

# PROPUESTA DE PLAN DE ÁREA PARA TRES TEMAS DE UNDÉCIMO GRADO

Silvia Solano y Pedro Gómez

En este documento presentamos la propuesta de plan de área de matemáticas para la educación media. En primer lugar, presentamos algunas cuestiones generales sobre lo que está establecido en la normatividad colombiana en relación con el diseño y la planificación curricular. En segundo lugar, presentamos las ideas centrales de lo que entendemos por plan de área, sus funciones y sus usos. En tercer lugar, presentamos el marco conceptual desde el cual se construye la propuesta de plan de área. En cuarto lugar, presentamos el análisis de los estándares básicos de competencias sobre los cuales se basa la presente propuesta. En quinto lugar, presentamos la propuesta de malla curricular para el área de matemáticas en educación media.

## 1. NORMATIVA CURRICULAR COLOMBIANA

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) decretó la Ley General de Educación 115 de 1994 (MEN, 1994). Por medio de esta Ley, se organiza la prestación del servicio educativo en Colombia, a través de unas normas generales, dentro de las cuales establece, en su artículo 73, el Proyecto Educativo Institucional (PEI). En este mismo artículo, se incluye un párrafo que determina que el PEI debe responder a situaciones y necesidades de los educandos, de la comunidad local, de la región y del país; asimismo, este PEI debe ser concreto, factible y evaluable. El PEI debe incluir un plan de estudios en el que se debe concretar el diseño curricular de todas las áreas. Asimismo, en el artículo 78, el MEN asume la responsabilidad de formular y difundir lineamientos curriculares para guiar el proceso de formulación del PEI.

*El Ministerio de Educación Nacional diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal, establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos [...] Los establecimientos educativos, de conformidad con las disposiciones vigentes y con su PEI, establecerán su plan de estudios*

*particular, que determine los objetivos por niveles, grados y área, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración. (MEN, 1994, p. 17)*

Estos lineamientos generales se expresan actualmente en unas expectativas de aprendizaje en términos de unos *Estándares Básicos de Competencias*<sup>1</sup> (MEN, 2006). Sin embargo, la Ley 115 establece, en el artículo 77, la autonomía curricular de los centros educativos que se responsabilizan de la formulación y registro del PEI.

*Las instituciones educativas gozan de autonomía para organizar las áreas fundamentales de conocimiento definidas para cada nivel, introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley, adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales, adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas. (MEN, 1994, p. 17)*

Como consecuencia de la autonomía curricular, las instituciones educativas y los profesores se hicieron responsables del diseño curricular en todas las áreas, con la guía de los documentos curriculares publicados por el gobierno. Ellos deben organizar las áreas fundamentales de conocimientos definidas para cada nivel; introducir asignaturas optativas dentro de las áreas establecidas en la ley; adaptar algunas áreas a las necesidades y características regionales; adoptar métodos de enseñanza y organizar actividades formativas, culturales y deportivas, dentro de los lineamientos establecidos por el MEN (2006). Se espera que los currículos de las instituciones educativas colombianas contemplen lo siguiente.

- ◆ Los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo definidos por la Ley 115 de 1994.
- ◆ La normativa curricular colombiana expedida por el MEN.
- ◆ Los documentos curriculares, tales como los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) para el currículo en las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento u otros instrumentos para la calidad, que defina y adopte el Ministerio de Educación Nacional.

En este sentido, los profesores hacen una planificación curricular en todas las áreas. Esta planificación queda registrada en el plan de estudios como lo estipula la ley en su artículo 79.

*El plan de estudio es un esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativo. En la educación formal, dicho plan debe establecer los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración, de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional y con las disposiciones legales vigentes. (MEN, 1994, p. 24)*

Dado que la ley establece que el plan de estudios debe contemplar los objetivos, la metodología, la distribución del tiempo, los criterios de evaluación y la administración por niveles, grados y

---

<sup>1</sup> De aquí en adelante nos referiremos a este documento como el documento de los estándares.

áreas (MEN, 1994, p. 24), nosotros vamos a llamar plan de área a los objetivos, la metodología, la distribución del tiempo, los criterios de evaluación para una sola área, en nuestro caso, el área de matemáticas. En el siguiente apartado ampliaré estas ideas.

## 2. ¿QUÉ ES UN PLAN DE ÁREA?

Como consecuencia de la normativa curricular que describí en el apartado anterior, el MEN ha establecido que las instituciones educativas deben realizar una planificación curricular que queda registrada en el plan de estudios. Este plan de estudios incluye los objetivos, la metodología, la distribución del tiempo, los criterios de evaluación y la administración por niveles, grados y áreas (MEN, 1994, p. 24). En consecuencia, nosotros vamos a llamar plan de área al esquema estructurado donde se establecen, de acuerdo con el PEI de cada colegio, los objetivos, la metodología, la distribución del tiempo, los criterios de evaluación para una sola área, en nuestro caso, el área de matemáticas. De esta manera, el plan de área se convierte en la hoja de ruta que guía la implementación del currículo de matemáticas al interior de las instituciones educativas colombianas.

El propósito de que se formule un plan de área en la institución educativa consiste en que este documento sirva de guía para los planes de aula que los profesores formulan para sus clases y para la implementación de ese plan de aula. En este sentido, el plan de área se convierte en un instrumento que orienta la actuación del profesor en el aula de clase con el fin de lograr el aprendizaje de los estudiantes. Por lo tanto, el plan de área juega un papel importante dentro del currículo de una institución educativa, no sólo por ser un documento que guía la planificación de un área, sino también porque permite desarrollar el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Dado que el plan de área adquiere gran importancia en el proceso de planificación y ejecución curricular, nos interesa la forma como se aborda la noción de currículo en este documento.

La noción de currículo, tal como la define y describe el artículo 76 de la Ley 115 de 1994, se transforma en una herramienta básica y fundamental para el trabajo del profesor. Los documentos curriculares que sirven de guía y condicionan su trabajo deberían estar, en general, estructurados a partir de esta noción.

*El currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.* (MEN, 1994, p. 23)

En consecuencia, el plan de área debe ser un documento de planificación curricular centrado en los estudiantes con el fin de favorecer una formación integral en ellos. Sin embargo, la normativa curricular que he descrito implica que, en la actualidad, no existe una aproximación sistemática, estructurada y fundamentada al diseño curricular en matemáticas en la educación media. Esta afirmación está sustentada por Montoya (2016) quien argumenta que “cada escuela tiene autonomía para definir su propio PEI, pero el MEN aprueba estándares y lineamientos que buscan dirigir las acciones y las decisiones de las instituciones y sus asesores pero no reemplazan a los

docentes en sus decisiones” (p. 38). Asimismo, Molano (2011) advierte que “a pesar de la autonomía curricular, la mayoría de las escuelas ha adoptado los currículos de editoriales, consultores, y otras instituciones y continúan haciendo lo que hacía antes de tener la facultad de dictarse sus propios currículos” (p. 25).

A partir de lo anterior, surge la necesidad de proponer un plan de área que contemple las directrices propuestas por el MEN, y que esté centrado en las oportunidades de aprendizaje que se les puedan brindar a los estudiantes. A continuación, presento el marco conceptual desde el que se propone el plan de área de matemáticas para la educación media.

### 3. MARCO CONCEPTUAL

Para realizar la propuesta de plan de área, nos basaremos en los desarrollos teóricos propuestos por Rico (1997) y en el modelo de análisis didáctico planteado por Gómez (2007).

#### 3.1. Concepto de currículo

El concepto de currículo se ha convertido en un término genérico, y en su significado educativo tiene una denominación que como lo define Stenhouse abarca toda actividad de “planificar una formación” (1984, p. 100). En este sentido, el currículo se asume como un plan de formación que cada sociedad establece para las distintas disciplinas. De esta manera, el currículo debe tener los siguientes elementos (Rico, 1998).

1. El colectivo de personas a formar.
2. El tipo de formación que se quiere proporcionar.
3. La institución social en la que se lleva a cabo la formación.
4. Las finalidades que se quieren alcanzar.
5. Los mecanismos de control y valoración.

De acuerdo con Rico (1998), la intención del currículo como plan de formación “propone dar respuestas sobre las siguientes cuestiones: ¿qué es, en qué consiste el conocimiento?, ¿qué es el aprendizaje?, ¿qué es la enseñanza?, y ¿qué es, en qué consiste el conocimiento útil?” (p. 4). De esta manera, la intención del currículo consiste en ofrecer propuestas concretas sobre lo siguiente.

- ◆ Modos de entender el conocimiento.
- ◆ Interpretar el aprendizaje.
- ◆ Poner en práctica la enseñanza.
- ◆ Valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados.

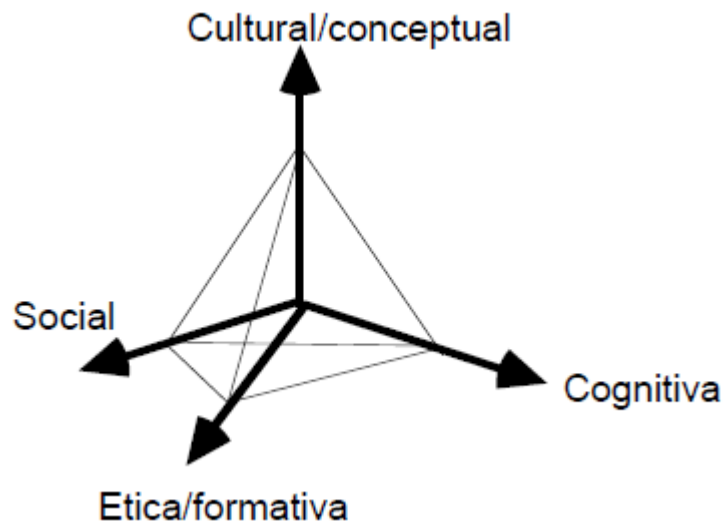
La reflexión y análisis curricular se pueden basar en estas cuatro cuestiones: qué, para qué, cómo y cuánto, dando lugar a cuatro dimensiones siguientes.

1. Dimensión conceptual-cultural.
2. Dimensión cognitiva o de desarrollo.

3. Dimensión ética-formativa.

4. Dimensión social.

Estas cuatro dimensiones se pueden ver relacionadas como se muestra en la figura 1.



*Figura 1.* Dimensiones del currículo (Rico et. al., 1997, p. 388)

He modificado la figura 1 con el fin de relacionar las cuestiones qué, para qué, cómo y cuánto con las cuatro dimensiones del currículo en la figura 2.

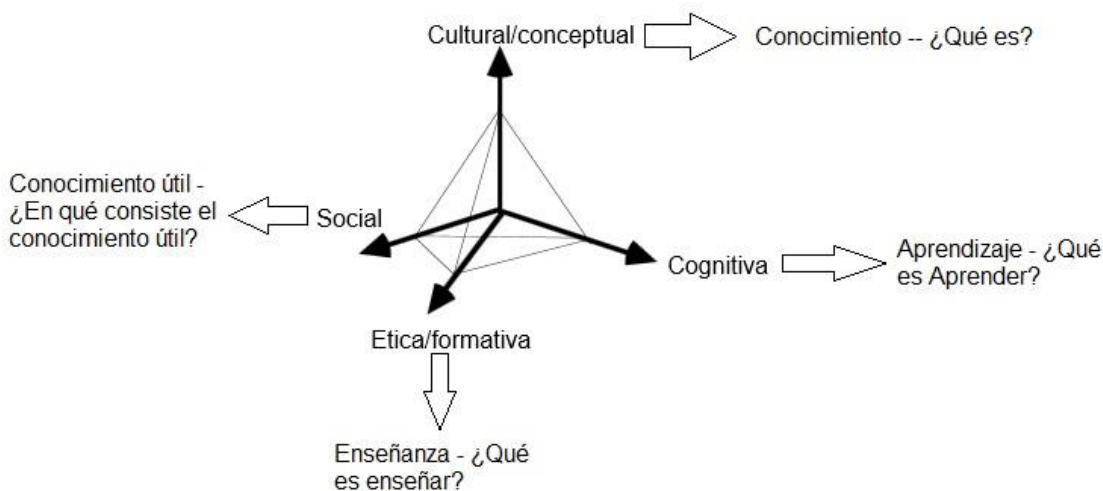


Figura 2. Adaptación de la figura 1

Para el estudio de estas cuatro dimensiones del currículo, se establecen unos niveles de reflexión: el nivel teleológico, el nivel de las disciplinas académicas, el nivel del sistema educativo, el nivel de la planificación de los profesores y el nivel de la planificación local. Este último nivel se conoce como el análisis didáctico (Gómez, 2007). El modelo del análisis didáctico involucra cuatro análisis relacionados con cada una de las dimensiones del currículo: el análisis de contenido, el análisis cognitivo, el análisis formativo, y el análisis social o evaluativo. Presento estas dimensiones y niveles de reflexión en la tabla 1.

