

EL SIGNIFICADO DEL INFINITO EN UN EXPERIMENTO CON ESPEJOS ENFRENTADOS

The infinity in an experiment with confronted mirrors

Prieto-Sánchez, J.A.^a, Gómez-Alfonso, B.^b y Fernández Escalona, C.M.^c

^aUniversidad de Cádiz, ^bUniversidad de Valencia, ^cUniversidad de Málaga

Planteamiento. Para Bolzano (1851/1991) la conceptualización del infinito se basa en su consideración como atributo o propiedad de los conjuntos y el criterio de inclusión. Es dentro de los conjuntos infinitos donde hay que fijar la atención, es decir, en sus subconjuntos propios. Para Cantor (1883) la clave está en la relación biyectiva o correspondencia uno a uno que se podría constituir entre ellos. El reto para los docentes, es que el establecimiento de una biyección entre un conjunto infinito y una de sus partes propias es un obstáculo difícil de superar para la comprensión de los conjuntos infinitos (Waldegg, 1996; Duval, 1983). Uno de los experimentos de enseñanza potencialmente valiosos para una primera reflexión sobre el infinito es el de los espejos paralelos enfrentados, porque permite escenificar la paradoja del infinito: la parte no es menor que el todo.

Objetivo. El objetivo del trabajo es realizar un experimento de enseñanza con espejos enfrentados para comprobar la hipótesis de que los conjuntos infinitos discretos en relación de inclusión y cuyos elementos aparecen alineados, tal y como aparecen en los espejos enfrentados, son idóneos para introducir el criterio de correspondencia, tomando como agente mediador la biyección con \mathbb{N} , como criterio de comparación de los cardinales transfinitos.

Método, tarea y protocolo. La metodología en la que se sustenta este estudio es cualitativa y se lleva a cabo mediante un protocolo de preguntas en la modalidad de entrevista individual. Se entrevistaron nueve personas con criterios de conveniencia, disponibilidad y voluntariedad, de ellos siete estudiantes del Máster de Profesorado de Secundaria en la especialidad de Matemáticas y dos profesores de Didáctica de Matemática. La tarea consiste en poner y quitar bolas alineadas en el soporte físico entre los espejos y plantearles a los sujetos entrevistados preguntas relacionadas con las infinitas imágenes reflejadas en el espejo.

Resultados. El perfil inicial de los entrevistados respondió al modelo de aplanamiento y de indefinición. Todos reconocieron un infinito potencial en la imagen reflejada y ninguno planteó la correspondencia con \mathbb{N} hasta que el entrevistador no llegó al final del protocolo. Aunque hubo profesores que recordaron la correspondencia que habían estudiado en su formación matemática, no vieron la forma de concretar la correspondencia en la situación planteada por las bolas.

Finalmente, como resultado de la entrevista todos aceptaron la equipotencia entre los conjuntos de bolas reflejados y \mathbb{N} , y que esta correspondencia era la mejor justificación de que estos conjuntos infinitos eran igualmente infinitos.

Referencias

- Bolzano, B. (1851). Paradoxien Des Unendlichen, Leipzig (publicación póstuma). *Las paradojas del infinito* (trad. L.F. Segura, 1991), México: Mathema.
- Cantor, G. (1883). *Fundamentos de una teoría general de las multiplicidades: una investigación matemática filosófica en la teoría del infinito* (J. Bares y J. Climent, trad.; Or. 1895).
- Duval, R. (1983). L'obstacle du dédoublement des objets mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 358-414.
- Waldegg, G. (1996). Identificación de obstáculos didácticos en el estudio del infinito actual. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(1)

Prieto-Sánchez, J.A., Gómez-Alfonso, B. y Fernández Escalona, C.M. (2017). El significado del infinito en un experimento con espejos enfrentados. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 571). Zaragoza: SEIEM.