramos elementos de la ζ(ctf).

Desde nuestra investigación, se han analizado los programas curriculares de una institución que forma ingenieros electrónicos, libros de texto de matemáticas y libros de sistemas de control utilizados para su formación.

En la revisión de los programas se confirmó la secuenciación de asignaturas ya mencionada. También, a pesar de llamar a algunos cursos como Cálculo para la Ingeniería en el detalle de las temáticas, da a entender que el docente impartirá los contenidos de la misma forma para cualquier especialidad de ingeniería. El libro de texto más usado es Elementary Differential Equations and boundary Value Problems de Boyce & Diprima (en este caso se revisó la edición de 1977). La estructura que desarrolla este texto para el estudio de las ecuaciones diferenciales, es dar los conceptos matemáticos y después algunos ejemplos de aplicación en la física y la biología. Los problemas planteados ya ofrecen al estudiante la expresión matemática que modela los fenómenos y éste analizará la solución y estabilidad de la ecuación diferencial según los criterios que se resumen. Si bien estos métodos son importantes, ofrecen al estudiante una sola mirada del conocimiento matemático, desprovista de toda funcionalidad desde la ingeniería.

En el texto Sistemas de Control Automático de Kuo (1996), se afirma que el diseño de sistemas de control lineal se puede ver como un problema que consiste en transformar ciertos parámetros para que un sistema se comporte de acuerdo a cierto valor de referencia. Además, dentro de las especificaciones de desempeño utilizadas en el diseño de un sistema de control, uno de los requerimientos es que sea estable. Lograr la regulación o estabilización, es tratar de mantener la señal de salida muy pequeña o cercana a algún punto de equilibrio o valor de referencia. Para Kuo, la estabilidad es una noción que describe “si un sistema es capaz de seguir el comando de entrada, o en general, si dicho sistema es útil” es decir “un sistema se dice inestable si sus salidas se salen de control” (1996, pp. 12). Aquí observamos que la estabilidad tiene funciones y formas: caracterizar el desempeño de un sistema de control, que contrastan con las funciones y formas encontradas en los libros de texto de matemáticas.

Por lo anterior, hemos convenido profundizar el estudio de usos de estabilidad en el escenario de la obra matemática y en comunidades de ingenieros electrónicos (ingenieros investigadores e ingenieros profesores). Para el primer escenario, nos centramos en la Teoría de Estabilidad propuesta por A.M. Lyapunov y en el segundo nos interesa poner atención en situaciones propias del análisis y diseño de sistemas de control. Esto nos permitirá identificar cuáles son las transversalidades de resignificaciones de los usos de la estabilidad.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para alcanzar nuestro objetivo, ha sido importante concebir una forma de acercarnos a la comunidad de ingenieros con miras a identificar sus usos de conocimiento en el escenario del trabajo y, a la vez, construir un diálogo permanente. Esta metodología nos permitirá caracterizar a la comunidad de conocimiento matemático de ingenieros desde sus elementos de reciprocidad, intimidad y localidad, las formas de institucionalización de su conocimiento y los aspectos de identidad que los hace llamarse ingenieros.

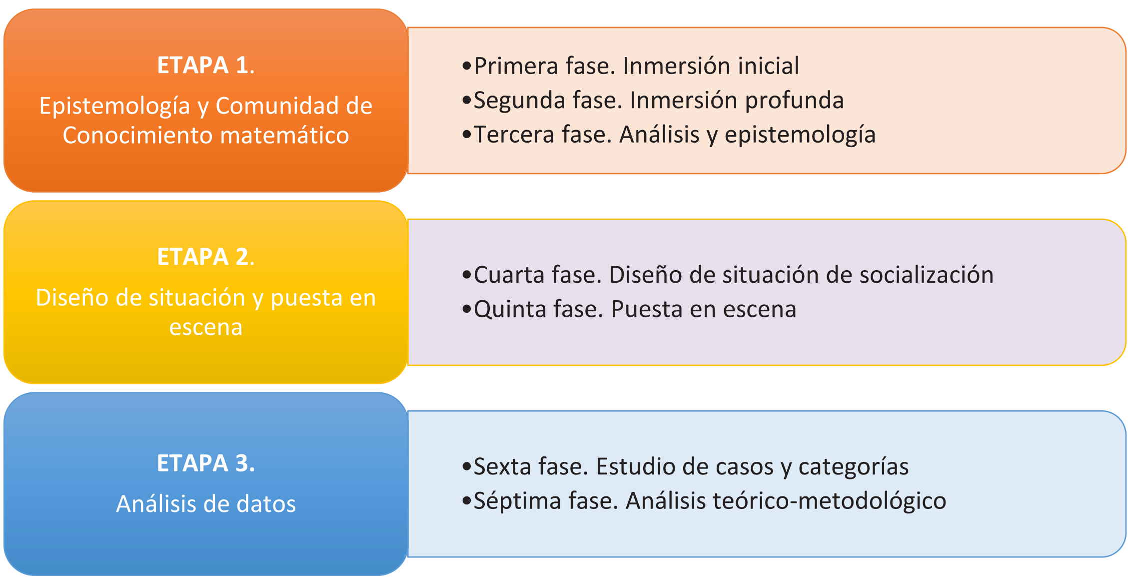

Figura 1. Etapas metodológicas (Mendoza, 2016)

El principal interés de la investigación, consiste en revelar el conocimiento matemático de los ingenieros, por ello creemos en la necesidad de dibujar los escenarios y vivencias en los que se construyen estos conocimientos matemáticos.