Tabla 1

*Componentes del currículo según niveles y dimensiones*

		Dimensiones del currículo			
		1ª Dimensión	2ª. Dimensión	3ª Dimensión	4ª Dimensión
		Cultural – Conceptual	Cognitiva o de desarrollo	Ética o formativa	Social
Niveles	Teleológico o de finalidades	Fines culturales	Fines formativos	Fines políticos	Fines sociales
	Disciplinas Académicas	Epistemología e Historia de la matemática	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
	Sistema Educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula
	Planificación	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación

Tabla 1

*Componentes del currículo según niveles y dimensiones*

		Dimensiones del currículo			
		1ª Dimensión	2ª. Dimensión	3ª Dimensión	4ª Dimensión
		Cultural – Conceptual	Cognitiva o de desarrollo	Ética o formativa	Social
para los profesores					
Planificación local/Análisis Didáctico		Análisis de Contenido	Análisis Cognitivo	Análisis de Instrucción	Análisis de actuación

Para realizar la propuesta del plan de área, nos centraremos en el nivel de la planificación local o el análisis didáctico. A continuación, presento los elementos teóricos que guiarán la propuesta de plan de área.

### **3.2. Modelo de análisis didáctico**

El modelo del análisis didáctico se constituye en uno de los niveles del currículo como procedimiento de planificación local de los profesores. El modelo del análisis didáctico es una conceptualización de las actividades que el profesor realiza para planificar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas (Gómez, 2002, 2007). El modelo del análisis didáctico involucra cuatro análisis relacionados con cada una de las dimensiones del currículo en el nivel de la planificación local: contenido, cognitivo, instrucción y actuación. Cada uno de los análisis del análisis didáctico se articula alrededor de unos conceptos pedagógicos que Rico (1997) denomina organizadores del currículo.

En la dimensión conceptual, el análisis de contenido incluye tres conceptos pedagógicos: los sistemas de representación, la estructura conceptual y la fenomenología. Cada uno de estos conceptos pedagógicos corresponden a las tres dimensiones del significado de un concepto en el contexto de las matemáticas escolares (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016). En la dimensión cognitiva, el análisis cognitivo contempla los conceptos pedagógicos expectativas de aprendizaje, limitaciones e hipótesis de aprendizaje (González y Gómez, 2016). En la dimensión formativa, el análisis de instrucción tiene como ideas centrales las tareas y las secuencias de tareas (Gómez, y Mora, 2016). En la dimensión social, el análisis de actuación gira alrededor de los instrumentos y los procedimientos que se utilizan para recoger, codificar y analizar la información que surge de la actuación del profesor y los estudiantes (Gómez, Mora, Velasco, 2017).

No obstante, debo mencionar que para realizar la propuesta de plan de área de matemáticas me he apartado de las ideas originales de los conceptos pedagógicos que se contemplan en el análisis didáctico propuesto por Gómez (2007), dado que, los conceptos pedagógicos de tareas y secuencias de tareas del análisis de instrucción, o los procedimientos para analizar la actuación del profesor y los estudiantes del análisis de actuación son cuestiones que se contemplan para

elaborar una unidad didáctica que se desarrolla en un período de tiempo específico y no a lo largo de un año escolar, como lo que se establece en un plan de área.

En el nivel de la planificación local, considero importante abordar los siguientes conceptos pedagógicos que describiré en detalle más adelante. En la dimensión conceptual, se deben tener en cuenta del análisis de contenido los conceptos pedagógicos de estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología. En la dimensión cognitiva, establezco en el análisis cognitivo los conceptos pedagógicos de expectativas de aprendizaje y limitaciones de aprendizaje. En la dimensión formativa, establezco para el análisis de instrucción los conceptos pedagógicos de enseñanza relacionada con temas, esquemas de enseñanza y metodología. En la dimensión social, propongo para el análisis de actuación los conceptos pedagógicos de tipos de evaluación, criterios de evaluación y los instrumentos de evaluación.

### 3.3. Análisis de contenido

El análisis de contenido contempla tres conceptos pedagógicos: sistemas de representación, estructura conceptual y fenomenología. A continuación, presentaré estos conceptos pedagógicos.

#### 3.3.1. Sistemas de representación

Un sistema de representación es “un sistema de reglas para (i) identificar o crear signos, (ii) operar sobre y con ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)” (Kaput, 1992). En otras palabras, los sistemas de representación son las diferentes maneras en que se representan los conceptos y procedimientos matemáticos. Como lo manifiesta Gómez (2007), la importancia de los sistemas de representación en el análisis didáctico radica en tres aspectos.

- ◆ Los sistemas de representación organizan los símbolos mediante los que se hacen presentes los conceptos matemáticos.
- ◆ Los distintos sistemas de representación aportan diferentes significados para cada concepto.
- ◆ Un mismo concepto admite y necesita varios sistemas de representación complementarios. (p. 42)

De acuerdo con Cañadas, Gómez y Pinzón (2016), un mismo concepto o estructura matemática se puede representar en diferentes sistemas de representación, y es posible agrupar y caracterizar, en tres categorías, las operaciones que se pueden realizar sobre los signos que pertenecen a esos sistemas de representación.

1. *Creación y presentación de signos o expresiones.* Esta operación permite determinar expresiones válidas e inválidas. Por ejemplo, las expresiones  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  y  $f(x) = (x + 1)^2$  son signos de una misma función dentro del sistema de representación simbólico, mientras que  $(x)f = 3x^2 + 2$  es un ejemplo de una expresión inválida en el sistema de representación simbólico para las funciones. La creación de signos o expresiones es una de las principales razones para considerar que, en muy contados casos, podemos incluir el lenguaje verbal como un sistema de representación. El lenguaje natural, en general, no tiene reglas para



la creación de signos o expresiones de los temas concretos de las matemáticas escolares. Lo que sí existe, y no se debe confundir, son convenios de cómo se leen ciertas expresiones.

2. *Transformación sintáctica invariante.* Esta operación se refiere a la transformación de un signo en otro, dentro de un mismo sistema de representación, sin que el concepto o procedimiento matemático designado por esos signos cambie. Es el caso, por ejemplo, de los procedimientos de completación de cuadrados, expansión y factorización. Un ejemplo es la representación tabular, en la que el proceso ubicar las variables en dos filas o en dos columnas no modifica la función representada.
3. *Traducción entre sistemas de representación.* Esta operación se refiere al procedimiento en virtud del cual se establece la relación entre dos signos que designan un mismo objeto pero que pertenecen a diferentes sistemas de representación. Por ejemplo,  $f(x) = (x + 1)^2$  y la representación de la figura 3 son representaciones del mismo concepto en diferentes sistemas de representación (simbólico y gráfico, respectivamente).

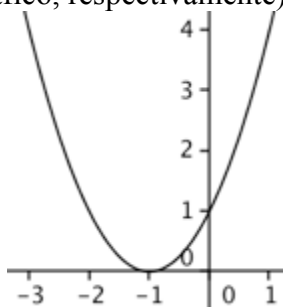


Figura 3. Representación gráfica de  $f(x) = (x + 1)^2$  (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016, p. 16)

De los múltiples sistemas de representación y con base en análisis previos de los planes de área, he seleccionado nueve tipos de sistemas de representación: numérico, simbólico, tabular, gráfico, verbal, geométrico, pictórico, manipulativo y ejecutable. A continuación, describo estos sistemas de representación.

*Sistema de representación numérico.* El sistema de representación numérico contempla las representaciones numéricas del objeto matemático.

*Sistema de representación simbólico.* El sistema de representación simbólico contempla los signos (números, letras y símbolos de las operaciones aritméticas), las operaciones que se pueden hacer con ellos y la relación entre ellos.

*Sistema de representación tabular.* El sistema de representación tabular está estrechamente ligado al sistema de representación numérico pero tiene sus propios signos y reglas de combinación de los mismos.

*Sistema de representación gráfico.* En la figura 3, presenté una representación gráfica de la función  $f(x) = (x + 1)^2$ . En este caso —el gráfico cartesiano— los valores y las escalas empleadas en los ejes del diagrama y el trazado de la función constituyen los signos y existe una serie de reglas que permiten relacionarlos entre sí.

*Sistema de representación verbal.* En el lenguaje natural, el sistema de numeración decimal tiene unas normas establecidas, tanto para los ordinales, como para los cardinales. Por ejemplo, 20, 21 y 22, se expresan verbalmente como veinte, veintiuno y veintidós, respectivamente. Pero, para 11 y 12, su expresión verbal tiene otras reglas. Se expresan verbalmente como once y doce, respectivamente, y no como dieciuno y diecidos. El sistema de representación verbal tiene sentido, por lo tanto, cuando el lenguaje nos permite referirnos a los conceptos y procedimientos matemáticos que queremos representar.

*Sistema de representación geométrico.* El sistema de representación geométrico es útil para representar la multiplicación de números naturales y su resultado. Por ejemplo, para representar la multiplicación de  $4 \cdot 3$ , se puede construir un rectángulo con cuatro unidades de largo y tres de ancho (ver figura 4). Contando el número total de cuadrados, se tiene el resultado de la multiplicación.

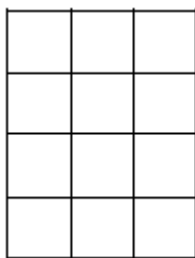


Figura 4. Representación geométrica de la multiplicación. (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016, p. 21)

*Sistema de representación pictórico.* En la figura 5, utilizamos el sistema de representación pictórico para expresar el cardinal de un número de elementos (círculos) y describir el uso que se hace de la agrupación para determinar la cardinalidad de un conjunto de 23 círculos.

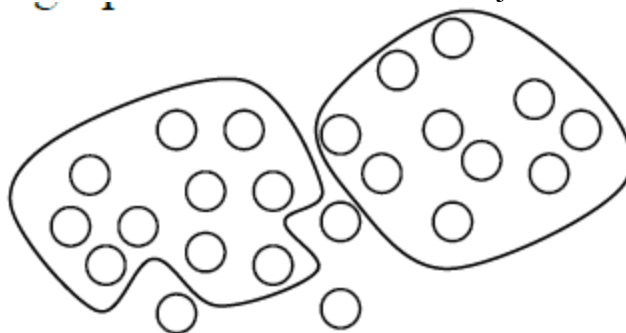


Figura 5. Determinar la cardinalidad por agrupación. (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016, p. 21)

*Sistema de representación manipulativo.* El sistema de representación manipulativo presenta dificultades porque, en ocasiones, se confunde con los recursos o materiales didácticos. Por ejemplo, el ábaco sí es un sistema de representación para los números naturales porque tiene sus propios elementos (bolitas y varillas) y sus propias reglas para la construcción de números.

*Sistema de representación ejecutable (relacionado con las TIC).* Este tipo de sistema de representación está asociado a programas o applets que cumplen las características requeridas para

cualquier sistema de representación para un tema determinado de las matemáticas escolares. Programas de geometría dinámica como el Cabri o el Geogebra se consideran sistemas de representación para diversos temas de la geometría o el álgebra porque tienen elementos propios y sus propias reglas para representar, combinar y operar con esos elementos.

*Relaciones entre sistemas de representación.* Dentro de los sistemas de representación, se pueden establecer dos tipos de relaciones: las que tienen que ver con las transformaciones sintácticas y las que tienen que ver con las traducciones entre sistemas de representación. La primera relación entre sistemas de representación consiste en la transformación de un signo en otro, dentro de un mismo sistema de representación, sin que el concepto o procedimiento matemático designado por esos signos cambie. La segunda relación está relacionada con los diferentes tipos de sistemas que están representando un mismo objeto (traducciones entre sistemas de representación). De esta manera, las traducciones entre sistemas de representación están dadas por las posibles parejas de permutaciones no ordenadas que se pueden hacer entre los diferentes tipos de sistemas de representación. Por ejemplo, en la parábola hay una relación entre el sistema de representación simbólico y el sistema de representación gráfico porque los parámetros de la forma simbólica de la parábola tienen un significado en la representación gráfica.

### 3.3.2. Estructura conceptual

El concepto pedagógico estructura conceptual permite “identificar los conceptos y procedimientos que caracterizan el tema y las relaciones entre ellos” (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016, p. 4). Este concepto pedagógico nos proporciona información para responder las siguientes cuestiones: (a) ¿cuáles son los conceptos que caracterizan el tema?; (b) ¿qué procedimientos están implicados en el tema?; (c) ¿cómo se relacionan esos conceptos entre sí?; (d) ¿cómo se relacionan esos procedimientos entre sí?; y (e) ¿cómo se relacionan esos conceptos y procedimientos?

Para dar respuesta a las preguntas anteriores, se comienza por identificar los elementos del campo conceptual del tema matemático que se aborda, y considerar tanto la estructura del propio concepto como la estructura de la que el concepto forma parte. De esta manera, es posible detectar los procedimientos que se ejecutan sobre esos elementos del campo conceptual. Finalmente, se pueden establecer las relaciones entre los conceptos y los procedimientos identificados (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016). Existe una distinción entre el campo conceptual y el procedimental (Rico, 1997).

*Campo conceptual.* El campo conceptual hace referencia a la sustancia del conocimiento: qué es lo que lo compone. En el campo conceptual se pueden identificar diferentes niveles, al considerar que se puede pasar de un nivel inferior a un nivel superior cuando se añaden otros elementos y relaciones: (a) hechos, (b) conceptos y (c) estructuras conceptuales (Rico, 1997). Los hechos son las unidades más pequeñas de información dentro de un tema matemático. Los conceptos son conjuntos de hechos y relaciones entre ellos. Los conceptos describen una regularidad o relación de un grupo de hechos, suelen admitir un modelo o representación y se designan con signos o símbolos. Las estructuras conceptuales son sistemas de conceptos relacionados entre sí.

