

## CARACTERIZACIÓN DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DE LA RAZÓN COMO UN SIGNIFICADO DE LA FRACCIÓN. EL CASO DE UN PROFESOR EN FORMACIÓN INICIAL DE PRIMARIA

Ana María Reyes Camacho, Leticia Sosa Guerrero

Escuela Normal Rural 'Gral. Matías Ramos Santos'. (México), Universidad Autónoma de Zacatecas. (México)  
anyreca0712@hotmail.com, lsosa@mate.reduaz.mx

**RESUMEN:** En este trabajo identificamos el conocimiento didáctico de un profesor en formación inicial para enseñar la razón como un significado de la fracción a través de un estudio cualitativo. Esta investigación se enfoca en el Modelo Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés -*Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*) para caracterizar el conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT, por sus siglas en inglés -*Knowledge of Mathematics Teaching*) en la entrevista semiestructurada que surge de una planificación. El profesor en formación inicial manifiesta conocer el papel del medio, situación de acción, formulación, validación e institucionalización; estos conocimientos le permiten diseñar actividades para el aula con el propósito de enseñar la razón en un grupo de quinto grado de la escuela primaria.

**Palabras clave:** conocimientos del profesor, primaria, razón

**ABSTRACT:** In this article, we identify the didactic knowledge of a trainee teacher to teach the ratio as a meaning of fraction, by means of a qualitative study. This research work is focused on the *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge Model* to characterize the *Knowledge of Mathematics Teaching*, during the semi structured interview, from a planning process. The trainee teacher expresses that he knows about the environment role, the action situation, the formulation, the evaluation and the institutionalization; such knowledge allows him to design classroom tasks, with the purpose of teaching the ratio in a fifth-grade group of the primary school.

**Key words:** teacher's knowledge, primary school, ratio

## ■ Introducción

La Licenciatura en Educación Primaria bajo el enfoque del Plan de estudios 2012 (DOF, 2012) aspira a que los estudiantes se apropien de conocimientos disciplinares que favorezcan la gestión de contenidos, tal es el caso de las fracciones en el área de las matemáticas. En este sentido, Ríos (2007) señala: “[...] dominar más contenido del que se va a enseñar permite tener una visión amplia y profunda de cómo enseñar, hacer conexiones y transferencias entre los diversos saberes matemáticos” (p.121). Para algunos investigadores (e.g. Ávila, 2001; Llinares & Sánchez, 1997), las fracciones representan un tema complejo de abordar en las escuelas primarias debido a los diferentes significados que poseen: relación parte-todo y medida, cociente, razón y operador. Por lo tanto, se han incluido en los programas de las escuelas formadoras de docentes.

En el Plan de estudios 2012 de la Licenciatura en Educación Primaria, en el programa del curso de Aritmética: su aprendizaje y enseñanza, se plantea el estudio de las fracciones en la unidad III “Aspectos didácticos y conceptuales de los números racionales y los números decimales”, donde se enfatiza en el conocimiento del contenido común y especializado de los números racionales, los procesos de aprendizaje de los alumnos (errores y dificultades comunes, estrategias de aprendizaje, comprensión, evolución de su razonamiento y normas sociomatemáticas), el diseño y gestión de entornos de aprendizaje (situaciones didácticas, resolución de problemas, estudio de clases, procesos de matematización, uso de las TIC y evaluación de los aprendizajes), gestión del currículo (articulación entre el conocimiento del contenido y su tratamiento en el plan de estudios de la Educación Primaria) y reflexión y transformación de la práctica (sistematización y elaboración de textos a partir de la reflexión de la práctica en el análisis de casos). En la unidad IV “Desarrollo del razonamiento proporcional”, se plantea el estudio de la noción de razón. Cabe mencionar que las ideas anteriores surgieron a partir de lo expuesto en la presentación del programa ya citado. En términos generales, la reforma en Educación Normal bajo el Plan de Estudios 2012, aspira a que los profesores en formación inicial adquieran el conocimiento disciplinar de matemáticas para contribuir al desarrollo de sus competencias docentes.

