

## REFLEXIONANDO SOBRE EL PAPEL DE LA DEMOSTRACIÓN EN EL CONTEXTO ESCOLAR; EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

**Magdalena Rivera Abajan, Gema R. Moreno Alejandrí**

Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero. (México)

mriviera@uagro.mx, grmoreno@uagro.mx

**RESUMEN:** Como formadores de profesores nos interesa ayudar a construir y/o resignificar el conocimiento profesional para la enseñanza de las Matemáticas, confeccionando y gestionando actividades que permitan la reflexión sobre el conocimiento de los contenidos matemáticos acorde al nivel educativo donde laboran o laborarán los profesores de matemáticas. Este taller tiene como objetivo reflexionar acerca del conocimiento del profesor de matemáticas ante la demostración en contexto escolar. Se presentaron tres actividades que nos permitieron observar el conocimiento del profesor y sus creencias acerca de la demostración. En el taller los profesores reconocieron que la demostración es importante en todos los niveles educativos, aunque no en todos los niveles debe tener el mismo rigor. En la actividad de valoración de resultados a estudiantes se observó como estas creencias estaban presentes en la misma.

**Palabras clave:** demostración, conocimiento del profesor de matemáticas

**ABSTRACT:** As teaching trainers we are concerned with the professional knowledge construction and re-signification for Math teaching through the design and management of activities that allow reflecting about the knowledge of math contents, in correspondence with the educational level where math teachers work or will work. This research aims to think about the math teacher's knowledge in the face of demonstration in the school context. We proposed three activities that allowed us to observe the teacher's knowledge and beliefs about demonstration. In the workshop, the teachers recognized that demonstration is important in all educational levels, although not all the levels require the same rigor. When assessing students' results we observed the presence of such beliefs in the activity.

**Key words:** demonstration, math teacher's knowledge

## ■ Introducción

El conocimiento y desarrollo profesional de los profesores de matemáticas son temas que por las distintas reformas educativas que se han originado en los últimos años, están teniendo un lugar destacado en las investigaciones en la disciplina de Educación Matemática o Matemática educativa. Algunas de estas investigaciones asumen, en particular, la perspectiva de relacionar dicho desarrollo profesional con las creencias /concepciones que los profesores poseen y/o revelan; el conocimiento que demuestran; la participación en grupos de trabajo colaborativo; la reflexión para una mejora de la práctica o la comunicación matemática en el aula (Climent, 2005; Menezes, 2004; Muñoz Catalán, 2009), etc.

La Dirección General de Bachillerato, en México, a partir del ciclo escolar 2009-2010 incorporó, en su plan de estudios, los principios básicos de la Reforma Integral de la Educación Media Superior cuyo propósito es fortalecer y consolidar la identidad de este nivel educativo, en todas sus modalidades y subsistemas; proporcionar una educación pertinente y relevante al estudiante que le permita establecer una relación entre la escuela y su entorno; y facilitar el tránsito académico de los estudiantes entre los subsistemas y las escuelas.

La Dirección General del Bachillerato del sistema educativo mexicano, menciona que se debe:

propiciar el desarrollo de la creatividad, el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes, mediante procesos de razonamiento, argumentación y construcción de ideas que conlleven el despliegue de distintos conocimientos, habilidades, actitudes y valores, en la resolución de problemas matemáticos que en sus aplicaciones trasciendan el ámbito escolar (SEP, 2013, p. 6).

Y dentro de las actividades de enseñanza establece que el profesor demostrará a los alumnos el teorema de Pitágoras, el teorema de Thales, entre otros, situación que hace necesaria la reflexión sobre el papel de la demostración escolar.

Nuestra reflexión gira alrededor del conocimiento matemático y didáctico de la misma por parte del profesor de matemáticas. Así el objetivo de este taller fue reflexionar con los participantes acerca de su conocimiento como profesor de matemáticas ante la demostración en contexto escolar.

## ■ Marco referencial

El conocimiento y desarrollo profesional de los profesores de matemáticas en los últimos años ha sido un tema de gran interés en la Matemática educativa, al plantearse como necesidad social la formación de profesores activos, críticos, reflexivos y sobre todo conocedores de los contenidos matemáticos que tienen o tendrán que enseñar. Así, algunas investigaciones muestran el desarrollo profesional en relación con las concepciones y/o creencias que los profesores poseen o manifiestan, otras respecto al conocimiento que demuestran los profesores y otras más sobre la reflexión para la mejora de la práctica docente (Ponte, 1999; Sosa y Carrillo, 2010; Schön, 1987).