*Campo procedimental.* El campo procedimental incluye los procedimientos y modos de actuación con respecto al conocimiento. Los procedimientos son aquellas formas de actuación o eje-

cución de las tareas matemáticas. Rico (1997) distingue entre (a) destrezas, (b) razonamientos y (c) estrategias. Las destrezas se ejecutan procesando hechos. Se produce una manipulación de símbolos y transformaciones. Los razonamientos se ejecutan sobre conceptos. Las estrategias se ejecutan sobre estructuras conceptuales. Se manipulan diferentes sistemas de representación.

### 3.3.3. Fenomenología

El concepto pedagógico denominado fenomenología permite “identificar los fenómenos que dan sentido al tema y los contextos fenomenológicos, las subestructuras y los contextos PISA que permiten organizar dichos fenómenos” (Cañadas, Gómez, Pinzón, 2016, p. 4). Consideramos que la fenomenología es un “elemento constitutivo del significado de un concepto [que surge] de una visión funcional del currículo, en virtud de la cual los sentidos en los que se usa un término conceptual matemático también incluyen los fenómenos que sustentan el concepto” (Gómez, 2007, p. 50). Este concepto pedagógico se apoya en la información proveniente de la estructura conceptual y los sistemas de representación. En el nivel de la planificación local, la fenomenología involucra establecer una relación entre una estructura matemática y los grupos de fenómenos asociados a ella.

La fenomenología, como concepto pedagógico, permite dar respuesta a las siguientes cuestiones: (a) ¿Qué fenómenos dan sentido a mi tema? (fenómenos), (b) ¿qué subestructuras permiten organizar los fenómenos que dan sentido a mi tema? (subestructuras), (c) ¿para qué se utiliza mi tema? ¿A qué problemas da respuesta? (contextos fenomenológicos), (d) ¿qué características comparten los fenómenos que dan sentido al tema?, (e) ¿Qué subestructuras se relacionan con qué contextos fenomenológicos? (características estructurales y relación entre subestructuras y contextos fenomenológicos), y (f) ¿en qué situaciones está presente mi tema? (contextos PISA 2012).

Voy a tomar una interpretación muy parcial de fenomenología en este trabajo, en el sentido de que voy a mirar el carácter fenomenológico en los planes de área en dos aspectos. El primer aspecto es constatar si se hace mención a los problemas que requieren, para su solución, de la construcción de un modelo matemático de una situación dada. El segundo aspecto es constatar si se debe interpretar la solución en esa situación.

En relación con los contextos que se abordan en los problemas de aplicación, existen contextos que contempla PISA (2012) y los contextos que se utilizan en las pruebas Saber 11° (ICFES, 2014). En PISA (2012) se distinguen cuatro contextos: personales, profesionales, sociales y científicos. En las prueba SABER 11°, los contextos pueden ser financieros, de divulgaciones científicas, sociales y ocupacionales. En consecuencia, los planes de área deben hacer mención a contextos matemáticos o no matemáticos. Esto es, los contextos no matemáticos serán los contextos personales, sociales y profesionales, financieros, y ocupacionales. Los contextos matemáticos serán los científicos y de divulgaciones científicas.

### 3.3.4. Relaciones entre los conceptos pedagógicos

Entre los tres conceptos pedagógicos de la dimensión conceptual se pueden establecer tres relaciones. Estas relaciones son tres parejas no ordenadas entre: los sistemas de representación y la estructura conceptual, los sistemas de representación y la fenomenología, y la estructura conceptual y la fenomenología. Por ejemplo, se puede decir que hay una relación entre el concepto sis-

temas de representación y la estructura conceptual si se establece que un procedimiento de un tema se representa en lo simbólico de una forma y en lo gráfico de otra.

### 3.4. Análisis cognitivo

El análisis cognitivo contempla los conceptos pedagógicos de expectativas de aprendizaje y las limitaciones de aprendizaje (González y Gómez, 2017), que describo a continuación.

#### 3.4.1 Expectativas de aprendizaje

Las expectativas de aprendizaje son expresiones que describen lo que el profesor pretende que sus estudiantes aprendan. Estas expresiones se plantean para un determinado periodo de tiempo, por ejemplo, un año escolar, dos años escolares, un semestre, un bimestre, una semana de clase, o una hora de clase. Se pueden distinguir tres niveles de expectativas de aprendizaje que denominaremos nivel superior, nivel medio y nivel inferior (González y Gómez, 2017, p. 7).

*Expectativas de nivel superior.* El nivel superior de las expectativas de aprendizaje se refiere a las expectativas de largo alcance: aquellas que se logran después de un periodo formativo amplio. Estas expectativas son transversales y comunes para todos los temas de matemáticas.

Diversos documentos nacionales e internacionales proponen expectativas de aprendizaje de nivel superior. En nuestro caso, consideramos aquella propuesta por el estudio PISA y por los documentos curriculares colombianos. En el caso del marco PISA 2012 (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2013), las expectativas de nivel superior consisten en desarrollar en el estudiante las capacidades matemáticas fundamentales que subyacen a los tres procesos matemáticos de formular, emplear e interpretar. También, incluimos dentro de las expectativas de nivel superior otras expectativas de aprendizaje como las competencias (OECD, 2003), los procesos generales de la actividad matemática descritos en los documentos *Lineamientos generales de procesos curriculares. Hacia la construcción de comunidades educativas autónomas* (MEN, 1998) y *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas* (MEN, 2006).

En el documento Marco Teórico de PISA 2003 (OECD, 2003) se definen los procesos generales en términos de las competencias matemáticas generales. Estas competencias son: (a) pensar y razonar; (b) argumentar; (c) comunicar; (d) construcción de modelos; (e) formulación y resolución de problemas; (f) representación; y (g) empleo de operaciones y uso del lenguaje simbólico, formal y técnico (p. 41). En el documento de los lineamientos (MEN, 1998), se presentan los siguientes procesos generales: “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (p. 18). En el documento de los estándares se proponen los siguientes procesos generales presentes en la actividad matemática.

*Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso*

*flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.*

*Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.*

*Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.*

*Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos. (MEN, 2006, p. 51)*

Los procesos generales planteados en el documento de los estándares se pueden vincular con los procesos matemáticos de las capacidades matemáticas fundamentales de PISA (2012). En la tabla 2, presento la relación entre los procesos generales propuestos en el documento de los estándares (MEN, 2006) y las capacidades matemáticas fundamentales propuesta en PISA (2012).

Tabla 2

Procesos generales y capacidades matemáticas fundamentales<sup>2</sup>

Procesos Generales (MEN, 2006)	Capacidades matemáticas fundamentales (PISA, 2012)
Formulación, tratamiento y resolución de problemas	Diseño de estrategias para resolver problemas
Modelación	Matematización
Comunicación	Comunicación
Razonamiento	Razonamiento y argumentación
Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico
	Representación

<sup>2</sup> Tomado de Gómez, Castro, Bulla, Mora y Pinzón (2015).

Tabla 2

Procesos generales y capacidades matemáticas fundamentales<sup>2</sup>

Utilización de herramientas matemáticas

En la tabla 3, presento el listado base de las expectativas de nivel superior que voy a utilizar. También, en la tabla 3, establezco las equivalencias de estos términos con los que comúnmente se utilizan en los documentos de planes de área.

Tabla 3

*Términos base y equivalencia con los términos utilizados en PISA (2003, 2012) y el MEN (1998, 2006)*

Listado base	Competencias (PISA, 2003)	Procesos Generales (MEN, 1998)	Procesos Generales (MEN, 2006)	Capacidades matemáticas fundamentales (PISA, 2012)
Formulación	Formulación	Formular	Formulación	
Resolución de problemas	Destreza y resolución de problemas	Resolver problemas	Tratamiento y resolución de problemas	Diseño de estrategias para resolver problemas
Modelación	Construcción de modelos matemáticos	Modelar procesos y fenómenos de la realidad	Modelación	Matemátización
Comunicación	Comunicación	Comunicación	Comunicación	Comunicación
Razonar, argumentar, proponer	Pensar, razonar, argumentar	Comparar	Razonamiento, Comparación	Razonamiento y argumentación
Uso de operaciones, lenguaje y ejercitación	Uso del lenguaje formal, simbólico, y técnico	Ejercitar procedimientos y algoritmos	Ejercitación de procedimientos	Utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico

Tabla 3

*Términos base y equivalencia con los términos utilizados en PISA (2003, 2012) y el MEN (1998, 2006)*

		Utilización de herramientas matemáticas
Representación	Representación	Representación

*Expectativas de nivel medio.* Las expectativas de nivel medio corresponden a las expectativas de aprendizaje que cumplen las características siguientes: (a) están vinculadas a un nivel educativo concreto; (b) están asociadas a un contenido matemático; y (c) tienen una temporalidad. Una expectativa de nivel medio no puede reducirse a la realización de un procedimiento matemático rutinario, sino que debe incluir al menos una conexión entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura conceptual, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza.

En este nivel medio de expectativas de aprendizaje, distinguimos cuatro tipos. Un primer nivel general de expectativa de nivel medio que corresponde a los estándares. Los estándares son una sugerencia del Estado. Los estándares se refieren a contenidos matemáticos concretos y están planeados para dos grados.

Un segundo tipo de expectativa de aprendizaje corresponde a las expectativas que se establecen para un grado. Los objetivos para un grado se ubican dentro de un nivel de concreción general del contenido de las matemáticas escolares que se van a abordar en ese año.

Un tercer tipo de expectativa de nivel medio corresponde a las expectativas que se formulan para un período académico. Hemos denominado estas expectativas objetivos de período. Los objetivos para un período académico corresponden a las expectativas de aprendizaje que se precisan en un período académico dado y se ubica dentro de un nivel de concreción del contenido de las matemáticas escolares más específico que se van a abordar en ese período.

Finalmente, un cuarto tipo de expectativa de nivel medio corresponde a las expectativas de aprendizaje que se formulan para cada subperíodo o fila de la malla curricular que se encuentra en los planes de área. Hemos denominado estas expectativas de aprendizaje objetivos de subperíodo. Un objetivo para un subperíodo está relacionado con un nivel de concreción más específico de los contenidos de las matemáticas escolares y tienen una temporalidad aproximada de dos o tres semanas de clase. De esta manera, un objetivo para un sub período (fila) debe estar vinculado con contenido matemático concreto. Además, los objetivos de subperíodo deben expresar una expectativa de aprendizaje que contemple al menos una conexión entre los conceptos y procedimientos involucrados en la estructura matemática, los sistemas de representación en que se representa y los fenómenos que organiza.



*Expectativas de nivel inferior.* Las expectativas de nivel inferior corresponden a los conocimientos más básicos y a los procedimientos más rutinarios que el estudiante tiene que aprender a lo largo de un período de tiempo corto (un par de semanas) (González y Gómez, 2017).

Por simplificar el lenguaje, denominaremos capacidades a las expectativas de aprendizaje de este nivel. Las capacidades se manifiestan mediante conductas observables de los estudiantes, por lo cual es importante que estén enunciadas de forma que quede clara cuál es la información de partida y cuál es la conducta que se espera al poner en juego la capacidad.

En este nivel, estamos introduciendo la idea de procedimiento rutinario como elemento central en la descripción de la capacidad. El calificativo de rutinario para un procedimiento depende del nivel cognitivo de los estudiantes para los que se vaya a realizar la planificación.

Sin embargo, en nuestra propuesta de plan de área no tendremos en cuenta las expectativas de nivel superior, dada la concreción de los procedimientos rutinarios que, se espera, los profesores deben contemplar en sus planes de aula para la ejecución de las clases.

### *3.4.2 Limitaciones de aprendizaje*

El concepto pedagógico limitaciones de aprendizaje se ocupa de las circunstancias que, de diferente modo, pueden distorsionar, ralentizar o frenar el aprendizaje de los escolares. En este concepto pedagógico, se distinguen dos formas de mirar una limitación: una más teórica y otra más operativa.

El primer tipo de limitación se denomina dificultades de aprendizaje. Una dificultad de aprendizaje es una circunstancia que impide o entorpece la consecución del aprendizaje en general. La importancia de las dificultades reside en identificarlas, conocer qué factores son los responsables de que aparezcan y saber de qué modo se pueden superar.

El segundo tipo de limitación corresponde a los errores. El error es la manifestación visible de una dificultad. El error es observable directamente en las actuaciones de los escolares, en sus respuestas equivocadas a las cuestiones y tareas concretas que les demanda el profesor. Por ello, el error es el que más nos acerca al tema matemático que estemos analizando. En la figura 6, presento un esquema de la dimensión cognitiva.

