

## CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO-MATEMÁTICO DE PROFESORES DE BACHILLERATO A TRAVÉS DE SU PRÁCTICA OPERATIVA

Ana Luisa Llanes Luna, Silvia Elena Ibarra Olmos

Universidad de Sonora. (México)

analuisa.luna@hotmail.com, sibarra@mat.uson.mx

**RESUMEN:** En este artículo se reportan resultados de una investigación (estudio de casos) que tuvo como objetivo caracterizar el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) de profesores de matemáticas en el bachillerato mexicano, durante la realización de su práctica operativa. Los elementos teóricos que respaldan este estudio son los establecidos en el modelo del CDM de profesor, el cual forma parte del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). Entre los resultados que se reportan, destaca el conocimiento que evidencian los profesores con respecto a los programas de estudio vigentes en el país, así como el conocimiento que evidencian en la faceta epistémica (conocimiento común, especializado y ampliado del contenido).

**Palabras clave:** conocimiento didáctico-matemático, bachillerato

**ABSTRACT:** This article reports the outcomes of a research (case study) that aimed to characterize the Didactic-Mathematical Knowledge (DMK) of mathematics teachers of high school in Mexico, while doing their operational practice. The theoretical elements that support this study are those established in the teacher's DMK model, which is part of the Onto-semiotic Approach (OSA) of Knowledge and Mathematical Instruction (Godino, Batanero and Font, 2007). Among the reported results, it highlights the knowledge that teachers show with respect to the curricula that are in force in the country, as well as the knowledge they show in the epistemic stage (common knowledge, specialized and expanded content).

**Key words:** didactic-mathematical knowledge, high school

## ■ Planteamiento del problema

Desde el año 2008 fue puesta en marcha en México la llamada Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), la cual tiene como objetivos mejorar la calidad, la pertinencia, la equidad y la cobertura del bachillerato (RIEMS, 2008). En ella se plantea la creación del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) en un marco de diversidad, en el cual se integran las diferentes opciones de bachillerato a partir de competencias genéricas, disciplinares y profesionales. El reconocimiento universal de todas las modalidades y subsistemas de bachilleratos, pertinencia y relevancia de los planes de estudios, además del tránsito entre subsistemas, son sus tres principios básicos.

La Reforma considera como un elemento clave al profesor, puesto que éste es el responsable de concretar algunos de sus planteamientos a los salones de clase. Para lograr que la reforma sea implementada de manera exitosa, se considera que el profesor debe de hacer una evolución de su perfil, el cual está constituido por “un conjunto de competencias que integran conocimientos, habilidades y actitudes” (RIEMS, 2008, p. 86; ACUERDO número 447, 2008, p. 1) las cuales deben ser activadas para la generación de ambientes instruccionales favorables para el estudiante, donde el objetivo radique en lograr desarrollar las competencias específicas de su perfil de egreso enmarcadas en el contexto de la Reforma. Se determinan como competencias docentes aquellas que “formulan las cualidades individuales, de carácter ético, académico, profesional y social que debe reunir el docente de la EMS, y consecuentemente definen su perfil” (ACUERDO número 447, 2008).

Se considera además que la evolución del perfil en torno a estas competencias abonaría en la transformación del maestro en un facilitador de los procesos de aprendizaje de los alumnos (RIEMS, 2008). Se asegura entonces que “el perfil de los maestros de EMS no puede ser igual al de los de educación básica o superior. Se trata de un nivel educativo distinto, con características particulares que deben atenderse” (RIEMS, 2008, p.13).

Si bien se considera importante la definición del perfil docente, éste ha sido uno de los principales retos a los que se ha enfrentado la autoridad educativa. Los esfuerzos realizados hasta este momento para determinar dicho perfil sólo han permitido proponer el de futuros profesores de la EMS. En este caso se ha diseñado un instrumento que permite evaluar el perfil del futuro profesor de EMS por medio de un examen que pretende valorar el conjunto de competencias que integran conocimientos disciplinares y didácticos, así como habilidades y actitudes que el docente deberá tener. Los resultados obtenidos durante su primera aplicación muestran que apenas el 4% de futuros profesores del total a nivel nacional, se ubicaron en el nivel más alto de desempeño, considerándose idóneos para la docencia (Servicio profesional docente, 2014). Tras una segunda aplicación en el 2015 esta cifra descendió al 2% (Servicio profesional docente, 2015).