Por el momento, se ha considerado que, retomando aspectos de los estudios etnográficos, podemos adentrarnos en la comunidad. Así conformamos una metodología de recolección y análisis de datos en tres etapas (Figura 1). En la primera etapa, en las dos primeras fases, consideramos la inmersión como un método en el cual el investigador vivirá un acercamiento profundo que le permita revelar *in situ* las formas de construcción de conocimiento desde el punto de vista del ingeniero. Requerimos escuchar y observar al ingeniero en su escenario y tener en cuenta sus interpretaciones del mundo que lo rodea, de su realidad, de su práctica. Es decir: recuperar la voz del ingeniero en las situaciones de socialización.

Conclusiones

Hasta aquí, hemos mostrado la problemática que identificamos en la enseñanza de la matemática en la ingeniería y la forma como la estamos abordando con base en la TSE. También se ha señalado, la importancia de estudiar los usos del conocimiento matemático y sus resignificaciones desde diferentes escenarios, de tal forma que nos permita hacer un enlace entre la matemática escolar y la realidad. Nuestra investigación ha podido evidenciar, por ahora, diferentes elementos entorno a la problemática. Por ejemplo, para revelar el uso de la estabilidad en una comunidad de ingenieros necesitamos caracterizar sus formas de construcción. Es decir, reconocer el conocimiento íntimo que expresa su jerga disciplinar; el conocimiento local que nos permita ver elementos propios de su práctica; reciprocidades de conocimiento que dibujan la forma en que se desarrollan sus usos de conocimiento. De esta manera, lo que logremos dibujar en torno a los significados, procedimientos y argumentaciones dará evidencias de la funcionalidad de su matemática.

Referencias bibliográficas

Bissel, C. y Dillon, C. (2000). Telling Tales: Models, Stories and Meanings. *For the learning of Mathematics*. 20(3). pp. 3-11.

Boyce, W.E. y DiPrima, R.C. (1977). *Elementary Differential Equations and boundary Value Problems*. 3rd. Edition. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Camarena, P. (2009) Mathematical models in the context of sciencies. In Topic Study Group 21: *Mathematical apllications and modelling in the teaching and learning of mathematics, at the 11th ICME*, pp. 117 –131. Monterrey, México

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa*. Barcelona: Gedisa

Cardella, M. (2010). Mathematical modeling in engineering design projects. In R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines y A. Hurford (Eds.) *Modeling students´ mathematical modeling competencies*, pp 87 – 98. New York: Springer.

Cordero, F. (2016) Modelación, funcionalidad y multidisciplinariedad: el eslabón de la matemática y el cotidiano. En J. Arrieta y L. Díaz. *Investigaciones Latinoamericanas de Modelación. Matemática Educativa.* España: Gedisa.

Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. Farfán, J. Lezama y A. Romo (Eds.). *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte iberoamericano*, pp. 265-286. México, D.F.: Díaz de Santos-CLAME A.C.

Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* 4(2), pp. 103-128.

Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H. y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: la adherencia, la exclusión y la opacidad.* España: Gedisa.

Farfán, R. (2012). *Sociepistemología y ciencia. El caso del estado estacionario y su matematización.* España: Gedisa.

Gómez-Osalde, K. M. (2015). *El fenómeno de opacidad y la socialización del conocimiento. Lo matemático de la Ingeniería Agrónoma*. Tesis de doctorado no publicada. DME, Cinvestav-IPN, México.

Kuo, B. (1996). *Sistemas de control automático*. 7ª. Ed. México: Prentice- Hall Hispanoamericana, S.A.

Langereis, G. Hu, J. & Feijs, L. (2013) How to introduce mathematical modelling in Industrial Design eduacation? In G.A. Stillman, W. Blum, G. Kaiser, & J. Brown, (Eds.) *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice*, pp. 551 – 561.

Mendoza, E.J. (2016). *Matemática funcional en una comunidad de conocimiento de ingenieros. El caso de la estabilidad en la electrónica*. Documento Predoctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav, México.

Mendoza, E.J. (2013). *Matemática funcional en una comunidad de conocimiento: el caso de las ecuaciones diferenciales lineales en la ingeniería*. Tesis de maestría no publicada. DME, CINVESTAV, México.

Rodríguez, R. (2016). Enseñanza y aprendizaje de matemáticas a través de la modelación desde y para la formación del ingeniero. En J. Arrieta y L. Díaz (Coords.) *Investigaciones Latinoamericanas en modelación. Matemática Educativa*, pp. 163 – 193.

Romo-Vázquez, A. (2014). La modelización matemática en la formación de ingenieros. Educación Matemática. *Revista Educación Matemática*, Edición especial, pp. 314-338.

Ruiz-Esparza, A. (2014) *Rediseño de una situación específica desde una categoría del cotidiano: de la divulgación a la socialización de la ciencia.* Tesis de maestría no publicada. Departamento de matemática Educativa, Cinvestav-IPN, México.

Solís, M. (2012). *Las gráficas de las funciones como una argumentación del Cálculo. El caso de la predicción y la simulación en las ecuaciones diferenciales lineales de primer orden*. Tesis de doctorado no publicada. DME, CINVESTAV, México.

Zaldívar, D. (2014). *Un estudio de la resignificación del conocimiento matemático del ciudadano en un escenario no escolar*. Tesis de doctorado no publicada. México: Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav.