ACTIVIDADES DE EXPLORACIÓN Y ARGUMENTACIÓN REALIZADAS POR ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DEL MUNICIPIO DE SOACHA SURGIDAS DEL ESTUDIO DE LAS SECCIONES CÓNICAS A PARTIR DEL CONCEPTO DE EXCENTRICIDAD Y CON LA MEDIACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de Ciencia y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Bogotá D.C., Colombia
2013

ACTIVIDADES DE EXPLORACIÓN Y ARGUMENTACIÓN REALIZADAS POR ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA DEL MUNICIPIO DE SOACHA SURGIDAS DEL ESTUDIO DE LAS SECCIONES CÓNICAS A PARTIR DEL CONCEPTO DE EXCENTRICIDAD Y CON LA MEDIACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

Por:
JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA

Trabajo de grado entregado para optar por el título de
Especialista en Educación Matemática

Asesora:
MARÍA NUBIA SOLER ÁLVAREZ
Profesora Departamento de Matemáticas

Universidad Pedagógica Nacional
Facultad de Ciencia y Tecnología
Departamento de Matemáticas
Bogotá D.C., Colombia
2013

“Para todos los efectos, declaro que el presente trabajo es original y de mi total autoría; en aquellos casos en los cuales he requerido del trabajo de otros autores o investigadores, he dado los respectivos créditos”

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Bogotá, Noviembre 2013

A Dios, mi familia y
amigos por creer en mí.
Jaime

AGRADECIMIENTOS

Expreso mis agradecimientos a:

A la Universidad Pedagógica Nacional por brindar espacios para la formación y mejoramiento a los docentes de Colombia, en especial por permitirme participar de la especialización en Educación Matemática, en el énfasis en Argumentación y Prueba.

A los docentes Nubia Soler, Edwin Carranza y Alberto Donado, por su dedicación y enseñanza continua.

A mi asesora, María Nubia Soler Álvarez, por su importante colaboración y apoyo para el desarrollo de este trabajo y grandes aportes a mi formación.

A mis compañeros de la especialización, por sus aportes y acompañamiento durante mi formación como especialista.

A Héctor Galarza, Docente de Informática de la Institución Educativa Santa Ana, quien siempre estuvo presto a facilitar los espacios para el uso de la herramienta tecnológica.

A la Institución Educativa Santa Ana, en especial a mis estudiantes del grado 10-2, quienes a pesar de las dificultades, siempre participaron y apoyaron el desarrollo de este trabajo.

A mis amigos, en especial a Liliana Becerra; compañera y amiga, quienes siempre han creído en mi, y han estado prestos a ayudar en mi formación profesional.

A mi familia, en especial a mi esposa por su comprensión y apoyo incondicional.

UNIVERSIDAD PEDAGOGICA NACIONAL

Educadora de educadores

FACULTAD DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

ACTA DE EVALUACION DE TESIS DE GRADO

Escuchada la sustentación del Trabajo de Grado titulado ***"Actividades de exploración y argumentación realizadas por estudiantes de la Institución Educativa Santa Ana del municipio de Soacha surgidas del estudio de las secciones cónicas a partir del concepto de excentricidad y con la mediación de herramientas tecnológicas "*** Presentado por el estudiante:

JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA – 2013182017

Como requisito parcial para optar al título de **Especialización en Educación Matemática**, analizado el proceso seguido por el estudiante en la elaboración del Trabajo y evaluada la calidad del escrito final, se le asigno la calificación de **Aprobado** con **45** puntos.

Observaciones:

En constancia se firma a los 06 días del mes de diciembre de 2013.

JURADOS

Director(a) del Trabajo: Profesor(a) Maria Nubia Soler
MARIA NUBIA SOLER

Jurado:

Profesor(a) Sarmiento
BENJAMIN SARMIENTO

1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de Grado
Acceso al documento	Universidad Pedagógica Nacional. Biblioteca Central
Titulo del documento	Actividades de exploración y argumentación realizadas por estudiantes de la Institución Educativa Santa Ana del municipio de Soacha surgidas del estudio de las Secciones Cónicas a partir del concepto de excentricidad y con la mediación de herramientas tecnológicas
Autor(es)	ORTEGÓN Villalba Jaime Humberto
Director	María Nubia Soler-Álvarez
Publicación	Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional, 2013. 98 paginas.
Unidad Patrocinante	Universidad Pedagógica Nacional
Palabras Claves	Argumentación, Razonamiento, Excentricidad, Cónicas, Modelo de Toulmin.

2. Descripción

En este trabajo se presenta una caracterización de los argumentos logrados por estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Santa Ana, al desarrollar una tarea para el estudio de las secciones cónicas. Este trabajo está enmarcado en el énfasis *Argumentación y Prueba* de la Especialización en Educación Matemática y surge de la necesidad de incluir procesos de razonamiento y argumentación en la enseñanza de las matemáticas, en particular en grado décimo de educación media.

En la tarea diseñada se introduce el uso de herramientas tecnológicas como mediadoras del conocimiento y permite que los estudiantes estudien de manera dinámica las secciones cónicas a partir del concepto de excentricidad.

Para la caracterización y clasificación de los argumentos evidenciados en el desarrollo de la tarea, se utiliza el modelo de Toulmin.

3. Fuentes
TOULMIN, S. (2003). *The uses of argument.* Reino Unido de Gran Bretaña: Cambridge University Press MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* Bogotá: MEN SOLÓRZANO, L. (2013). *Secciones cónicas objetos para aprendizaje, esferas de Dandelin-Quetelet:* Universidad de Guadalajara, México. Recuperado el 12 de mayo de 2013, de http://sitios.usac.edu.gt/seccionesconicas/esfera_dandelin_quetelet.html SOLER-ÁLVAREZ, N. y CARRANZA, E. (2013). *Informe final proyecto de investigación "Razonamientos abductivos, inductivos y deductivos desarrollados por estudiantes del curso de Geometría Analítica al realizar una tarea relacionada con la representación de objetos geométricos en distintos sistemas coordenados".* Documento no publicado. Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional Press APOSTOL, T. (2001). *Cálculo, Volumen I, Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal*. Segunda edición. EDITORIAL REVERTÉ. S.A.

4. Contenidos
El presente trabajo se divide en 7 capítulos. En el primero se presenta el planteamiento del problema, el cual incluye la justificación, el problema, el objetivo general y los objetivos específicos. En el segundo capítulo se presenta el marco de referencia, el cual contiene un estudios de las secciones cónicas a partir de sus diferentes definiciones y la equivalencia entre estas. En este capítulo se presenta el Modelo de Toulmin, el cual se utiliza para identificar los argumentos desarrollados en la tarea. En el tercer capítulo se presenta la metodología, la cual consta de cinco etapas a saber: la primera es el diseño de actividades de exploración y familiarización cón la herramienta tecnológica, software GeoGebra. La segunda es la aplicación de las actividades de exploración y familiarización del software GeoGebra. La tercera es la recolección de la información de las actividades de exploración y familiarización. La cuarta es la aplicación de la tarea para la enseñanza de las secciones cónicas denominada "Excentricidad Definitiva". Y la quinta es la recolección y análisis de la información del desarrollo de la tarea "Excentricidad Definitiva". En el cuarto capítulo se presenta el análisis de los datos, se observan tres tipos de argumentos en el desarrollo de la tarea: En el *argumento tipo I*, el dato es el

applet, su garante es la observación del applet cuando se mueven objetos y la afirmación es una descripción de lo que ocurre en el applet al mover los objetos, En el *argumento tipo II*, el dato es la solución de la guía, su garante es el patrón que se observa en las tablas de la guía y la afirmación es un caso general. En el *argumento tipo III*, el dato es la solución de la guía, el garante es un proceso algebraico y la afirmación es un caso general.
En el quinto capítulo, se presentan las conclusiones resultadas del desarrollo y análisis del trabajo.
En el sexto capítulo se presentan sugerencias y recomendaciones para aquellas personas interesadas en realizar trabajos en este énfasis.
En el séptimo y último capítulo, se presentan las referencias bibliográficas que se utilizaron para la construcción y desarrollo de este trabajo.

5. Metodología

Este trabajo se desarrolló en cinco etapas:

1. Diseño de actividades de exploración y familiarización con la herramienta tecnológica, software GeoGebra.
2. Aplicación de las actividades de exploración y familiarización del software GeoGebra.
3. Recolección de la información de las actividades de exploración y familiarización.
4. Aplicación de la tarea para la enseñanza de las secciones cónicas denominada "Excentricidad Definitiva".
5. Recolección y análisis de la información del desarrollo de la tarea "Excentricidad Definitiva".

En la primera de diseñaron actividades de exploración y familiarización del software GeoGebra, en la segunda dichas tareas se aplicaron a los estudiantes de grado décimo, en la tercera, se recolectó información en el desarrollo de las tareas de exploración y familiarización, esto con el fin de identificar si el método de recolección de información permitía evidenciar los argumentos surgidos en el desarrollo de las tareas, en la cuarta etapa se aplicó la tarea "excentricidad definitiva" diseñada específicamente para el proyecto, y en la quinta y ultima etapa se recolecto y analizo a la información con el fin de identificar los argumento surgidos en el desarrollo de la tarea y clasificarlos.

La tarea "excentricidad definitiva" es una adaptación de otra realizada en el marco de un proyecto de investigación de los profesores Nubia Soler y Edwin Carranza, a la que se le hizo un pilotaje y luego se adaptó para los estudiantes de grado décimo.

La información se recogió en captura de pantalla de un computador y videos de la socialización, luego se hizo una relatoría y del análisis de la misma se obtuvieron los argumentos que se evidenciaron.

Población:
Estudiantes del grado 10-2 de la Institución Educativa Santa Ana, del Municipio de Soacha, de carácter oficial.

Recolección de la información:
La información se recolectó a través de la captura de la pantalla y video de una pareja durante el uso de la herramienta tecnológica, durante las otras sesiones y la socialización se realizaron videos de todos los estudiantes del curso.

6. Conclusiones

A partir del desarrollo del presente trabajo de grado se puede concluir:

Las tareas diseñadas para la familiarización de los estudiantes con el software GeoGebra, y la aplicación de estas, permitió a los estudiantes la manipulación constante y como consecuencia el aprendizaje de las funciones básicas del mismo.

La tarea “excentricidad definitiva” para el estudio de las secciones cónicas desarrolló procesos de razonamiento y argumentación en los estudiantes, además se pudo evidenciar que los estudiantes observaron, relacionaron, conjeturaron, afirmaron y argumentaron, apoyados en el dinamismo que les ofreció la herramienta tecnológica.

Además se pudo evidenciar que el software GeoGebra, permite a los estudiantes visualizar los objetos de estudio, de manera dinámica, lo que ayuda a percibir más fácilmente las características y cualidades de estos.

En el análisis, se puede observar como los estudiantes realizan afirmaciones para luego validarlas y estas se pueden clasificar a partir de los elementos del modelo de Toulmin, de ahí se evidencia que los estudiantes, para garantizar una afirmación, pueden utilizar diferentes garantes, como un patrón o una operación algebraica.

Durante el desarrollo de este trabajo, se observa en los estudiantes una actitud participativa, lo que permitió que el mismo se llevara a cabo. Además les brinda a los estudiantes condiciones que fomentan la colaboración de aquellos que comúnmente se relegan por dificultades en el conocimiento que requieren las matemáticas.

Elaborado por:	Jaime Humberto Ortegón Villalba
Revisado por:	María Nubia Soler Álvarez

Fecha de elaboración del Resumen:	04	11	2013

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE FIGURAS

TABLA DE ANEXOS

INTRODUCCIÓN

Este trabajo está enmarcado dentro del énfasis *Argumentación y Prueba* de la Especialización en Educación Matemática, de la Universidad Pedagógica Nacional, en la que se resalta la importancia de los procesos de argumentación de los estudiantes, en la enseñanza de las matemáticas.