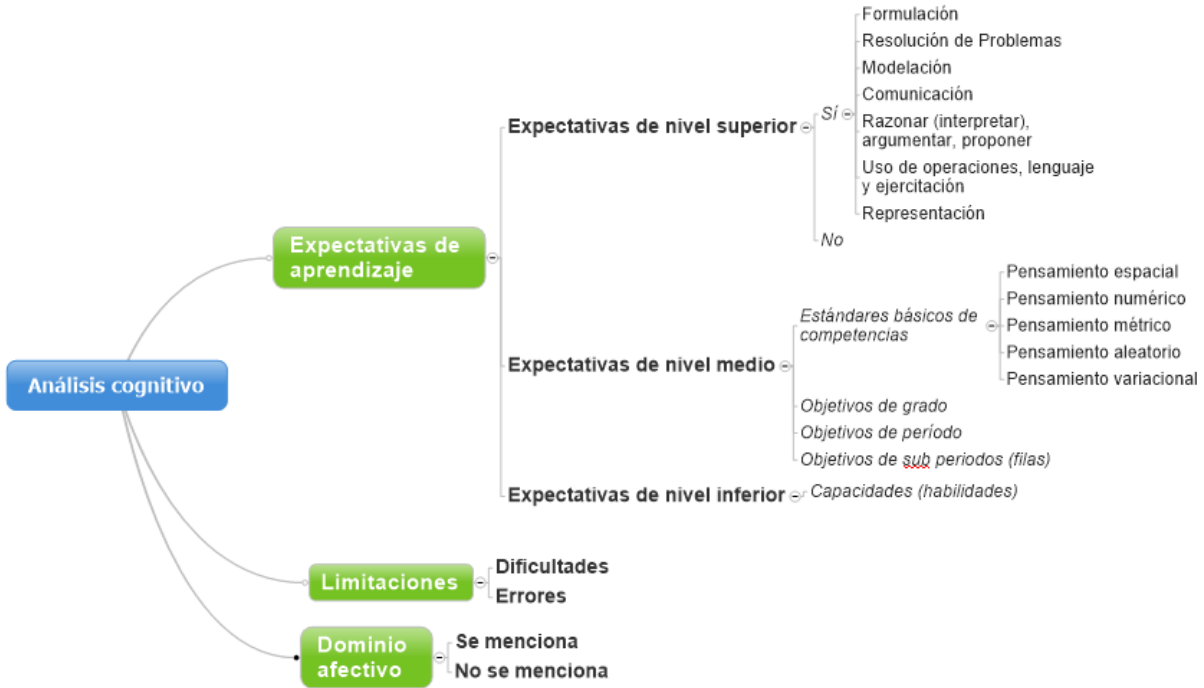


Figura 6. Análisis cognitivo

### 3.5. Análisis de instrucción

En el contexto de los documentos de planes de área, el análisis de instrucción corresponde a la enseñanza, en el sentido de que en los planes de área se están sugiriendo las maneras como se pueden proporcionar oportunidades a los estudiantes para lograr los objetivos o las expectativas de aprendizaje que se están formulando en relación con los contenidos de las matemáticas escolares. Entonces, el análisis de instrucción es lo que la institución educativa establece, para una fila de la malla curricular, que se debería hacer para que los estudiantes logren esa expectativa de aprendizaje formulada en la dimensión cognitiva.

Con el fin de proponer un plan de área, nos interesa describir cómo se está previendo que profesor y estudiantes interactúen con el contenido matemático para dar oportunidades de que los estudiantes logren esas expectativas de aprendizaje. De esta manera, en el análisis de instrucción, se van a considerar los conceptos pedagógicos de esquemas de enseñanza y metodología de enseñanza.

#### 3.5.1. Esquemas de enseñanza

Los esquemas de enseñanza nos permiten describir si en los planes de área de matemáticas se hace mención a la actuación del profesor con el fin de determinar si el profesor actúa dentro de un modelo de enseñanza tradicional o si la actuación del profesor se encuentra dentro de un modelo de enseñanza no tradicional. De esta manera, los esquemas de enseñanza pueden ser de dos tipos: tradicionales y no tradicionales. El esquema de enseñanza tradicional hacen referencia a aquellas estructuras de enseñanza dadas por la explicación, ejemplificación, ejercitación y eva-

luación. En este esquema la enseñanza está centrada en el profesor y el método es el mismo para todos los estudiantes en todas las ocasiones. Los esquemas de enseñanza no tradicional corresponden a aquellos esquemas que implican prácticas no tradicionales de enseñanza.

Vale la pena mencionar que una interpretación de la enseñanza es que esta debe ser centrada alrededor de actividades (tareas) que el profesor desarrolle en el aula de clase con el fin de ofrecer oportunidades a los estudiantes para que aprendan. Por consiguiente, voy a considerar el término metodología como otro concepto pedagógico que explicaré más adelante. Describir una tarea consiste en especificar sus elementos. Así, voy a basarme en esa conceptualización para identificar aspectos de la metodología.

*Tarea.* El término “tarea” tiene diversos significados en el entorno educativo. En Colombia, el significado usual de tarea se refiere a los deberes que el profesor asigna a los estudiantes para que ellos realicen en su casa y presenten en la siguiente sesión de clase. En algunas ocasiones, también hace referencia a los ejercicios rutinarios que el profesor asigna a los estudiantes durante una clase.

Consideramos siete elementos de una tarea (ver figura 7): requisitos, metas, formulación, materiales y recursos, agrupamiento, interacción y temporalidad. Los requisitos son los conocimientos y destrezas que son necesarios para poder abordar la tarea. Las metas son los conocimientos y destrezas que se esperan desarrollar con motivo de abordarla. La formulación es la instrucción (usualmente escrita) que se entrega a los estudiantes. Los materiales y recursos son las herramientas que los estudiantes pueden utilizar para abordar la tarea. El agrupamiento se refiere a las formas de organización de los estudiantes que se sugieren para resolver la tarea. La interacción tiene que ver con las formas en que se prevé que los estudiantes y el profesor interactuarán cuando se aborde la tarea. Finalmente, la temporalidad hace referencia a los momentos y tiempos en los que se atiende a las diferentes partes de la tarea.

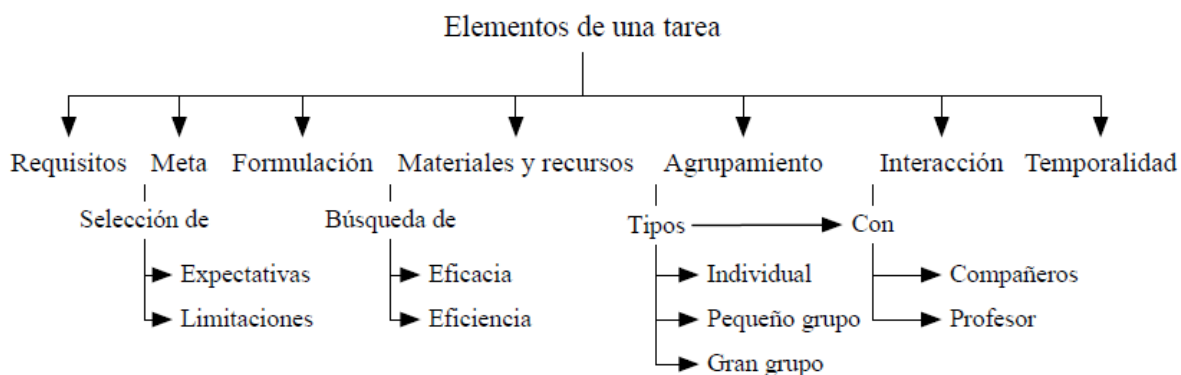


Figura 7. Elementos de una tarea. (Tomado de Gómez y Mora, 2015, p. 16)

A partir de la figura 7, puedo proponer en el plan de área en términos de la dimensión formativa los elementos siguientes: materiales y recursos, el agrupamiento, la interacción entre los estudiantes y con el profesor, la temporalidad, y los tipos de tareas. Estos tipos de tareas pueden ser taller, trabajo, exposición, investigación, entre otros.

### 3.5.2. Metodología

La metodología puede expresar cuestiones muy generales de la enseñanza y no estar necesariamente relacionada con los temas de las matemáticas escolares. A continuación, procedo a presentar las definiciones de los elementos que involucra el concepto pedagógico de la metodología.

*Agrupamiento.* El trabajo en grupos pequeños sienta las bases de una puesta en común en gran grupo para contrastar puntos de vista, procedimientos y soluciones a las tareas propuestas. Por consiguiente, diferentes formas de agrupamiento pueden generar diferentes formas de interacción entre los estudiantes y de los estudiantes con el profesor. Y es, a través de esas interacciones, que los estudiantes aprenden (Gómez y Mora, 2016).

*Interacciones.* Diferentes formas de agrupamiento dan lugar a diferentes formas de interacción entre los estudiantes y a distintas formas de comunicarse durante la resolución de una tarea. La interacción se da entre diferentes actores: profesor, estudiante, pareja, grupo pequeño y grupo de clase (Gómez y Mora, 2016).

*Materiales y recursos.* Un recurso es cualquier medio que se pueda emplear en el aprendizaje de un concepto o procedimiento matemático determinado, aunque no haya sido diseñado específicamente para ello. Los materiales se distinguen de los recursos porque se diseñan con fines didácticos (Carretero, Coriat y Nieto, 1993). La tiza, la pizarra (tradicional o electrónica), el papel y el lápiz son recursos; mientras que el geoplano o el dominó de fracciones son materiales diseñados para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

*Temporalidad.* La institución puede prever, en su planificación institucional (plan de área), una temporalidad de una o más sesiones de clase para desarrollar un tema. En cada etapa, el profesor puede establecer unos momentos de clase. En estos momentos de clase, el profesor puede iniciar con una explicación del tema, seguidamente, el profesor puede desarrollar unos ejemplos y proponer ejercicios para que los estudiantes realicen, y finalmente, el profesor procede a realizar la evaluación del tema desarrollado durante esta temporalidad.

*Tipos de tareas.* Los tipos de tareas, que el profesor puede utilizar en la clase con el fin de darles oportunidades a los estudiantes para que aprendan, son ejercicios, problemas, proyectos, exposiciones.

## 3.6. Análisis de actuación

El análisis de actuación gira alrededor de los instrumentos y los procedimientos que se utilizan para recoger, codificar y analizar la información que surge de la actuación del profesor y los estudiantes (Gómez, y Romero, 2015).

En este análisis, vamos a contemplar tres conceptos pedagógicos: los criterios de evaluación, los instrumentos de evaluación, y los tipos de evaluación que presento a continuación.

### 3.6.1. Criterios de evaluación y escalas de valoración

Los criterios de evaluación pueden estar relacionados con contenidos específicos de las matemáticas o pueden ser generales y no estar relacionados con temas. También, podemos establecer, en el análisis de actuación, una escala de valoración. Estas escalas de valoración están relacionadas

con contenidos específicos de las matemáticas. Esta escala de valoración es la que se propone en el artículo 5 del Decreto 1290. El artículo 5 plantea la escala de valoración.

*Escala de valoración nacional: Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala de valoración de los desempeños de los estudiantes en su sistema de evaluación. Para facilitar la movilidad de los estudiantes entre establecimientos educativos, cada escala deberá expresar su equivalencia con la escala de valoración nacional:*

- *Desempeño Superior*

- *Desempeño Alto*

- *Desempeño Básico*

- *Desempeño Bajo*

*La denominación desempeño básico se entiende como la superación de los desempeños necesarios en relación con las áreas obligatorias y fundamentales, teniendo como referente los estándares básicos, las orientaciones y lineamientos expedidos por el Ministerio de Educación Nacional y lo establecido en el proyecto educativo institucional. El desempeño bajo se entiende como la no superación de los mismos. (MEN, 2008)*

También, podemos contemplar criterios de evaluación que no necesariamente están relacionados con temas, pero sí están relacionados con el dominio afectivo. Por consiguiente, dentro del concepto pedagógico criterios de evaluación voy a distinguir tres categorías: criterios de evaluación, escala de valoración y dominio afectivo. Los criterios de evaluación pueden ser generales, es decir, no estar relacionados con contenidos específicos de matemáticas. Las escalas de valoración están relacionadas con contenidos específicos.

### *3.6.2. Instrumentos de evaluación*

El segundo concepto pedagógico está relacionado con los instrumentos de evaluación. Estos instrumentos pueden ser evaluación escrita (individual o grupal), evaluación oral, exposiciones, talleres, y portafolio de los estudiantes.

### *3.6.3. Tipos de evaluación*

La evaluación es probablemente la actividad de la enseñanza que muestra de forma más clara a qué parte de los contenidos matemáticos enseñados se le concede importancia. Aquello a lo que el profesor da importancia es percibido también por los estudiantes, que actúan en consecuencia y adaptan a la evaluación sus estrategias de aprendizaje (Gómez, y Romero, 2015). Por ello, la forma en la que el profesor elige evaluar a sus estudiantes tiene un impacto importante en su experiencia matemática y, por ende, en su visión de las matemáticas.

Autores como Boud (1988, citado por Gómez y Romero, 2015) sostienen que los métodos y requisitos de la evaluación probablemente tienen más influencia en cómo y qué aprenden los estudiantes, que cualquier otro factor individual. Asimismo, Harlen y Winter (2004) destacan la importancia de la evaluación en el aprendizaje.

*La evidencia de que mejorar la práctica de la evaluación para el aprendizaje puede tener un efecto dramático en el logro académico de los estudiantes significa que se puede ganar mucho con un análisis cuidadoso de lo que está implicado en ella (p.)*

Encontramos dos tipos de evaluación: la evaluación sumativa y la evaluación formativa. Estos dos tipos de evaluación se diferencian por el propósito de cada una de ellas. A continuación presento estos dos tipos de evaluaciones.