En cambio, definir el perfil de los profesores en activo en torno a competencias docentes no ha sido sencillo. Si bien se han realizado una serie de acciones que tienen como objetivo el desarrollo de estas competencias (entre otras cosas), algunas de éstas no se centran en las necesidades y expectativas de los docentes según su área de desempeño o disciplina que imparten. Es verdad que existe el

interés de la comunidad educativa y algunos avances en torno a la construcción del perfil docente que permita la implementación, de manera exitosa o satisfactoria, de la Reforma en el país, sin embargo, estos avances deberían relacionarse más con la especificidad del conocimiento disciplinar a enseñar.

En el caso de los profesores de matemáticas existen algunas propuestas (Godino, Castro, Rivas y Konic, 2012) de competencias que los docentes deberían desarrollar, entendiendo como competencia a “la capacidad de afrontar un problema complejo, o de resolver una actividad compleja” (Godino et al, 2012, p.2). Si bien estos autores establecen sus planteamientos para el caso de los profesores de educación primaria y secundaria, consideramos que el profesor del bachillerato mexicano debería de desarrollar también aquellas competencias matemáticas que le coloque en condiciones de resolver los diversos tipos de situaciones problemas que usualmente son abordados en este nivel educativo.

Con base en estas argumentaciones aseguramos que para lograr desarrollar competencias primero se considera necesario diagnosticar las potencialidades, así como las necesidades y expectativas de los profesores de matemáticas que actualmente laboran en la EMS, para después diseñar e implementar acciones que atiendan las necesidades y potencien las fortalezas de dichos profesores. Sin embargo, hasta este momento no se cuentan con los instrumentos necesarios que permitan describir los conocimientos o competencias que conforman el perfil del profesor de matemáticas.

Con estas inquietudes se diseñó un proyecto de investigación cuya pregunta central es: ¿Cuál es el conocimiento didáctico – matemático de profesores de bachillerato que imparten la asignatura de Matemáticas I?

De dicha pregunta se derivó como objetivo general “Caracterizar el conocimiento didáctico-matemático de profesores de matemáticas de bachillerato”. Por razones prácticas se tomó como tema matemático central el de las ecuaciones cuadráticas, contenido que se estudia en el primer curso de matemáticas de este nivel educativo.

Cabe hacer la aclaración que se limita la caracterización a la práctica operativa de los profesores en estudio. Más adelante abundaremos sobre lo que significa dicho término.

### ■ El modelo del conocimiento didáctico-matemático

Desde hace treinta años el interés por caracterizar el conjunto de conocimientos disciplinares y didácticos de los profesores en activo ha cobrado interés, intentándose determinar en este lapso cuál es el conjunto de conocimientos que un profesor debe poner en juego en el aula de clases para realizar procesos instruccionales eficaces.

El modelo denominado Pedagogical Content Knowledge (PCK), propuesto por Shulman (Shulman, 1987) se ha considerado como uno de los referentes obligados/principales en la investigación de dicha caracterización, y en este modelo se proponen algunas categorías para determinar la base de conocimientos del profesor. A partir del año 2000, se introduce la noción de Mathematical Knowledge

for Teaching (MKT), que se concreta como modelo ocho años después y que tiene como una de sus características principales el restringirse a las categorías propuestas en el PCK, haciéndolas específicas para los profesores de matemáticas, ya que el PCK propone categorías para la caracterización del conocimiento del profesor de cualquier área disciplinar.

Tras la identificación de algunas limitaciones en el PCK y el MKT, en el 2009 Godino propone el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) del profesor el cual se desarrolla desde el contexto del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). El modelo se compone de una serie de facetas y niveles, descritos como las componentes del conocimiento del profesor en las modalidades didáctica y matemática. Por tanto, el proyecto de investigación tiene sustento en nociones teóricas propuestas en el EOS, dado que brinda herramientas que permiten análisis y descripciones puntualizadas del CDM del profesor. Las categorías de esta noción son adaptaciones del PCK y el MKT, entre otros. El modelo se constituye por seis facetas y cuatro niveles; las facetas que se consideran para esta investigación, y lo que se ha buscado con cada una en torno al estudio de las ecuaciones cuadráticas, son:

- Epistémica: identificar los conocimientos matemáticos del profesor, relativos al contexto institucional, puestos en juego en el proceso, así como la distribución en el tiempo de los contenidos matemáticos.
- Cognitiva: describir el conocimiento del profesor sobre la progresión del proceso de aprendizaje y los conocimientos personales de los estudiantes.
- Afectiva: determinar las acciones que realiza el profesor con respecto a las actitudes, emociones, opiniones o valores, que los alumnos presentan en el proceso de estudio.
- Mediacional: describir los recursos tecnológicos del profesor en el desarrollo de los procesos de estudio, así como su distribución en el tiempo con respecto al tema.
- Interaccional: identificar los patrones de interacción del profesor, y la negociación en los significados.
- Ecológica: determinar el conocimiento del profesor sobre la pertinencia de los contenidos puestos en escena con respecto a su entorno social, político, económico, etc.

