

## NIVELES DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO DE ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA DE UNA UNIVERSIDAD PERTENECIENTE AL CONSEJO DE RECTORES DE CHILE

**Lilian del Carmen Vargas Villar**

Universidad de Concepción. (Chile)

lilivargas@udec.cl

**RESUMEN:** La investigación cuantitativa con elementos cualitativos, de diseño pre-experimental de pre test, intervención y postest tiene como propósito mejorar el aprendizaje y los niveles de razonamiento geométrico de los estudiantes de segundo año de la Carrera de Educación General Básica de una universidad del Consejo de Rectores de Chile. Durante un semestre, se desarrollaron unidades de enseñanza diseñadas de acuerdo con los niveles y las fases del Modelo de Van Hiele, en la asignatura de Geometría de la malla curricular. Desde una perspectiva formativa, esta investigación ha revelado importantes carencias de los estudiantes para profesores, en cuanto a los niveles de razonamiento geométrico. Se evidencia que después de la intervención, los estudiantes avanzaron significativamente desde el nivel 1 de reconocimiento o visualización a un nivel de 3 de deducción informal u orden que podrían proyectar en sus prácticas en el aula.

**Palabras clave:** evaluación, modelo de enseñanza, razonamiento geométrico, niveles de razonamiento, formación inicial docente

**ABSTRACT:** This is a quantitative research with qualitative elements that includes pre-experimental design of pre-test, intervention and post-test. It was aimed at improving learning and geometric reasoning levels of second-year students majoring in General Basic Education at a university of the Council of Rectors in Chile. During a whole semester, teaching units, designed according to phases and levels of Van Hiele's Model, were developed in the subject Geometry of the curriculum. From a formative perspective this investigation has found important deficiencies of the students and teachers with respect to the levels of geometric reasoning. It is obvious, that after the intervention, the students progressed significantly from level 1 of recognition or visualization to level 3 of informal deduction or order that they could show in their practices in the classroom.

**Key words:** evaluation, teaching model, geometric reasoning, levels of reasoning, initial teaching training

## ■ Introducción

En los últimos años se viene apreciando una importante preocupación por la formación inicial docente (no sólo desde ámbitos pertenecientes al mundo de la educación, sino también desde ámbitos políticos). Uno de los ejes de la Reforma Educacional Chilena es abordar esta problemática, con normativas que contemplan el mejoramiento sustantivo de formación inicial docente, garantizando de este modo, el derecho de todo ciudadano a recibir una educación de calidad. El cambio más significativo que se pretende realizar en la formación inicial docente es mejorar la enseñanza universitaria. Esto nos lleva a un aspecto clave para el diseño y desarrollo de los procesos de formación inicial de profesores de Educación General Básica que atiende a estudiantes de primero a sexto año, donde las edades de los niños fluctúan entre 6 y 14 años: la selección y organización de los conocimientos, en función de los procedimientos, actitudes y destrezas que debe desarrollar un profesor.

Las investigaciones sugieren que en las aulas universitarias se debe implementar modelos de enseñanza que permitan a los estudiantes ser matemáticamente competentes, para que luego puedan ser replicados por los futuros docentes en sus propias prácticas docentes.

En Chile, el Ministerio de Educación ha implementado un plan de evaluación, utilizando la prueba INICIA como un instrumento que forma parte del Programa de Fomento de la Calidad de la Formación Docente. En general los resultados obtenidos en INICIA son preocupantes. En el año 2012 sólo un 44% de los egresados de la carrera de Educación General Básica tiene conocimientos disciplinarios sobresalientes o aceptables, en especial en Matemática y más específicamente en lo referido a Geometría; aporta evidencia sobre las dificultades en los procesos de identificación de propiedades de las figuras geométricas, clasificación, representación, argumentación y demostración.

Para que una persona pueda clasificar, representar, argumentar y realizar demostraciones de carácter deductivo en Geometría, debe tener un desarrollo profundo del razonamiento geométrico. El desarrollo de estas habilidades requiere entre otros, que los estudiantes participen de clases distintas a los modelos tradicionales, que se focalizan en la memorización y la utilización de mecanismos de resolución, que trabajen elementos que son considerados claves de la matemática, como son la visualización, el razonamiento y la construcción de los objetos geométricos y trabajar las representaciones, la exploración, la modelización, la argumentación y la demostración (Aravena & Caamaño, 2013).

Diferentes investigaciones (Usiskin, 1982, Aravena y Caamaño, 2013, Gutiérrez y Jaime, 2012, Gutiérrez y Jaime, 2015) concluyen que uno de los modelos que permite avanzar en el desarrollo del razonamiento geométrico, pasando por distintos niveles de jerarquización y preparar secuencias didácticas de aprendizaje, es el modelo de Van Hiele (1957, 1986), que permite, por un lado, medir los niveles de razonamiento de los estudiantes y por otro preparar secuencias didácticas, aplicando las fases de aprendizaje.

Este estudio examina en un contexto real, la implementación de un programa basado en la teoría de Van Hiele, donde se quiere verificar si: una secuencia didáctica para la enseñanza de la geometría basada en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele permite que los estudiantes para profesor de Educación General Básica alcancen los niveles y el grado de adquisición de razonamiento requerido para su futuro desempeño profesional.

En este sentido y en atención al propósito de la investigación, que es mejorar los aprendizajes en geometría de los estudiantes en formación para profesores, se plantea el siguiente objetivo de estudio: Evaluar el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico de acuerdo al Modelo de Van Hiele, obtenido por los estudiantes de segundo año de la carrera de Educación General Básica una Universidad de Chile, después de aplicar unidades de enseñanza diseñadas de acuerdo con los niveles y las fases de Van Hiele. Es así que nos planteamos dos objetivos específicos: 1) Describir el grado de adquisición inicial de los Niveles de Razonamiento Geométrico de acuerdo al Modelo de Van Hiele, que presentan los estudiantes de segundo año de Educación General Básica, 2) Identificar los avances en el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico producto de la implementación de unidades de enseñanza diseñadas de acuerdo con los niveles y las fases de Van Hiele.

### ■ Marco teórico

En el campo de investigación de Didáctica de la Geometría, el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele ha representado durante los últimos años, una teoría importante para comprender cómo se construye el aprendizaje de la Geometría, identificando los distintos niveles de razonamiento matemático de los estudiantes y por otro lado, cómo guía para la elaboración de diseños de clases y selección de ejercicios adecuados, que permitan alcanzar con más facilidad un nivel superior de razonamiento.

Gutiérrez y Jaime (1998) proponen un conjunto de atributos distintivos en los procesos de razonamiento de cada uno de los 5 niveles de Van Hiele, que consideran: reconocimiento y descripción, uso de definiciones, formulación de definiciones, clasificación y demostración. Estos atributos permiten construir indicadores para determinar en qué nivel de razonamiento geométrico se encuentran los estudiantes, para luego organizar las secuencias didácticas de enseñanza que permita elevar el nivel de profundización del conocimiento geométrico.

A continuación, se presenta una descripción de las principales características de los 5 niveles de razonamiento planteados en el trabajo (Van Hiele, según Corberán et al, 1994 y Jaime y Gutiérrez, 1996, citados en Barrantes y Blanco, 2004):

**Nivel 1 (reconocimiento):** Los alumnos perciben las figuras como un todo global, en su conjunto. Se reconocen por sus formas visibles y no se reconocen las partes y componentes de las figuras y no se explicitan las propiedades determinantes de las figuras.

**Nivel 2 (análisis):** Los individuos pueden analizar las partes o elementos y propiedades particulares de las figuras. Las propiedades de las figuras se establecen experimentalmente mediante una serie de actividades como la observación, medición, corte o doblaje.

**Nivel 3 (clasificación):** En este nivel se puede usar cierto razonamiento lógico informal para deducir propiedades de las figuras. Las relaciones entre las propiedades de la figura y las relaciones entre figuras llegan a ser el principal objetivo de estudio.

**Nivel 4 (deducción formal):** Los individuos pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, es decir, realizar razonamientos lógicos formales. Las demostraciones tienen sentido y se siente su necesidad como único medio para verificar la verdad de una afirmación.

**Nivel 5 (rigor):** Este nivel tiene que ver con el aspecto formal de la deducción. Los individuos están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos.