Este proyecto se llevó a cabo en la Institución Educativa Santa Ana, que se encuentra ubicada en la comuna 1 del municipio de Soacha. En el año 2013, esta institución cuenta con aproximadamente 2500 estudiantes distribuidos entre los grados transición a undécimo, en el grado décimo se cuenta con 3 cursos, los cuales están conformados en promedio por 44 estudiantes. Para el desarrollo de este proyecto se desarrollo en el grado 10-2.

Este trabajo centra su atención en la descripción y caracterización de los argumentos surgidos durante el desarrollo de una tarea para la enseñanza de las secciones cónicas, a través del concepto de excentricidad y mediado por herramientas tecnológicas en estudiantes de grado décimo.

El trabajo se llevó a cabo en cinco etapas. Primero, se diseñaron actividades de exploración y familiarización del software GeoGebra, mediador tecnológico de la actividad. Segundo, se aplicaron las actividades diseñadas. Tercero, se recolectó la información, como estrategia para establecer la mejor forma de hacer dicha recolección al momento del desarrollo de la tarea propia del proyecto. Cuarto, se desarrolló la tarea para la enseñanza de las secciones cónicas a través del applet denominado “Excentricidad Definitiva”. Y quinto, se recolectó y analizó la información recogida para identificar y clasificar los argumentos evidenciados.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. JUSTIFICACIÓN

MEN (2006) en los estándares básicos de competencias en matemáticas dice:

> Los modelos, materiales físicos y manipulativos ayudan a comprender que las matemáticas no son simplemente una memorización de reglas y algoritmos, sino que tienen sentido, son lógicas, potencian la capacidad de pensar y son divertidas. En los grados superiores, el razonamiento se va independizando de estos modelos y materiales, y puede trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentos de validar o invalidar conclusiones, pero suele apoyarse también intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en esos modelos, materiales, dibujos y otros artefactos.
> Es conveniente que las situaciones de aprendizaje propicien el razonamiento en los aspectos espaciales, métricos y geométricos, el razonamiento numérico y, en particular, el razonamiento proporcional apoyado en el uso de gráficas (pag 54).

La enseñanza de las matemáticas centra su atención solamente en la memorización de reglas y algoritmos, ya sea por la falta material u otros factores. En el proceso de enseñanza de las secciones cónicas es necesario desarrollar estrategias en el aula que permitan el mejoramiento de su aprendizaje por parte de los estudiantes, ya que solamente se hace énfasis en la representación algebraica de las curvas y los elementos de estas y como a partir de una ecuación se pueden hallar los elementos y viceversa. Esto no permite el desarrollo de habilidades de razonamiento y argumentación, necesarios para el pensamiento matemático.

Por eso, explorar los conceptos de secciones cónicas a través de actividades didácticas y con la mediación de herramientas tecnológicas, permite encontrar una forma de guiar a los estudiantes de educación media en el proceso de razonamiento y argumentación y así mejorar el nivel de pensamiento matemático.

Para esto se usan herramientas tecnológicas que amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con la inclusión de nuevas ayudas y lo llevan a evolucionar, además hace dinámico y agradable la manipulación de los objetos matemáticos de estudio.

Es necesario que los estudiantes utilicen estas herramientas tecnológicas como mediador en la búsqueda del conocimiento, esto les permite visualizar más efectivamente y en un mejor contexto las situaciones problema que deben explorar y les permite un proceso de razonamiento como lo plantea el MEN.

Este trabajo busca reconocer en los estudiantes el proceso de argumentación y razonamiento que se puede generar a partir de la exploración de las secciones cónicas mediadas por herramientas tecnológicas, esto con el fin de identificar y establecer qué tan correcto es el proceso de enseñanza-aprendizaje y así poder tomar acciones que permitan un efectivo desarrollo del pensamiento matemático.

1.2. IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Desde la experiencia del autor de este documento, la enseñanza de las secciones cónicas en grado décimo presenta varios retos, esto por algunas dificultades como la apatía que genera en los estudiantes el tema, la falta de material didáctico, la cantidad elevada de estudiantes por aula, los bajos resultados en pruebas nacionales. Por eso es necesario empezar a implementar estrategias metodológicas que mejoren el proceso enseñanza-aprendizaje de estos objetos matemáticos.

En la institución educativa mencionada, la enseñanza de las secciones cónicas normalmente se aborda desde el punto de vista algebraico y mediante las transformaciones de las ecuaciones canónicas y generales que determinan las curvas y así se hallan los elementos, o, a partir de estos hallar las ecuaciones y la representación gráfica en el plano cartesiano.

Esta forma de abordar la temática se centra en la solución de ejercicios de forma mecánica, lo cual no permite el desarrollo de un proceso de razonamiento y argumentación. Aspecto que no se corresponde con lo propuesto en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), según lo cual hay cinco procesos generales en la actividad matemática, formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, estos no son los únicos ni disyuntos, es decir que la solución de ejercicios mecánicos centra su atención en la actividad de formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos y desconoce los demás procesos, que deben estar presente en las situaciones problema planteadas para las clases.

Además en el proceso de enseñanza de las matemáticas se da prioridad a la repetición de ejercicios y la argumentación está siendo desconocida, es necesario que se vinculen a ese proceso tareas que permitan desarrollar las habilidades de razonamiento y argumentación que son pilares del pensamiento matemático.

¿cómo abordar las secciones cónicas, en grado décimo, de tal manera que permita el desarrollo del razonamiento y la argumentación?.

1.3. OBJETIVO GENERAL

Diseño y aplicación de una tarea para el desarrollo de procesos de argumentación y razonamiento en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Santa Ana del municipio de Soacha, a través del estudio de diferentes definiciones de las secciones cónicas y haciendo uso de herramientas tecnológicas.

1.4. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar en el modelo de Toulmin sobre argumentación y en los estándares curriculares, elementos que permitan caracterizar las formas de argumentar y razonar de estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Santa Ana.

Identificar las ventajas de utilizar la aplicación GeoGebra como mediador en el desarrollo de tareas que permiten fortalecer la argumentación y el razonamiento en estudiantes de Grado décimo.

Describir y clasificar los argumentos logrados por los estudiantes al desarrollar la tarea “excentricidad definitiva”.

2. MARCO DE REFERENCIA

En este capítulo se presentan los referentes teóricos sobre los que se desarrolla el presente trabajo de grado. Por una parte se estudian las secciones cónicas desde diferentes definiciones que son equivalentes, dado que este es el objeto matemático a considerar en este estudio y por otra, se presenta el modelo de Toulmin sobre la estructura de un argumento, el cual va a permitir identificar los argumentos logrados por los estudiantes al realizar la tarea que se les propone.

2.1. SECCIONES CÓNICAS

En lo que sigue se presentan los referentes teóricos para las secciones cónicas.

2.1.1. Definición de las cónicas como secciones de un cono

Cuando una recta denominada generatriz gira alrededor de una recta fija denominada eje y estas se intersecan en un punto fijo llamado vértice, formando entre ellas un ángulo (α), se genera un cono circular recto. En la figura 1 se observan los elementos de este objeto matemático.

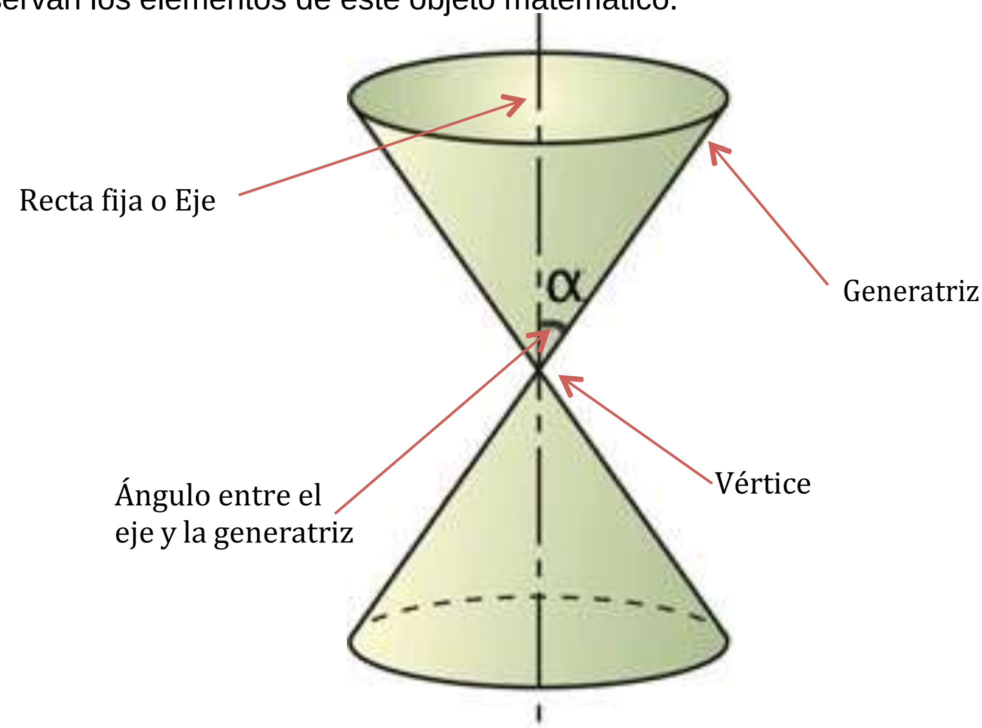

Figura 1. Cono Circular Recto

Cuando esta superficie cónica se interseca con un plano y este no pasa por el vértice, dicha intersección puede generar tres figuras geométricas en el plano que reciben el nombre de secciones cónicas: parábola, elipse e hipérbola.

En la figura 2 se observa la intersección del plano y el cono circular recto formando las tres secciones cónicas mencionadas.

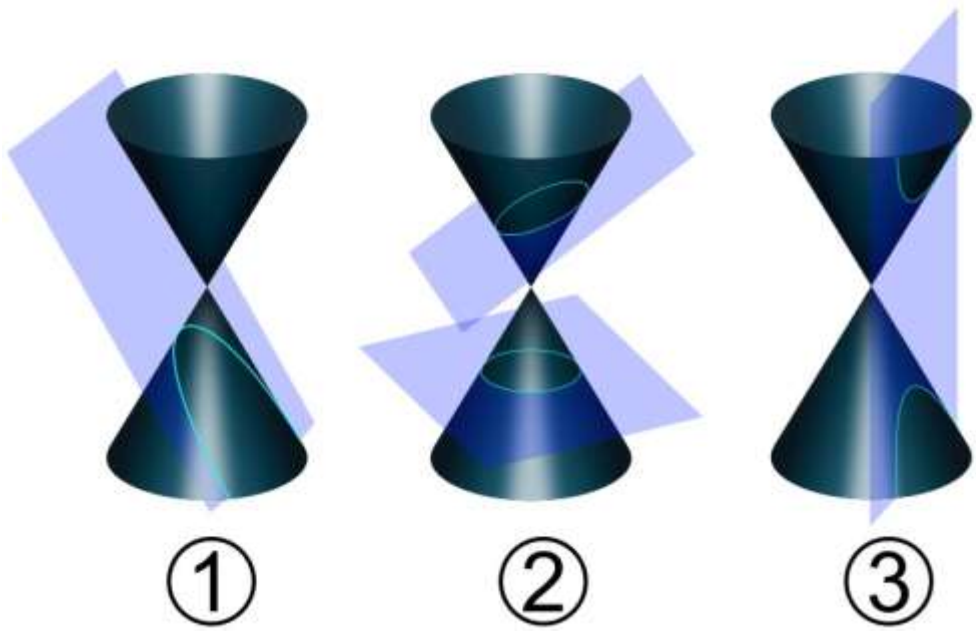

Figura 2. Intersección entre el plano y el cono circular recto.
Fuente: EVERY SPACE Magazine, 2013

A continuación se presentan las cónicas a partir de las condiciones necesarias entre el plano y el cono circular recto.