En esta investigación, se indaga sobre los conocimientos que tienen los profesores en formación en relación a la enseñanza de la razón como un significado de la fracción. Con frecuencia, el significado razón se designa como uno de los últimos de los significados que se aborda en la escuela primaria. En este sentido, la pregunta que guía la presente investigación es: ¿Cuáles son los conocimientos didácticos que un profesor en formación inicial asocia al significado razón?, cuyo propósito es caracterizar el conocimiento didáctico de un profesor en formación inicial para abordar el significado razón.

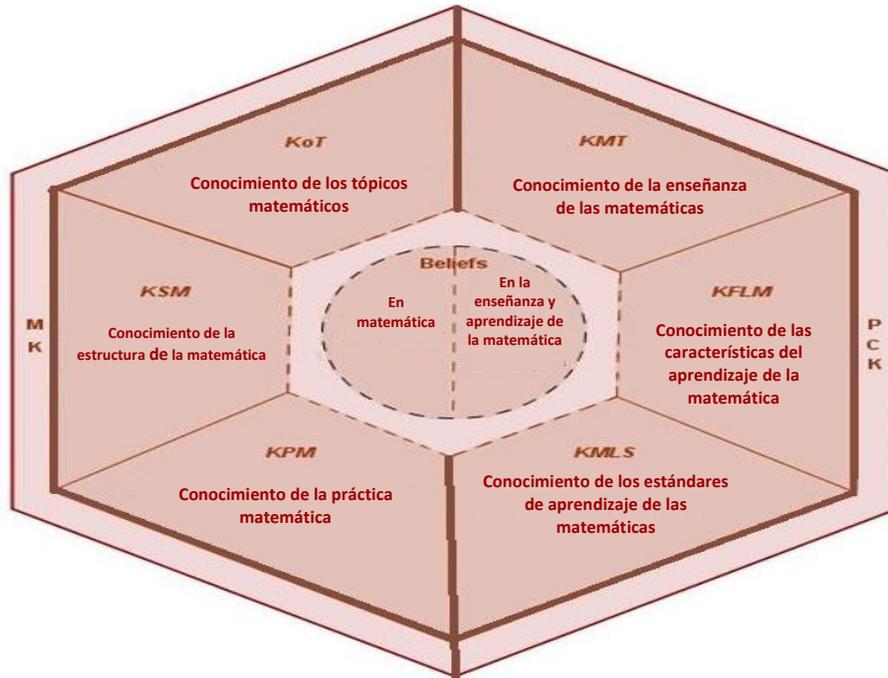
## ■ Referente teórico

Desde hace décadas se han realizado una serie de investigaciones en diferentes países con el propósito de avanzar en la definición y organización del conocimiento profesional de los profesores. En

este sentido, Shulman (1986) realiza un trabajo sobre el conocimiento del contenido para la enseñanza, donde considera tres componentes esenciales de la materia que se va a enseñar: el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico del contenido y el conocimiento curricular.

En Carrillo, Climent, Contreras & Muñoz-Catalán (2013) se presenta un modelo de conocimiento del profesor de matemáticas denominado el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés- *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge*), el carácter de especializado se debe a que afecta a todos los dominios y subdominios que lo integran y no sólo a alguno de ellos, los cuales pretenden avanzar en el análisis y la conceptualización del conocimiento especializado que requiere el profesor de matemáticas para su enseñanza. En la Figura 1 se presentan los componentes del conocimiento especializado del profesor de matemáticas a través de la representación gráfica del modelo MTSK. Las siglas empleadas para los dominios y subdominios corresponden a su nombre en inglés. Cabe hacer mención que al interior de cada subdominio se han definido diferentes categorías que se presentan como producto de la elucubración teórica y de los datos empíricos trabajados en algunas investigaciones (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014). Sin embargo, en la Figura 1 no se incluyen las categorías de cada subdominio.

En el dominio conocimiento matemático (MK), son considerados tres subdominios de conocimiento: conocimiento de la práctica matemática (KPM), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y el conocimiento de los temas matemáticos (KoT). En lo que respecta al dominio conocimiento didáctico del contenido (PCK) hay tres subdominios: conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM), conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS) y conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT); este último es el objeto de estudio en el presente trabajo, el cual está integrado por tres categorías: conocimiento de teorías personales o institucionalizadas de enseñanza, conocimiento de recursos materiales y virtuales y, conocimiento de actividades, tareas, ejemplos y ayudas. En este momento sólo profundizaremos en el conocimiento de teorías personales o institucionalizadas de enseñanza que tiene un profesor en formación inicial para abordar la razón como un significado de la fracción.



