

ANÁLISIS DIDÁCTICO DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS DE AULA UTILIZANDO “THE KNOWLEDGE QUARTET”

Mario Martínez, Edith Arévalo

Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa. (México)

Escuela Normal Miguel F. Martínez. (México)

mario.martinez@cresur.edu.mx, edith.arevalo@enmfm.edu.mx

RESUMEN: El presente reporte integra resultados preliminares de una investigación que utiliza el análisis didáctico “experto” de clases de matemáticas como estrategia para el desarrollo profesional de los profesores de educación básica; evaluando asimismo su impacto. Se han recuperado videgrabaciones realizadas durante dos años consecutivos de clases de matemáticas en grupos de sexto grado de primaria y primero de secundaria donde se aborda, ente otros contenidos, el tema de la proporcionalidad; haciendo uso del modelo de conocimiento profesional denominado el Cuarteto del Conocimiento en el análisis didáctico de las mismas. El proyecto ha generado recursos valiosos para el desarrollo de la competencia matemática y didáctica de los profesores en servicio.

Palabras clave: proporcionalidad, análisis didáctico, cuarteto del conocimiento

ABSTRACT: This report integrates preliminary results of a research that use a specialized didactic analysis of math lessons as a strategy for the professional development of basic school teachers, and evaluate its impact as well. Video recordings have been collected in sixth-grade and first- year secondary school math classes during two years. They include, among other contents, the proportionality, by using the professional knowledge model called Knowledge Quartet, for their didactic analysis. The project has produced resources for the development of practicing teachers’ mathematical and didactic competence.

Key words: proportionality, didactic analysis, knowledge quartet

■ Introducción

Desde hace dos años hemos trabajado en un proyecto de investigación que tiene como objetivo general desarrollar el conocimiento profesional de estudiantes para profesores de educación primaria y profesores en servicio, a partir del análisis didáctico de clases.

Entendemos que, aprender a mirar las prácticas matemáticas escolares, a problematizar, reflexionar y explicar en torno a éstas, es fundamental en el proceso de aprender a enseñar matemáticas. Asimismo, estamos conscientes que los nuevos escenarios sociales requieren de una formación inicial y continua de mayor calidad; que implique la actualización y renovación permanente.

En el presente artículo damos cuenta del uso del modelo The Knowledge Quartet para analizar una secuencia de actividades en el tratamiento didáctico del tema de *Proporcionalidad* en un grupo de sexto grado de educación primaria, con la intención de que dicho análisis sea utilizado posteriormente como insumo para diseñar, implementar y valorar un trayecto de formación profesional sobre el aprendizaje y enseñanza de la proporcionalidad.

Analizar el conocimiento profesional que un profesor activa en la gestión de la clase de matemáticas, brinda sin duda, la oportunidad de reflexionar, explicar y actuar sobre el proceso de aprendizaje de sus estudiantes y sobre su propio proceso de enseñanza. Así mismo, la competencia en el análisis didáctico es una competencia profesional que los formadores de formadores han de desarrollar a fin de que puedan promover su desarrollo en los profesores en servicio y en los estudiantes para profesores.

■ El conocimiento profesional para enseñar matemáticas

Entre los modelos que se han desarrollado sobre el conocimiento profesional que requieren los profesores para enseñar matemáticas resaltamos por su relevancia, conforme al objetivo de nuestro estudio, los siguientes: a) El modelo denominado MKT (Mathematical Knowledge for Teaching) desarrollado por el grupo de investigación que coordina Deborah Ball en la Universidad de Michigan y, b) El modelo denominado The Knowledge Quartet (Cuarteto del Conocimiento) desarrollado por un grupo de investigadores encabezados por Tim Rowland, en Londres.