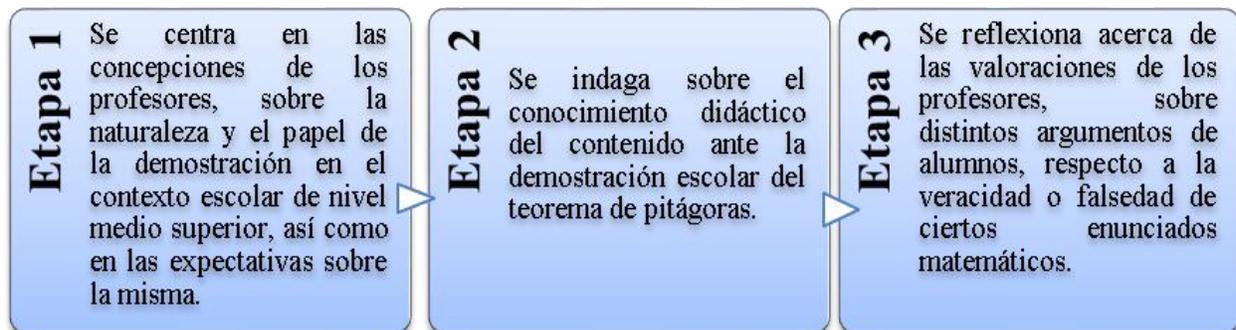
Desde nuestro posicionamiento como formadores de profesores nos interesa ayudar a construir y/o resignificar el conocimiento profesional para la enseñanza de las Matemáticas, al confeccionar y gestionar actividades para tal fin, reflexionando sobre el conocimiento de los contenidos matemáticos acorde al nivel educativo donde laboran o posiblemente laboraran, para ello retomamos lo declarado por Ribeiro (2010) al considerar que el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas consiste en una conjunción de todos los saberes y experiencias que estos poseen y del que hacen uso en el desarrollo de su trabajo docente. Conocimiento es ese que se va construyendo durante toda su carrera docente en una perspectiva de aprendizaje a lo largo de su vida, siendo por tanto un proceso de apropiación de los saberes y vivencias personales.

En este sentido el conocimiento didáctico del contenido aparece como uno de los elementos centrales del saber del profesor. Representa la combinación adecuada entre el conocimiento de la materia a enseñar y el correspondiente conocimiento pedagógico y didáctico necesario para el hacer (Marcelo, 2009).

Shulman (1986) definió el conocimiento didáctico del contenido (CDC) como la interpretación y la transformación que el profesor hace del conocimiento de la materia disciplinar en un contexto facilitador del aprendizaje de los alumnos, un conocimiento que se presenta como la capacidad de comprensión profunda de la materia a enseñar, permitiendo encontrar las maneras más adecuadas de facilitar el aprendizaje. Este conocimiento comprende, en su opinión, las formas más útiles de representación de ideas, las analogías más importantes, las ilustraciones, ejemplos, explicaciones, demostraciones, en una palabra, la forma de representar y formular la materia para que se vuelva comprensible para los alumnos.

### ■ Metodología del taller

El taller se presentó en tres etapas que se muestran en el siguiente diagrama:



**Diagrama 1.** Etapas del desarrollo del taller

Cada una de las etapas se llevó a cabo en aproximadamente una hora y constó de actividades de opinión, reflexión y valoración de argumentos sobre algunos ejemplos de demostración escolar. A continuación, describimos algunos de los resultados obtenidos en cada una de las etapas del taller.

## ■ Desarrollo del taller y algunos resultados

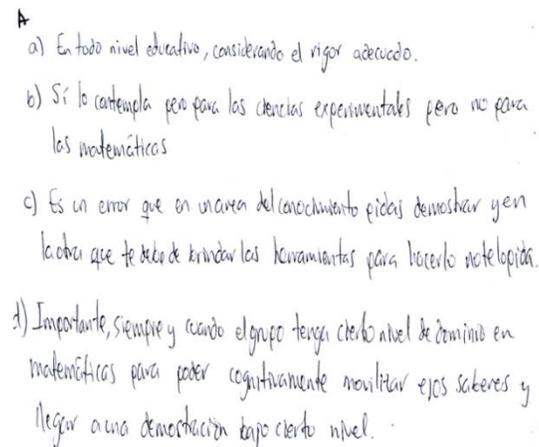
### Etapa 1: Preguntas de opinión acerca de la demostración escolar