*Evaluación sumativa.* En la evaluación sumativa, el propósito es determinar cuáles estudiantes tienen los conocimientos requeridos y cuáles no, y asignar calificaciones de acuerdo con ello, para clasificarlos y tomar decisiones con base en esa clasificación. Este tipo de evaluación tiende a convertirse en un mecanismo de control, de selección, de comparación y de medición. De esta forma, las instituciones se convierten en filtros sociales que han de clasificar a los sujetos en función de sus capacidades (Gómez, y Romero, 2015).

La evaluación sumativa supone que, en la clase, sólo el profesor puede evaluar adecuadamente el progreso de los estudiantes. La evaluación sumativa se apoya mayormente en los controles y exámenes para evaluar (Gómez, y Romero, 2015).

*Evaluación formativa.* La evaluación formativa tiene por objetivo propiciar un aprendizaje en los estudiantes en consonancia con los planteamientos del modelo de enseñanza-aprendizaje constructivista.

*La evaluación en el aula es más que simplemente una prueba al final de la instrucción para ver el rendimiento de los estudiantes en condiciones especiales, [sino que] es más bien una parte integral de la instrucción que informa y guía a los profesores cuando toman decisiones sobre la instrucción (NCTM, 2000, p. 22).*

En la evaluación formativa, se evalúa para promover un aprendizaje matemático con comprensión en los estudiantes y para mejorar nuestro proceso de enseñanza. La evaluación formativa incorpora la valoración de procesos de pensamiento, estrategias seguidas para la resolución de problemas, uso de materiales y recursos, habilidades de comunicación oral y escrita, actitudes, y comportamientos, entre otros.

La evaluación formativa incorpora los estudiantes en el proceso para que se responsabilicen de que adquieran esa capacidad. Además, los estudiantes pueden desarrollar la capacidad de evaluar a sus compañeros (evaluación por pares o coevaluación) y al profesor. En la figura 8, muestro los tres conceptos pedagógicos que se deben incluir en un documento de plan de área para la dimensión social.

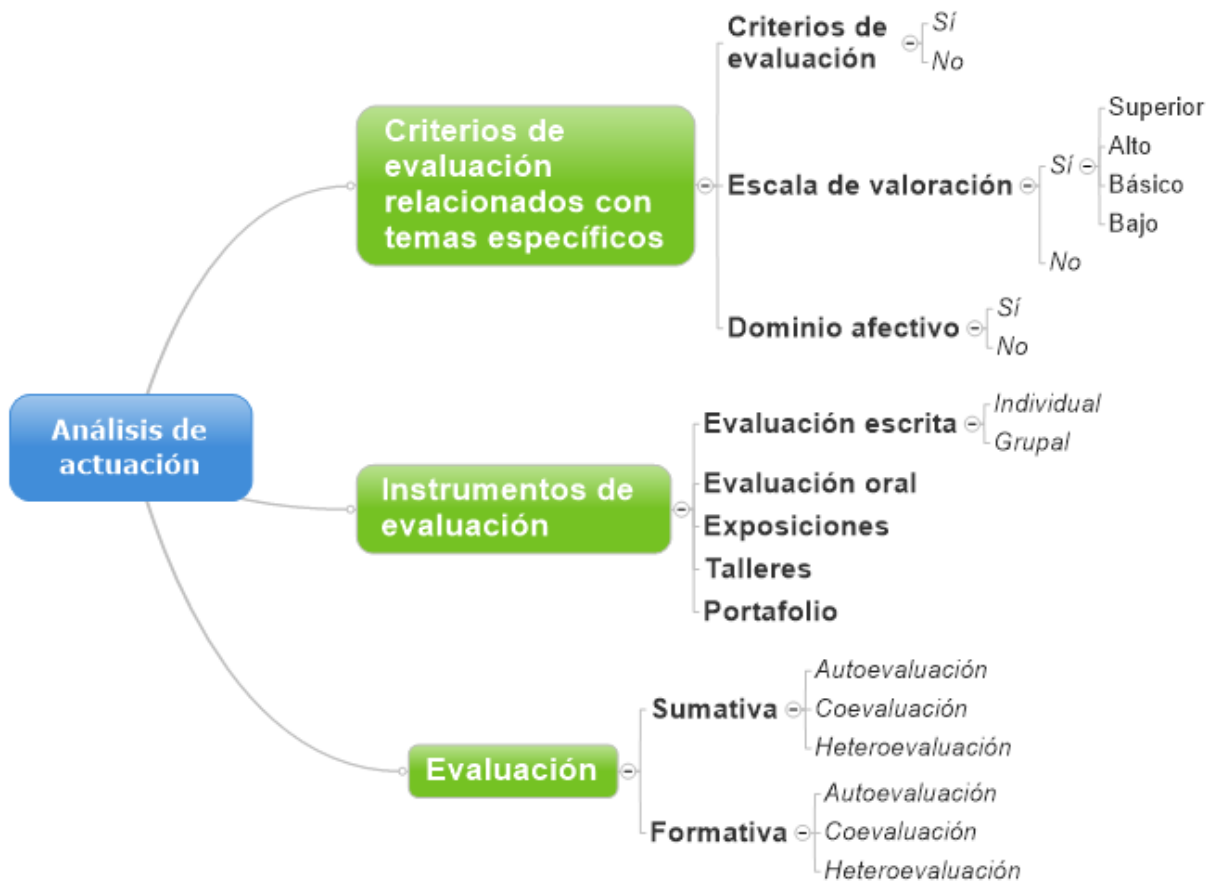


Figura 8. Elementos del análisis de actuación

De esta manera, hemos presentado el marco conceptual desde el cual tomamos los elementos teóricos para proponer el plan de área de matemáticas de la educación media. Este plan de área está basado en la dimensión cognitiva del currículo, y esta articulado, como lo mencionamos con anterioridad, con las expectativas de aprendizaje que el MEN ha propuesto en sus documentos curriculares. A continuación, presentamos las generalidades de los estándares y la propuesta de malla curricular.

#### 4. ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS

Los estándares básicos de competencias son los “referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzado los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar” (MEN, 2006, p.12).

*Un estándar es un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad; expresa una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los*

*estudiantes aprendan en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media, especificando por grupos de grados (1 a 3, 4 a 5, 6 a 7, 8 a 9, y 10 a 11) el nivel de calidad que se aspira alcanzar.* (MEN, 2006, p. 11)

Por consiguiente, el documento de los estándares se constituye en una guía para el diseño del currículo; la producción de los textos y materiales escolares; el diseño de las prácticas evaluativas; y la formulación de programas y proyectos. También, el documento de los estándares se constituye en unos criterios comunes para las evaluaciones externas.

Asimismo, los estándares se constituyen en referentes que dan cuenta de lo que un estudiante debe saber y saber hacer. De otra parte, los estándares permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias ya que estas se conciben como “un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, 2006, p. 49).

Entendemos que hay una normatividad (leyes, decretos, resoluciones) que nos dan una idea de lo que el legislador concibe como currículo y podemos, como ya lo mencionamos con anterioridad, tener un conocimiento de lo que es un plan de área y cuál es su utilidad. Sin embargo, el estado tiene como función, en el tema de currículo, establecer unos lineamientos, que se concretan en unos documentos curriculares (lineamientos, estándares, derechos básicos de aprendizaje, mallas curriculares, etc.) y que desde nuestra interpretación, asumimos los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) como el documento base para poder hacer una propuesta de plan de área. Consideramos este documento base dado que está aún en vigencia y porque allí encontramos las expectativas de aprendizaje que un estudiante debe lograr en un período de tiempo determinado, esto es, los estándares se encuentran en la dimensión cognitiva del currículo que es la base o el núcleo de la presente propuesta.

Asimismo, entendemos que al centrar nuestra propuesta de plan de área en la dimensión cognitiva del currículo, las otras dimensiones deben estar articuladas y relacionadas coherentemente con esta dimensión, así, los temas/conceptos/contenidos propuestos en la dimensión conceptual deben estar relacionados con los planteados en las expectativas de aprendizaje, la evaluación de dichos contenidos (dimensión social) deben ser coherentes con el logro de las expectativas de aprendizaje que se proponen en lo cognitivo, y la metodología a utilizar en el aula (dimensión formativa) debe estar organizada de tal forma que se les brinden oportunidades a los estudiantes para que aprendan dichos contenidos. En la figura 9, presento un esquema que ilustra lo aquí descrito.



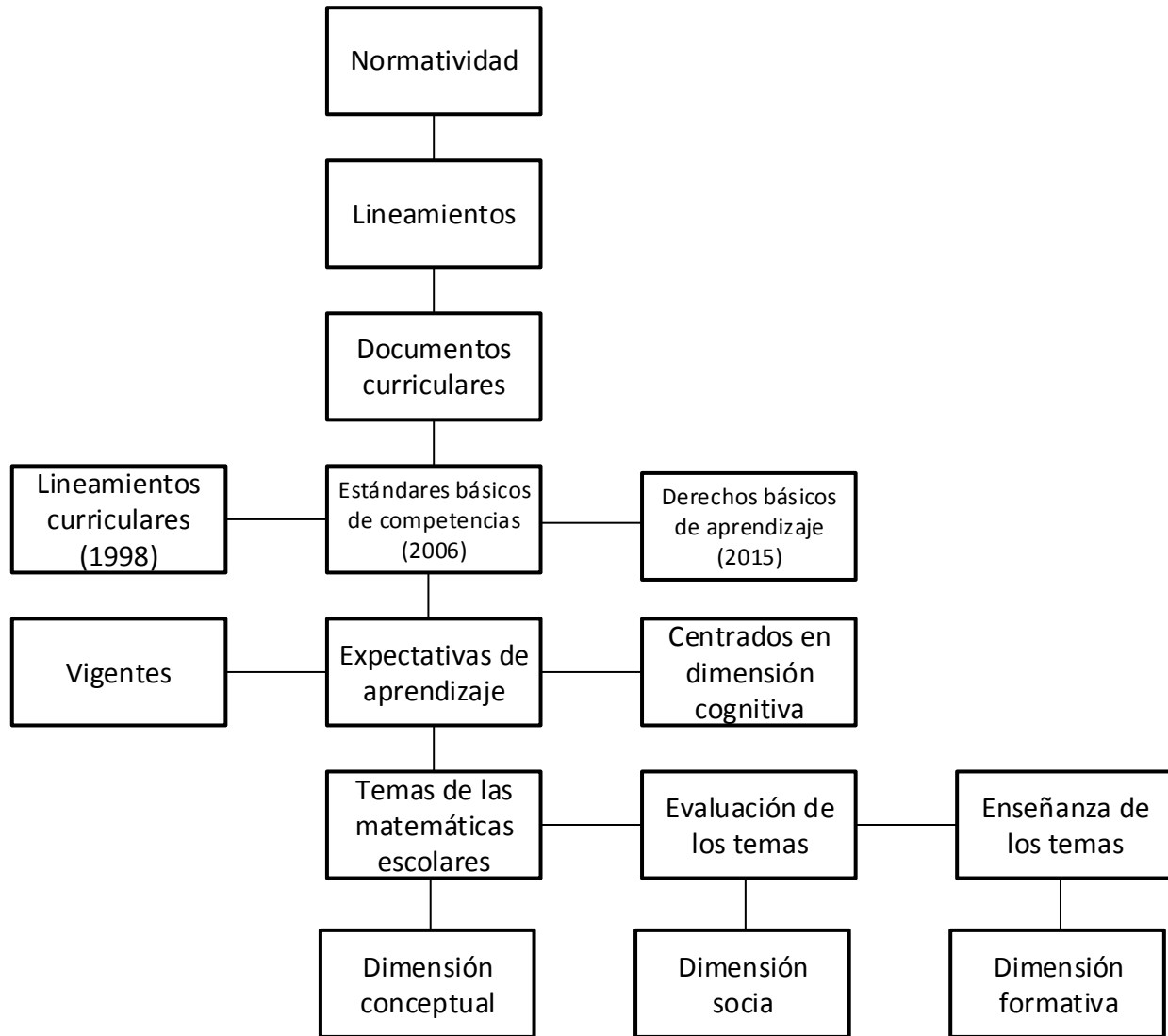


Figura 9. Concreción de la propuesta de plan de área

Los estándares están organizados de acuerdo con los pensamientos matemáticos establecidos en los Lineamientos curriculares (MEN, 1998): pensamiento numérico, variacional, geométrico, métrico y aleatorio y están planteados en términos de lo que se espera que el estudiante alcance al pasar de un año escolar al otro. A continuación, presento los 27 estándares que se han propuesto para la educación media en los diferentes pensamientos matemáticos.

#### 4.1. Pensamiento numérico

- ◆ Analizo representaciones decimales de los números reales para diferenciar entre racionales e irracionales.
- ◆ Reconozco la densidad e incompletitud de los números racionales a través de métodos numéricos, geométricos y algebraicos.

- ◆ Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos.
- ◆ Utilizo argumentos de la teoría de números para justificar relaciones que involucran números naturales.
- ◆ Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.

#### **4.2. Pensamiento espacial**

- ◆ Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.
- ◆ Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas.
- ◆ Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.
- ◆ Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
- ◆ Describo y modelo fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
- ◆ Reconozco y describo curvas y o lugares geométricos.

