

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA DE FUTUROS DOCENTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Gabriela Valverde Soto

Universidad de Costa Rica. (Costa Rica)

gabriela.valverde@ucr.ac.cr

RESUMEN: Los marcos curriculares que circunscriben la educación matemática en numerosos países señalan la competencia matemática como la expectativa de aprendizaje más relevante a desarrollar en los escolares. Esta situación introduce un desafío ineludible en el ámbito de la educación superior: el desarrollo de procesos de formación orientados a la promoción de la competencia matemática de los futuros docentes de educación primaria. El artículo contempla inicialmente una síntesis de investigaciones que se han planteado la cuestión ¿cómo desarrollar el conocimiento matemático y las competencias matemáticas de los futuros maestros de educación primaria? Posteriormente, se presentan los aspectos básicos de un experimento de enseñanza centrado en responder a la pregunta anterior desde el contexto matemático de la proporcionalidad.

Palabras clave: competencia matemática, educación primaria, formación de docentes proporcionalidad

ABSTRACT: The curricular frameworks restricting mathematical education in many countries point out the mathematical competence as the most relevant learning expectation, to be developed in the students. It leads to an unavoidable challenge in higher education: the development of training processes focused on the fostering of mathematical competence of prospective teachers of elementary school. This article first quotes a synthesis of researches which have stated the question: how to develop mathematical knowledge and mathematical competences in prospective teachers of elementary school. Later, the paper includes the main aspects of a teaching experiment aimed at answering the previous question from the mathematical context of proportionality.

Key words: mathematical competence, elementary school, teachers' training, proportionality

■ Introducción

El conocimiento matemático necesario para la enseñanza ha sido conceptualizado de diversas maneras. El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM por sus siglas en inglés) lo describe como: “el contenido y discurso matemático, incluye conceptos y procedimientos matemáticos y las conexiones entre ellos; múltiples representaciones de los conceptos y procedimientos matemáticos, formas de razonar matemáticamente, resolver problemas y comunicar efectivamente las matemáticas en diferentes niveles de formalidad” (NCTM, 1991, p. 132). Más recientemente, Kilpatrick, Swafford y Findell (2001) lo definen como “conocimiento de los hechos, conceptos y procedimientos matemáticos y las relaciones entre ellos, conocimiento de las formas en las que las ideas matemáticas pueden ser representadas, y el conocimiento de las matemáticas como una disciplina, en particular, cómo el conocimiento es producido, la naturaleza del discurso en matemáticas, las normas y estándares que dirigen los argumentos y demostraciones” (p.371). Entrelazado a este constructo está el de competencia matemática señalando la capacidad de una persona para interpretar y usar el conocimiento matemático en una diversidad de situaciones, pone énfasis por lo tanto en la funcionalidad del conocimiento (OCDE, 2004). Pero más allá del problema de la caracterización de este tipo de conocimiento o de la competencia matemática está el problema de cómo construirlo o reconstruirlo, y de cómo promover procesos cognitivos que permitan el desarrollo de dicha competencia; por lo tanto el artículo aborda la situación desde la práctica y no se centra en la discusión de las conceptualizaciones existentes. Un supuesto asumido en este trabajo es que los maestros de primaria no pueden ayudar a los niños a desarrollar la competencia matemática si ellos mismos no han logrado construir un nivel de desempeño aceptable de ésta. En este sentido, Niss (citado en Gómez, 2007, p. 127) afirma que un “buen docente de matemáticas” es aquel que puede inducir y promover el desarrollo de las competencias matemáticas en sus estudiantes, lo cual obviamente implica que el profesor mismo debe poseer esas competencias matemáticas.