En esta fase se identificó la importancia y las funciones que le otorga el profesor a la demostración matemática. Se les pidió a los participantes que, desde su postura como profesor de matemáticas, contestaran las siguientes preguntas:

En tu opinión, como profesor de matemáticas:

- ¿En qué momento consideras que deben los estudiantes introducirse a las demostraciones matemáticas?
- El programa de estudios de bachillerato (o equivalente), ¿contempla la demostración?
- ¿Qué opinas de ello?
- ¿Cómo lo interpretas en tu práctica docente?

La siguiente imagen muestra las respuestas de uno de los participantes (Imagen 1):

- 
- a) En todo nivel educativo, considerando el rigor adecuado.
- b) Sí lo contempla pero para las ciencias experimentales pero no para las matemáticas.
- c) Es un error que en un área del conocimiento pidan demostrar y en la otra que se deba de brindar los conocimientos para hacerlo matemática.
- d) Importante, siempre y cuando el grupo tenga cierto nivel de dominio en matemáticas para poder cognitivamente movilizar esos saberes y llegar a una demostración bajo cierto nivel.

### Imagen 1. Respuestas obtenidas de los asistentes al taller respecto a la demostración y su pertinencia

En términos generales los profesores mencionaron que la demostración es importante en todos los niveles educativos, aunque mencionan que no en todos los niveles debe tener el mismo rigor, así mismo mencionan que en los programas de estudio hacen referencia, en algunos contenidos, a la demostración como actividad de enseñanza y que sería importante que también estuviera presente en otros.

### Etapa 2: Valoración de demostraciones alternativas de una proposición

Esta etapa se centra esencialmente sobre la demostración en el contexto escolar. Se les presentaron distintos argumentos opcionales que pretendían demostrar el teorema de Pitágoras. Se les solicitó que desde su punto de vista contestaran cuáles de las opciones (Imagen 2) representaban una demostración del teorema (y cuáles no), una demostración en contexto escolar del teorema (y cuáles no), y cuál les parecía más convincente a ellos y cuál más convincentes para los alumnos, se les pidió justificar su respuesta.

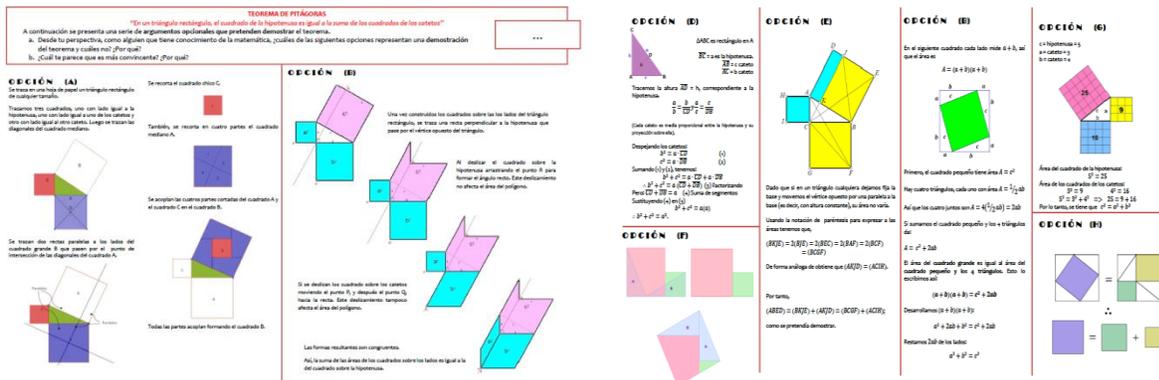


Imagen 2. Distintas opciones sobre la demostración del teorema de Pitágoras presentadas a los profesores durante el taller

Los profesores trabajaron en parejas y después de ponerse de acuerdo argumentaron sus hallazgos (imagen 3).