#### **4.3. Pensamiento métrico**

- ◆ Diseño de estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos.
- ◆ Resuelvo y formulo problemas que involucren magnitudes cuyos valores medios suelen definir indirectamente como razones entre valores de otras magnitudes, como la velocidad media, la aceleración media y la densidad media.
- ◆ Justifico resultados obtenidos mediante procesos de aproximación sucesiva, rangos de variación y límites en situaciones de medición.

#### **4.4. Pensamiento aleatorio**

- ◆ Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.
- ◆ Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.
- ◆ Diseño experimentos aleatorios (de ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.
- ◆ Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.
- ◆ Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).

- ◆ Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).
- ◆ Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.
- ◆ Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con remplazo).
- ◆ Propongo inferencias a partir de muestras probabilísticas.

#### 4.5. Pensamiento variacional

- ◆ Uso las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.
- ◆ Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
- ◆ Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.
- ◆ Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto y utilizo sus derivadas.

Una vez analizados los 27 estándares, hemos decidido escoger solamente algunos de estos estándares para la construcción de la propuesta de plan de área. Para la elección, tuvimos en cuenta los temas comunes que compartían algunos estándares. Los temas escogidos son las secciones cónicas, la derivada y la estadística descriptiva. Estos tres temas se han escogido por que estos tres temas implican cuatro de los cinco pensamientos matemáticos contemplados en los estándares. En este sentido, el tema de las cónicas es el tema representativo del pensamiento matemático espacial y el sistema geométrico; el tema de la derivada es el más representativo del pensamiento matemático variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; y el tema de la estadística descriptiva es el tema más representativo del pensamiento matemático aleatorio y los sistemas de datos.

Para cada uno de estos temas hemos construido unos árboles de códigos con base en el análisis didáctico realizado a los tres temas. Dichos árboles se encuentran en el siguiente enlace, cónicas (<http://bit.ly/2OwWKuv>), derivada (<http://bit.ly/2LOQBvb>), y estadística (<http://bit.ly/2OxHy01>). A continuación, presento los estándares escogidos por temas.

##### *Cónicas*

Para el tema de cónicas, escogimos tres estándares. (1) Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono. (2) Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas. (3) Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras.

### *Derivadas*

Para el tema de la derivada escogimos dos estándares: (1) Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos. (2) Analizo las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.

### *Estadística Descriptiva*

Para el tema de la estadística descriptiva hemos escogido dos estándares: (1) Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación. (2) Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).

## 5. PROPUESTA DE PLAN DE ÁREA

Para cada uno de los estándares escogidos hemos realizado el análisis didáctico cognitivo con el fin de diferenciar las expectativas que se requiere que un estudiante logre en décimo grado y undécimo grado. Realizamos esto con el fin de plantear los objetivos de subperíodo para cada uno de los niveles académicos y poder, con base en estas expectativas, completar la malla curricular que proponemos a continuación.

Una vez identificadas las expectativas de aprendizaje, procedemos a analizar los temas y los conceptos que subyacen de los estándares con el fin de plantear los criterios de evaluación que permiten verificar el logro de las expectativas de aprendizaje propuestas en los objetivos de subperíodo. Finalmente, el esquema metodológico de las clases se basa en una visión del aprendizaje constructivista, lo que significa que vemos que los estudiantes aprenden haciendo matemáticas y que aprenden interactuando entre ellos y con el profesor, por consiguiente, el esquema de una clase va a ser una sucesión de momentos en los que los estudiantes pueden trabajar individualmente, en parejas, en grupos, y puede también interacción de todo el grupo o con subgrupos o con el profesor con todo el propósito de que entre todos se pueda ir construyendo el conocimiento que se quiere lograr.

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Geometría	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	01 - 06	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	

### **Cónicas**

**Estándar 1.** Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.

Propuesta plan de área de matemáticas

Nombre institución educativa

Grado	11°	Asignatura	Geometría	Período	1
Semanas	01 - 06	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	
Contenido	Objetivos de subperíodo	Metodología	Evaluación		
<p><b>Objetivo de período 1.</b> Identificar las propiedades de las curvas en el sistema de representación algebraico (simbólico) que están relacionados con los parámetros de estas curvas.</p>					
<p>Definición algebraica de sección cónica: lugar geométrico de puntos en el plano que cumplen una condición <math>Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0</math>.</p> <p>Elipse: <math>A \neq B</math> ambos positivos.</p> <p>Parábola: <math>A \text{ o } B = 0</math></p> <p>Hipérbola: <math>A \neq B</math> uno positivo y otro negativo.</p> <p>Circunferencia: <math>A = B</math></p>	<p>1. Identificar en el sistema de representación algebraico (simbólico) las propiedades relacionados con los parámetros de las secciones cónicas.</p>	<p>El profesor puede utilizar el software Geogebra con el fin de reconocer, por medio de la variación de las constantes <math>(A, B, C, D, E, F)</math> los diferentes lugares geométricos que surgen de la representación gráfica de la ecuación de segundo grado de dos variables <math>Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0</math>.</p> <p>Para este tema, el profesor puede utilizar calculadoras graficadoras, tablets.</p> <p>El profesor puede proponer actividades para que los estudiantes interactúen con las secciones cónicas a través de la modificación de los parámetros de la ecuación de segundo grado, con el fin de que reconozcan y diferencien los tipos de secciones que hay.</p> <p>Esta estrategia puede ser implementada para que trabajen en parejas,</p>	<p>1. Identifica y reconoce todos los lugares geométricos que se generan a partir de la variación de las constantes <math>(A, B, C, D, E, F)</math> en la ecuación de segundo grado de dos variables <math>Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0</math></p> <p>2. Identifica y reconoce la circunferencia y la elipse como lugar geométrico que se genera a partir de la variación de las constantes A y B en la ecuación de segundo grado de dos variables <math>Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0</math></p> <p>3. Identifica los lugares geométricos pero no puede diferenciarlos a través de la variación de las constantes <math>(A, B, C, D, E, F)</math> en la ecuación de segundo grado de dos variables <math>Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0</math>.</p> <p>4. No identifica los lugares geométricos que surgen en la ecuación</p>		

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Geometría	Período	1
Semanas	01 - 06	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	
			con el fin de que interactúen no solo con la tecnología sino con sus compañeros, compartiendo aciertos y superando dificultades a través del trabajo colaborativo.		de segundo grado de dos variables $Ax^2 + Dxy + By^2 + Cx + Ey + F = 0$
<p>Elipse: focos, longitud ejes (mayor y menor), centro. Parámetros: <math>(a, b, c, h, k)</math></p> <p>Parábola: foco, directriz, vértice. Parámetros: <math>(p, a, h, k)</math></p> <p>Hipérbola: focos, longitud ejes (focal y conjugado), centro, asíntotas. Parámetros: <math>(a, b, c, h, k)</math></p> <p>Circunferencia: radio, centro. Parámetros: <math>(r, h, k)</math></p>	<p>2. Describir en el sistema de representación algebraico (simbólico) las propiedades relacionados con los parámetros de las secciones cónicas.</p>	<p>Utilizar el software Regla y compás con el fin de que los estudiantes puedan, a partir del uso de esta herramienta, reconocer los parámetros que tiene cada sección y describir cuál es el rol que cada parámetro desempeña de acuerdo con la cónica correspondiente.</p> <p>Para este tema, el profesor puede proponer tareas rutinarias para que los estudiantes ejerciten los conocimientos adquiridos en la clase.</p>	<p>1. Identifica y reconoce los parámetros de las diferentes secciones cónicas, elipse (focos, centro, ejes mayor/menor), parábola (foco, directriz, vértice), hipérbola (centro, eje focal/conjugado, asíntotas) circunferencia (centro y radio)</p> <p>2. Identifica y reconoce los parámetros de la elipse (focos, centro, ejes mayor/menor), la parábola (foco, directriz, vértice) y la circunferencia (centro y radio).</p> <p>3. Identifica y reconoce los parámetros de la elipse (focos, centro, ejes mayor/menor), y la circunferencia (centro y radio)</p> <p>4. No identifica los parámetros de las diferentes secciones cónicas.</p>		

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Geometría	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	01 - 06	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	

**Estándar 2.** Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas

**Objetivo de período 1.** Identificar las características de localización los lugares geométricos en sistemas de representación cartesiana.

Secciones cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano.

En la ecuación de la elipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $a$  es la longitud del semieje mayor en el sistema de representación gráfico y  $b$  es la longitud del semieje menor.

En la ecuación de la parábola  $4py = x^2$ ,  $p$  corresponde a la distancia entre el foco y el vértice y la distancia entre el vértice y la directriz en el sistema de representación gráfico.

En la ecuación de la hipérbola  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $a$  representa la longitud del semieje focal en el sistema de representación gráfico y  $b$  es la longitud del semieje conjugado.

En la ecuación de la circunferencia  $x^2 + y^2 = r^2$ ,  $r$  representa el radio

1. Reconocer y describir las características de localización de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema de representación cartesiano.

El profesor propone actividades que impliquen la construcción de las diferentes cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano a partir de las características de localización de dichas secciones.

Para este tema, el profesor puede disponer de un primer momento de trabajo individual por parte de los estudiantes, para que una vez realizadas las construcciones, los estudiantes pasen a trabajar en pequeños grupos (tres estudiantes) con el fin de compartir aciertos y superar dificultades a través del trabajo colaborativo.

1. Reconoce y describe las características de localización de todas las secciones cónicas cuyo centro está en el origen del sistema de representación cartesiano. En la elipse, reconoce las longitudes de los ejes mayor y menor ( $a, b$ ). En la parábola reconoce el foco, el vértice y la directriz ( $p$ ). En la hipérbola reconoce la longitud de los ejes focal y conjugado ( $a, b$ ). En la circunferencia reconoce el radio ( $r$ ).

2. Reconoce y describe las características de localización de algunas secciones cónicas cuyo centro está en el origen del sistema de representación cartesiano. En la elipse, reconoce las longitudes de los ejes mayor y menor ( $a, b$ ). En la parábola reconoce el foco, el vértice y la directriz ( $p$ ). En la circunferencia reconoce el radio ( $r$ ).

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Geometría	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	01 - 06	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	

Secciones cónicas centradas fuera del origen del sistema cartesiano. Para cada una de las ecuaciones  $h$  y  $k$  representan las coordenadas del centro, o del vértice, según corresponda.

Elipse:  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$   $a$  es la longitud del semieje mayor en el sistema de representación gráfico y  $b$  es la longitud del semieje menor.

Parábola:  $4p(y - k) =$

2. Reconocer y describir las características de localización de las secciones cónicas centradas fuera del origen del sistema de representación cartesiano.

El profesor lleva a clase diversas secciones cónicas en Geogebra que consisten en diferentes curvas centradas en el origen y fuera de él en los que los estudiantes pueden observar la diferencia y pueden manipular el centro, el vértice o cualquier parámetro para describir regularidades.

El profesor puede proponer actividades que impliquen la construcción de las diferentes

3. Reconoce y describe las características de localización de algunas secciones cónicas cuyo centro está en el origen del sistema de representación cartesiano. En la elipse, reconoce las longitudes de los ejes mayor y menor ( $a, b$ ). En la circunferencia reconoce el radio ( $r$ ).

4. No identifica las características de localización de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema de representación cartesiano.

1. Reconoce y describe las características de localización de todas las secciones cónicas cuyo centro está fuera del origen del sistema de representación cartesiano. En la elipse, reconoce las longitudes de los ejes mayor y menor y las coordenadas del centro ( $a, b, h, k$ ). En la parábola reconoce el foco, el vértice y la directriz ( $p, h, k$ ). En la hipérbola reconoce la longitud de los ejes focal y conjugado y el



Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Geometría	Período	1
Semanas	01 - 06	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	
<p><math>(x - h)^2</math> <math>p</math> corresponde a la distancia entre el foco y el vértice y la distancia entre el vértice y la directriz en el sistema de representación gráfico.</p> <p>Hipérbola: <math>\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1</math> <math>a</math> representa la longitud del semieje focal en el sistema de representación gráfico y <math>b</math> es la longitud del semieje conjugado.</p> <p>Circunferencia:  <math>(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2</math> <math>r</math> representa el radio.</p>	<p>cónicas centradas fuera del origen del sistema cartesiano a partir de las características de localización de dichas secciones.</p>	<p>centro <math>(a, b, h, k)</math>. En la circunferencia reconoce el radio y el centro <math>(r, h, k)</math>.</p> <p>2. Reconoce y describe las características de localización de todas las secciones cónicas cuyo centro está fuera del origen del sistema de representación cartesiano. En la elipse, reconoce las longitudes de los ejes mayor y menor y las coordenadas del centro <math>(a, b, h, k)</math>. En la parábola reconoce el foco, el vértice y la directriz <math>(p, h, k)</math>. En la circunferencia reconoce el radio y el centro <math>(r, h, k)</math>.</p> <p>3. Reconoce y describe las características de localización de todas las secciones cónicas cuyo centro está fuera del origen del sistema de representación cartesiano. En la elipse, reconoce las longitudes de los ejes mayor y menor y las coordenadas del centro <math>(a, b, h, k)</math>. En la circunferencia reconoce el radio y el centro <math>(r, h, k)</math>.</p>			

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Geometría	Período	1
Semanas	01 - 06	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	

4. No identifica las características de localización de las secciones cónicas centradas fuera del origen del sistema de representación cartesiano.