Lamentablemente, desde el contexto de la mediación pedagógica suscitada en el proceso de formación inicial, los formadores de docentes de Educación Primaria comúnmente identificamos una serie de errores y dificultades en los procesos de razonamiento necesarios para la construcción del conocimiento matemático para la enseñanza, esta situación es frecuentemente descrita en investigaciones precursoras y en otras recientes (Ball, 1990; Simon, 1993; Tirosh, Graeber y Wilson, 1998; Valverde, 2008, 2012). Estos errores no son puntuales y se presentan en diversas áreas de la matemática, no obstante, los subconstructos de los números racionales constituyen un campo fértil para el enraizamiento de dificultades cognitivas. Este hecho ha venido exponiéndose desde la década de los años 80 en estudios que se han centrado en la comprensión de las fracciones, tales como: las justificaciones de la división (Ball, 1990), desempeño en la resolución de problemas verbales que implicaban la multiplicación y división de fracciones (Graeber y Tirosh, 1988), creencias acerca de estas operaciones (Tirosh y Graeber, 1990), entre otros. Tales estudios han mostrado que el conocimiento que los maestros en formación poseen sobre los números racionales es procedimental y escasamente conectado. Resultados de tales estudios muestran que tanto los maestros activos como

aquellos en formación lidian con los mismos conceptos y manifiestan las mismas ideas primitivas y falsas concepciones que los estudiantes de primaria o secundaria. Este panorama no es exclusivo del aprendizaje de las fracciones pues se presenta en la comprensión de la razón o nociones que la vinculan como lo es la relación de proporcionalidad. Por ejemplo, en situaciones de comparación de razones la división de números naturales surge como un procedimiento apropiado para establecer la relación de orden entre dos razones, no obstante, paralelamente y de manera reiterada aparece la interpretación incorrecta del cociente de la división (Valverde, 2008).

■ Revisión de la Literatura

Con una visión más amplia, Ponte y Chapman (2008), destacan en el “*Handbook of International Research in Mathematics Education*” un conjunto de investigaciones relacionadas con el conocimiento matemático de los futuros docentes, y plantean una manera de organizar tales estudios retratando concisamente las dos tendencias más predominantes en esta línea de investigación: (1) las investigaciones centradas en estudiar las debilidades del conocimiento matemático de los profesores en formación inicial, y (2) las investigaciones centradas en el desarrollo de este tipo de conocimiento. Es necesario reconocer que gracias a los estudios centrados en la detección de debilidades se han logrado construir importantes ideas, por ejemplo, que los maestros en formación inicial necesitan construir matemáticas significativamente como una manera de desarrollar su conocimiento matemático para la enseñanza y que por lo tanto más o mera transmisión de matemáticas puras no se traducen en una mayor calidad de formación docente.

Las investigaciones centradas en el desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza tratan maneras de mejorar este conocimiento o remediar cuestiones específicas del mismo, representan formas alternativas para desarrollar un conocimiento más apropiado. En general, éstos incluyen principios para el aprendizaje de los profesores en formación inicial. Por ejemplo, Cramer (2004) identificó las siguientes pautas para guiar los cursos de matemáticas para maestros:

- El contenido matemático es incluido en conjuntos de problemas, los estudiantes recogen información, generan hipótesis y verifican conjeturas.
- Los estudiantes trabajan en grupos pequeños para optimizar las oportunidades de discutir.
- Los cuestionamientos se presentan para ayudar a los estudiantes a construir el conocimiento matemático.
- El lenguaje, oral y escrito, de los estudiantes juega un rol importante facilitando la transición desde la exploración y resolución de problemas hacia las abstracciones formales matemáticas.
- Se enfatizan las conexiones en y entre tópicos matemáticos.
- El uso de la tecnología se integra en las actividades cotidianas del curso. (Cramer, 2004, p.181)

La premisa subyacente de las investigaciones centradas en el desarrollo del conocimiento matemático es no proporcionar a los profesores en formación inicial más matemáticas, sino principalmente, permitirles comprender y reconstruir lo que ellos saben con mayor profundidad y significado (Ponte y Chapman, 2008). Pero, en general, según estos autores es necesaria más investigación acerca de cómo enfoques específicos ajustan los diferentes objetivos y necesidades de los grupos de profesores en formación inicial, de primaria y secundaria, con distintos fundamentos y en diferentes sistemas educativos.