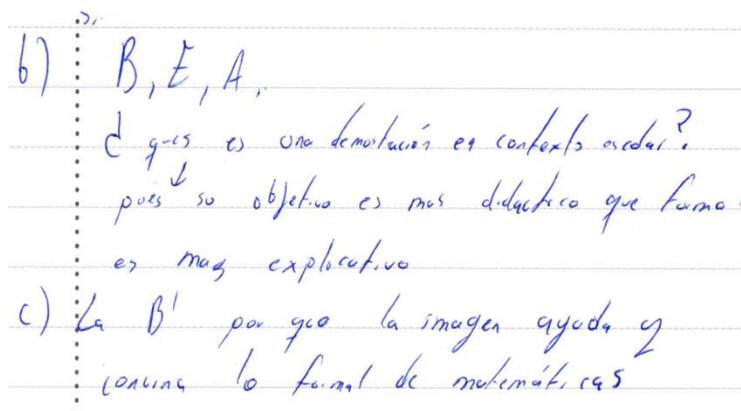


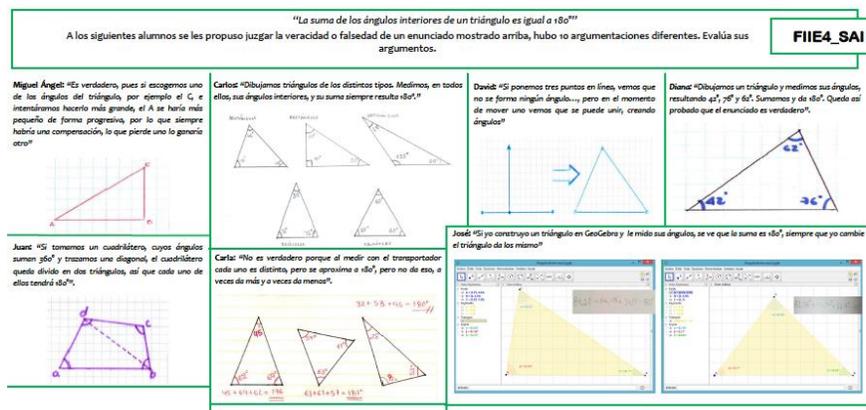
Imagen 3. Respuestas de los profesores hacia distintas valoraciones alternativas del teorema de Pitágoras.

### Etapa 3: Valoración de argumentaciones de estudiantes en una situación de validación

Con esta etapa se cerró el taller al llevar a los participantes hacia la reflexión sobre su papel como profesores ante las argumentaciones de los estudiantes en la clase de matemáticas.

Se les plantea la siguiente situación:

En su clase de geometría la profesora María está trabajando triángulos y sus propiedades. En ese sentido ha preparado un conjunto de tareas con el objetivo de discutir dichas propiedades y el conocimiento matemático asociado a su comprensión. Después de pedirles explorar la veracidad o falsedad del enunciado acerca de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, María ha seleccionado algunas de las respuestas que se les presenta a continuación (Imagen 4):



**Imagen 4.** Distintas argumentaciones de alumnos sobre la afirmación de las sumas de los ángulos interior de un triángulo presentada a los profesores durante el taller

Así mismo se les solicitó que:

1. Para cada uno de los casos de los alumnos identificaran el argumento "Clave" que lo justifica.
2. Indica si consideras Matemáticamente correcto o no el argumento, justificando tu valoración.
3. Para terminar más que valorar si el argumento es falso o verdadero hacer una retroalimentación con los profesores participantes acerca de su propuesta llevándolos a reflexionar sobre el significado percibido de las argumentaciones presentadas por los estudiantes.
4. Los profesores analizaron caso por caso justificando cada uno de los argumentos y valorando los mismo, en este caso se observa como las creencias acerca de la demostración se percibe en las mismas. La siguiente tabla (Tabla 1) muestra la valoración de uno de los equipos de los profesores.

**Tabla 1.** Valoración presentada por uno de los equipos

Caso	Argumento del estudiante que identificas	Valoración que le otorgas	Otras Observaciones
Miguel Ángel	Si se estaría un punto del triángulo, el ángulo que se deforma es recompensado en el otro de forma proporcional	Creemos que hizo un argumento aceptable	
Carlos	Medir los ángulos de todos los tipos de triángulos y probó siempre daba $180^\circ$	También esta es una argumentación aceptada	
Diana	Medir los 3 ángulos del triángulo y probar que da $180^\circ$	Es un argumento muy simple, no generaliza mucho	
David	Sabes que tres puntos alineados no forman un ángulo y sabes que al unir los puntos se determina un ángulo llano	Este es un argumento muy profundo.	Conoce que el ángulo llano mide $180^\circ$ y que si se mueve cualquiera de los puntos, entre los puntos se pueden unir.
Juan	Ya conocen cuanto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero y traza una diagonal para dividir en dos triángulos	Esta es una argumentación aceptable	
Carla	Medir los ángulos para probar que no es verdadero	Su argumentación tiene la debilidad de medir ángulos	