**Objetivo de período 2.** Identificar las características de localización los lugares geométricos en el sistema de representación polar.

Las secciones cónicas en el sistema de representación polar tienen los parámetros  $e$  que corresponde a la excentricidad,  $p$  es el parámetro focal y  $a$  es el radio.

Elipse:  

$$r = \frac{ep}{(1+e \cos t)}, e = 1$$

Parábola:  $r = \frac{ep}{(1+e \cos t)}, e < 1$

Hipérbola:  $r = \frac{ep}{(1+e \cos t)}, e > 1$

Circunferencia  $r = a$

1. Identificar y describir las características de localización de las secciones cónicas en el sistema de representación polar.

El profesor puede utilizar el software Geogebra con el fin de reconocer, en el sistema de representación polar las diferentes secciones cónicas a partir de la variación de los parámetros  $e$  y  $p$  de la representación simbólica.

Para este tema, el profesor puede utilizar hojas polares y proponer actividades de exploración a través de la construcción de gráficas en estas hojas para que los estudiantes trabajen en parejas y construyan sus modelos gráficos y compartirlos con otras parejas para construir el conocimiento conjuntamente.

1. Identifica y describe las características de localización de todas las secciones en el sistema de representación polar.

2. Identifica y describe las características de localización de la elipse, la parábola y la circunferencia en el sistema de representación polar.

3. Identifica y describe las características de localización de la elipse y la circunferencia en el sistema de representación polar. 4. No identifica las características de localización de las secciones cónicas en el sistema de representación polar.

**Estándar 3.** Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas figuras

**Objetivo de período 1.** Plantear y resolver problemas en los que se usen las propiedades geométricas de

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Geometría	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	01 - 06	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
las secciones cónicas.					
Distancia entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre un punto y una curva. Mediatrices. Puntos equidistantes. Punto medio.	1. Plantear y resolver problemas en los que se usen las propiedades geométricas de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano en contextos matemáticos.	El profesor puede utilizar la resolución de problemas como estrategia de enseñanza para proponer a sus estudiantes situaciones que requieren del uso de las propiedades geométricas de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano en contextos matemáticos. El profesor puede proponer problemas de distancias dentro y fuera del salón de clase para que los estudiantes puedan interactuar en pequeños grupos en la solución de dichos problemas.	1. Plantea y resuelve problemas de distancia entre dos puntos, entre un punto y una recta, entre un punto y una curva, puntos equidistantes, calcula mediatrices, puntos medios. 2. Plantea y resuelve problemas de distancia entre dos puntos, entre un punto y una recta, puntos equidistantes, calcula mediatrices, puntos medios. 3. Plantea y resuelve problemas de distancia entre dos puntos, puntos equidistantes, calcula puntos medios. 4. No plantea problemas en los que se usan las propiedades geométricas de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano en contextos matemáticos.		
Propiedades de la circunferencia: movimiento circular, situaciones que involucren arcos, movimiento de las manecillas del reloj. Propiedades de la parábola.	2. Plantear y resolver problemas en los que se usen las propiedades geométricas de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano en contextos no matemáticos.	El profesor puede utilizar la resolución de problemas como estrategia de enseñanza para proponer a sus estudiantes situaciones que requieren del uso de las propiedades geométricas de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola en contextos no matemáticos.	1. Plantea y resuelve problemas que involucren las propiedades de la circunferencia, la parábola, la elipse y la hipérbola en contextos no matemáticos.		

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Geometría	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	01 - 06	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
bola: antenas, reflectores luminosos, trayectorias de proyectiles.  Propiedades de la elipse: órbitas de los planetas, propagación de ondas, leyes de Kepler  Propiedades de la hipérbola: satélites, propagación del sonido.	cos.	cas de las secciones cónicas centradas en el origen del sistema cartesiano en contextos no matemáticos.  Para lograr lo anterior, el profesor puede hacer uso de material concreto en clase como lentes, reflectores, lanzamiento de objetos desde una determinada altura. El profesor puede proponer problemas que involucren los recursos mencionados dentro y fuera del salón de clase para que los estudiantes puedan interactuar en pequeños grupos en la solución de dichos problemas y luego realizar una puesta en común con el fin de verificar aciertos e identificar errores y dificultades.	2. Plantea y resuelve problemas que involucren las propiedades de la circunferencia, la parábola y la elipse en contextos no matemáticos.  3. Plantea y resuelve problemas que involucren las propiedades de la circunferencia y la elipse en contextos no matemáticos.  4. No plantea problemas en los que se usan las propiedades geométricas de las secciones cónicas en contextos no matemáticos.		

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional. (2002). Decreto 0230. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Tomado de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-103106\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-103106_archivo_pdf.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Tomado de <http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-116042.html>.

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Estadística	<b>Período</b>	1
--------------	-----	-------------------	-------------	----------------	---

**Estadística**

**Estándar 1.** Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).

Contenido	Objetivos de subperíodo	Metodología	Evaluación
<b>Objetivo de período 1.</b> Interpretar las nociones básicas relacionadas con población, muestra, variables, frecuencias (relativas, acumuladas, absolutas).			
<p>Definición de población, muestra, datos (agrupados, no agrupados), variables estadísticas. Tipos de variables: cuantitativa (continua, discreta), cualitativa, continua (nominal, ordinal), frecuencias (absolutas, relativas, acumuladas).</p> <p>Cálculo de frecuencias (absolutas, relativas, acumuladas) en datos agrupados y no agrupados.</p> <p>Representación gráfica de las frecuencias (diagrama de barras, histograma de frecuencias, polígono de frecuencias)</p>	<p>1. Conocer y las nociones básicas de población, muestra, variables estadísticas, frecuencias y ser capaz de calcular frecuencias.</p>	<p>El profesor puede proponer a sus estudiantes la realización de encuestas dentro y fuera del aula de clase para que ellos puedan construir muestras, definir variables y calcular frecuencias de los datos recogidos.</p> <p>El profesor puede proponer la realización de encuestas sobre preferencias deportivas, comida, artistas, elección de personero, presidente del salón, entre otros, para que los estudiantes puedan hacer estas encuestas a muestras representativas que ellos construyan y decidan sobre cuáles variables calcular frecuencias.</p>	<p>1. Conozco y describo las nociones básicas de población, muestra, datos (agrupados y no agrupados), variables (cuantitativas: continua/discreta; cualitativas: nominal/ordinal), frecuencias (relativas, absolutas, acumuladas). Calculo frecuencias para datos agrupados y no agrupados.</p> <p>2. Conozco y describo las nociones básicas de población, muestra, datos no agrupados, variables (cuantitativas: continua/discreta; cualitativas: nominal/ordinal), frecuencias (relativas, absolutas, acumuladas). Calculo frecuencias para datos no agrupados.</p> <p>3. Conozco y describo las nociones básicas de población, muestra, datos agrupados, variables (cuantitativas: continua/discreta; cualitativas: nominal/ordinal), frecuencias (relativas, absolutas, acumuladas).</p>

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Estadística	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	07 - 12	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
					<p>Calculo frecuencias para datos agrupados.</p> <p>4. No conoce, ni describe los conceptos básicos de la estadística, ni calcula frecuencias de los datos.</p>
<p><b>Objetivo de período 2.</b> Interpretar las nociones básicas relacionadas con variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos.</p>					
Definición de variable aleatoria. Cálculo de variables aleatorias.	1. Conocer la noción de variable aleatoria y ser capaz de construir una variable aleatoria.	Con base en los datos recogidos en las encuestas realizadas por los estudiantes, el profesor puede utilizar esta información y proponer a sus estudiantes que construyan las variables aleatorias.		1. Conozco y caculo variables aleatorias.	2. Conozco y describo las variables aleatorias.
Definición de distribución de frecuencias para datos agrupados y no agrupados. Cálculo de distribuciones de frecuencias.	2. Conocer la noción de distribución de frecuencias y ser capaz de calcular distribuciones de frecuencias.	Con base en los datos recogidos en las encuestas realizadas por los estudiantes, el profesor puede utilizar esta información y proponer a sus estudiantes que realicen las distribuciones de frecuencias		1. Calculo distribuciones de frecuencias para datos agrupados y no agrupados.	2. Calculo distribuciones de frecuencias para datos no agrupados.
Representación gráfica de la distribución de frecuencias (diagrama de barras, histograma de frecuencias, polígono de frecuencias, ojivas, curva acumulativa de distribución)				3. Calculo distribuciones de frecuencias para datos agrupados.	4. No calcula distribuciones de frecuencias para ningún tipo de datos.
Definición de medidas de tendencia central (media aritmética, geo-	3. Conocer la noción de parámetros, medidas de centralización y disper-	Con base en los datos recogidos en las encuestas realizadas por los		1. Calculo las medidas de tendencia central (media, mediana y mo-	

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Estadística	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	07 - 12	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
<p>métrica, ponderada), mediana y moda. Cálculo de medidas de tendencia central</p> <p>Definición de las medidas de dispersión (desviación (media, estándar), varianza, rango, coeficiente de variación). Cálculo de medidas de dispersión.</p>	<p>sión y ser capaz de calcular cada una de estas medidas.</p>	<p>estudiantes, el profesor puede utilizar esta información y proponer a sus estudiantes que calculen las medidas de tendencia central y dispersión</p>	<p>da) y las medidas de dispersión (desviación estándar, varianza, rango y coeficiente de variación).</p> <p>2. Calculo las medidas de dispersión (desviación estándar, varianza, rango y coeficiente de variación).</p> <p>3. Calculo las medidas de tendencia central (media, mediana y moda).</p> <p>4. No calcula las medidas de tendencia central ni las medidas de dispersión.</p>		

**Estándar 2.** Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).

**Objetivo de período 1.** Conocer y utilizar las medidas de centralización, localización, dispersión y correlación.

<p>Cálculo de las medidas de tendencia central: media (aritmética, geométrica, ponderada) para datos agrupados y no agrupados. Situaciones que involucren medidas de tendencia central (conocer la edad, la estatura, el peso, las preferencias deportivas, comidas favoritas para la cafetería escolar, preferencia por el candida-</p>	<p>1. Analizar, plantear y resolver problemas que involucren las medidas estadísticas de centralización.</p>	<p>El profesor puede proponer a sus estudiantes un proyecto de investigación que requiera de la elaboración de encuestas, recolección de datos y cálculo de las medidas de tendencia central para datos agrupados y no agrupados.</p>	<p>1. Planteo y resuelvo problemas que involucren las medidas de centralización (media: aritmética, geométrica y ponderada).</p> <p>2. Planteo y resuelvo problemas que involucren la media: aritmética y ponderada.</p> <p>3. Planteo y resuelvo problemas que involucren la media: aritmética</p>
--	--	---	---

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Estadística	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	07 - 12	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
to a personero del colegio).					ca.
Cálculo de las medidas de localización: cuartiles, percentiles, deciles, mediana, moda para datos agrupados y no agrupados. Situaciones que involucren las medidas de localización (conocer la edad, la estatura, el peso, las preferencias deportivas, comidas favoritas para la cafetería escolar, preferencia por el candidato a personero del colegio).	2. Analizar, plantear y resolver problemas que involucren las medidas estadísticas de localización.	El profesor puede proponer a sus estudiantes un proyecto de investigación que requiera la elaboración de encuestas, recolección de datos y cálculo de las medidas de tendencia localización para datos agrupados y no agrupados.			4. No calcula las medidas de centralización.  1. Planteo y resuelvo problemas que involucren las medidas de localización (mediana, moda, cuartiles, percentiles y deciles). 2. Planteo y resuelvo problemas que involucren las medidas de localización (mediana y moda). 3. Planteo y resuelvo problemas que involucren las medidas de localización (cuartiles, percentiles y deciles). 4. No calcula las medidas de localización.
Cálculo de las medidas de dispersión: desviación (media, estándar), varianza, rango, coeficiente de variación para datos agrupados y no agrupados. Situaciones que involucren las medidas de localización (conocer la edad, la estatura, el peso, las preferencias deportivas, comidas favoritas para la cafetería escolar, preferencia por el candidato a	3. Analizar, plantear y resolver problemas que involucren las medidas estadísticas de dispersión	El profesor puede proponer a sus estudiantes un proyecto de investigación que requiera la elaboración de encuestas, recolección de datos y cálculo de las medidas de tendencia localización para datos agrupados y no agrupados.			1. Planteo y resuelvo problemas que involucren las medidas de dispersión (desviación media/estándar, varianza, rango, coeficiente de variación). 2. Planteo y resuelvo problemas que involucren las medidas de dispersión (desviación media/estándar). 3. Planteo y resuelvo problemas que involu-



Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Estadística	<b>Período</b>	1
<b>Semanas</b>	07 - 12	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
personero del colegio)				cren las medidas de dispersión (varianza, rango). 4. No calcula las medidas de dispersión.	
Cálculo del Coeficiente de correlación de Pearson. Situaciones que involucren las medidas de localización (conocer la edad, la estatura, el peso, las preferencias deportivas, comidas favoritas para la cafetería escolar, preferencia por el candidato a personero del colegio)	4. Analizar, plantear y resolver problemas que involucren las medidas estadísticas de correlación	El profesor puede proponer a sus estudiantes un proyecto de investigación que requiera la elaboración de encuestas, recolección de datos y cálculo de coeficientes de correlación.	1. Planteo y resuelvo problemas que involucren el cálculo del coeficiente de correlación de Pearson. 2. No calcula el coeficiente de correlación de Pearson.		
<b>Bibliografía</b>					
Ministerio de Educación Nacional. (2002). Decreto 0230. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Tomado de <a href="http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-103106_archivo_pdf.pdf">http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-103106_archivo_pdf.pdf</a>					
Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Tomado de <a href="http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-116042.html">http://www.mineduacion.gov.co/1759/w3-article-116042.html</a> .					