**Figura 1.** Diagrama del Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) (Carrillo, Contreras y Flores, 2013)

### ■ Referente metodológico

La investigación educativa tiende a comprender situaciones particulares, pero no con el objetivo de generalizar (Albert-Gómez, 2007). Es en este espacio donde el enfoque interpretativo encuentra su lugar para indagar el significado de los fenómenos educativos. Por lo tanto, en este trabajo, se atiende a una investigación cualitativa, que propicia la orientación hacia la exploración, descripción y entendimiento de las prácticas plasmadas por un profesor en formación inicial. Según Rodríguez, Gil & García (1996):

[...] la investigación cualitativa propone estrategias de selección de informantes que suponen una *selección deliberada e intencional* [...] las personas se eligen una a una de acuerdo con el grado en que se ajustan a los criterios o atributos establecidos por el investigador. (p.138).

Por lo tanto, para este trabajo de investigación se recurre a un Profesor en Formación Inicial (PFI) que cursa el sexto semestre de la Licenciatura en Educación Primaria con el enfoque del Plan de Estudios 2012. Este estudiante llevó todos los programas del área de matemáticas que se ubican en el trayecto formativo preparación para la enseñanza y el aprendizaje: Aritmética: su aprendizaje y enseñanza, Álgebra: su aprendizaje y enseñanza, Geometría: su aprendizaje y enseñanza y Procesamiento de la información estadística.

La fuente primaria para la recolección de información es una entrevista semiestructurada que surge de una planificación que se realizó para abordar la enseñanza del significado razón en una sesión de clase con un grupo de quinto grado de educación primaria. De acuerdo con Álvarez-Gayou (2012), las entrevistas semiestructuradas “[...] tienen una secuencia de temas y de preguntas sugeridas, además presentan una apertura en cuanto al cambio de tal secuencia y forma de las preguntas, en función de la situación de los entrevistados” (p.111). En este caso, la secuencia de los temas y las preguntas están en función de los dominios y subdominios del MTSK. Por otra parte, la entrevista semiestructurada realizada se graba con la finalidad de conservar con detalle toda la información. En este primer acercamiento al contenido de la entrevista semiestructurada aplicada se pretende caracterizar el KMT del profesor en formación que le permite abordar el significado razón.

### ■ Avances

En este trabajo, se caracteriza el KMT de un profesor en formación inicial para abordar el significado razón a partir de la información que arroja una entrevista semiestructurada. Cabe mencionar que previo a la aplicación de la entrevista el PFI diseñó un plan de clase, el cual es uno de los referentes para la formulación y organización de las preguntas, además de los dominios y subdominios del MTSK. En este momento, se aborda el subdominio Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT) como parte del dominio Conocimiento didáctico del contenido (PCK). Una de las primeras preguntas que se plantea al PFI es: ¿Cómo se favorece la enseñanza del significado razón en la escuela primaria?, a lo cual responde es a través de una preparación del medio, fase de acción, formulación, validación e institucionalización. Enseguida se le pide a PFI describa en qué consiste lo enunciado, situación que lo lleva a manifestar algunos conocimientos de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) en relación a lo que propone Brousseau (2007). Los conocimientos emitidos por el PFI lo llevan a profundizar en una de las tres categorías que componen el KMT: conocimiento de Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza de donde emerge como subcategoría el conocimiento de la TSD.

En la Tabla 1 se enuncian algunos conocimientos que tiene el PFI en relación al dominio Conocimiento didáctico del contenido (PCK), de manera concreta sobre el subdominio Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT). En este sentido, se presentan conocimientos que manifiesta el PFI y se ubican en la categoría Conocimiento de Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza, de la cual se desprende la subcategoría conocimiento de la TSD. A partir de la quinta fila se abordan cinco indicadores de conocimiento de la subcategoría ya citada. Frente a cada indicador se describe el conocimiento manifestado por el PFI durante la entrevista semiestructurada y las relaciones que, desde la perspectiva de las investigadoras, se establecen con la TSD; por lo cual se rescatan citas textuales de algunos materiales básicos que sustentan el estudio de la TSD.