### ■ Reflexiones finales del taller

El conocimiento didáctico del contenido está profundamente entrelazado al trabajo cotidiano del profesor. En tanto que no se opone al conocimiento teórico que engloba tanto la teoría aprendida por el profesor durante su formación inicial como de las experiencias adquiridas en el trabajo desarrollado a lo largo de la carrera del profesor. Este conocimiento teórico y práctico se desarrolla sobre la influencia de factores relacionados como las experiencias previas de los profesores y el alumno, además de eso por el contexto donde el profesor está insertado.

En este sentido la actividad demostrativa tiene sentido para el profesor dependiendo de factores como sus antecedentes académicos, sus creencias acerca de la importancia de la demostración para él y para él como profesor. La forma tanto de ser llevada a cabo la actividad demostrativa, así como el contenido abordado dependen del conocimiento didáctico del contenido por parte del profesor.

El objetivo de este taller fue reflexionar con los participantes acerca de su conocimiento como profesor de matemáticas ante la demostración en contexto escolar y se logró la reflexión parcialmente, por falta de tiempo. La actividad de la etapa 3 generó mayor discusión, al buscar valorar las argumentaciones de estudiantes en una situación hipotética de validación. En particular, el caso de David fue el más comentado, distinguiéndose en los argumentos presentados por los profesores dos aspectos: a) los profesores que defendían la rigurosidad de la demostración, y por lo tanto, determinado argumento no era aceptable por los errores matemáticos que presentaba y/o los elementos matemáticos obviados, y, b) el grupo de profesores que argumentaban la potencialidad del mismo argumento en términos de las posibilidades que el alumno podría estar visualizando y las generalizaciones que podría, con la ayuda del profesor desarrollar.

Para finalizar podemos comentar que los elementos obtenidos durante el taller nos aportaron información valiosa para el rediseño del mismo el cual podrá ser incorporado dentro de la formación continua de profesores de matemáticas. Actualmente estamos promoviendo su incursión en otros escenarios.

### ■ Referencias Bibliográficas

- Climent, N. (2005). El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso. Unpublished PhD Dissertation, (Publicada en 2005. Michigan: Proquest Michigan University. [www.proquest.co.uk](http://www.proquest.co.uk)).
- Marcelo, C. (2009). Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. *S.sifo. Revista de Ciências da Educação* 08, 7-22.
- Menezes, L. (2004). Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de professores de Matemática, Coleção Teses.
- Muñoz Catalán, M. C. (2009). El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel. (Publicada en 2010. Huelva: <http://rabida.uhu.es/dspace/handle/10272/2949>).
- Moreno G., Ramos, M., & Marmolejo, E., (2015) Concepciones de Profesores de Bachillerato sobre la Demostración Matemática en contexto escolar. En las *Memorias de la XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, ICMI. Disponible en [http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv\\_ciaem/xiv\\_ciaem](http://xiv.ciaem-iacme.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem)

- Ponte, J. P. (1999). Teacher's beliefs and conceptions as a fundamental topic in teacher education In K. Krainer & F. Goffree (Eds.), *On research in teacher education: from a study of teaching practices to issues in teacher education*. Osnabruck, Dutschland: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Ribeiro, C. M. (2010). O desenvolvimento profissional de duas professoras do 1.º Ciclo, envolvidas num grupo de trabalho colaborativo, partindo da modelação das suas aulas de matemática. Tese de Doutoramento, universidade de Hueva. Dpto. Didáctica de las Ciencias y Filosofía.
- Schön, D. (1987). *Educating the reflective practitioner: Toward a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco, CA: Jossey Bass.
- SEP. (2013). Serie *Programas de estudios Matemáticas*. México: DGB
- Sosa, L. & Carrillo, J. (2010). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) de matrices en bachillerato In M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 569-580). Lleida, España: SEIEM.
- Shulman, L. (1986). Those who understand, knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15(2), 4-14.