A continuación, se presentan cinco tipos de actividades de aprendizaje que se vienen investigando y que se han sugerido como vías prometedoras o efectivas para facilitar el desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza. Posteriormente se detalla una investigación realizada por la autora de este artículo y que estuvo basada en el tipo de actividades descritas en el Enfoque 5.

Enfoque 1. Una estrategia seguida en algunos estudios para promover el desarrollo del conocimiento matemático consiste en la elaboración de diferentes explicaciones para un concepto matemático y en el debate de las mismas, esta estrategia ha sido utilizada en el estudio de Kinach (2002, en Ponte y Chapman, 2008). El investigador llevó a cabo un experimento de enseñanza en un curso de métodos para docentes de matemática de secundaria, en éste los participantes aportaban diferentes explicaciones para la adición y sustracción de números enteros.

Enfoque 2. Este está centrado en la auto-reflexión e investigación de conceptos y procesos matemáticos. Por ejemplo, Chapman (2004, en Ponte y Chapman, 2008), abordó la resolución de problemas aritméticos verbales con maestros de primaria en formación inicial. El propósito de tal investigación era promover la comprensión de este grupo en los tópicos antes mencionados. Las acciones seguidas en la intervención incluyeron la creación y comparación de problemas verbales de estructura similar, análisis y representación de problemas verbales con operaciones aritméticas enfocándose en la estructura del mismo y el significado de las operaciones, adicionalmente los estudiantes debían escribir artículos sobre la experiencia vivida. Los resultados indicaron que después de la intervención los maestros en formación mostraron una mayor comprensión de las operaciones aritméticas y de los problemas verbales, traducida en la exposición de diversas formas de representación del significado de las operaciones en distintos tipos de problemas verbales. Hine (2015) estudió la resolución de problemas verbales y el significado de las operaciones implicadas.

Enfoque 3. Este se centra en el uso de la tecnología para explorar conceptos matemáticos. Por ejemplo, en el estudio de Bowers y Doerr (2001, en Ponte y Chapman, 2008) contaron con la participación de futuros profesores en actividades que implicaban el uso de la tecnología como una forma de desarrollar su comprensión de nociones de cambio como la velocidad. El objetivo fue introducir conflictos en el conocimiento que poseían y usar la tecnología para hacerles frente y resolverlos. Los resultados indicaron que el esfuerzo de los participantes para resolver sus propias dificultades de comprensión les permitieron finalmente desarrollar un conocimiento profundo de las cantidades representadas en las gráficas de velocidad y de posición, y de la relación entre las mismas.

En este enfoque se ubican estudios realizados por Powers y Blubaugh (2005) y por Kokol-Voljc (2007), quienes investigan distintos programas informáticos que permitan la construcción del conocimiento con maestros de primaria en formación inicial.

Enfoque 4. Los estudios considerados en este enfoque se centran en el uso de mapas conceptuales para promover el desarrollo del conocimiento matemático de los profesores en formación inicial. Por ejemplo, el estudio de Bolte (1999, Ponte y Chapman, 2008) se centró en ampliar y evaluar la integración y expresión del conocimiento matemático de los profesores en formación. Se usaron mapas conceptuales y ensayos al principio de la lección como una forma de medir o revisar lo aprendido, durante la enseñanza para desarrollar una mejor comprensión o al final de la lección como una actividad de evaluación. Después de terminar una versión del mapa conceptual los participantes debían hacer un ensayo en donde explicaran y clarificaran las relaciones expresadas en el mapa conceptual. Los resultados indicaron que los participantes percibieron que la construcción del mapa conceptual y del ensayo los animó a reflexionar sobre su conocimiento, además se promovió la habilidad para establecer conexiones matemáticas. El autor concluyó que el uso de mapas conceptuales y ensayos interpretativos constituye una oportunidad para que los profesores en formación maduren matemáticamente y para que experimenten un método alternativo de enseñanza y evaluación. Un documento reciente que plantea actividades de formación inicial desde este enfoque es el de Poling, Goodson-Espy, Dean, Lynch-Davis, y Quickenton (2015).