**Tabla 1.** Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT) del PFI

<b>Dominio:</b>	Conocimiento didáctico del contenido (PCK)
<b>Subdominio:</b>	Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)
<b>Categoría:</b>	Conocimiento de Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza
<b>Subcategoría:</b>	Conocimiento de la TSD
<b>Indicador 1</b>	<p>-Conocimiento de la función del medio:</p> <p><b>PFI:</b> “[...] cuando se inicia la clase debemos rescatar los conocimientos previos de los alumnos en función del tema que vamos a estudiar, por ejemplo, en este caso el del significado razón. Además, se debe tomar en cuenta los materiales que se van a emplear y cómo se va a organizar el grupo para el trabajo en toda la clase, es decir, en forma grupal e individual”.</p> <p>Brousseau (2007) plantea en el documento Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas que “para enseñar un conocimiento determinado se utilizan “medios” (textos, materiales, etc.). La ingeniería didáctica estudia y produce dichos medios” (p. 17). Al respecto, durante la entrevista, el PFI, menciona el nombre algunos materiales que empleará: caja con divisiones, botellas, hojas de trabajo con situaciones problemas cotidianas para los alumnos, relacionados con el uso del significado razón.</p>
<b>Indicador 2</b>	<p>-Conocimiento de la situación de acción:</p> <p><b>PFI:</b> “[...] después se les plantea una situación problemática que sería en sí la parte más fuerte de la clase, aquí los alumnos hacen lo que es la fase de acción, contestan el problema, sin ayuda del maestro, de manera individual, con lo que ya conocen”.</p> <p>En este fragmento de entrevista el PFI1 identifica que el alumno debe tomar sus propias decisiones para la resolución del problema, sin la intervención del docente. Al respecto, Brousseau (2007) señala que en cada momento de la situación de acción el alumno toma decisiones que le permiten plantear estrategias nuevas para someterlas a la experiencia y poder rechazarlas o aceptarlas según la eficacia que observe.</p>

Indicador 3	-Conocimiento de la situación de formulación:	<p><b>PFI:</b> “Enseguida los alumnos recurren a los conocimientos que tienen como base para formular posibles soluciones al problema y registran en una tablita sus procedimientos y su resultado, aquí comienza la situación de formulación [...]”.</p> <p>Como se puede apreciar, “la formulación de un conocimiento correspondería a una capacidad del sujeto para retomarlo (reconocerlo, identificarlo, descomponerlo y reconstruirlo en un sistema lingüístico)” (Brousseau, 2007, p.25).</p>
Indicador 4	-Conocimiento de la situación de validación:	<p><b>PFI:</b> “[...] y ahora si nos vamos a lo que es socializar, a validar los resultados y a comparar [...]”.</p> <p>En relación a la validación se propone en términos de comparar los resultados y procedimientos empleados por los alumnos para resolver una tarea. Aquí se presenta “[...] un nuevo tipo de formulación: el emisor ya no es un informante, sino un proponente, y el receptor, un oponente. Se supone que poseen las mismas informaciones necesarias para tratar una cuestión” (Brousseau, 2007, p.26).</p>
Indicador 5	-Conocimiento de la función de la institucionalización:	<p><b>PFI:</b> “[...] ya en la institucionalización se les va a decir que a esto que acabamos de hacer (señala 1:3) se le llama razón. Enseguida revisaremos los resultados para que ahora si establezcan el cómo se pueden representar de diferentes maneras las cantidades en lo que es la fracción y la razón. Por ejemplo, en la fracción en el primer planteamiento del pastel quedaría <math>\frac{1}{4}</math> y en razón sería de 1 a 4. Aquí es en el momento que les digo que se puede leer de uno a cuatro o de uno a tres, lo cual van a representar con números y los puntitos”.</p> <p>En el fragmento anterior, prevalece la participación del profesor para que los alumnos se apropien de conocimientos relacionados con las representaciones de la razón y la fracción. En este sentido, Brousseau (2007) menciona que después de validar, un grupo de maestros observó que necesitaban dar cuenta de lo que habían hecho los alumnos, describir lo que había sucedido y lo que estaba vinculado con el conocimiento en cuestión; situación que asocia con la necesidad de las situaciones de institucionalización.</p>