2.1.1.1. Parábola (1)

Cuando el ángulo de inclinación del plano que corta el cono es igual al ángulo α.

2.1.1.2. Elipse (2)

Cuando el ángulo de inclinación del plano que corta al cono es mayor que α

2.1.1.3. Hipérbola (3)

Cuando el ángulo de inclinación del plano que corta la superficie es menor a α.

2.1.2. Definición de las secciones cónicas como lugar geométrico

Otra de las definiciones de las secciones cónicas considera unos puntos especiales llamados focos y la distancia entre estos y los puntos de la curva. Desde esta perspectiva se tienen las siguientes definiciones. Para todos los casos

F, F_1 y F_2 son puntos fijos y k una constante real positiva.

2.1.2.1. Elipse

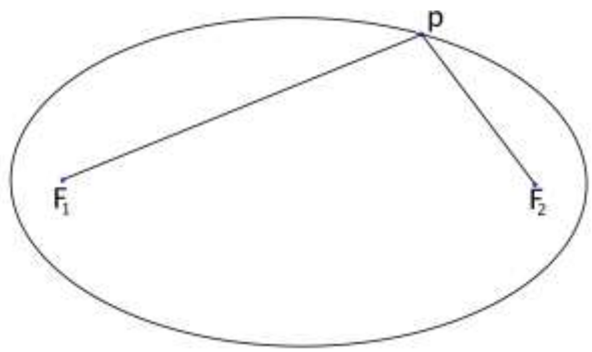

Figura 3. Elipse

La elipse se define como el lugar geométrico de todos los puntos *P* del plano tales que $d(F_1, P) + d(F_2, P) = 2a$.

En donde $d(F_1, P)$ es la distancia entre los puntos F_1 y P y a es la distancia, entre el centro y el vértice.

2.1.2.2. Parábola

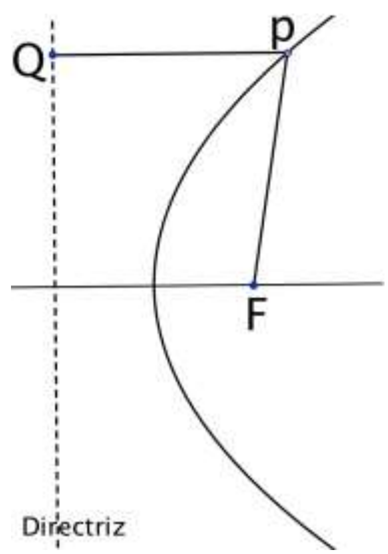

Figura 4. Parábola

La parábola se define como el lugar geométrico de todos los puntos *P* tales que $d(F, P) = d(P, Q)$

Donde, Q es el punto de intersección entre la recta directriz y la perpendicular a dicha recta que pasa por el punto P de la curva.

2.1.2.3 Hipérbola

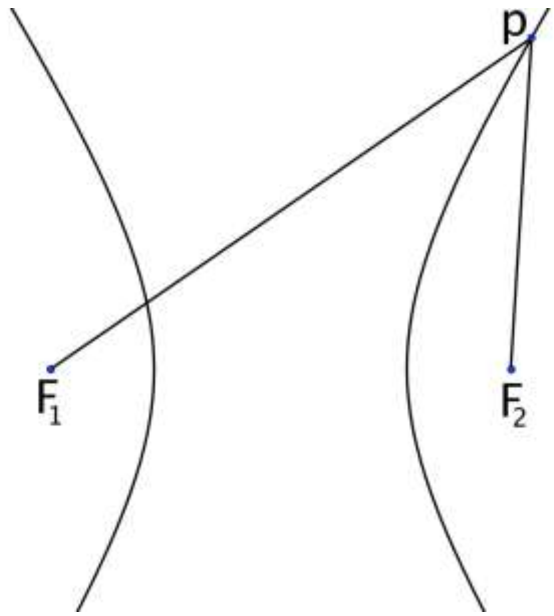

Figura 5. Hipérbola

La hipérbola se define como el lugar geométrico de todos los puntos *P* del plano para los cuales $|d(F_1,P) - d(F_2,P)| = k$

2.1.3. Definición de las secciones cónicas a partir de la excentricidad

Otra definición de las secciones cónicas es a través del concepto de excentricidad. Sea l una recta, F un punto en el plano y e un número real no negativo. Una cónica es el conjunto de puntos P, tales que $e = \frac{d(P,F)}{d(P,l)}$

Dependiendo del valor de e, se obtiene una curva diferente, si $0 < e < 1$, la generada es una elipse, si $e = 1$, se obtiene una parábola y si $e > 1$, la curva generada es una hipérbola.

2.1.4. Equivalencia entre las definiciones de las secciones cónicas

Las tres definiciones de las secciones cónicas presentadas son equivalentes, para probar esto se demostrarán las siguientes proposiciones:

1. Dada una elipse resultado del corte entre un cono circular recto y un plano E, existen dos puntos F_1 y F_2 en el plano E y una constante positiva k, tal que si P pertenece a la elipse, entonces $d(P,F_1) + d(P,F_2) = k$.

2. Dada una parábola resultado del corte entre un cono circular recto y un plano E, existe una recta directriz q y un punto F en el plano E, tal que si P pertenece a la parábola, entonces $d(P,F) = d(P,q)$.

3. Dada un hipérbola, resultado del corte entre un cono circular recto y un plano E, existen dos puntos $F_!$ y $F_!$ en el plano E y una constante positiva k, tal que si P pertenece a la hipérbola, entonces $d(P,F_!) - d(P,F_!) = k$.

2.1.4.1. La elipse

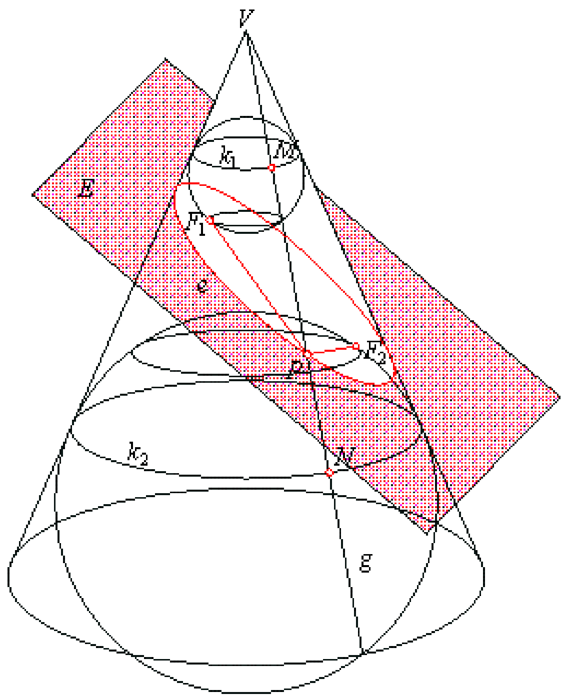

Figura 6. Esferas de Dandelin, La Elipse.
Fuente: Luis Solórzano Loaiza, 2013

Dada una elipse resultado del corte entre un cono circular recto y un plano E, existen dos puntos $F_!$ y $F_!$ en el plano E y una constante positiva k, talque si que si P pertenece a la elipse, entonces $d(P,F_!) + d(P,F_!) = k$.

Es posible inscribir una esfera encima y debajo del plano, la superior se interseca con el cono en el círculo $k_!$ y con el plano en el punto $F_!$, la inferior se interseca con el cono en el círculo $k_!$ y con el plano en $F_!$, vamos a demostrar que $F_!$ y $F_!$ son los focos de la elipse, es decir, la distancia entre $d(P,F_!) + d(P,F_!) =$ constante.

Tomamos el punto P de la curva y la generatriz g del cono que contiene a P.

M y N son los puntos de intersección de los círculos con la generatriz g, como el plano es fijo la distancia $d(M,N)$ es constante.

$d(P,F_1)$ y $d(P,M)$ son las distancias de los segmentos de las rectas tangente a la esfera superior con extremo en los puntos F_1 y M y común en P, entonces la distancia $d(P,F_1) = d(P,M)$.

$d(P,F_2)$ y $d(P,N)$ son las distancias de los segmentos de las rectas tangentes a la esfera inferior con extremo en los puntos F_2 y N y común en P, entonces la distancia $d(P,F_2) = d(P,N)$.

entonces,

$$d(P,F_1) + d(P,F_2) = d(P,M) + d(P,N)$$

como $d(P,M) + d(P,N) = d(M,N)$

$$d(P,F_1) + d(P,F_2) = d(M,N)$$

es decir, que para cualquier punto arbitrario P de la curva, la suma de las distancias a los focos es constante. Esta es la definición como lugar geométrico de la elipse, por lo que F_1 y F_2 son los focos.

2.1.4.2. La parábola

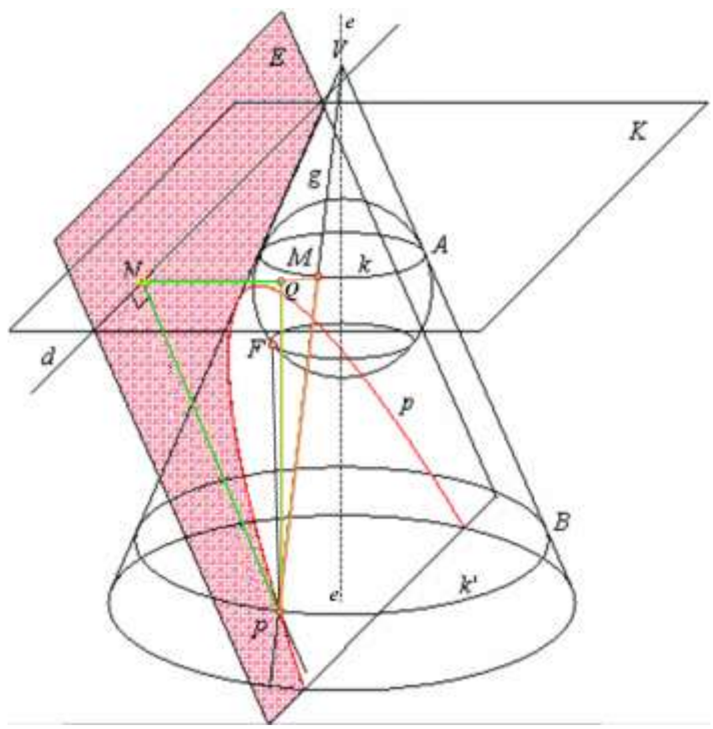

Figura 7. Esferas de Dandelin, La parábola.
Fuente: Luis Solórzano Loaiza, 2013

Dada una parábola resultado del corte entre un cono circular recto y un plano E existe una recta directriz d y un punto F en el plano E, talque si que si P pertenece a la parábola entonces $d(P,F) = d(P,d)$.

Llamamos E al plano que corta al cono circular recto con un ángulo igual al que forma la generatriz g y el eje e. Una única esfera se puede inscribir en el cono limitada por la superficie cónica y el plano secante. La esfera se interseca con el cono en el círculo k y con el plano en el punto F.

Vamos a demostrar que el punto F es el foco de la parábola.

Consideramos el plano K que contiene al círculo k, la intersección entre los planos E y K es una recta que llamaremos d.

Sea P un punto cualquiera de la curva y g una recta generatriz del cono que contiene a P, que interseca al círculo k en el punto M.

El punto Q es la proyección ortogonal del punto P en el plano K.

El segmento PQ es paralelo al eje del cono.

Trazamos una perpendicular a la recta d que pasa por el punto Q, el corte en la recta es el punto N.

El segmento NQ pertenece al plano K.

El segmento NP pertenece al plano E y es perpendicular a la recta d, la magnitud de este segmento es la distancia del punto P a la recta d, $d(N,P)$.

Obtenemos dos triángulos: ΔPNQ, ΔPMQ rectángulos en Q. El segmento QP es común para ambos triángulos. Como el plano E es paralelo a una generatriz y todas las generatrices tienen el mismo ángulo de inclinación con el eje, el plano E tendrá el mismo ángulo de inclinación que tiene la generatriz y el eje, por lo tanto, $\sphericalangle NPQ \cong \sphericalangle MPQ$.

De tal manera que los triángulos $\Delta PNQ \cong \Delta PMQ$. Por el postulado de ALA.

Como consecuencia, las hipotenusas de los triángulos, los segmentos $\overline{PN}$ y $\overline{PM}$ son congruentes. Entonces $d(P,N) = d(P,M)$.

PM y PF son segmentos de rectas tangentes a la esfera k, con extremo común en el punto P y con los puntos F, M tangentes del círculo, por lo que dichos segmentos son congruentes, $d(P,M) = d(P,F)$.

Si $d(P,M) = d(P,F)$ y $d(P,N) = d(P,M)$, entonces podemos decir que $d(P,N) = d(P,F)$.

Es decir, desde cualquier punto de la curva, la distancia al punto F o a la recta d son iguales. Y esta es la definición de lugar geométrico de la parábola, por esto se puede afirmar que F es el foco y d la directriz.

2.1.4.3. La Hipérbola

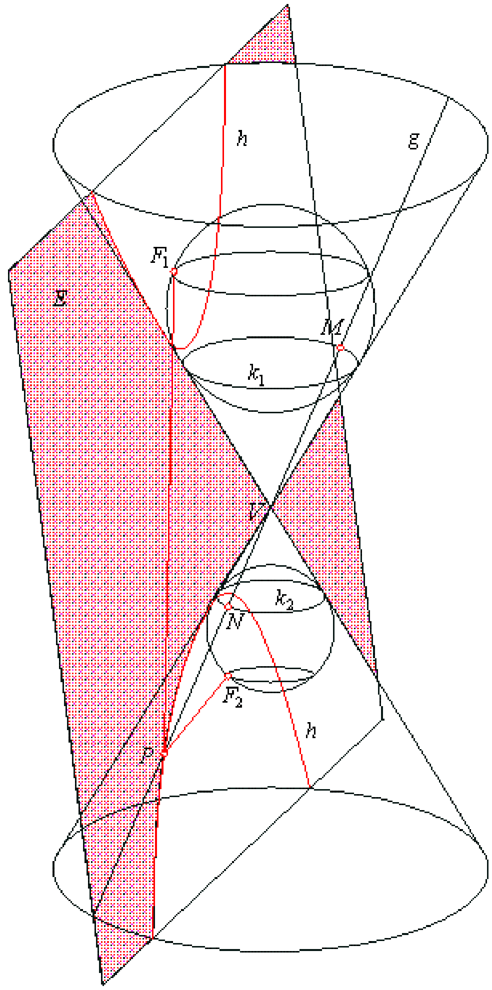

Figura 8. Esferas de Dandelin, la Hipérbola
Fuente: Luis Solórzano Loaiza, 2013

Dada un Hipérbola, resultado del corte entre un cono circular recto y un plano E, existen dos puntos F_1 y F_2 en el plano E y una constante positiva k, tal que P pertenece a la hipérbola, entonces $d(P,F_1) - d(P,F_2) = k$

Tal como se define la hipérbola, es la curva plana obtenida por el corte de un plano paralelo al eje de simetría de una superficie cónica de revolución. Llamemos *E* al plano secante. El plano *E* cortará a los dos mantos del cono doble. En el manto superior del cono se puede inscribir una esfera limitada por la superficie cónica y el plano secante. La intersección tangencial del cono y la esfera superior ocurre en el círculo k_1 y la intersección tangencial de la misma esfera y el plano secante ocurren en el punto F_1. También, en el manto inferior del cono se puede inscribir una segunda esfera limitada por la superficie cónica y el plano secante. La intersección tangencial del cono inferior y la segunda esfera ocurre en el círculo $k_!$ y la intersección tangencial de la misma esfera y el plano secante ocurren en el punto $F_!$. Vamos a demostrar que los puntos $F_!$ y $F_!$ son los focos de la hipérbola.

Tomemos un punto P arbitrario de la curva plana generada y una recta generatriz g, del cono, que contiene a P. Sean *M* y *N* los puntos de intersección tangencial de los círculos $k_!$ y $k_!$ con g. Los puntos M y N están en lados opuestos de la generatriz g, respecto del vértice V. Como el plano secante es fijo, entonces la distancia $d(M,N) = d(P,M) - d(P,N)$, y esta es constante.
Como los segmentos $\overline{PF_!}$ y $\overline{PM}$, tienen en común el punto P y son tangentes a la esfera superior en los puntos $F_!$ y M, entonces $d(P,F_!) = d(P,M)$.
De la misma manera, los segmentos $PF_!$ y PN, tienen en común el punto P y son tangentes a la esfera inferior en los puntos $F_!$ y N, entonces $d(P,F_!) = d(P,N)$.
Por lo que podemos decir que $d(P,F_!) - d(P,F_!) = d(P,M) - d(P,N)$
Como $d(M,N) = d(P,M) - d(P,N)$, y es constante.
Entonces $d(P,F_!) - d(P,F_!) = d(M,N)$, y es constante, para un punto P cualquiera de la curva.
Es decir, la diferencia de las distancias de cualquier punto de la curva a dos puntos fijos $F_!$ y $F_!$ es constante, pero esta es justamente la definición como lugar geométrico de hipérbola, por lo que $F_!$ y $F_!$ son sus focos.

Así hemos demostrado la equivalencia entre las definiciones de las secciones cónicas.

2.2. Modelo de Toulmin

Toulmin (2003) propone un modelo que permite identificar las partes de un argumento. En dicho modelo un argumento se compone de tres elementos básicos: dato, afirmación y garante.

Esta propuesta se toma de referencia para la identificación de los argumentos encontrados en el desarrollo de la tarea.
El dato, es la información en la que basa la afirmación.
El garante, es la información que permite pasar de los datos a la afirmación. En el contexto de las matemáticas, estos pueden ser reglas, axiomas, normas, etc. Dependiendo del garante la afirmación puede ser cierta o probable, este puede tener un respaldo, para dar mayor credibilidad al mismo.

La afirmación, es la conclusión a la que se llega en base al dato y con el apoyo del garante.

La estructura del modelo de Toulmin se precisa en el siguiente cuadro:

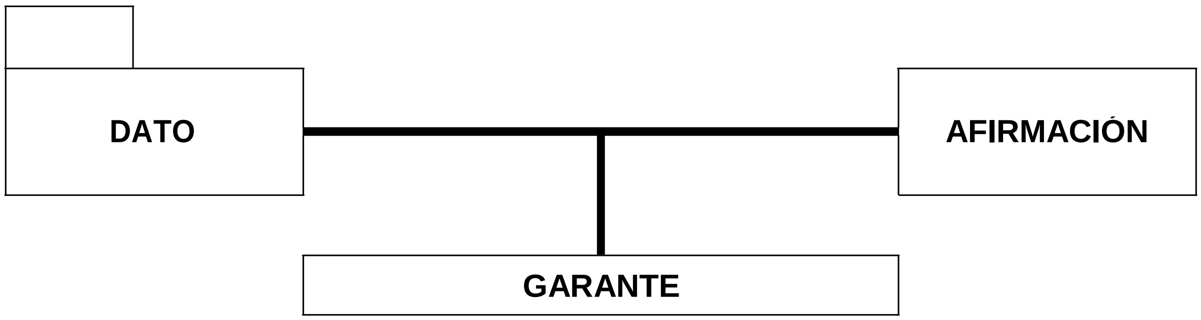

Figura 9. Estructura Modelo de Toulmin

Ejemplo:

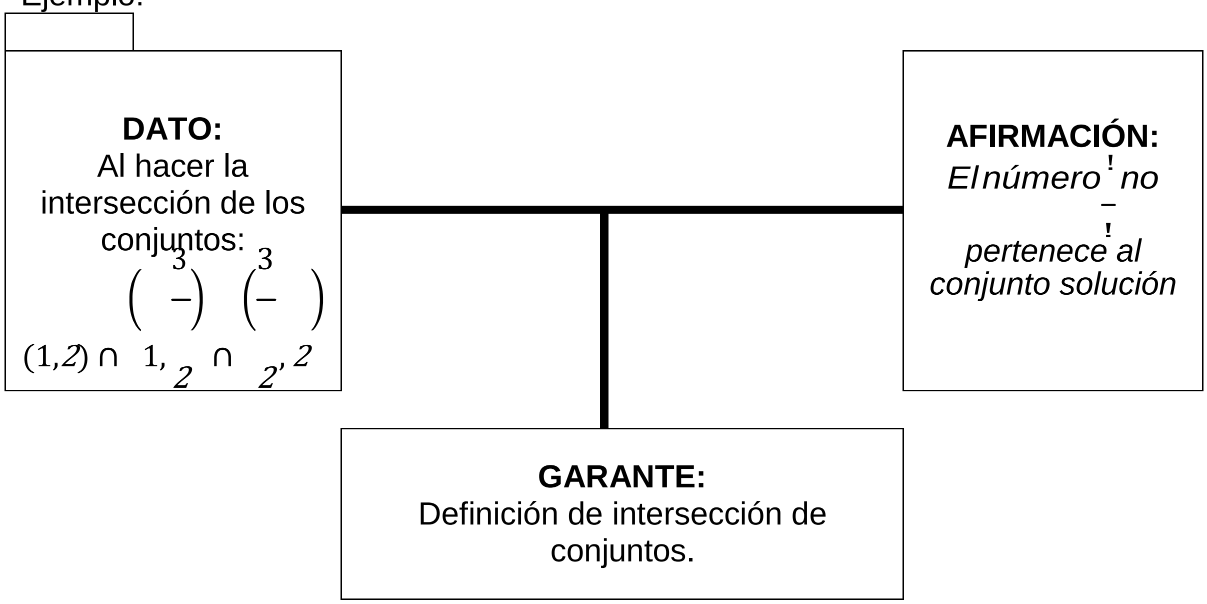

Figura 10. Ejemplo de argumento en el modelo de Toulmin

3. METODOLOGÍA

Este trabajo se desarrolló en cinco etapas:

1. Diseño de actividades de exploración y familiarización con la herramienta tecnológica, software GeoGebra.
2. Aplicación de las actividades de exploración y familiarización del software GeoGebra.
3. Recolección de la información de las actividades de exploración y familiarización.
4. Aplicación de la tarea para la enseñanza de las secciones cónicas denominada “Excentricidad Definitiva”.
5. Recolección y análisis de la información del desarrollo de la tarea “Excentricidad Definitiva”.

Etapa 1

En la primera etapa se diseñaron actividades de exploración y familiarización con el software GeoGebra, con el fin de instruir a los estudiantes en el uso de la herramienta, esto con el objetivo de lograr un manejo adecuado y así en el momento de la aplicación de la tarea no sea esto una barrera que impida una adecuada implementación del proyecto. Las tareas fueron de instrucción y exploración de la herramienta.

La primera tarea fue la revisión de referencias en internet del software, además de tutoriales para la introducción al uso de la herramienta.

La segunda tarea se denomina ‘Círculos mágicos’, consistía en un applet de GeoGebra, donde se encontraban 4 círculos, en los que se podían identificar los centros y los radios representados por puntos, un círculo central y tres adosados a este, a partir de las condiciones dadas, aparecía a palabra “SORPRESA”, los estudiantes debían mover los centros y los radios y descubrir las condiciones necesarias para que apareciera “SORPRESA”.

La tercera tarea se denomina ‘Instrucción’, consistía en una guía, en la que aparecían las instrucciones para construir una figura y a partir de esta responder algunas preguntas en las que se destacan las relaciones entre los ángulos y segmentos construidos.