La perspectiva denominada Mathematical Knowledge for Teaching (Ball, Thames y Phelps, 2008; Hill, Blunk, Charambous, Lewis, Phelps, Sleep, y Ball, 2008) intenta dar cuenta del conocimiento matemático que requieren los profesores cuando enseñan matemáticas en clase. Es una perspectiva teórica con una base práctica desarrollada a partir del análisis de las demandas que implican las tareas de enseñanza en torno a esta asignatura, en el contexto áulico. Desde el marco del MKT, el conocimiento matemático del profesor tiene un papel crucial en la enseñanza. Los profesores necesitan conocer matemáticas de forma útil para darle sentido al trabajo con sus estudiantes y seleccionar eficaces formas de representar las matemáticas escolares para hacerlas más accesibles.

El modelo The Knowledge Quartet (Rowland, Huckstep y Thwaites, 2005) otorga mayor atención a realizar una caracterización más dinámica del conocimiento del profesor que se despliega en el aula. Su actividad central va mucho más allá de la transmisión de saberes, definiciones y algoritmos. Bajo las directrices de los nuevos enfoques didácticos, le corresponde diseñar y proponer secuencias de situaciones problemáticas adecuadas, con la finalidad de favorecer la construcción de los aprendizajes esperados en torno a los contenidos matemáticos escolares. Este modelo considera cuatro dimensiones o categorías del conocimiento profesional que el profesor requiere, para enseñar matemáticas. Dimensiones que a continuación se describen (Rowland, 2013):

Foundation: Conocer y comprender las matemáticas per se y la pedagogía específica de la misma; creencias acerca de su naturaleza, el propósito de la educación matemática y las condiciones bajo las cuales los estudiantes aprenderán matemáticas de forma más efectiva.

Transformation: Tener la capacidad para la presentación de los conceptos matemáticos en forma de analogías, ejemplos, explicaciones y demostraciones. Esta capacidad permite a los profesores seleccionar ejemplos y representaciones matemáticas adecuadas, seleccionar y utilizar materiales instruccionales idóneos que les posibiliten hacer demostraciones para explicar un procedimiento.

Contingency: Habilidad de dar respuestas convincentes, razonadas y bien informadas a eventos imprevistos y no planificados que ocurren en la clase de matemáticas. Permite al profesor hacer los ajustes necesarios a su plan de trabajo para responder adecuadamente a las ideas y concepciones de los estudiantes, usando oportunidades/incidentes que se presentan en la clase para favorecer mejores aprendizajes.

Connection: Implica el conocimiento sobre la secuencia del material de instrucción y una conciencia de las relativas demandas cognitivas de diferentes temas o tareas en la clase de matemáticas. Permite a los profesores anticipar la complejidad de los objetos o procesos matemáticos, tomar decisiones sobre la secuencia de los contenidos o las tareas; hacer conexiones entre conceptos o procedimientos y el reconocimiento de propiedades conceptuales.

Los modelos de conocimiento profesional como Mathematics Knowledge for Teaching y The Quartet Knowledge, tienen en común en mayor o menor medida la especificidad otorgada al conocimiento matemático para la enseñanza, lo cual marca una diferencia con otras investigaciones de carácter general que diferencian únicamente entre un conocimiento didáctico general y un conocimiento de la matemática como disciplina científica, en particular (Badillo, Figueiras, Font y Martínez, 2013).

■ Objetivo y metodología

Como hemos referido en párrafos anteriores, estamos trabajando en un proyecto de investigación que tiene como objetivo principal desarrollar el conocimiento profesional de estudiantes para profesores de educación primaria y profesores en servicio, a partir del análisis didáctico de clases con la finalidad de favorecer la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares. Para ello, hemos recuperado

videograbaciones de clases en la asignatura de Matemáticas en varios grupos, sobre tópicos como numeración, operaciones aritméticas, geometría, medición, proporcionalidad, entre otros; realizados en el contexto de un estudio sobre los problemas de la transición matemática de los estudiantes, al pasar del nivel educativo de primaria al de secundaria, en un grupo de escuelas de la ciudad de Barcelona, España.