Van Hiele en su modelo, propone los pasos que debe seguir un profesor para ayudar a sus estudiantes a subir al siguiente nivel de razonamiento. Estos pasos son etapas de graduación y organización de actividades que debe experimentar un estudiante para que logre llegar a un nivel de razonamiento mayor. Gutiérrez y Jaime (1998) señalan que: a lo largo de estas fases, el profesor debe procurar que sus alumnos construyan una red mental de relaciones del nivel de razonamiento al que deben acceder, creando primero los vértices de la red y después las conexiones entre ellos. Estas fases son:

**Fase 1 (discernimiento o información):** El docente determina la situación en la que se encuentran sus alumnos respecto del contenido a tratar, vale decir, un diagnóstico de ideas previas y, la forma que éstos tienen de razonar.

**Fase 2 (orientación dirigida):** El profesor propone una secuencia graduada de actividades a realizar y explorar.

**Fase 3 (explicitación):** Los estudiantes expresan de palabra o por escrito los resultados que han obtenido, intercambian sus experiencias y discuten sobre ellas con sus compañeros y el profesor, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que se corresponde al tema objeto de estudio.

**Fase 4 (orientación libre):** Se desarrollan actividades más complejas, basadas fundamentalmente en la búsqueda de solución a un problema, es en esencia un proceso de investigación por parte de cada uno de los estudiantes.

**Fase 5 (integración):** El docente sintetiza los contenidos trabajados por los estudiantes, ordenando los resultados y haciendo una explicación final del objeto de estudio.

### ■ Método de investigación

Dadas las características, de la problemática que se aborda, esta investigación considera el enfoque cuantitativo con elementos cualitativos, con un diseño pre experimental. La población para el estudio está formada por los alumnos de segundo año de la carrera de Educación General Básica de una universidad chilena perteneciente al Consejo de Rectores. Para el estudio se utilizó muestreo por conveniencia, los estudiantes están accesible y cumplen con las condiciones que deben tener los sujetos de éste estudio que durante el semestre deben incorporarse a la asignatura de Geometría, esta muestra estuvo formada por 31 estudiantes que cursan la asignatura de Geometría del Triángulo y del Cuadrilátero.

Para el levantamiento de los datos, se aplicó un pre y post test, consistente en una prueba para medir el desarrollo del pensamiento geométrico, diseñado y validado por Corberán, R, Gutiérrez, A. y otros (1994). El pre y pos test están formado por 10 ítems cada uno, en ellos se recoge la información sobre los niveles de razonamiento geométrico y los conocimientos geométricos congruentes con los contenidos que se tratan en la asignatura de Geometría correspondiente al plan de estudio de la carrera, en éste caso cuestiones relativas a polígonos, triángulos y cuadriláteros.

**Tabla 1.** Resumen de las características del pre y pos test

Ítems	Niveles				Contenido geométrico
	1	2	3	4	
P1	◦	◦			Clasificar polígonos (regular, irregular, cóncavo y convexo)
P2	◦	◦	◦		Clasificar cuadriláteros (cuadrado, rectángulo, rombo)
P3		◦	◦		
P4		◦	◦		Usar definiciones de polígonos y Partículas lógicas
P5		◦	◦		
P6	◦	◦			Describir polígonos Definir triángulos
P7		◦	◦		
P8		◦	◦	◦	Demostrar que los ángulos de un triángulo suman 180°
P9		◦	◦		
P10		◦	◦	◦	Demostrar propiedades de polígonos.

La codificación de los test se realiza de acuerdo con la caracterización de los tipos de respuesta de Gutiérrez, Jaime, Fortuny (1991). En ella se consideran como puntos centrales los siguientes elementos: 1) cómo los niveles de Van Hiele son de carácter continuo, se determina el grado de adquisición de los estudiantes en cada nivel, con el fin de describir la transición entre dos niveles 2) Se analiza la forma cómo el estudiante responde en conjunto a las diferentes cuestiones de cada ítem, lo que permite determinar el nivel de razonamiento empleado en dicha respuesta; 3) Se considera la calidad matemática de las respuestas como un indicador de seguridad con que el estudiante contesta el ítem esto es, la movilización de las destrezas propias del nivel de razonamiento empleado.