Se considera a las facetas epistémica y cognitiva como claves en el modelo, ya que desde el punto de vista del autor se reconoce a “la matemática como actividad humana que adquiere significado mediante la acción de las personas ante situaciones – problemas específicos” (Godino, 2009, p. 21), no obstante, no se debe omitir que cada una de estas facetas se relaciona con las otras restantes. Se proponen además cuatro niveles de análisis:

1. Prácticas matemáticas y didácticas. Descripción de las acciones realizadas para resolver las tareas matemáticas propuestas para contextualizar los contenidos y promover el aprendizaje. También se describen las líneas generales de actuación del docente y discentes.

2. Configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos). Descripción de objetos y procesos matemáticos que intervienen en la realización de las prácticas, así como los que emergen de ellas. La finalidad de este nivel es describir la complejidad de objetos y significados de las prácticas matemáticas y didácticas como factor explicativo de los conflictos en su realización y de la progresión del aprendizaje.
3. Normas y metanormas. Identificación de la trama de reglas, hábitos, normas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio, y que afectan a cada faceta y sus interacciones.
4. Idoneidad. Identificación de potenciales mejoras del proceso de estudio que incrementen la idoneidad didáctica. (Godino, 2009, p. 21-22)

Se considera como práctica “toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas” (Godino, et al., 2007). En este entendido la caracterización del CDM se realiza con base a la práctica operativa (lo que hace) del profesor realizada en el seno de la institución.

### ■ Aspectos metodológicos

Dada la naturaleza del objetivo de esta investigación, se optó por realizar este trabajo desde el enfoque cualitativo, a través de un estudio descriptivo de casos. La naturaleza del enfoque, referida en ocasiones como una “investigación naturalista, fenomenológica, interpretativa o etnográfica” (Sampieri, Collado y Lucio, 2006), permite explorar los escenarios “naturales” donde se desarrollan los procesos de enseñanza y aprendizaje expuestos por los sujetos de interés.

Los sujetos de investigación fueron dos profesores que laboran en un bachillerato estatal ubicado una de las principales ciudades del noroeste mexicano. El profesor de menor experiencia es ingeniero en mecatrónica mientras que el profesor de mayor experiencia es licenciado en matemáticas. Como ya se dijo, la caracterización del CDM del profesor se realizó en torno al tema “ecuación cuadrática”, presentado como un elemento de la asignatura Matemáticas I, propuesta por la Dirección General de Bachillerato (DGB) y que se sugiere ofrecer en el primer semestre de preparatoria en México.

Puesto que el estudio es de carácter descriptivo, una de las técnicas empleadas es la observación no participante (Casanova, 1998) donde el papel del observador se centró en sólo observar, manteniéndose al margen de las actuaciones y relaciones que establecieron docentes y discentes dentro del escenario en el que se realizó la investigación. Se contó además con herramientas de apoyo como videograbaciones y los correspondientes protocolos de observación.

## ■ Sobre la caracterización del CDM de los profesores

### El profesor A

Durante el proceso instruccional el profesor hace uso de una serie de objetos matemáticos (trinomio, fórmula general, forma general de la ecuación cuadrática, cálculo de áreas, rectángulos, procedimientos algebraicos, numéricos) que relaciona y le permiten entre otras cosas, resolver las situaciones problemas que propone. Si bien presenta algunas deficiencias en el lenguaje, éste se considera apto para el nivel educativo.