Para el caso que nos ocupa, recuperamos particularmente las videograbaciones dedicadas al desarrollo del tema de *Proporcionalidad* (siete sesiones de clase de una hora y media cada una). Posteriormente se realizó la transcripción a detalle de las videograbaciones, y se identificaron y analizaron los episodios de clase en los que de manera implícita o explícita la profesora del grupo desplegaba algún tipo de conocimiento matemático para la enseñanza, tomando como referente la categorización del modelo The Knowledge Quartet. El análisis se centró en la secuencia de las actividades desarrolladas por la profesora, particularmente en la manera en las que se puso en juego y articularon las dimensiones del conocimiento profesional propuesta en el modelo en cuestión. También se observó con sumo cuidado el trabajo de los alumnos, ya que constituye un referente fundamental como efecto de lo trabajado por la profesora en los episodios de cada sesión, posibilitando comprender su toma de decisiones ante la dinámica generada en las mismas.

■ Análisis didáctico del desarrollo del tema de proporcionalidad

Lo comunicado en los siguientes párrafos constituye un primer nivel de análisis didáctico del desarrollo del tema de Proporcionalidad en el grupo de sexto de primaria observado con base en las cuatro dimensiones propuestas por el modelo The Knowledge Quartet. Este primer nivel de análisis didáctico está integrado por la identificación y descripción de algunos episodios de clase en los que de manera implícita o explícita se pone en juego alguna dimensión del modelo (Transformation, Contingency, Connection, Foundation).

Transformation

El análisis de la secuencia didáctica desarrollada por la profesora permite identificar el uso de representaciones, ejemplos y contraejemplos para “enseñar” el concepto de proporcionalidad. En algunos casos la profesora presenta la información en una tabla de doble entrada y en otros de manera verbal o como problema “de enunciado” escrito. Así mismo utiliza algunos ejemplos y contraejemplos de situaciones de proporcionalidad.

Ejemplos y representaciones

a) Tablas de proporcionalidad

La profesora plantea a los estudiantes situaciones diversas (“problemas”) de proporcionalidad en las que hay que relacionar dos magnitudes: número de pelotas/precio en euros; número de panes/huevos que se requieren para su elaboración; número de entradas para el cine/precio; número de barcos/viajeros; kilo de manzanas/precio por kilo; número de personas/cantidad de ingredientes de una receta; número de helados/precio. Un ejemplo de este tipo de representación se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. Representación de problema de proporcionalidad



No. de pelotas	1	2	3	4	10
Precio en euros	5	10			

La representación de los datos de un problema en forma de tablas de doble entrada, es la más recurrente como recurso para hacer visible a los estudiantes la proporcionalidad entre los datos del problema. En muchas situaciones prácticas se establecen relaciones de proporcionalidad entre las cantidades de dos magnitudes, como en estos casos: cantidad de pelotas con su respectivo precio, o número de barcos con el número de personas a bordo.

b) Representación de operadores multiplicativos

Adicionalmente a la representación de los datos de los problemas de proporcionalidad en una tabla de doble entrada, también se representan los operadores multiplicativos que hacen pasar de una dimensión a la otra como en el siguiente ejemplo.

Tabla 2. Representación de operadores multiplicativos

x 5		No. pelotas	1	2	3	4	10	:5	
		Precio en €	5	10	15	20	50		

c) Problema de enunciado verbal o escrito

Algunas de las situaciones “problema” planteadas en la clase se realizan de manera verbal, sin escritura de por medio, tanto en su planteamiento como en su resolución. En otros casos el problema se presenta de manera escrita. Los siguientes ejemplos ilustran estos dos casos.

Problema de enunciado verbal

Profesora: En cambio si yo tengo un kilo de manzanas que vale 2 euros ¿Cuánto costarán 2 kilos?