La cuarta tarea se denomina ‘Teorema del seno’, la cual consistía en identificar la relación que expresa el teorema del seno, a partir de un applet en el que se destaca la demostración de este teorema a partir de la altura del triángulo, una guía en la que se encontraban preguntas y una tabla para encaminar a los estudiantes en la identificación de diversas relaciones y a partir de estas establecer la del teorema.

Etapa 2

La segunda etapa consistió en la aplicación de las actividades de exploración y familiarización de la herramienta tecnológica, estas se desarrollaron por parejas con los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Santa Ana, durante la aplicación de las tres primeras actividades se notó la falta de interés en los estudiantes de los grados 10-1 y 10-3, por lo que la cuarta actividad se aplicó únicamente al grado 10-2. Los estudiantes de este curso mostraron una excelente actitud en el desarrollo de todas las actividades, esta es una de las razones por las cuales la tarea propia del proyecto únicamente se va a aplicar a este curso.

Etapa 3

La tercera etapa se fundamentó en la recolección de información de las tareas de exploración y familiarización, durante la aplicación de estas, se utilizó una guía la cual fue resuelta y recogida al final. Además, durante el desarrollo de las actividades, se realizaron capturas en video de la pantalla del computador y una grabación de video de una pareja de estudiantes, esto con el fin de, por una parte, saber si los estudiantes se familiarizaron con la herramienta tecnológica y por otra parte, poder verificar si las formas de recolección de la información permitían identificar argumentos y habilidades de razonamiento.

Etapa 4

En la cuarta etapa se aplicó la tarea a través de applet denominado “Excentricidad Definitiva”, creado por los docentes Nubia Soler y Edwin Carranza. La tarea la desarrollaron por parejas los estudiantes de 10-2 de la Institución Educativa Santa Ana, durante 5 sesiones, dos de ellas de dos horas de clase y tres de una hora.

Etapa 5

La quinta etapa corresponde a la recolección y análisis de la información de la etapa anterior. Durante todas las sesiones que tomó el desarrollo total de la tarea, se dejó un registro fílmico, además de la solución final de la tarea por parejas y los grupos de 4 estudiantes, la información del desarrollo de la tarea sirve de insumo para analizar los indicadores de razonamiento y argumentos que se evidencian durante el desarrollo de la actividad.

3.1. RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

La información necesaria para validar el desarrollo del proyecto, fue recogida a través de videos de dos tipos: captura de pantalla en video de un computador y video del desarrollo de las clases, además los documentos elaborados por los estudiantes. Esto se hizo en cada una de las sesiones que requirió la culminación de la tarea.

Durante el desarrollo de la primera parte de la tarea con la ayuda de la herramienta tecnológica, se realizó el video de una pareja de estudiantes además de la captura de pantalla en video de esa misma pareja y se recogió la solución escrita de la guía por pareja.

Se crearon grupos de dos parejas, cada grupo creó un documento consolidado, el cual fue realizado en Word y entregado al docente. Este documento fue socializado por el grupo ante sus compañeros.

Luego el docente creó un documento, a partir de copiar todos los expuestos y este contenía las afirmaciones surgidas en la solución a la guía de la tarea. Este se entregó en una cartilla a cada grupo para la discusión de las afirmaciones hechas por los grupos. El profesor orientó la discusión leyendo cada afirmación para debatirla y validarla.

4. ANÁLISIS

En este capítulo se presentan los argumentos evidenciados en el desarrollo de la tarea.

4.1. CATEGORÍAS DE ANÁLISIS

4.1.1. Tipos de argumentos

Se presentan dos categorías de análisis, con base en las clasificaciones establecidas para los diferentes tipos de elementos que contiene el argumento.

4.1.1.1. Argumento tipo I

Hace referencia a los argumentos en los que su dato es el applet, su garante es la observación del applet cuando se mueven objetos y la afirmación es una descripción de los que ocurre en el applet al mover los objetos.

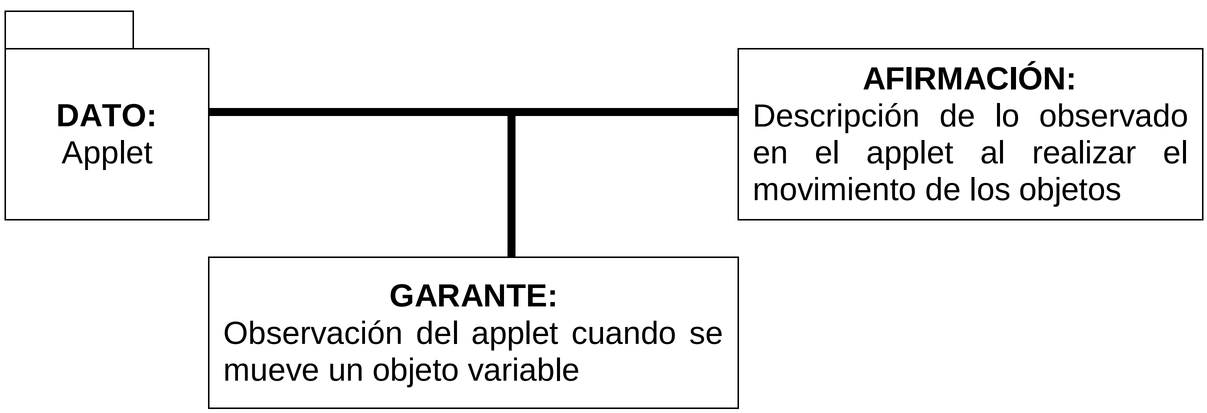

Figura 11. Estructura del argumento tipo I

4.1.1.2. Argumento tipo II

Pertenecen a este tipo de argumentos, aquellos cuyo dato es la solución de la guía de la tarea, su garante es el patrón que se observa en las tablas de la guía y la afirmación es un caso general.

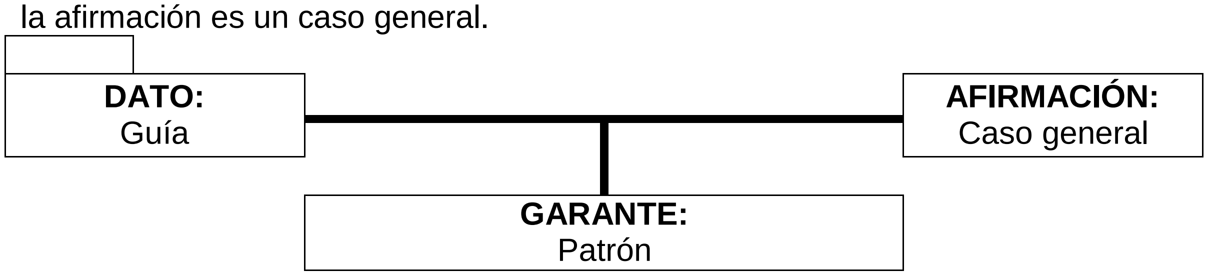

Figura 12. Estructura del argumento tipo II

4.1.1.3. Argumento tipo III

A este tipo de argumentos, pertenecen aquellos cuyo dato es la solución de la guía, el garante es un proceso algebraico y la afirmación es un caso general.

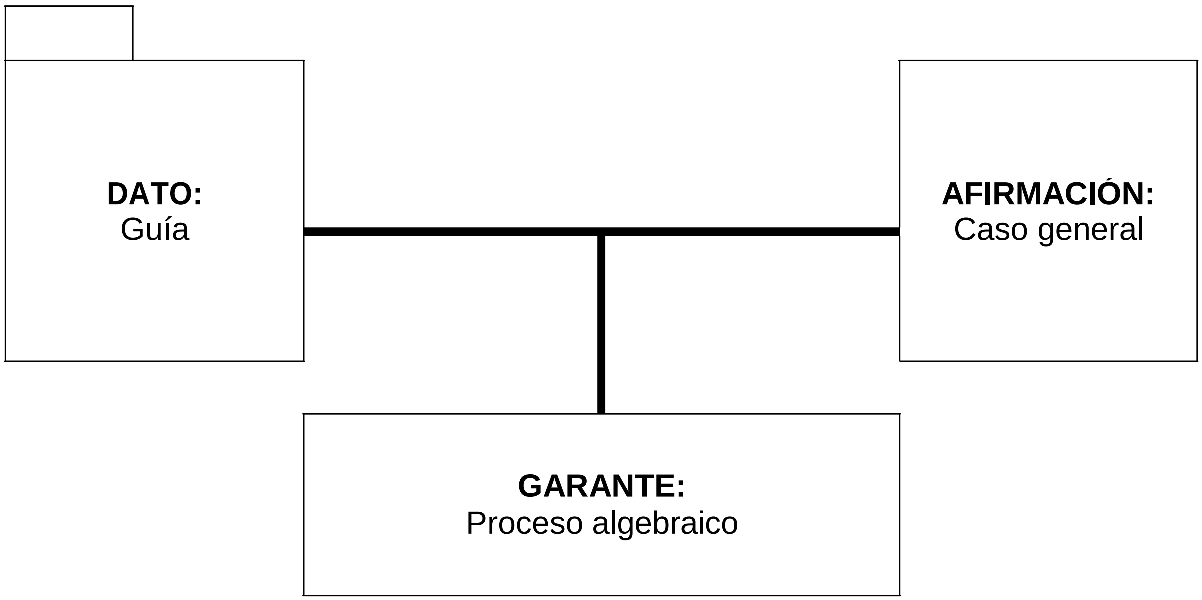

Figura 13. Estructura del argumento tipo III

4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En el análisis de los resultados, se muestran los argumentos logrados por los estudiantes, los cuales fueron evidenciados en la relatoría del desarrollo de la tarea, por lo que el número de la afirmación corresponde al número en la misma.

En el inicio de la actividad los estudiantes en pareja se dirigen con la guía de trabajo a la sala de informática donde tienen un computador con el applet "Excentricidad Definitiva". El primer argumento que surge, proviene de la observación del applet, como inicialmente se encuentra. Los estudiantes notan los elementos y al moverlos, perciben que dependiendo del valor del deslizador e del applet, aparecen diferentes palabras, cuando el deslizador se encuentra en cero, la palabra que aparece es PUNTO. A partir de esto de identifica un primer argumento que se presenta en la figura 14.

1. **Argumento tipo I**

DATO:
Applet, deslizador $e = 0$

AFIRMACIÓN 2:
Cuando el deslizador e=0, Aparece la palabra PUNTO

GARANTE:
Observación del Applet cuando e=0

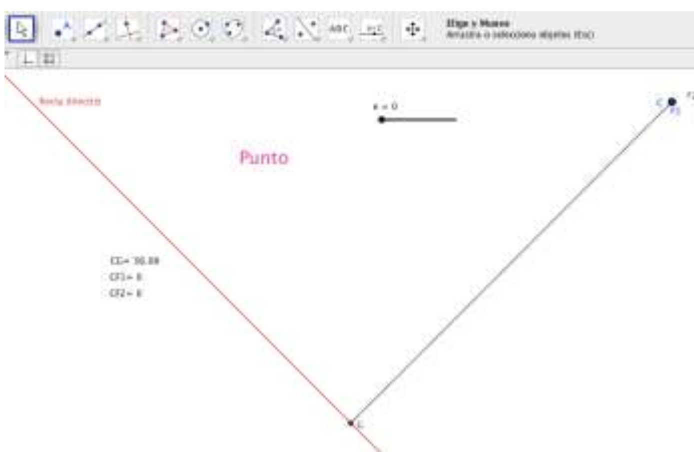

Figura 14. Argumento tipo I, Nº 1

De las misma manera, los estudiantes notan que el deslizador e, produce con su movimiento un cambio en el nombre de la figura, y expresan que la palabra ELIPSE aparece cuando el valor es mayor que 0 y menor que 1, La figura 15 presenta el argumento resultante.

2.	Argumento tipo I	
DATO: Applet, deslizador e entre 0,01 y 0,99		**AFIRMACIÓN 16:** Cuando el valor de e es mayor a 0 y menor a 0,99 aparece la palabra ELIPSE.

