

SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN I

CONTRASTANDO ENFOQUES DE INVESTIGACIÓN EN ÁLGEBRA

Alicia Bruno Castañeda (Coordinadora)

Universidad de La Laguna, abruno@ull.es

Presentamos en este Seminario de Investigación tres ponencias dedicadas a la enseñanza del álgebra, realizadas por la Dra. Marta Molina (Universidad de Granada), por el Dr. Martín Socas (Universidad de La Laguna) y por el Dr. Francisco Javier García (Universidad de Jaén). Se trata de tres miradas diferentes hacia a un mismo campo de las matemáticas. Diferentes porque, en primer lugar, abordan intereses distintos del álgebra escolar, una de ellas se sitúa en la enseñanza primaria y las otras dos, en secundaria, pero fundamentalmente difieren en que se han realizado en marcos teóricos distintos. Utilizando palabras del Dr. Francisco Javier García su trabajo pertenece al *programa epistemológico*, mientras que los trabajos de la Dra. Marta Molina y el Dr. Martín Socas se sitúan en el *programa cognitivo*.

Las tres ponencias se estructuran de manera similar. En una primera parte, los ponentes han realizado el esfuerzo de resumir las investigaciones más importantes en su tópico de investigación, para, en una segunda parte, exponer con brevedad una investigación propia.

La ponencia de la Dra. Marta Molina (Molina, 2007) aborda resultados de su tesis doctoral, presentada en Febrero de 2007 en la que describe una propuesta de integración del álgebra en el currículo de Educación Primaria. Esta propuesta es conocida como Early-Algebra, y como se muestra en su ponencia, se diferencia de lo que se denomina pre-álgebra, aunque ambos enfoques abordan una enseñanza-aprendizaje del álgebra previa a la enseñanza formal en la educación secundaria. En la primera parte de la ponencia presenta cómo ha surgido y evolucionado la propuesta de Early-Algebra, y se observa cómo la mayoría de las investigaciones se centran en la aritmética como acceso al álgebra. En la segunda parte de la ponencia, la autora expone parte de su investigación, en la que analiza el uso de pensamiento relacional por alumnos de tercero de Educación Primaria. Se define el pensamiento relacional como la actividad intelectual de examinar las expresiones aritméticas (algebraicas) como totalidades y detectar relaciones entre ellas o entre sus términos. Desde un punto de vista cognitivo, desglosa las estrategias utilizadas por los alumnos para analizar sentencias numéricas. Las estrategias identificadas muestran la gran variedad de pensamiento de los alumnos y los mo-

mentos en que aparece el uso del pensamiento relacional. El Early-Algebra es una línea de investigación actual y muy potente que, como indica la propia autora, plantea posibilidad de realizar cambios curriculares en la Educación Primaria y, como consecuencia, en la Educación Secundaria.

Al igual que la anterior ponente, la ponencia del Dr. Francisco Javier García surge de los resultados de su tesis doctoral (García, 2005), la cual se sitúa en el programa epistemológico, dentro del marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), cuyo objeto primario de investigación es la actividad matemática escolar desde una perspectiva epistemológica e institucional. En este caso, se trata de abordar los fenómenos didácticos a partir de la modelización de su componente matemática, frente a los marcos que modelizan los aspectos cognitivos. En la primera parte de la ponencia se presenta de manera amplia, la visión del álgebra desde el ámbito de la TAD y se muestran investigaciones previas. Estos estudios ponen de manifiesto la fuerte relación, en el ámbito escolar, entre la aritmética y el álgebra, ya que esta última se presenta a los alumnos como aritmética generalizada, lo cual presenta limitaciones. Además estos estudios indican que en la Educación Secundaria hay un fuerte grado de desalgebrización y una ausencia de modelización. Desde la TAD se propone *un modelo epistemológico de referencia en el que el álgebra escolar se considerará como un instrumento de modelización de todas las organizaciones matemáticas escolares* (Bolea, Bosch, y Gascón, 1998). Se plantea si es posible diseñar un currículo en el que tenga cabida el álgebra escolar como instrumento de modelización. En una segunda parte de esta ponencia se presenta un *modelo epistemológico de referencia* de la proporcionalidad y de las relaciones funcionales y cómo se abordan la proporcionalidad en los documentos curriculares y en los libros de texto. Así mismo se presenta una propuesta de articulación del estudio de las relaciones funcionales mediante un proceso de modelización algebraica utilizando un recorrido de estudio e investigación diseñado en un entorno económico-comercial. Al igual que en la ponencia anterior, los resultados de este trabajo de investigación tendrían incidencias sobre el currículo, en este caso de la Educación Secundaria.

Por último, la ponencia del Dr. Martín Socas presenta los resultados de las investigaciones en torno al Lenguaje Algebraico realizadas por el grupo de Pensamiento Algebraico del Área de Didáctica de la Matemática de Universidad de La Laguna. La ponencia aborda el tema de las dificultades y errores en la construcción del Lenguaje Algebraico (Socas, 1997), utilizando como marco teórico de estudio el Enfoque Lógico Semiótico (ELOS). El enfoque ELOS trata de elaborar modelos teóricos y prácticos (Modelos de Competencia) que aporten los supuestos básicos para poder interpretar los fenómenos de estudio en Educación Matemática (Socas, 2001). En la primera parte de la ponencia se presenta una revisión de investigaciones sobre el papel que han jugado las dificultades y los errores en el aprendizaje de las matemáticas, para particularizarlo en las investigaciones sobre errores en el álgebra escolar. En una segunda parte se presenta el marco teórico del trabajo, y se describen los *modelos de competencia formal y cognitivo* para el Lenguaje Algebraico que son la base para el posterior estudio de los errores de los alumnos. El *modelo de competencia formal* trata de explicitar el Lenguaje Algebraico y su relación con los objetos matemáticos, mientras que el *modelo de competencia cognitivo* se organiza a través de tres componentes: a) las representaciones semióticas, b) los estudios de desarrollo cognitivo de los sistemas de representación y c) las dificultades y errores en el aprendizaje del álgebra. En la última parte de la ponencia se ejemplifica el uso de este marco teórico utilizando los resultados de una prueba escrita realizado por alumnos de Educación Secundaria, la cual da lugar a una clasificación de errores

atendiendo a los supuestos orígenes de los mismos y se profundiza en ellos a través de una entrevista realizada a un alumno.

Las tres ponencias tienen un valor fundamental que es el interés por tener una incidencia directa en el currículo. Además, de la ponencia de la Dra. Marta Molina destacó el hecho de que aborde la relación entre el currículo de Primaria y Secundaria, teniendo una visión unificadora del currículo. Por otra parte las dos líneas de investigación presentadas por el Dr. Martín Socas y Dr. Francisco Javier García presentan dos marcos teóricos profundos, que puede utilizarse en investigaciones no puramente algebraicas.

BIBLIOGRAFÍA

- Bolea, P., Bosch, M. y Gascón, J. (1998). The role of algebraization in the study of a mathematical organization. Comunicación presentada en el 1^{er} Congreso de la Sociedad Europea de Investigación en Educación Matemática. Osnabrueck. Alemania.
- García, F. J. (2005). *La modelización como instrumento de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*, Tesis Doctoral, Departamento de Didáctica de las Ciencias, Universidad de Jaén.
- Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM07-2822.PDF>
- Socas, M. M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. (Cap.V, pp. 125-154). En Rico, L. y otros: *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Socas, M. M. (2001). *Investigación en Didáctica de la Matemática vía Modelos de competencia. Un estudio en relación con el Lenguaje Algebraico*. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.