Enfoque 5. En este enfoque se consideran estudios que utilizan un tipo particular de tareas matemáticas como medio para promover el desarrollo del conocimiento matemático de los futuros maestros.

La investigación desarrollada por Ilany, Ben Chaim y Keret (2004) está centrada en el uso de, lo que los autores describen como, auténticas actividades investigativas, las cuales forman parte de un modelo para la enseñanza de los tópicos de razón y proporción en el contexto de la formación de maestros. Este modelo consiste en 4 componentes. La primera componente incluye las auténticas actividades investigativas de tasas, razón, escalas y proporción indirecta. Simultáneamente, los participantes deben leer artículos matemáticos y didácticos acerca de la razón y proporción. El segundo componente incluye la estructura de la actividad, esto es, un contexto familiar a los participantes y contiene problemas de valor ausente, comparación numérica, predicción y comparación cualitativa. Esos problemas requieren comparaciones que no dependen de valores numéricos específicos. El tercer componente implica la estructura de la unidad didáctica, incluyendo elementos como el trabajo en grupo. El cuarto componente trata de la evaluación del conocimiento de los participantes. Los resultados indicaron que este método fue exitoso produciendo cambios en la comprensión de la razón y proporción de los maestros en formación.

En el estudio de Heaton y Mickelson (2002, en Ponte y Chapman, 2008), el enfoque se concreta en dos tareas concebidas con el objetivo de desarrollar el conocimiento estadístico de maestros de primaria en formación inicial. En la primera tarea los estudiantes tuvieron que desarrollar una

investigación estadística, teniendo así que plantear preguntas, identificar variables, planear y llevar a cabo la recolección de datos, ordenarlos y discutir los resultados. En la segunda asignación, los participantes tuvieron que desarrollar y aplicar en un sitio de prácticas una unidad de investigación estadística que debían realizar los niños. El propósito de ambas tareas fue el mismo, implicar a los participantes en un aprendizaje auténtico de contenidos y procesos estadísticos a través de la investigación.

En el estudio de Chapman (2007, en Ponte y Chapman, 2008) se recurrió a la discusión colectiva de problemas aritméticos verbales como la base de un enfoque para facilitar el desarrollo del conocimiento matemático de futuros maestros de primaria en relación con la enseñanza de las operaciones aritméticas. Las tareas se agruparon en tres clases, según permitiesen a los estudiantes alcanzar alguno de los siguientes cometidos: (a) reflexionar sobre su conocimiento inicial, (b) explorar problemas verbales aritméticos desde múltiples perspectivas, y (c) aplicar el conocimiento resultante o adquirido. Los resultados de la investigación indican que las tareas realizadas pueden proporcionar una base efectiva para ayudar a los futuros maestros a desarrollar una profunda comprensión de las operaciones aritméticas, las relaciones entre éstas así como el conocimiento didáctico para la enseñanza de las operaciones aritméticas.

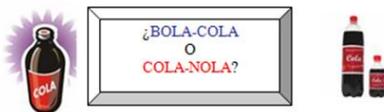
■ Descripción del Experimento de Enseñanza Realizado

Bajo el quinto enfoque descrito previamente, con el objetivo de estudiar el proceso de elaboración, puesta en práctica y análisis de una “secuencia de trabajo en el aula” que aborda la revisión y (o) reconstrucción de conocimientos asociados a la razón y la proporcionalidad, y de investigar cómo contribuye la secuencia de trabajo en el aula en el proceso de desarrollo de la competencia matemática de futuros maestros de primaria, se realizó un experimento de enseñanza usando un tipo específico de tareas matemáticas concebidas desde un enfoque funcional del conocimiento matemático con el fin de permitir a los futuros maestros comprender y reconstruir lo que saben en relación con la razón y la proporcionalidad con mayor profundidad y significado (Valverde, 2012). La investigación realizada consiste en un tipo de experimento de enseñanza (Molina, 2007) centrado en el desarrollo del conocimiento del profesor de matemáticas. Esta metodología de investigación establece un conjunto claro de acciones a seguir en las tres fases que la conforman: la elaboración, implementación y análisis del diseño instruccional.