GARANTE:

Observación del applet cuando e es mayor que 0 y menor que 1.

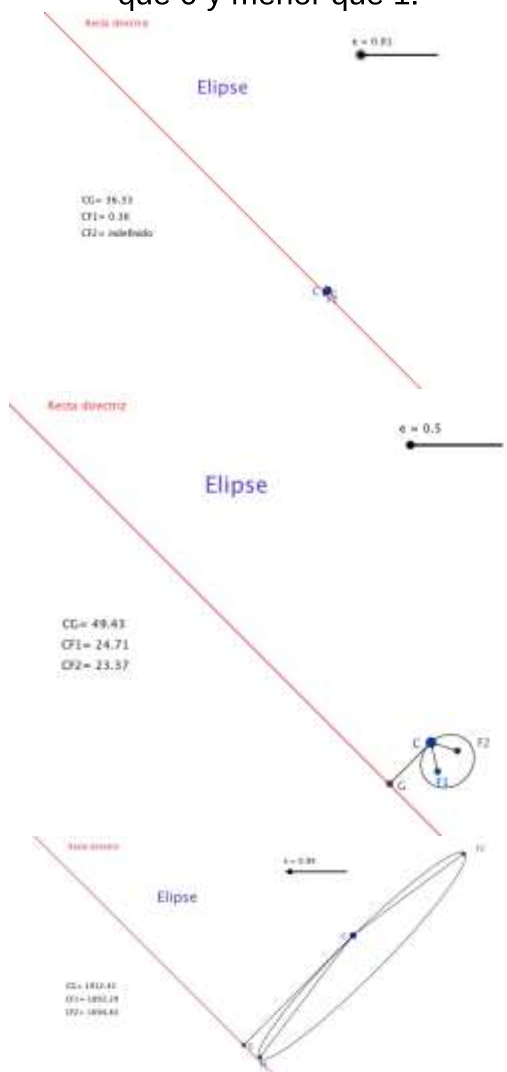

Figura 15 Argumento tipo I, Nº 2

Cuando el deslizador e se encuentra en 1, la palabra cambia a PARÁBOLA. Surge entonces el argumento presentado en la figura 16.

3. **Argumento tipo I**

DATO:
Applet, deslizador en e=1

AFIRMACIÓN 16:

cuando el valor de e está exactamente en 1 aparece la palabra PARÁBOLA.

GARANTE:

Observación del applet cuando e=1

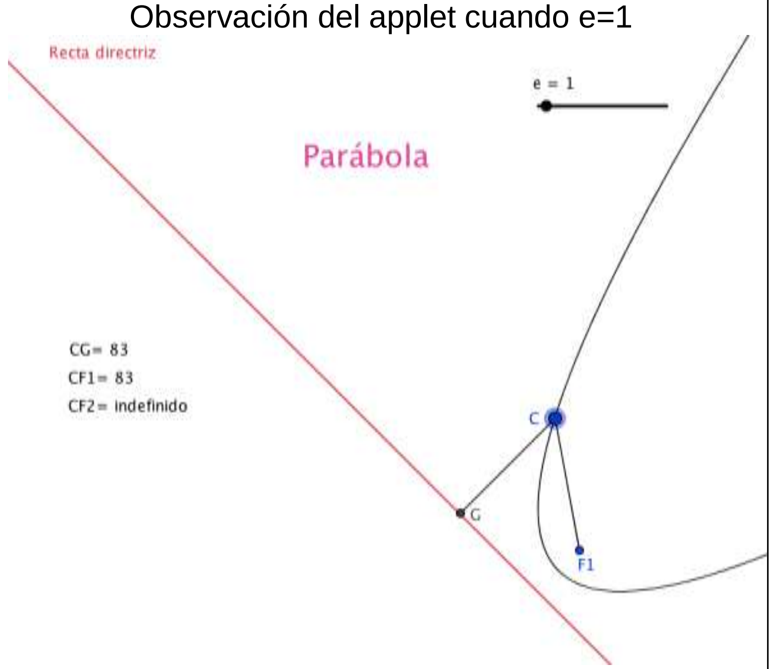

Figura 16. Argumento tipo I, Nº 3

Y de ahí en adelante aparece HIPÉRBOLA. El argumento que surge se presenta en la figura 17.

4.

Argumento tipo I

DATO:
Applet, deslizador en e=1

AFIRMACIÓN 16:
cuando el valor de e es mayor que 1 aparece la palabra HIPÉRBOLA.

GARANTE:
Observación del applet cuando e es mayor que 1.

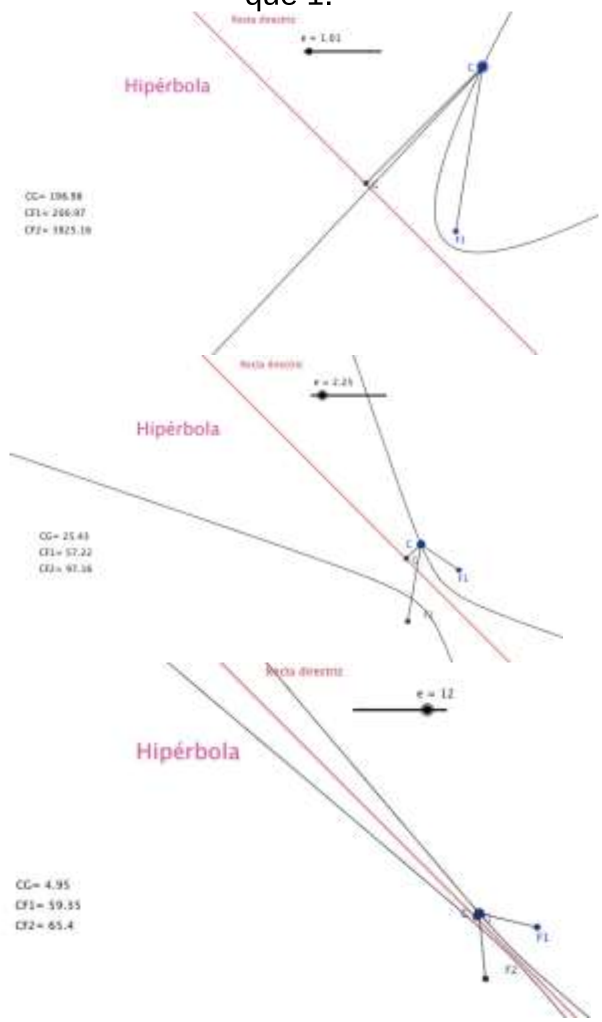

Figura 17. Argumento tipo I, Nº 4

Los estudiantes observan que el punto C, que se puede mover, cuando la figura es una elipse, solamente lo hace alrededor de la misma, los estudiantes notan que el punto C, pertenece a la figura y se puede mover pero en la misma. Se obtiene con esto el argumento que se presenta en la figura 18.

5. **Argumento tipo I**

DATO:

Applet, cuando el deslizador e esta entre 0 y 1, aparece la palabra

AFIRMACIÓN 17:

En la elipse se puede mover el punto C alrededor de la misma, por la

GARANTE:

Observación del applet cuando aparece ELIPSE

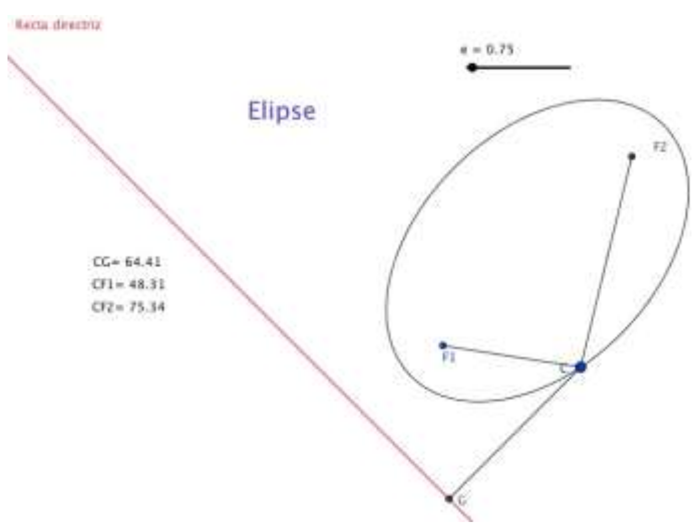

Figura 18. Argumento tipo I, Nº 5

Cuando el deslizador e se encuentra en 1, se observa que la figura es una parábola, y los valores de CG y CF1 son iguales. De ahí el argumento de la figura 19.

6. **Argumento tipo I**

DATO:
Applet, deslizador en e=1, aparece la palabra PARÁBOLA

AFIRMACIÓN 18:
En la parábola, CG y CF1 tienen los mismo valores, mientras que el valor de CF2 es indefinido.

GARANTE:

Observación del applet cuando aparece PARÁBOLA

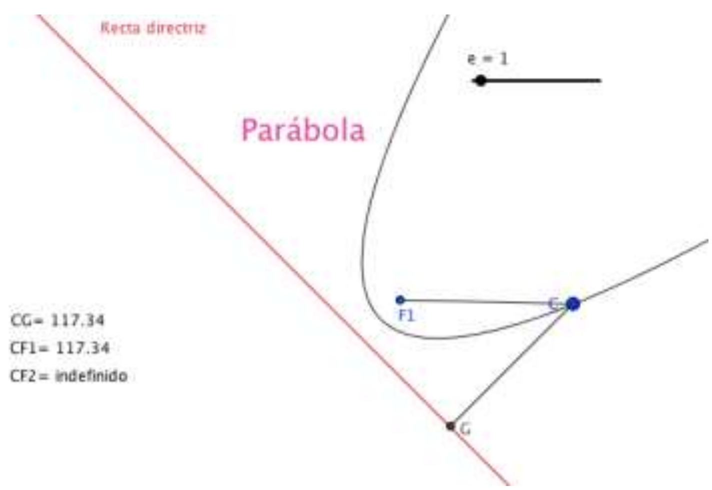

Figura 19. Argumento tipo I, Nº 6

Con el paso de la exploración del applet, los estudiantes observan que siempre hay un segmento de recta entre el punto C y el punto G de la generatriz, y notan que este es perpendicular a la recta directriz. Con esto se obtiene el argumento que se presenta en la figura 20.

7. **Argumento tipo I**

DATO:
Applet

AFIRMACIÓN 22:
Siempre hay una línea que va de C hasta G, esa línea es perpendicular a la recta directriz.

GARANTE:
Observación del applet durante el movimiento del punto C y el deslizador e

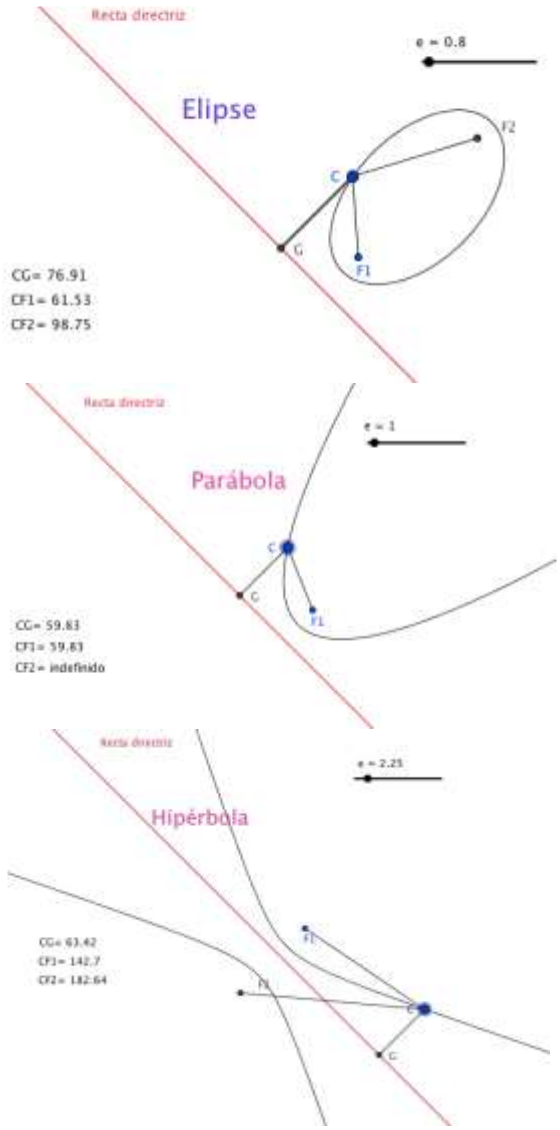

Figura 20. Argumento tipo I, Nº 7

La exploración continua del applet, y la observación de los elementos que allí aparecen, permite a los estudiantes evidenciar que el punto F1 permanece inmóvil; sin importar el movimiento del deslizador e, o del punto C, no cambia su posición. Con esta información resulta el argumento de la figura 21.