Alumnos: Cuatro

Profesora: Cuatro, y tres kilos... valdrán seis... Son magnitudes que van aumentando de manera proporcional

Problema de enunciado escrito

Ingredientes:

260g de macarrones

160g de chorizo

120g de queso rayado

200g de tomate frito

Calcula la receta para 6 personas. Estos cuatro ingredientes se necesitan para hacer los macarrones para cuatro personas. Si fuera para 8 personas ¿Cuánto se necesitaría?

Contraejemplos

Además de los ejemplos, la profesora presenta y pide a sus estudiantes que propongan contraejemplos de relaciones de proporcionalidad entre dos magnitudes. Surgen propuestas que relacionan edad/peso en kg; número de partidos de fútbol/número de goles. Para estos casos, concluyen profesora y estudiantes que por ejemplo al dividir la edad entre el peso no se obtiene la misma constante de proporcionalidad, lo que quiere decir que estas dos cantidades no son proporcionales.

Contingency

Identificamos diversas situaciones en las que la profesora aprovecha o desaprovecha situaciones contingentes para profundizar en el estudio del tema de Proporcionalidad. A continuación, presentamos un ejemplo.

Profesora: Si dos pelotas valen 6 euros; 5 pelotas ¿Cuánto valdrán? (Escribe en pizarrón)

2	6
5	?

Alumnos: catorce... quince

Profesora: ¿Cómo le hago?

Alumna: Si 2 pelotas valen 6 euros, dividir 6 entre 2 y....

Profesora: (Interrumpe la intervención de la alumna) Una manera es, si sabemos que dos pelotas valen 6 euros, averigüemos lo que vale una pelota ¿la mitad verdad?, 3 euros (escribe en el pizarrón 1-3 euros)

Profesora: Entonces ¿Cuánto costarán 5 pelotas?

Alumnos: Quince

Observamos cómo la profesora en algunos momentos atiende o retoma las respuestas de los estudiantes y en otras no las considera (continúa expresando sus ideas como si los estudiantes no hubieran aportado alguna resolución al respecto). Los alumnos han ofrecido respuestas intuitivas, estimativas (*catorce, quince*) al planteamiento que se les propone; situación que es desaprovechada por la profesora para explorar/conocer el razonamiento matemático de sus estudiantes. Aún más, una alumna expresa haber encontrado un procedimiento para saber el valor unitario que le posibilitaría posteriormente encontrar el valor para cinco pelotas. Lo empieza a comunicar (“*Si 2 pelotas valen 6 euros, dividir 6 entre 2*”); sin embargo la profesora no la atiende.

Connection

En la clase identificamos el establecimiento de conexiones del tema de proporcionalidad con el de fracciones equivalentes, razón, con la regla de tres simple y con los productos cruzados. A continuación, un ejemplo en el que se conecta el concepto de proporcionalidad con el de fracciones equivalentes.

La profesora dibuja en el pizarrón la siguiente tabla de proporcionalidad:

1	2	5	6	
2				16

Profesora: Si uno es a dos... ¿qué será aquí? (señalando la segunda columna).

Alumnos: 4

Profesora: Y aquí (señalando la tercera columna 10)... y aquí (señalando la cuarta columna)

Alumnos: 10, 12

Profesora: ¿Y aquí? (señalando la quinta columna parte superior)

Alumnos: 8

Profesora: ¿Qué les recuerda esta tabla? Escribe en el pizarrón $1/2$, $2/4$

Alumnos: Las fracciones equivalentes

Profesora: A las fracciones equivalentes porque ¿cómo hago para pasar de esta fracción a esta otra? (señala $1/2$ a $2/4$)

Alumnos: Multiplicar

Profesora: Multiplicar por dos. Se multiplica el numerador y el denominador por dos

$1 \times (2)$	2
$2 \times (2)$	4

Profesora: La proporcionalidad la relacionaremos con las fracciones equivalentes.