El tiempo que asigna al estudio es corto y no se acerca al que se proponen en los programas de estudios propuestos por la DGB, puesto que ésta propone asignar ocho horas al estudio de la ecuación cuadrática, él solo le invierte una sesión del semestre que equivale a cincuenta minutos. Durante el desarrollo de la sesión se nota el poco interés por parte de los estudiantes y ante esto el profesor no realiza algún tipo de estrategia que le permita motivar o bien hacer un cambio de actitud en sus estudiantes; por otra parte las situaciones propuestas no permiten valorar la utilidad de las matemáticas, específicamente del objeto “ecuación cuadrática” en situaciones de la vida real, ya que las situaciones que propone, que se consideran aptas a este nivel, se trabajan desde un contexto intra-matemático, específicamente en un contexto geométrico.

A través del desarrollo de su práctica operativa es posible percibir que el profesor conoce el programa de la materia, puesto que en ésta es posible identificar algunos de los elementos del currículo. Por otra parte, el profesor explica algunas de las conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio, sin embargo, trunca algunas ideas con respecto al estudio del tema. No obstante, las situaciones presentadas (intra/extra-matemáticas, ejercicios) no son consideradas como una muestra representativa del programa de la materia.

A través de una serie de preguntas, por ejemplo *¿si se acuerdan de ella?* (refiriéndose a la fórmula general), *“la forma general (de una ecuación cuadrática) ustedes ya la habían visto cuando empezamos a factorizar”*, le permiten percatarse si los alumnos tienen o no los conocimientos previos considerados como necesarios para el desarrollo del tema, además se puede concluir que estos contenidos presentan una dificultad manejable para los estudiantes. Con respecto al uso de recurso mediacionales, éstos son los convencionales, pizarra, módulo de aprendizaje, cuadernos, entre otros. Si bien el profesor hace una presentación adecuada del tema (clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave, etc.) en ocasiones no logra resolver los conflictos presentados por los alumnos. Además, durante el momento que asigna autonomía/independencia a sus estudiantes hace uso de la observación, la cual es utilizada para evaluar el progreso cognitivo de los estudiantes sobre los conocimientos y comprensiones.

Un resultado de la observación realizada por el profesor, la cual utiliza durante la interacción docente-alumno (trato personal con el estudiante), es que le resta autonomía al estudiante indicando aquellos errores que ha cometido y en ocasiones resolviendo él la situación problema. Algunas de las normas que se logran identificar son durante el momento de la implementación, principalmente en las facetas

epistémica (definiciones, proposiciones o convenciones), interaccional (se levanta la mano para hablar, se pide permiso para entrar al aula o salir de esta), ecológica (uso de uniforme, prohibido fumar en el aula de clases, prohibido el uso de teléfono celular), entre otras. Finalmente el proceso instruccional es considerado con media-baja idoneidad didáctica, obteniendo en este caso una valoración media alta en su faceta epistémica y ecológica.

## El profesor B

El profesor hace uso de dos representaciones de la ecuación cuadrática, su representación gráfica y algebraica. Recurre constantemente a relacionar temas estudiados con anterioridad (sistemas de ecuaciones lineales de dos y tres incógnitas, factorización, ecuaciones lineales) para definir diversos conceptos propios del tema (la forma general de una ecuación cuadrática, el tipo de soluciones de una ecuación cuadrática, la gráfica de la ecuación igualada a “y”); además el profesor identifica posibles generalizaciones de la tarea y algunas conexiones con otros temas más avanzados que serán abordados en semestres posteriores.

Las explicaciones, las comprobaciones, las demostraciones y el lenguaje se consideran adecuados al nivel educativo, presentando además una dificultad manejable para sus estudiantes. Con ello además se puede determinar que el profesor conoce el programa de la materia, puesto que en su práctica se pueden identificar los elementos del currículo los cuales son abordados mediante la realización de la tarea propuesta. Sin embargo, el tiempo asignado al desarrollo del tema sólo consta de dos sesiones (100 minutos) distando en gran medida con los programas de estudio vigentes y propuestos por la DGB.

Los recursos tecnológicos puestos en juego en el aula de clase son pizarras, calculadoras, cuadernos. Con respecto al uso de la calculadora el profesor indica los algoritmos que deben ser introducidos para obtener el resultado deseado. El profesor durante las dos sesiones tiene el control total de desarrollo del proceso, sin embargo, hace uso de preguntas o frases que los alumnos contestan con una o dos palabras. No se otorga tiempo autonomía o independencia para que los estudiantes resuelvan o propongan posibles soluciones del problema, además a través de estas preguntas el profesor evalúa si sus estudiantes tienen o no los conocimientos necesarios para el estudio.