La característica central del diseño instruccional elaborado en esta investigación es la inclusión de un conjunto de tareas matemáticas que abarcan distintos tipos de problemas de razón y proporcionalidad, las situaciones de estas tareas se sitúan en distintos escenarios del entorno cotidiano. Este diseño se fundamenta en la perspectiva funcional del conocimiento matemático considerado en el estudio PISA (OCDE, 2004).

Para la elaboración del mismo se ha utilizado el análisis didáctico (Gómez, 2007) como herramienta para la planificación y organización de la secuencia de trabajo en el aula. El diseño instruccional se concretó en cuatro sesiones y se implementó en condiciones naturales de desarrollo de una asignatura de Didáctica de las Matemáticas. Se utilizó una metodología de trabajo en el aula compuesta por cuatro fases: trabajo individual en clase, trabajo colaborativo, puesta en común y reconstrucción individual de la tarea fuera de clase. Todas ellas centradas en la misma tarea. A modo de ejemplo, para la primera sesión de aplicación se plantearon diversas expectativas de aprendizaje entre las que están: (1) reconocer el valor social de las razones como un medio para expresar información sobre comparaciones entre cantidades, (2) elaborar y aplicar diferentes estrategias que permitan interpretar y resolver problemas de situaciones cotidianas en los que se requiere de la aplicación del concepto de razón, (3) aplicar y justificar la relación de equivalencia entre razones, y (4) expresar una razón mediante distintas representaciones. Para promover el logro de estos fines se implementaron dos tareas matemáticas, siendo aquella titulada “Preferencia en el refresco de cola” la que permitió estudiar con mayor profundidad los conocimientos matemáticos y las competencias matemáticas promovidas en su resolución (Figura 1).

Tarea 2: Preferencia en el Refresco de Cola



Las siguientes afirmaciones podrían ser parte de los resultados de una encuesta de preferencia entre la Bola Cola y la Cola Nola:

- La razón entre quienes prefieren Bola Cola y los que prefieren Cola Nola es de 3 a 2.
- El número de personas que prefieren Bola Cola en lugar de Cola Nola están en la razón de 17139 a 11426.
- 5713 más participantes prefieren Bola Cola en lugar de Cola Nola.

- a. Decide si las tres afirmaciones anteriores hacen referencia a resultados de la misma encuesta. Explica.
- b. Elije la afirmación que describe más adecuadamente los resultados de la comparación entre Bola Cola y Cola Nola, explica por qué crees que esa afirmación es más pertinente.
- c. Si necesitaras divulgar los resultados en un anuncio publicitario, ¿cuál afirmación podría ser más efectiva? ¿Por qué?
- d. Sugiere otras posibles maneras de comparar los resultados de popularidad de los dos tipos de cola.

Figura 1. Tarea “Preferencia en el refresco de cola”. Adaptada de Ben Chaim, Keret e Ilany (2012)

Se recogieron producciones escritas y orales del trabajo colaborativo realizado en pequeños grupos. Estas se analizaron con ayuda del programa de análisis de datos cualitativos MAXQDA, de manera concreta se realizó un análisis de contenido (Bardín, 1986). Se utilizaron categorías de análisis así como indicadores de desempeño procedentes de estudios previos así como nuevos indicadores propios del grupo de participantes. Debido a la demanda cognitiva de la tarea 2 se tuvo la oportunidad de conocer y estudiar, en las producciones de los estudiantes, conocimientos relacionados con las maneras de interpretar la razón 3:2, y concepciones relacionadas con las propiedades de las razones. Mediante un procedimiento previo a la implementación del diseño, se relacionaron las expectativas de aprendizaje, las competencias matemáticas y las tareas propuestas en el diseño. Este mecanismo