En este fragmento de clase la profesora relaciona la proporcionalidad con las razones y las fracciones. Intenta hacer visible para los estudiantes el operador multiplicativo que hace pasar de una columna a

la otra; intenta hacer visible que las relaciones de proporcionalidad están representadas por fracciones equivalente, en las que $1/2 = 2/4 = 5/10 = 6/12 = 8/16$.

Foundation

En general el conocimiento matemático y didáctico del profesor está presente en las demás dimensiones (transformaciones, contingencia, conexiones). En teoría un profesor con un conocimiento profundo de los fundamentos matemáticos y didácticos tendrá mayores recursos para realizar transformaciones del conocimiento para ser aprendido por sus estudiantes, tendrá mayor capacidad para responder a los eventos imprevisibles en el aula y para establecer conexiones matemáticas; ya que bajo los enfoques actuales, la enseñanza debe ser entendida como la creación de las condiciones más favorables que producirán la apropiación del conocimiento en los estudiantes (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez, Garza, 2008).

Con respecto al tratamiento de este tema en particular, los fundamentos matemáticos que pueden ser identificados en las clases de la profesora, tenemos:

- Definición de proporcionalidad
- Definición de magnitud
- Ejemplos y contraejemplos de situaciones de proporcionalidad
- Relación entre procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad directa como búsqueda del valor unitario y regla de tres simple
- Relación entre razones de proporcionalidad y fracciones equivalentes
- K es llamada la constante o factor de proporcionalidad.
- Planteamiento y resolución de problemas como eje para el aprendizaje del tema de proporcionalidad directa

■ Conclusiones

El análisis didáctico de clases de Matemáticas a través de las dimensiones de The Knowledge Quartet, es una herramienta útil que permite identificar el conocimiento matemático y didáctico que el profesor despliega en la clase de matemáticas. Constituye una herramienta conceptual y metodológica favorable para aprender a “mirar con sentido” el tratamiento de contenidos matemáticos en las clases que desarrollan los profesores (Mason, 2002; Fernández, Llinares y Valls, 2012).

El trabajo que aquí se presenta, lo valoramos como una aportación al campo de la formación inicial y continua de los profesores de preescolar, primaria y secundaria. Nos permite identificar la riqueza del conocimiento profesional implícito o explícito desplegado por la profesora en la clase, haciendo visibles

las oportunidades que se generan para el aprendizaje matemático del grupo y de su propio quehacer docente (SEP, 2011).

Asimismo, este tipo de estudio constituye una aporte para la investigación sobre el conocimiento profesional del profesor desde la práctica; al mismo tiempo que como señalan Badillo et al. (2013), favorece el desarrollo de competencias docentes tanto de estudiantes para profesores como para profesores en servicio, para cuya implementación se requiere la selección de episodios de aula; efectuar un análisis de las prácticas profesionales observadas en estos episodios y del conocimiento matemático - didáctico activado en dichas prácticas; y diseñar un ciclo formativo en el que se utilicen estos episodios y el análisis realizado, e implementar estos ciclos formativos en la formación inicial y/o permanente de profesores de matemáticas.

■ Referencias bibliográficas

- Badillo, E., Figueiras, L., Font, V. y Martínez, M. (2013). Visualización gráfica y análisis comparativo de la práctica matemática en el aula. *Enseñanza de las ciencias*, 3(31), 207-225.
- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Cantoral, R., Farfán, R. M., Cordero, F., Alanís, J.A., Rodríguez, R.A., Garza, A. (2008). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. México: Trillas-ITESM.
- Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44(6), 747-759.
- Hill, H., Blunk, M., Charambous, Y., Lewis, J., Phelps, G., Sleep, L. y Ball, D. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction. An Exploratory Study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice*. The discipline of noticing. London: Routledge-Falmer.
- Rowland, T. (2013). The knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus-Journal of Education*, 1(3), 15-43.
- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- SEP (2012). Programa de Estudio 2011. Guía para el maestro. Educación Básica Primaria, Sexto grado. México: SEP.