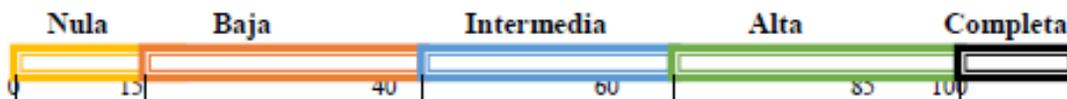
Para determinar el grado y el nivel en que se encuentra cada estudiante, se utiliza la siguiente escala propuesta por Gutiérrez (1994):

Por lo tanto cada respuesta a un ítem se evalúa desde una doble perspectiva: nivel de razonamiento y el tipo de respuesta.

Para la elaboración de las secuencias didácticas, se tomaron en consideración las características iniciales de los estudiantes y las fases del modelo de Van Hiele. Durante las clases los estudiantes participaron activamente en su aprendizaje, utilizando materiales de apoyo como regla, compás y materiales didácticos adecuados a cada tarea diseñada. La imagen 1 muestra cómo trabajan en cada clase, construyendo modelos y socializando las respuestas a los problemas planteados.



**Imagen 1.** Muestra actividades de aprendizaje realizadas por las estudiantes durante las clases



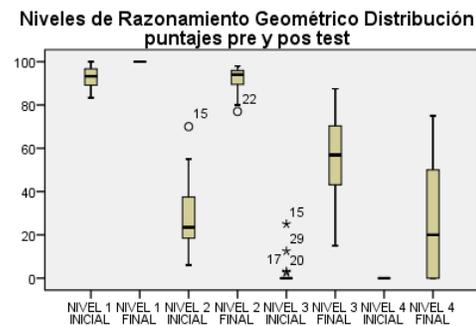
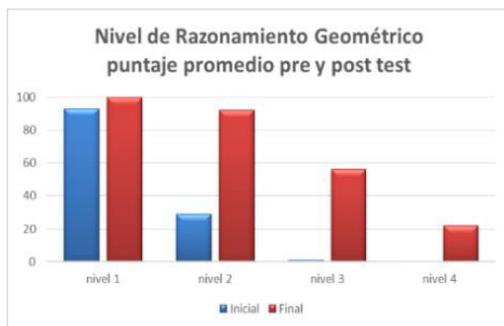
### ■ Resultados

En este apartado se presentan los resultados de los grados de adquisición de los niveles de razonamiento geométrico logrado por los estudiantes al inicio y término de la intervención desarrollada.

**Tabla 2.** Grado de adquisición (inicial y final) de niveles de razonamiento geométrico obtenido por los estudiantes

Nivel	Grado de adquisición de cada Nivel									
	NULA		BAJA		INTERMEDIA		ALTA		COMPLETA	
	INICIAL %	FINAL %	INICIAL %	FINAL %	INICIAL %	FINAL %	INICIAL %	FINAL %	INICIAL %	FINAL %
Nivel 1	0	0	0	0	0	0	9,7	0	90,3	100
Nivel 2	9,7	0	71	0	16,1	0	3,2	9,7	0	90,3
Nivel 3	96,8	3,2	3,2	19,4	0	32,3	0	38,7	0	6,5
Nivel 4	100	41,9	0	29	0	25,8	0	3,2	0	0

En la tabla 1 muestra un resumen de las respuestas en cada test, señalando el logro en cada nivel y el grado de adquisición de éste. Se observa que al inicio de la intervención, los estudiantes se encuentran en un alto grado de adquisición del nivel 1 de razonamiento geométrico, en cambio el 71% sólo tiene una baja adquisición del nivel 2, mientras que no responden a los ítem de nivel 3 y 4. En cuanto a los grados de adquisición logrados en el postest, se observa un avance significativo en estos niveles.



**Gráfico 1.** Niveles de Razonamiento geométrico obtenido por los estudiantes al inicio y término de la implementación del modelo.

Al inicio de la intervención los estudiantes presentan un nivel de desarrollo geométrico muy bajo, en el gráfico 1, se observa una adquisición completa del nivel 1 y una baja adquisición del nivel 2, con ausencia de los niveles 3 y 4. En cambio al finalizar el período de aplicación de la secuencia didáctica para la enseñanza de la geometría basada en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, los estudiantes presentan un avance estadísticamente significativo según prueba t (valor-p = .000) considerando  $\alpha = 0.005$ , en la adquisición de los niveles 2 y 3 donde el nivel de razonamiento deductivo comienza a emerger.