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Cálculo	<b>Período</b>	2
<b>Semanas</b>	13 - 22	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
<b>Derivada</b>					
<b>Estándar 1.</b> Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos					

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Cálculo	Período	2
Semanas	13 - 22	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	
Contenido	Objetivos de subperíodo	Metodología	Evaluación		
<b>Objetivo de período 1.</b> Interpretar algunas de las aproximaciones a la noción de derivada.					
Definición de derivada como razón de cambio (promedio, instantánea). Calcular la derivada a partir del límite del cociente diferencial. Calcular la variación de una variable con respecto a otra (por ejemplo: variación de la distancia recorrida en un período de tiempo, la variación de la velocidad con respecto al tiempo).	1. Conocer y calcular derivada como una razón de cambio.	El profesor lleva a clase problemas en Geogebra o el software Derive que consisten en diferentes tipos de curvas en los que los estudiantes pueden observar la variación de una variable con respecto a otra. Los estudiantes pueden manipular las curvas y calcular diferentes variaciones..	1. Calcula y da sentido a la derivada como la razón de cambio entre dos variables. 2. Calcula y da sentido a la derivada como razón de cambio para diversos tipos de funciones. 3. Calcula y da sentido a la derivada como razón de cambio para funciones básicas (lineal y cuadrática). 4. No puede calcular la derivada como razón de cambio.		
Definición de derivada como valor de la pendiente de la recta tangente a la curva. Calcular la derivada a partir del límite del cociente diferencial. Rectas secantes. Calcular el límite de las rectas secantes. Calcular la pendiente de una recta. Calcular la ecuación de una recta tangente a una curva. Calcular el ángulo de inclinación de una recta tangente.	2. Conocer y calcular la derivada como el valor de la pendiente de la recta tangente a una curva.	El profesor lleva a clase problemas en Geogebra o el software Derive que consisten en diferentes tipos de curvas y solicita a los estudiantes que para cada curva obtengan la recta tangente al observar el comportamiento de las rectas secantes y llegar hasta obtener la recta tangente.	1. Calcula y da sentido a la derivada como el valor de la pendiente de la recta tangente a una curva a partir del límite de las rectas secantes. 2. Calcula y da sentido a la derivada como el valor de la pendiente de la recta tangente a una curva a partir del límite del cociente diferencial. 3. Calcula la pendiente de la recta tangente y puede hallar la ecuación		

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Cálculo	Período	2
Semanas	13 - 22	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	

de la misma.  
 4. No puede calcular la derivada como la pendiente de la recta tangente.

**Objetivo de período 2.** Desarrollar métodos y procedimientos comunes para calcular las derivadas de algunas funciones básicas.

Calcular las reglas de derivación para las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de funciones básicas (lineales y cuadráticas).

1. Desarrollar métodos para calcular las reglas de derivación de la suma, la resta, la multiplicación y la división de funciones básicas (lineales y cuadráticas)

El profesor propone actividades que impliquen el desarrollo de métodos para calcular las reglas de derivación de las diferentes funciones.

1. Calcula las reglas de derivación de adición, sustracción, multiplicación y división de funciones básicas (lineales y cuadráticas).

2. Calcula las reglas de derivación de adición, sustracción y multiplicación de funciones básicas (lineales y cuadráticas).

3. Calcula las reglas de derivación de adición y sustracción de funciones básicas (lineales y cuadráticas).

4. No puede calcular las derivadas de funciones básicas.

El profesor puede proponer el trabajo en pequeños grupos para que los estudiantes interactúen con sus compañeros y puedan reconocer fortalezas y dificultades.

La utilización del software Derive en clase, permite que los estudiantes puedan verificar sus progresos utilizando este recurso.

Calcular las reglas de derivación para las funciones polinómicas, racionales, trigonométricas.

2. Desarrollar métodos para calcular las reglas de derivación de funciones polinómicas, y trigonométricas, exponencial, logarítmica e inversas.

El profesor propone actividades que impliquen el desarrollo de métodos para calcular las reglas de derivación de los diferentes tipos de funciones. El profesor puede proponer a sus estudiantes el uso

1. Calcula las reglas de derivación para los diferentes tipos de funciones: polinómicas, trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, funciones inversas y funciones compuestas.

Calcular la derivada implícita, regla de la cadena.

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Cálculo	<b>Período</b>	2
<b>Semanas</b>	13 - 22	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	
Calcular la derivada de la función exponencial y logarítmica y funciones inversas.			del software Derive con el fin de que puedan confirmar los métodos de cálculo de las reglas con esta herramienta.		<p>2. Calcula las reglas de derivación para algunos tipos de funciones: trigonométricas, exponenciales, logarítmicas y funciones inversas.</p> <p>3. Calcula las reglas de derivación para algunos tipos de funciones: polinómicas y exponenciales.</p> <p>4. No puede calcular las derivadas de los tipos de funciones.</p>
Calcular las derivadas de orden superior de las funciones de los tipos de funciones. Darle significado de la primera y segunda derivada como razones de cambio (velocidad y aceleración)	3. Desarrollar métodos para calcular las derivadas de orden superior de los tipos de funciones.		El profesor propone actividades a sus estudiantes que impliquen calcular las derivadas de orden superior. Por ejemplo, el profesor puede proponer situaciones donde los estudiantes tengan que calcular la velocidad y la aceleración de una partícula que se mueve en una trayectoria que tiene algún tipo de función.		<p>1. Calcula la derivada de orden superior de los diferentes tipos de funciones: polinómicas, trigonométricas, exponenciales, logarítmicas.</p> <p>2. Calcula la derivada de orden superior de algunos tipos de funciones: polinómicas, trigonométricas y logarítmicas.</p> <p>3. Calcula la derivada de orden superior de algunos tipos de funciones: polinómicas, trigonométricas y exponenciales.</p> <p>4. No puede calcular las derivadas de orden superior de los tipos de funciones.</p>

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Cálculo	<b>Período</b>	2
<b>Semanas</b>	13 - 22	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	

**Objetivo de período 3.** Resolver situaciones que involucren la derivada en contextos matemáticos y no matemáticos para las funciones básicas.

Calcular máximo y mínimos de una función. Calcular rectas tangentes y secantes a una curva dada.	Plantear y resolver situaciones que involucren la derivada en contextos matemáticos.	El profesor puede utilizar la resolución de problemas como una estrategia de enseñanza para proponerles a sus estudiantes problemas que consisten en diferentes tipos de funciones en los que se requiera calcular máximos y mínimos, rectas tangentes y secantes en contextos matemáticos. Los estudiantes pueden trabajar en parejas en el planteamiento y la solución de dichos problemas, para luego socializarlos con otras parejas.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Planteo y resuelvo problemas que involucren máximos y mínimos de funciones, rectas tangentes y secantes a una curva dada.</li> <li>2. Planteo y resuelvo problemas que involucren máximos y mínimos de funciones.</li> <li>3. Planteo y resuelvo problemas que involucren rectas tangentes y secantes a una curva dada.</li> <li>4. No planteo problemas que involucren la derivada en contextos matemáticos.</li> </ol>
Velocidad (media e instantánea), aceleración (media e instantánea), densidad (media e instantánea), variación, tasas relacionadas, optimización.	Plantear y resolver situaciones que involucren la derivada en contextos no matemáticos.	El profesor puede utilizar la resolución de problemas como una estrategia de enseñanza para proponerles a sus estudiantes problemas que involucren la velocidad, la aceleración, variación de variables, tasas relacionadas y optimización de funciones en contextos no matemáticos. Los estudiantes pueden	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Planteo y resuelvo problemas que involucren velocidad, aceleración, densidad, variación, tasas relacionadas y optimización.</li> <li>2. Planteo y resuelvo problemas que involucren tasas relacionadas y optimización.</li> <li>3. Planteo y resuelvo problemas que involucren velocidad, aceleración, densidad y varia-</li> </ol>

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Cálculo	Período	2
Semanas	13 - 22	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	
			trabajar en parejas en el planteamiento y la solución de dichos problemas, para luego socializarlos con otras parejas.		ción. 4. No planteo problemas que involucren la derivada en contextos no matemáticos.

**Estándar 2.** Análisis de las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales y de sus derivadas.

**Objetivo de período 1.** Analizar, en términos de las relaciones de los sistemas de representación gráfico y simbólico, las propiedades de la primera derivada de las funciones **básicas**.

Calcular puntos críticos, determinar intervalos de monotonía de la función, establecer que si  $f' > 0$ , entonces la gráfica de la función es creciente, análogamente, si  $f' < 0$ , entonces la gráfica de la función es decreciente. Calcular valores máximos y mínimos a partir del criterio de la primera derivada.

1. Analizar el criterio de la **primera** derivada y su relación con la representación **gráfica** de funciones básicas.

El profesor puede utilizar el software Geogebra con el fin de graficar tipos de funciones, y sus derivadas para que los estudiantes puedan comprobar gráficamente y algebraicamente la relación entre la gráfica de la función y su primera derivada, con el fin de que los estudiantes analicen la monotonía de las distintas funciones.

1. Calculo puntos máximos y mínimos de una función a partir del criterio de la primera derivada. Establezco intervalos de monotonía y la relación entre la primera derivada y la gráfica creciente o decreciente de una función.

2. Calculo puntos máximos y mínimos de una función a partir del criterio de la primera derivada. Establezco intervalos de monotonía de una función.

3. Calculo puntos máximos y mínimos de una función a partir del criterio de la primera derivada.

4. No utilizo el criterio de la primera derivada ni establezco relación

Propuesta plan de área de matemáticas

*Nombre institución educativa*

Grado	11°	Asignatura	Cálculo	Período	2
Semanas	13 - 22	Intensidad horaria	Número de horas	Vo. Bo.	
Calcular puntos de inflexión a través de la segunda derivada. Establecer que si $f'' > 0$ , entonces la gráfica de la función presenta una concavidad hacia arriba, análogamente, si $f'' < 0$ , entonces la gráfica de la función presenta una concavidad hacia abajo. Calcular máximos y mínimos a partir del criterio de la segunda derivada.	Analizar el criterio de la <b>segunda</b> derivada y la relación entre los sistemas de representación gráfico y simbólico de funciones básicas.	El profesor puede utilizar el software Geogebra con el fin de graficar tipos de funciones, y sus derivadas para que los estudiantes puedan comprobar gráficamente y algebraicamente la relación entre la gráfica de la función y su segunda derivada, con el fin de que los estudiantes analicen la concavidad de las distintas funciones.	entre la primera derivada y la gráfica de una función.  1. Calculo puntos máximos y mínimos de una función a partir del criterio de la segunda derivada. Establezco intervalos de concavidad y la relación entre la segunda derivada y la gráfica convexa o no de una función.  2. Calculo puntos máximos y mínimos de una función a partir del criterio de la segunda derivada. Calculo intervalos de concavidad de una función.  3. Calculo puntos máximos y mínimos de una función a partir del criterio de la segunda derivada.  4. No utilizo el criterio de la segunda derivada ni establezco relación entre la segunda derivada y la gráfica de una función.		

Bibliografía

Ministerio de Educación Nacional. (2002). Decreto 0230. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Tomado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-103106\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-103106_archivo_pdf.pdf)

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia. Bogotá: Ministerio de

Propuesta plan de área de matemáticas  
*Nombre institución educativa*

---

<b>Grado</b>	11°	<b>Asignatura</b>	Cálculo	<b>Período</b>	2
<b>Semanas</b>	13 - 22	<b>Intensidad horaria</b>	Número de horas	<b>Vo. Bo.</b>	

---

educación Nacional. Tomado de <http://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-116042.html>.

---

## 6. CONCLUSIONES

En este documento hemos fundamentado y presentado una propuesta de plan de área para los temas de cónicas, derivadas y estadística descriptiva para undécimo grado. Esta propuesta se fundamenta en un marco curricular basado en el modelo del análisis didáctico. Buscamos que la propuesta sea coherente con los estándares propuestos para estos temas y que sea coherente en cada una de las dimensiones del currículo.

## 7. REFERENCIAS

- Ministerio de Educación Nacional. MEN. (1994). *Ley 115 General de Educación*. Bogotá: Autor
- Ministerio de Educación Nacional. MEN. (2002). *Decreto 0230*. Bogotá: Ministerio de educación Nacional. Tomado de [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-103106\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-103106_archivo_pdf.pdf). Bogotá: Autor.
- Ministerio de Educación Nacional. EN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Autor.
- Solano, S. (2016). *Planes de área de matemáticas en educación media. Propuesta de investigación doctoral*. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes.