

## DISEÑO DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA PENDIENTE COMO RAZÓN DE CAMBIO PARA ALUMNOS DE NIVEL MEDIO SUPERIOR UTILIZANDO HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

**Francisco Agustín Zúñiga Coronel, Edgar Javier Morales Velasco**

Universidad Autónoma de Chiapas. (México)

maestro\_coronel@hotmail.com; edgarmvdj@hotmail.com

**RESUMEN:** El artículo muestra el diseño de una secuencia didáctica interactuando con una maqueta movable que representa un fenómeno real para el aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio, debido a la dificultad que tiene la mayoría de alumnos para comprender este concepto. Se analiza el comportamiento del móvil usando una calculadora graficadora con un sensor que permite obtener la gráfica y posteriormente se interactúa con una applet para comprender algunas propiedades de la gráfica. Las actividades se enfocaron en la teoría de las situaciones didácticas siguiendo el marco metodológico de la ingeniería didáctica. El principal resultado es que los alumnos mejoran su aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio interactuando con objetos concretos.

**Palabras clave:** razón de cambio, pendiente, graficación, tecnología, nivel medio superior

**ABSTRACT:** This paper shows the design of a didactic sequence which interacts with a movable model that represents a real life phenomenon to learn the concept of slope as a reason of change, due to the difficulty that most students have to understand such concept. The behavior of the moving object is analyzed by using a graph calculator with a sensor that allows obtaining the graph and later interacts with a device to understand some of the graph's properties. The tasks were focused on the theory of teaching situations following the didactic engineering methodological framework. The most outstanding outcome is the improvement of the students' learning with respect to the concept of slope as a reason of change by interacting with real-life objects.

**Key words:** reason of change, slope, graph, technology, secondary school

## ■ Introducción

Las matemáticas son de gran importancia para resolver diversos problemas, que ayudan a desarrollar nuestro pensamiento lógico para la toma de decisiones y a comprender nuestro entorno. El concepto de pendiente como razón de cambio tiene muchas aplicaciones en diversos contextos tales como: velocidad y aceleración de un móvil, elongación de una liga respecto a la fuerza aplicada, temperatura de una habitación, presión del aire dentro de una jeringa respecto al volumen, rotación de un motor respecto al tiempo, intensidad luminosa respecto al voltaje, flujo de agua en una tubería, calorías quemadas respecto a la distancia recorrida, presión del agua respecto a la profundidad de un buzo y el volumen de aire dentro de un balón respecto al radio. Hoy día los educadores e investigadores de distintas disciplinas se encuentran preocupados por el bajo rendimiento académico que tienen los alumnos en los diferentes niveles educativos.

De lo anterior la matemática se considera una disciplina esencial para el desarrollo académico de los alumnos, en la cual se presentan diversas dificultades de aprendizaje de sus conceptos (Farias y Pérez, 2010). Dentro de nuestra práctica docente en el nivel medio superior observamos la dificultad que presentan los alumnos en reconocer el significado que se tiene de la pendiente como razón de cambio, de acuerdo a la problemática que se tiene de este objeto didáctico, los alumnos presentan deficiencias en su progreso en niveles escolares superiores, ya que este objeto didáctico se aborda en temas de cálculo diferencial. Esta dificultad de aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio se debe a los métodos de enseñanza dentro del contexto escolar, como el predominio de los métodos algorítmicos y numéricos, así como también de los siguientes factores: la mayoría de los alumnos no tienen los conocimientos sobre cómo cambia una variable con respecto a otra de acuerdo a una tabla de valores, una gráfica, una función o una experiencia cotidiana, buscan la similitud con otros ejercicios considerando los métodos usados por el docente.

Actualmente los alumnos que se encuentran en los salones de clases son personas nacidas en la era de la tecnología lo que permite poder usar para el aprendizaje de las matemáticas como una forma de enseñanza innovadora e interactiva. Desde este punto de vista epistemológico se encuentra el desarrollo de la teoría cualitativa de los sistemas dinámicos y por otro se encuentra el desarrollo de la tecnología (calculadoras, sensores, computadoras, celulares e internet) como procesos de enseñanza-aprendizaje. Es así que encontramos que el sólo uso del contexto algebraico y numérico deja en la mente del alumno una restringida e insatisfecha imagen del concepto de pendiente como razón de cambio (Morales, 2011). De acuerdo a la problemática planteada se generó la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué aportaciones al aprendizaje del concepto de pendiente como razón de cambio otorgan la utilización de una calculadora graficadora conectada a un sensor de movimiento y la interacción con una applet, para alumnos de nivel medio superior? Con el objetivo de diseñar e implementar una secuencia didáctica utilizando esta tecnología, de modo que permita la resignificación del concepto de pendiente como razón de cambio en alumnos de nivel medio superior.

Las matemáticas tienen gran aplicación en todas las ciencias y en la vida cotidiana, siendo indispensables para todo sistema educativo (Lluis, 2006). Es por ello que se consideran herramientas para resolver problemas en diversos contextos, por lo cual el concepto de pendiente como razón de cambio es un objeto didáctico que tiene diversas aplicaciones, ya que todo a nuestro alrededor se encuentra en movimiento, es decir, existe una relación de cambio entre un fenómeno respecto a otro. La gran mayoría de alumnos se encuentran inmersos de manera natural y cotidiana con herramientas tecnológicas, de modo que es importante asumir un papel que genere una devolución del conocimiento que sea para ellos de interés en su desarrollo académico, y sobretodo haciendo que se involucren con situaciones amigables y cotidianas (González y Cantoral, 2014).

Los recursos tecnológicos han llegado a los salones de clases desarrollando situaciones de aprendizaje que fortalecen y replantean los contenidos y métodos de enseñanza. Dentro de nuestra investigación creemos que el uso de este aprendizaje de las matemáticas utilizando calculadoras graficadoras con sensores de movimiento son una nueva forma de aprender matemáticas, ya que se pueden interpretar fenómenos físicos del entorno; con esta herramienta tecnológica se pueden analizar e interpretar los comportamientos por medio de las gráficas (Lupiáñez y Codina, 2001). Las gráficas son herramientas de visualización que ayudan a interpretar información de situaciones reales y a comprender los comportamientos de los fenómenos físicos, el cual provoca un mejor aprendizaje (Suárez y Cordero, 2008). Además, el uso de applets es interesante para comprender algunos conceptos matemáticos, al interactuar con Cabri II Plus se desarrolla una nueva visión a las matemáticas, como algo interactivo entre el usuario y la computadora, ya que se pueden manipular las construcciones geométricas modificando los objetos en la zona de trabajo descubriendo nuevos conceptos, generando conjeturas y demostrando teoremas de forma geométrica y numérica (Bainville, 2003).

### ■ Teoría de situaciones didácticas

En esta investigación se empleó la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (2007) uno de los principales investigadores en didáctica de las matemáticas, la cual se tomó como base para las actividades de la secuencia didáctica. De acuerdo con Reeve (2009) la teoría de situaciones didácticas se considera una estructura intelectual que se puede utilizar para identificar y explicar las relaciones que existen entre fenómenos observables. La teoría de las situaciones didácticas estudia y modela fenómenos didácticos, permite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clase planteadas por el profesor. La teoría propone el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos matemáticos. Su objetivo es la determinación de las condiciones en las que se produce la apropiación del saber por los alumnos donde el investigador debe participar en la producción (o diseño) de las situaciones didácticas que analiza (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza, 2005).

Las situaciones didácticas se clasifican en: situación de acción, situación de formulación y situación de validación. En nuestra investigación la situación acción es el primer acercamiento que tiene el alumno con las actividades donde se genera una interacción entre compañeros y el modelo físico. La situación de formulación es el proceso de realizar la actividad de acuerdo a lo que se pretende aprender cuyo objetivo es la comunicación en informaciones entre alumnos. La situación validación el alumno no solo tiene que comunicar una información, sino que también tiene que argumentar que lo que dice es verdadero (Brousseau, 2007).

### ■ Ingeniería didáctica

En esta investigación se empleó la metodología de ingeniería didáctica que surge y se desarrolla como una metodología de investigación. La ingeniería didáctica se diferencia de los métodos experimentales usuales en educación por su modo de validación. Este modo de validación es interno y basado en la confrontación entre un análisis a priori en el cual se encuentra un cierto número de hipótesis y un análisis a posteriori que se apoya en los datos obtenidos de la implementación (Artigue, Douady, Moreno y Gómez, 1995).

La metodología designa un conjunto de actividades de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor, para efectuar un proceso de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo de alumnos. El proceso experimental se divide en cinco fases: análisis preliminar, análisis a priori, experimentación, análisis a posteriori y confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori. La ingeniería didáctica como señala Gascón (1998) es un producto resultante de un análisis a priori (supuestos), y la puesta en escena (experimento) acorde con las condiciones dinámicas de una clase para la obtención de los resultados (a posteriori) con la finalidad de analizarlos (confrontación) y obtener conclusiones.

### ■ Análisis preliminar

De acuerdo a la revisión y análisis de los programas de estudio, de la forma que se enseña, los contenidos de los libros de texto de nivel básico (secundaria) y del nivel medio superior acorde a los programas de estudios de la SEP (2011) y de algunos antecedentes y actividades sobre el concepto de pendiente como razón de cambio se diseñaron las actividades de la secuencia didáctica centrándose en las tecnologías digitales (calculadoras graficadoras, sensores de movimiento y software).

### ■ Experimentación

La secuencia didáctica se aplicó a seis alumnos de nivel medio superior de 14 y 15 años como se muestra en la tabla 1. La secuencia se dividió en dos fases: la primera fase se implementó con las dos

alumnas (ver foto 1) y la segunda fase se implementó con los cuatro alumnos restantes (ver foto 2). La implementación de la secuencia didáctica de los cuatro alumnos se llevó a cabo en un salón de clases y de las alumnas en un espacio de trabajo. La implementación requirió los siguientes materiales: modelo de la autopista, carrito, calculadora graficadora, cronómetro, sensor de movimiento y computadora.

**Tabla 1.** Datos de los alumnos que se les aplicó la secuencia didáctica

Nombre	Escolaridad	Ciudad	Edad	Escuela
Obed	2do. Semestre	Tuxtla Gutiérrez, Chiapas	15 años	Preparatoria No. 1
Damián	2do. Semestre	Tuxtla Gutiérrez, Chiapas	15 años	Preparatoria No. 1
Héctor	2do. Semestre	Tuxtla Gutiérrez, Chiapas	15 años	Preparatoria No. 1
Carlos	2do. Semestre	Tuxtla Gutiérrez, Chiapas	15 años	Preparatoria No. 1
Arlette	2do. Semestre	Teopisca, Chiapas	14 años	COBACH plantel 24
Citlaly	2do. Semestre	Teopisca, Chiapas	15 años	COBACH plantel 24



**Foto 1.** Alumnas interactuando con el modelo

**Foto 2.** Alumnos interactuando con el modelo

### ■ Análisis a priori

El diseño de las actividades para la secuencia didáctica se dividió en tres actividades. En la actividad 1 se espera que los alumnos interactúen directamente con el modelo de la autopista cambiando el ángulo de giro del potenciómetro para el movimiento del móvil, completando una tabla de valores utilizando un cronómetro de celular. También se espera que los alumnos construyan la gráfica que representa una recta considerando al eje  $x$  como el tiempo y al eje  $y$  como el número de vueltas

interpretando a la razón de cambio entre el número de vueltas y el tiempo. Esta actividad corresponde a la situación acción.

### Actividad 1 de la secuencia didáctica

1. Conecta la fuente de alimentación a la corriente alterna. Activa el cronómetro y observa el tiempo en que tarda el móvil en dar una vuelta.
2. Completa la tabla siguiente:

Número de vueltas del móvil	Tiempo transcurrido
0	
1	
2	
3	
4	
5	

3. De acuerdo a la tabla anterior responde los siguientes cuestionamientos:
  - a) ¿En qué tiempo el móvil da tres vueltas?
  - b) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 40 segundos?
  - c) ¿En qué tiempo el móvil da cinco vueltas?
  - d) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 20 segundos?
4. Dibuja un plano cartesiano (sistema coordenado rectangular).
5. Ubica los puntos en el plano cartesiano de acuerdo a las coordenadas de la tabla 1 (eje y = número de vueltas del carrito, eje x = tiempo transcurrido). Une todos los puntos para generar la gráfica.

De acuerdo a la gráfica que creaste responde los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿En qué tiempo el móvil da tres vueltas?



- b) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 1 minuto?
- c) ¿En qué tiempo el móvil da cinco vueltas?
- d) ¿Cuántas vueltas da el móvil en 20 segundos?

En la actividad 2 se espera que los alumnos trabajen con el sensor de movimiento capturando los datos de movimiento del móvil, generando la gráfica correspondiente en la calculadora e interpretando la razón de cambio entre el avance del móvil y el tiempo transcurrido. Esta actividad corresponde a la situación de formulación ya que los alumnos comentan sus observaciones.

### Actividad 2 de la secuencia didáctica (entorno a la calculadora)

1. Conecta el sensor de movimiento a la calculadora graficadora, activa la interfaz del sensor en la calculadora. Coloca el sensor de movimiento frente a la zona donde la pista es en línea recta.
2. Coloca el móvil donde comienza la línea recta. Coloca una regla para medir el avance del móvil.
3. Conecta la fuente de alimentación a la corriente alterna conjuntamente activa el sensor de movimiento.
4. Observa la gráfica generada en la interfaz de la calculadora y responde los siguientes cuestionamientos:

Indica que variable representa el eje  $x$  y que variable representa el eje  $y$  y responde los siguientes cuestionamientos:

- a) ¿En qué tiempo el carrito avanza 10 cm?
- b) ¿Cuántos centímetros avanza el carrito al pasar 3 segundos?
- c) En qué tiempo el carrito avanza 15 cm?
- d) ¿Cuántos centímetros avanza el carrito al pasar 5 segundos?

En la actividad 3 se espera que los alumnos interactúen con una applet creada con el software Cabri II Plus, modificando las coordenadas de los puntos, observando el ángulo de inclinación de la recta, el valor de la pendiente y la función lineal de la recta. Comprenden la relación entre el cambio del ángulo de inclinación y el valor de la pendiente. Esta actividad presenta la situación de validación donde el alumno da más argumentos matemáticos de acuerdo a sus observaciones.

### ■ Análisis a posteriori

Los resultados obtenidos de la actividad 1 son los siguientes: la mayoría de los alumnos reconocen una relación, que existe un cambio entre el giro del potenciómetro y la velocidad del móvil. Todos los alumnos completan la tabla de valores observando las vueltas del móvil y el tiempo mostrado en el cronómetro y responden los cuestionamientos de acuerdo a la tabla dando valores aproximados como se muestra en la figura 3. Por último, grafican la tabla obteniendo una recta (figura 4) respondiendo los cuestionamientos observando la razón de cambio entre el número de vueltas y el tiempo.

1. Gira el potenciómetro un ángulo de 60 grados en sentido contrario de las manecillas del reloj.

2. Completa la tabla siguiente:

Número de vueltas del carrito	Tiempo transcurrido
0	0
1	4.02
2	7.37 8.04
3	10.52 12.06
4	13.09 16.08
5	16.76 20.1