### ■ Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos en pre test al inicio del programa de intervención, el nivel de desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes de pre grado es a nivel de reconocimiento, manejan solamente información visual, cuya forma de razonamiento no puede ser considerada como propiamente matemática, están recién iniciando el reconocimiento de propiedades matemáticas de los objetos. Una vez finalizado el período de aplicación de la intervención, evidencian un avance importante. Todos los estudiantes logran desarrollar el nivel 2 con un alto grado de adquisición completo, en lo referido al nivel 3 a pesar que algunos de ellos no logran adquirir el desarrollo que requiere este nivel, hay un porcentaje importante (45,2%) que alcanza la adquisición de este nivel (38,7% alto y 6,5% completa), sin embargo solo 29% logra el nivel 4.

La enseñanza de la geometría utilizando el modelo de Van Hiele ha permitido que este grupo mejore su razonamiento geométrico y aprendan significativamente, logrando avanzar a niveles más profundos de razonamiento geométrico, lo que probablemente mejorará su desenvolvimiento como profesores en la asignatura de matemática. En este sentido, se tendría a un profesional más crítico, analítico, creativo y participativo, que no se conforma con una enseñanza mecanicista de esta ciencia.

Desde una perspectiva formativa, esta investigación ha revelado las importantes carencias de los estudiantes para profesores después de un año de formación en la universidad, no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase, no reconocen explícitamente como tales las propiedades Matemáticas de las figuras, aunque pueden reconocer algunas propiedades o elementos, éstas no juegan un papel apreciable en el reconocimiento de dicha figura, presentan una nula adquisición de los niveles 3 (clasificación) y nivel 4 (De deducción formal), lo que no les permite reconocer que unas propiedades de las figuras geométricas se deducen de otras y de deducir esas implicaciones, no pueden construir una demostración formal, justificando sus pasos con los axiomas adecuados, no saben cómo razonar con la fuerza de la lógica formal; en particular, no distinguen con claridad una implicación ( $p \rightarrow q$ ) de su recíproca ( $q \leftarrow p$ ), no pueden clasificar lógicamente diferentes familias de figuras a partir de propiedades suyas ya conocidas formuladas con precisión matemática. Considerando que estas son competencias que deben tener los profesores para poder enseñar a los estudiantes de Educación General Básica, se hace necesario generar nuevas

investigaciones que aporten más evidencia de cómo desarrollar éstas en las aulas universitarias implementando el modelo de Van Hiele.

### ■ Referencias bibliográficas

- Aravena, M., Caamaño C. (2013). Niveles de Razonamiento Geométrico en Estudiantes de Establecimientos Municipalizados de la Región del Maule, *Revista Latinoamericana de Investigación en matemática educativa*, 16(2), 139- 178.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Revista Enseñanza de las Ciencias* 22(2), 241-250.
- Gutiérrez A, (1994). Diseño de Evaluación de Una Propuesta Curricular de Aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Secundaria Basada En el Modelo de Van Hiele, *Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia*, CIDE, Madrid.
- Gutiérrez, A., Jaime, A. (1998): On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(2/3), 27-46
- Gutiérrez A, Jaime A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria, *publicada en las memorias del XX Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 23 a 25 de junio de 2011.
- Gutiérrez, A., Jaime, A. (2015): Análisis del aprendizaje de geometría espacial en un entorno de geometría dinámica 3-dimensional, *PNA*, 9(2), 53-83
- Gutierrez, A., Jaime, A. Y Fortuny, J. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of de Van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), pp. 237-251.
- Jaime, A. (1993): Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento (tesis doctoral). *Valencia, España: Universidad de Valencia. Recuperado de <http://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>*.
- Manzi, J. (2010). ¿Qué características de la formación inicial de los docentes se asocian a mayores avances en su aprendizaje de conocimientos disciplinares? <http://www.comunidadescolar.cl/documentacion/FONIDE/Informe%20Final-Jorge%20Manzi-PUC-511015.pdf>
- OCDE (2004). Revisión de políticas nacionales de Educación. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Pedraja, L; Araneda, C.; Rodríguez, P. Y Rodríguez, J. (2012). Calidad en la Formación Inicial Docente: *Evidencia Empírica en las Universidades Chilenas. Formación Universitaria*, 5(4), 15-26.
- Usiskin, Z. (1982). Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry (CDASSG project). Chicago, EE.UU.: University of Chicago, Department of Education.