Por otra parte, con los ejercicios propuestos el profesor describe algunos de los principales tipos de conflictos o errores que cometen los estudiantes al momento de realizar la tarea. Además, por lo que se percibe durante el proceso, el profesor incluye actividades de ampliación y de refuerzo, series de ejercicios que los alumnos deberán entregar una vez realizado el examen correspondiente a éste y otros temas. No se debe perder de vista un aspecto de suma importancia en el profesor: la promoción, el acceso y el logro de todos los estudiantes. En el grupo observado se encuentra un estudiante con características diferentes a sus compañeros, en este caso el profesor hace uso de todos sus recursos, invirtiendo un poco más de tiempo con ejemplos y una interacción de tipo personal con el estudiante para explicar lo relacionado con el tema.

Las situaciones propuestas son en un contexto intra-matemático y por cuestiones de tiempos se puede inferir que las situaciones no son una muestra representativa del programa de estudios. Algunas de las normas que se logran identificar durante el momento de implementación, son principalmente en las facetas epistémica (definiciones, proposiciones o convenciones), interaccional (se levanta la mano para hablar, se pide permiso para entrar al aula o salir de esta, no se come dentro del aula y se guarda silencio), ecológica (uso de uniforme), mediacional (uso personal de calculadoras) entre otras. Finalmente el proceso instruccional es considerado con media-alta idoneidad didáctica, obteniendo en este caso una valoración media en la faceta afectiva, mientras que en las facetas epistémica, ecológica y cognitiva se considera media-alta.

### ■ Conclusiones

Con base en lo anteriormente expuesto y respondiendo a la pregunta de investigación, se considera que en ambos casos el CDM obedece y se fundamenta primordialmente en las propuestas curriculares (programas de la materia), buscando adaptar los contenidos que se piden promover a las condiciones que afrontan los profesores, principalmente el factor tiempo.

Un resultado más se enmarca dentro de la faceta epistémica, pues es en ésta donde ambos profesores presentan una mayor idoneidad, si bien no logran tener una alta idoneidad se acercan a ésta. Con respecto a la caracterización del CDM en dicha faceta se puede concluir lo siguiente:

*Conocimiento común del contenido:* Los profesores recurren al uso de tareas donde el objetivo radica básicamente en la aplicación y/o ejercitación de los métodos (procedimientos) para resolver ecuaciones cuadráticas de una variable.

*Conocimiento especializado del contenido:* Se promueve en mayor medida el lenguaje algebraico, así como las representaciones algebraicas de las ecuaciones cuadráticas. Las tareas propuestas les permiten generar procedimientos; el lenguaje se considera apto al nivel educativo y acorde al programa de estudios, sin embargo, no es posible presentar una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.

*Conocimiento ampliado del contenido:* Se evidencia el conocimiento de los profesores con diversos tipos de tareas, especialmente las que se enmarcan dentro de contextos intra-matemáticos (posibles generalizaciones de las tareas, conexiones con otros temas más avanzados,) sin embargo estos se ven truncados por cuestiones temporales.

### ■ Referencias bibliográficas

Acuerdo Secretarial No. 447. (2008). Por el que se establecen las competencias docentes para quienes impartan educación media superior en la modalidad escolarizada. México: DOF.

Casanova, M. A. (1998). *La evaluación educativa. Escuela básica*. Editorial Muralla.



- Godino, J. D. (2009). Categorías de los Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, 1 – 20.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F., & Konic, P. (2012). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. *Revemat: Revista Electronica de Educación Matemática* 7(2), 1-21.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Reserch in Mathematics Education*, 39, 372-400.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2006). *Metodología de la investigación*. Cuarta edición. México: McGraw Hill/INTERAMERICMA EDITORES, SA DE C.V.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Subsecretaría de Educación Media Superior de la Secretaría de Educación Pública México, 2008. Reforma de la educación media superior en México: la creación de un sistema nacional de bachillerato en un marco de diversidad. Educación Media Superior, México, SEP.
- Servicio profesional docente. (2014). Recuperado el 03 de mayo de 2017 de [http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ms/ingreso\\_historico\\_2014/estadisticas\\_do/](http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ms/ingreso_historico_2014/estadisticas_do/)
- Servicio profesional docente. (2015). Recuperado el 03 de mayo de 2017 de [http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ms/ingreso/estadisticas\\_concurso/](http://servicioprofesionaldocente.sep.gob.mx/ms/ingreso/estadisticas_concurso/)