posibilitó concluir acerca de las competencias matemáticas promovidas con esta tarea así como el nivel con que se logró este aspecto. De modo que, con base en el desempeño manifestado en la resolución y con usando los descriptores de las competencias matemáticas se llegó a concluir por ejemplo que la competencia *representar* se trabajó, aunque que de un modo incipiente motivo por el cual se afirma que se ha promovido en un nivel de reproducción.

■ A modo de Conclusión

La investigación realizada aporta una rica descripción de actuaciones manifestadas por los estudiantes de magisterio en el contexto de la razón y la proporcionalidad. Resalto, como aporte del estudio, la descripción de actuaciones vinculadas al razonamiento proporcional y a la comprensión de la proporcionalidad en el contexto de la formación de maestros, pues en la literatura existente sobre el tema, consultada, se encuentra la descripción de una gran variedad de actuaciones manifestadas por niños o estudiantes de secundaria y muy poca de maestros en formación. Por otro lado, el marco teórico del estudio PISA ha resultado pertinente para la investigación, la caracterización de la competencia matemática y los principios del enfoque funcional recogidos en el mismo han determinado la toma de decisiones en el diseño, puesta en práctica y análisis de la intervención. El estudio del logro de las expectativas de aprendizaje permitió extraer información acerca de la contribución de la experimentación al desarrollo de las competencias matemáticas y el procedimiento seguido ha sido eficaz para lograrlo.

■ Referencias Bibliográficas

- Ball, D. (1990). Prospective elementary and secondary teachers' understanding of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(2), 132-144.
- Bardin, L. (1986). *Análisis de contenido*. Madrid: Akal.
- Cramer, K. (2004). Facilitating teachers' growth in content knowledge. En R. R. Rubenstein y G.W. Bright (Eds.), *Perspectives on the teaching of mathematics* (pp. 180-194). Reston, VA: NCTM.
- Gómez, P. (2007). Análisis didáctico. Una conceptualización de la enseñanza de las matemáticas (c capítulo 2). En P. Gómez (Ed.), *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (pp. 31-116). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Graeber, A., & Tirosh, D. (1988). Multiplication and division involving decimals: Preservice teachers' performance and beliefs. *Journal of Mathematical Behavior*, 7, 263-280.
- Hine, G. (2015). Strengthening pre-service teachers' mathematical content knowledge. En R. Atkinson & C. McBeath (Eds.), *Proceedings of the Teaching and Learning Forum 2015* (pp. 1-11). Perth,

Australia: University of Westerns Australia. Disponibles en <http://ctl.curtin.edu.au/events/conferences/tlf/tlf2015/contents-all.html>

- Ilany, B., Ben-Chaim, D. & Keret, Y. (2004). Implementation of a model using authentic investigative activities for teaching ratio and proportion in pre-service elementary education. En M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 81-88) Norway: Bergen University College.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kokol-Voljc, V. (2007). Use of mathematical software in pre-service teacher training: The case of DGS. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), pp. 55-60.
- Molina, M. (2007). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual*. (Tesis Doctoral). Recuperada de <http://funes.uniandes.edu.co/544/1/MolinaM06-2822.PDF>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: The Council.
- OCDE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de Problemas*. Madrid: Ministerio de Educación.
- Poling, L., Goodson-Espy, T., Dean, C., Lynch-Davis, K., & Quickenton, A. (2015). Mapping the way to content knowledge. *Teaching children mathematics*, 21(9), pp. 538-547.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. En L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 223-261). New York: Routledge.
- Powers, R., & Blubaugh, W. (2005). Technology in mathematics education: Preparing teachers for the future. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 5(3-4), pp. 254-270.
- Simon, M. A. (1993). Prospective elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 233-254