Como se puede observar en la Tabla 1, el PFI expresa conocimientos sobre la función del medio, situación de acción, formulación, validación e institucionalización de una situación didáctica. En el indicador 1 (Conocimiento de la función del medio) y el indicador 5 (Conocimiento de la función de la institucionalización) los conocimientos que declara establecen una relación explícita con la razón como significado de la fracción. Para el caso de los indicadores 2 (Conocimiento de la situación de acción), 3

(Conocimiento de la situación de formulación) y 4 (Conocimiento de la situación de validación), los conocimientos que expone manifiestan una relación implícita con el significado razón, a partir de las actividades que señala realizarán los alumnos al tener como referente el contenido de su plan de clase, el cual no detalla en la entrevista.

En el siguiente apartado avanzaremos en la descripción de las conclusiones que surgen de estos avances de investigación.

### ■ Conclusiones

Las respuestas brindadas por el PFI ante algunas preguntas de la entrevista semiestructurada permiten caracterizar los conocimientos que manifiesta sobre el dominio *Conocimiento didáctico del contenido (PCK)*, en relación al subdominio *Conocimiento de la enseñanza de la matemática (KMT)*, de manera específica, expresa conocimientos sobre la categoría *Conocimiento de Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza*, donde emerge como subcategoría el Conocimiento de la TSD, acompañada de cinco indicadores de conocimiento: 1) conocimiento de la función del medio, 2) conocimiento de la situación de acción, 3) conocimiento de la situación de formulación, 4) conocimiento de la situación de validación y 5) conocimiento de la función de la institucionalización. En el indicador 1 y 5 el PFI muestra conocimientos que establecen una relación explícita con el significado razón cuando lo toma como referente para la selección de materiales y cuando muestra conocimientos sobre la representación de la razón (1:4-relación entre dos cantidades) y la fracción (1/4 -parte-todo). Sin embargo, en los indicadores 2, 3 y 4, el PFI enuncia, de manera implícita, conocimientos asociados al significado razón a través de las actividades que expresa realizarán los alumnos en función del plan de clase que diseñó. Como se observa, los conocimientos que el PFI tiene sobre la TSD, hacen que se convierta en la teoría de referencia para enseñar la razón como un significado de la fracción en un grupo de quinto grado de educación primaria.

En términos generales, este trabajo manifiesta algunos conocimientos del subdominio KMT que un profesor en formación inicial posee en una entrevista semiestructurada, previo a la aplicación de su planificación para favorecer la enseñanza del significado razón. Sin embargo, en investigaciones posteriores será objeto de estudio en su clase y en otras entrevistas semiestructuradas que aporten evidencias de conocimientos de los diferentes dominios y subdominios del MTSK del futuro profesor.

### ■ Referencias bibliográficas

Albert-Gómez, M. J. (2007). *La investigación educativa: claves teóricas*. España: McGraw-Hill.

Álvarez-Gayou, J. (2012). *Cómo hacer investigación cualitativa*. México: Paidós Educador.

- Ávila, A. (2001). *La experiencia matemática en la educación primaria. Estudios sobre los procesos de transmisión y apropiación del saber matemático escolar* (Tesis de Doctorado no publicada) Universidad Autónoma de México, México.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Argentina: Libros del Zorzal.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Defining specialized knowledge for mathematics teaching. *Actas del CERME8*. Antalya, Turquía.
- Carrillo, J., Contreras, L.C. y Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 193- 200). Granada, España: Comares.
- Diario Oficial de la Federación. (2012). Acuerdo 649 por el que se establece el Plan de Estudios para la Formación de Maestros de Educación Primaria. México: Autor.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, Á. & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, N. Climent, L.C. Contreras, M. Montes, D. Escudero-Ávila & E. Flores-Medrano (Eds.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 57-72). Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Llinares, S. & Sánchez, M. (1997). *Fracciones*. España: Síntesis.
- Ríos, Y. (2007). Una ingeniería didáctica aplicada sobre fracciones. *Revista Omnia*, 13 (2), 120-157.
- Rodríguez, G., Gil, J. & García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. España: Ed. Aljibe, S. L.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.