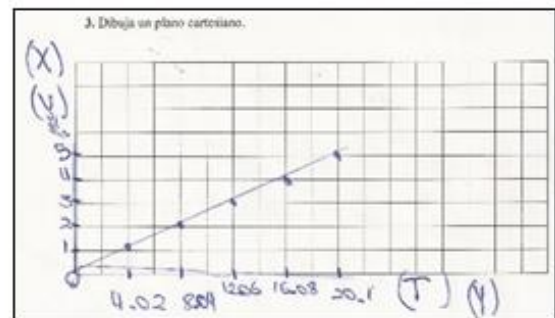


Figura 3. Tabla de valores

Figura 4. Gráfica de movimiento

Los resultados obtenidos de la actividad 2 son los siguientes: los alumnos activan la interfaz de la calculadora graficadora para activar el sensor de movimiento, se les dificulta colocar el sensor a manera que se obtenga la gráfica correcta, una vez obtenida la gráfica identifican al eje  $x$  como el tiempo y al eje  $y$  como el avance del móvil. En esta actividad la mayoría comprende a la razón de cambio entre el avance del móvil y el tiempo. En tanto que para la actividad 3 son los siguientes: los alumnos modifican las coordenadas y observan la posición de la recta, el ángulo y la pendiente dejando a un lado la función lineal. Se dan cuenta que existen la razón de cambio entre la pendiente y el ángulo de inclinación.

### ■ Confrontación entre el análisis a priori y el análisis a posteriori

En la actividad 1 los alumnos completan una tabla de valores y con ella generan la gráfica correspondiente reconociendo la razón de cambio entre el número de vueltas y el tiempo. En la actividad 2 los alumnos interactúan con el sensor de movimiento visualizando gráficas reconociendo la razón de cambio entre el avance del móvil y el tiempo. En la actividad 3 algunos alumnos interactúan con la applet modificando las coordenadas reconociendo la razón de cambio entre la pendiente y el ángulo de inclinación.



## ■ Conclusión

En este trabajo de investigación a manera de conclusión decimos que algunos recursos tecnológicos ayudan en cierta medida a la comprensión del concepto de pendiente como razón de cambio, es por ello que los alumnos participantes comprendieron en cierta medida el concepto de pendiente como razón de cambio interactuando con el modelo físico, el cronómetro y la calculadora graficadora conectada al sensor de movimiento. Cada actividad aportó un conocimiento sobre la razón de cambio tal es el caso de la actividad 1 donde identificaron que al cambiar el giro del potenciómetro cambiaba la velocidad y el número de vueltas respecto al tiempo; en la actividad 2 identificaron el avance del móvil respecto al tiempo; y en la actividad 3 el cambio de la pendiente respecto al ángulo de inclinación.

La interacción con la applet no fue muy significativa, ya que todos los alumnos no contaron con los conocimientos básicos del manejo del software debido a que fue su primera experiencia. Los alumnos no se interesaron en interactuar con la función lineal para modificar sus parámetros solo se enfocaron en observar el cambio de posición de la recta, la pendiente y el ángulo de inclinación. Es una realidad que todas las actividades no son cien por ciento aplicables y eficaces ya que depende del tipo de alumnos y el contexto donde se implemente, así como el buen manejo de las herramientas tecnológicas.

## ■ Referencias bibliográficas

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Bogotá, Colombia: Iberoamérica.
- Bainville, E. (2003). Cabri Geometre II Plus. Francia. Recuperado de <http://www.cabri.com/es/descargar-cabri-2-plus.html#manuales>.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Zorzal.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Analís, J., Rodríguez, R. y Garza, A. (2005). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México, DF: Trillas.
- Farias, D. y Pérez, J. (2010). Motivación en la enseñanza de las matemáticas y la administración. *Formación Universitaria*, 3(6), pp. 33- 40.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18(52), 7–33.
- González, A. y Cantoral, R. (2014). Una propuesta de aprendizaje para la pendiente con el uso de Geogebra. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 27 (pp. 2151–2158). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

- Lluis, E. (2006). Teorías matemáticas, matemática aplicada y computación. *Ciencia Ergo Sum*, 13(1), 91–98.
- Lupiáñez, J. y Codina, A. (2001). Calculadoras y sensores: la matemática en movimiento. Recuperado de: [https://www.researchgate.net/publication/240620569\\_calculadoras\\_y\\_sensores\\_la\\_matematica\\_en\\_movimiento](https://www.researchgate.net/publication/240620569_calculadoras_y_sensores_la_matematica_en_movimiento).
- Morales, E. (2011). *Resignificación de los campos de pendiente en las ecuaciones diferenciales en un contexto electrónico*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Autónoma de Chiapas, México.
- Reeve, J. (2009). *Motivación y emoción*. México, DF: McGraw-Hill.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación de un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3(1), 51-58.