8. **Argumento tipo I**

DATO: Applet

AFIRMACIÓN 45: El punto F1 permanece inmóvil.

GARANTE: Observación del applet durante el movimiento del punto C y el deslizador e

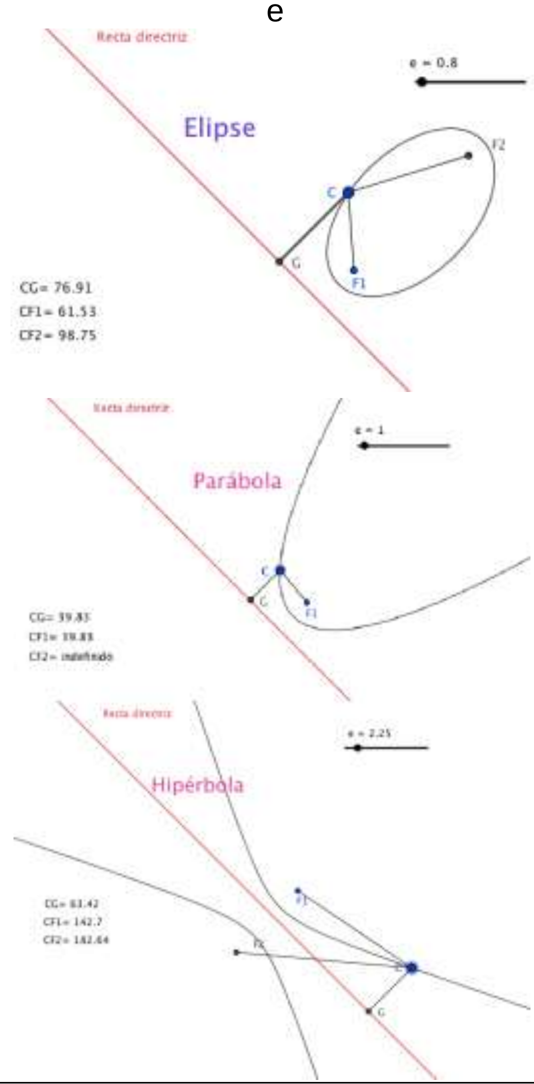

Figura 21. Argumento tipo I, Nº 8

Los estudiantes finalizan la exploración del applet y continúan con la solución de la guía, lo primero es diligenciar las tablas, luego observan los valores y establecen relaciones, la primera tabla correspondía a la elipse, en ella notan que el valor de CF1 es parecido al valor de CG pero solamente se corre un espacio la coma, de ahí revisan y multiplican el valor de e por el de CG y encuentran que el resultado es CF1, pero como los valores son diferentes, notan que se cumple para cuando e=0,1, pero revisan para los otros valores y encuentran que siempre el producto de e con CG es CF1. De ahí nace la afirmación del argumento de la figura 22.

1.

Argumento tipo II

DATO:
Guía, tabla de Elipse

e	CG	CF1	CF2
0.1	36.93	3.69	3.59
0.1	32.82	3.28	4
0.1	37.86	3.79	3.5
0.1	40.07	4.01	3.28
0.1	38.1	3.81	3.48
0.5	72.12	36.06	12.02
0.5	50	25	23.08
0.5	48.44	24.22	23.86
0.9	37.39	33.65	307.99
0.9	19.02	17.12	324.52
0.9	317.82	286.04	55.6
0.9	321.95	19.7	321.95

AFIRMACIÓN 81:
El producto entre e y CG da CF1

$$\mathrm{e.CG} = \mathrm{CF1},$$

GARANTE:
Patrón observado en los valores de la tabla.

e	CG	CF1	e x CG
0,1	36,93	3,69	3,69
0,1	32,82	3,28	3,28
0,1	37,86	3,79	3,79
0,1	40,07	4,01	4,01
0,1	38,1	3,81	3,81
0,5	72,12	36,06	36,06
0,5	50	25	25
0,5	48,44	24,22	24,22
0,9	37,39	33,65	33,65
0,9	19,02	17,12	17,12
0,9	317,82	286,04	286,04
0,9	321,95	19,7	289,76

Figura 22. Argumento tipo I, Nº 9

Luego de establecer la relación $exCG = CF1$ en la elipse, los estudiantes revisan que esa misma podría servir para las otras figuras, y encuentran que la relación aplica para cualquiera de las figuras. Con esto se forma el argumento de la figura 23.

2.

Argumento tipo II

DATO:
Guía

Tabla de Elipse

e	CG	CF1	CF2
0,1	36,93	3,69	3,59
0,1	32,82	3,28	4
0,1	37,86	3,79	3,5
0,1	40,07	4,01	3,28
0,1	38,1	3,81	3,48
0,5	72,12	36,06	12,02
0,5	50	25	23,08
0,5	48,44	24,22	23,86
0,9	37,39	33,65	307,99
0,9	19,02	17,12	324,52
0,9	317,82	286,04	55,6
0,9	321,95	19,7	321,95

Tabla de Parábola

e	CG	CF1	CF2
1	18,03	18,03	Indefinido
1	42,5	42,5	
1	62,56	62,56	
1	51,07	51,07	
1	25,19	25,19	
1	59,82	59,82	

Tabla de Hipérbola

e	CG	CF1	CF2
1,1	20,32	22,36	400,15
1,1	47,13	51,84	429,44
1,1	17,19	18,91	396,7
1,1	371,78	408,96	786,75
3	9,17	27,52	54,57
3	11,01	33,03	60,08
3	22,1	66,29	93,34
3	17	51	78,04
3	50,01	150,3	177,35
10	14,1	140,99	148,97
14	8,16	114,22	109,05

AFIRMACIÓN 81:

El producto entre e y CG da CF1

$e.CG = CF1$, para la elipse, parábola e hipérbola.

GARANTE:
Verificación de la fórmula en:

Parábola

e	CG	CF1	e x CG
1	18,03	18,03	18,03
1	42,5	42,5	42,5
1	62,56	62,56	62,56
1	51,07	51,07	51,07
1	25,19	25,19	25,19
1	59,82	59,82	59,82

Hipérbola

e	CG	CF1	e x CG
1,1	20,32	22,36	22,35
1,1	47,13	51,84	51,84
1,1	17,19	18,91	18,91
1,1	371,78	408,96	408,96
3	9,17	27,52	27,51
3	11,01	33,03	33,03
3	22,1	66,29	66,3
3	17	51	51
3	50,01	150,3	150,03

Figura 23. Argumento tipo II, Nº 1

Del anterior argumento deducen los argumentos 9 y 10, a través del despeje en la fórmula del producto entre e y CG, el cociente entre CF1 y e es CG, y el cociente entre CF1 y CG es e. De ahí el argumento de la figura 24 y 25.

1.

Argumento tipo III

DATO:

El producto entre e y CG da CF1

$\mathrm{e}.\mathrm{CG} = \mathrm{CF1}$, para la elipse, parábola e hipérbola.

AFIRMACIÓN 82:

$\frac{CF1}{e} = CG$

Para todas las figuras

GARANTE:

Despeje algebraico de la fórmula

Figura 24. Argumento tipo III, Nº 1

2.

Argumento tipo III

DATO:

El producto entre e y CG da CF1

$\mathrm{e}.\mathrm{CG} = \mathrm{CF1}$, para la elipse, parábola e hipérbola.

AFIRMACIÓN 83:

$\frac{CF1}{CG} = e$

para todas las figuras

GARANTE:

Despeje algebraico de la fórmula

Figura 25. Argumento tipo III, Nº 2

Después de revisar la información de la guía, los estudiantes no encuentran como relacionar el valor de CF2 con los otros valores de la tabla, es ahí cuando el docente les recuerda que deben intentar relacionarla a través de la suma, resta, multiplicación y división de los elementos de la misma, los estudiantes manifiestan que han intentado algunas pero no obtienen ningún resultado, el docente les

sugiere anotar las operaciones que intentan, para descartarlas y continuar con otras y no repetir las mismas.
De las múltiples opciones que intentan, los estudiantes observan que en la elipse, los valores de la suma entre CF1 y CF2, son iguales para los un valor de e, aunque en la revisión encuentran que los valores no son exactos, pero sí muy cercanos. Concluyen que la suma es la misma para cualquier valor de e. con esta información se conforma el argumento de la figura 26.

3. **Argumento tipo II**

DATO:
Guía, la elipse.

e	CG	CF1	CF2
0,1	36,93	3,69	3,59
0,1	32,82	3,28	4
0,1	37,86	3,79	3,5
0,1	40,07	4,01	3,28
0,1	38,1	3,81	3,48
0,5	72,12	36,06	12,02
0,5	50	25	23,08
0,5	48,44	24,22	23,86
0,9	37,39	33,65	307,99
0,9	19,02	17,12	324,52
0,9	317,82	286,04	55,6
0,9	321,95	19,7	321,95

AFIRMACIÓN 88:
dependiendo del valor de e así mismo al sumar los valores de CF1 y CF2 el resultado es el mismo.

GARANTE:
Patrón observado

e	CF1	CF2	CF1 + CF2
0,1	3,69	3,59	7,28
0,1	3,28	4	7,28
0,1	3,79	3,5	7,29
0,1	4,01	3,28	7,29
0,1	3,81	3,48	7,29
0,5	36,06	12,02	48,08
0,5	25	23,08	48,08
0,5	24,22	23,86	48,08
0,9	33,65	307,99	341,64
0,9	17,12	324,52	341,64
0,9	286,04	55,6	341,64
0,9	19,7	321,95	341,65

Figura 26. Argumento tipo II, Nº 2

De la misma manera encuentran que en la hipérbola, ocurre algo similar, pero es con la resta entre CF1 y CF2, el resultado de la resta es siempre igual para el mismo valor de e. de ahí el argumento de la figura 27.

4. **Argumento tipo II**

DATO:
Guía, La hipérbola

e	CG	CF1	CF2
1,1	20,32	22,36	400,15
1,1	47,13	51,84	429,44
1,1	17,19	18,91	396,7
1,1	371,78	408,96	786,75
3	9,17	27,52	54,57
3	11,01	33,03	60,08
3	22,1	66,29	93,34
3	17	51	78,04
3	50,01	150,3	177,35
10	14,1	140,99	148,97
14	8,16	114,22	109,05

AFIRMACIÓN 176:
Dependiendo del valor del deslizador e, al restar CF1 y CF2 el resultado es el mismo.

GARANTE:
Patrón

e	CF1	CF2	CF1-CF2
1,1	22,36	400,15	-377,79
1,1	51,84	429,44	-377,6
1,1	18,91	396,7	-377,79
1,1	408,96	786,75	-377,79
3	27,52	54,57	-27,05
3	33,03	60,08	-27,05
3	66,29	93,34	-27,05
3	51	78,04	-27,04
3	150,3	177,35	-27,05
10	140,99	148,97	-7,98
14	114,22	109,05	5,17

Figura 27. Argumento tipo II, Nº 3

Luego de encontrar características destacables en las figuras, el docente pide a los estudiantes construir una definición de cada una de ellas, a partir de las mismas.

El docente pregunta por las figuras y los estudiantes redactan las definiciones, con la guía del docente.

Definición de elipse: “Es ovalada, tiene dos puntos F1 y F2 dentro de la elipse, el valor de e debe estar entre 0,02 y 0,99, el punto C, es un punto que pertenece y se mueve en la elipse, dependiendo del valor de e la suma de CF1 y CF2 es igual y se cumplen las fórmulas $e.CG = CF1$, $\frac{!"!}{!"} = e$, $\frac{!"!}{!} = CG$”.

Definición de parábola: “Es como una U, solo tiene F1, el valor de e tiene que ser 1, CG y CF1 son iguales, el valor de CF2 es indefinido, se cumplen las fórmulas $e.CG = CF1$, $\frac{!"!}{!"} = e$, $\frac{!"!}{!} = CG$”.

Definición de hipérbola: “Es como dos U, F1 y F2 están en cada una de las U, nunca se une a la directriz, el valor de e tiene que ser mayor que 1, la diferencia entre CF1 y CF2 es igual para un valor de e y se cumplen las fórmulas $e.CG = CF1$, $\frac{!"!}{!"} = e$, $\frac{!"!}{!} = CG$”.

Y así concluye la socialización de la actividad.

5. CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones a las que se llega después del desarrollo y análisis de este trabajo.

El software permite motivar a los estudiantes, ya que es una herramienta fácil de manejar y además al ser tecnológica es acorde a sus gustos. También les permite jugar un papel importante en su propio proceso de aprendizaje y dejan de ser receptores a creadores de conocimiento.

Las tareas diseñadas para la familiarización de los estudiantes con el software GeoGebra, y la aplicación de estas, permitió a los estudiantes la manipulación constante y como consecuencia el aprendizaje de las funciones básicas del mismo.

La tarea "excentricidad definitiva" para el estudio de las secciones cónicas desarrolló procesos de razonamiento y argumentación en los estudiantes, además se pudo evidenciar que los estudiantes observaron, relacionaron, conjeturaron, afirmaron y argumentaron, apoyados en el dinamismo que les ofreció la herramienta tecnológica.

Además se pudo evidenciar que el software GeoGebra, permite a los estudiantes visualizar los objetos de estudio, de manera dinámica, lo que ayuda a percibir más fácilmente las características y cualidades de estos.

En el análisis, se puede observar como los estudiantes realizan afirmaciones para luego validarlas y estas se pueden clasificar a partir de los elementos del modelo de Toulmin, de ahí se evidencia que los estudiantes para garantizar una afirmación, pueden utilizar diferentes garantes, como un patrón o una operación algebraica.

Durante el desarrollo de este trabajo, se observa en los estudiantes una actitud participativa, lo que permitió que el mismo se llevara a cabo. Además les brinda a los estudiantes condiciones que fomentan la colaboración de aquellos que comúnmente se relegan por dificultades en el conocimiento que requieren las matemáticas.

6. RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

En este capitulo se presentan las recomendaciones y sugerencias que surgen a partir del desarrollo de trabajo, esto con el fin de ayudar a otras personas interesadas en hacer un trabajo de grado de este tipo.

Se deben diseñar e implementar tareas, encaminadas a la familiarización de los estudiantes con la herramienta tecnológica, esto con el fin de formarlos en el manejo adecuado y así esto no sea una barrera al momento de aplicar la tarea propia del trabajo.

Además se debe preparar durante varias sesiones a los estudiantes en el desarrollo de nuevas dinámicas de clase, en donde hay un ambiente de respeto y participación y el estudiante es necesario para desarrollar la clase, esto con el fin de que al momento de desarrollar el trabajo, estos participaran de manera activa, algo necesario para el buen desarrollo de este tipo de actividades de clase.

Para recoger la información, los videos durante las sesiones de clase, son una buena manera, ya que estos permiten la revisión posterior y el análisis de factores que no se evidencian en las grabaciones de audio.

Antes de desarrollar cualquier tarea en los estudiantes, es bueno hacer un piloto con una población de características similares y así poder tomar decisiones que van potenciar la tarea y los objetivos de la misma.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APOSTOL, T. (2001). *Cálculo, Volumen I, Cálculo con funciones de una variable, con una introducción al álgebra lineal*. Segunda edición. EDITORIAL REVERTÉ. S.A.

EVERY SPACE, Magazine, E. (2013). Le orbite: cadute senza fine. Recuperado de: http://www.everyspacemagazine.com/i-nostri-articoli/26-le-orbite-cadute-senza-fin.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* Bogotá: MEN

SOLER-ÁLVAREZ, N. y CARRANZA, E. (2013). *Informe final proyecto de investigación "Razonamientos abductivos, inductivos y deductivos desarrollados por estudiantes del curso de Geometría Analítica al realizar una tarea relacionada con la representación de objetos geométricos en distintos sistemas coordenados".* Documento no publicado. Bogotá. Universidad Pedagógica Nacional Press

SOLÓRZANO, L. (2013). *Secciones cónicas objetos para aprendizaje, esferas de Dandelin-Quetelet:* Universidad de Guadalajara, México. Recuperado el 12 de mayo de 2013, de http://sitios.usac.edu.gt/seccionesconicas/esfera_dandelin_quetelet.html

TOULMIN, S. (2003). *The uses of argument.* Reino Unido de Gran Bretaña: Cambridge University Press

ANEXOS

Anexo A

Tarea de exploración y familiarización.
Círculos mágicos.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA - SEDE ANTONIO NARIÑO **DOCENTE: JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA** **ÁREA DE MATEMÁTICAS** **GRADO DÉCIMO**

Nombres:___________________________________Grado:______Fecha: _____________________________Actividad de exploración del software ***GeoGebra***.

Exploración de applet de GeoGebra denominado "Círculos Mágicos"

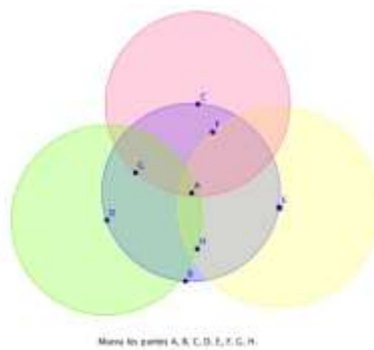

Figura 1. Captura de pantalla de applet, círculos mágicos.

1. Explore el applet y determine los objetos que son variables. ¿De qué dependen esas variables?
2. ¿Qué sucede cuando el punto B se acerca al punto A? ¿Qué sucede cuando se aleja?
3. ¿Qué sucede cuando el punto F se acerca al punto E? ¿Qué sucede cuando se aleja?
4. ¿Qué sucede cuando el punto G se acerca al punto C? ¿Qué sucede cuando se aleja?
5. ¿Qué sucede cuando el punto H se acerca al punto D? ¿Qué sucede cuando se aleja?
6. ¿Por qué sucede eso que observa?¿Cuál sería la explicación que usted propondría para justificar lo que sucede?

Anexo B

Tarea de exploración y familiarización.
Tarea de instrucción

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA - SEDE ANTONIO NARIÑO **DOCENTE: JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA** **ÁREA DE MATEMÁTICAS** **GRADO DÉCIMO**

Nombres:____________________________________Grado:________Fecha:______

Actividad de exploración del software ***GeoGebra***.

Barra de herramientas.

Figura 1. Imagen de la barra de herramientas, GeoGebra.

A. Realice los siguientes pasos:

1. Ubique dos puntos A y B.
2. Construya una recta que pase por los puntos A y B.
3. Construya una recta perpendicular a la recta $\overleftrightarrow{AB}$ que pase por el punto A.
4. Construya una recta perpendicular a la recta $\overleftrightarrow{AB}$ que pase por el punto B.
5. Ubique un punto C y D cada uno a un lado diferente de la recta $\overleftrightarrow{AB}$.
6. Construya una recta paralela a la recta $\overleftrightarrow{AB}$ que pase por el punto C.
7. Construya una recta paralela a la recta $\overleftrightarrow{AB}$ que pase por el punto D.
8. Segmento de recta entre el punto A y C.
9. Trace la bisectriz del ángulo $\sphericalangle ABC$.
10. Trace la mediatriz a los puntos A y B.
11. Ubique el punto de intersección entre la bisectriz y la mediatriz trazadas; este punto se llamará F.
12. Construya una circunferencia con centro en F y radio B.
13. Ubique la intersección entre la bisectriz y la circunferencia, este punto se llamará G.
14. Construya el segmento de recta entre el punto F y el punto B.
15. Mida el ángulo $\sphericalangle ABF$.
16. Mida el ángulo $\sphericalangle BAF$.
17. Mida el ángulo $\sphericalangle AFB$.
18. Mida el ángulo $\sphericalangle GBF$.
19. Mida el ángulo $\sphericalangle FGB$.

20. Mida el ángulo $\sphericalangle BFG$.

21. Mida la distancia entre el punto A y F.
22. Mida la distancia entre el punto B y F.
23. Mida la distancia entre el punto A y B.
24. Mida la distancia entre el punto B y G.
25. Mida la distancia entre el punto F y G.

B. Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles de los puntos se pueden mover y por qué? ¿Cuáles puntos son dependientes y de qué depende?
2. Mueva el punto A. ¿Alguno de los otros puntos se mueve?¿Cuáles y por qué?
3. Mueva el punto B. ¿Alguno de los otros puntos se mueve?¿ Cuáles y por qué?
4. Mueva el punto C. ¿Alguno de los otros puntos se mueve?¿ Cuáles y por qué?
5. Mueva el punto D. ¿Alguno de los otros puntos se mueve?¿ Cuáles y por qué?
6. Compare las medidas de los segmento AF y BF, ¿Qué sucede con estas medidas si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B, o el C o el D? ¿Por qué?
7. Compare las medidas de los segmento BF y FG, ¿ Qué sucede con estas medidas si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B, o el C o el D? ¿Por qué?
8. Compare las medidas de los segmento AF y FG, ¿Qué sucede con estas medidas si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B, o el C o el D? ¿Por qué?
9. Con los datos observados, ¿Qué conclusión podemos encontrar entre los triángulos AFB y BFG?

10. Compare la medida de los ángulos $\sphericalangle ABF$ y $\sphericalangle BAF$, ¿Qué sucede con estas medidas si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B, o el C o el D? ¿Por qué?
11. Compare la medida de los ángulos $\sphericalangle FBG$ y $\sphericalangle BGF$, ¿Qué sucede con estas medidas si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B, o el C o el D? ¿Por qué?
12. ¿Cuánto es la suma de los ángulos internos del triángulo AFB?, ¿Qué sucede con esta suma si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B o el C? ¿Podemos hacer alguna conclusión con estos resultados?
13. ¿Cuánto es la suma de los ángulos internos del triángulo BFG?, ¿Qué sucede con esta suma si movemos el punto A? ¿Y si movemos el punto B o el C?
¿Podemos hacer alguna conclusión con estos resultados?
14. Observaciones generales; en este espacio puede hacer las observaciones con respecto a la actividad que usted crea importantes.

Anexo C

Tarea de exploración y familiarización
Tarea “Teorema del seno”

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA - SEDE ANTONIO NARIÑO **DOCENTE: JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA** **ÁREA DE MATEMÁTICAS** **GRADO DÉCIMO**

Generalización y Argumentación

Nombres:____________________y___________________Grado: 10-2 Fecha:______

1. Explore el applet e identifique los objetos que son variables. ¿Cuáles son las variables dependientes y cuáles independientes? ¿En qué consiste la dependencia?
2. Complete la tabla tomando los datos del applet y realizando las operaciones necesarias, (cuando no sea posible encontrar los valores exactos tome los valores más cercanos a los solicitados).

#	a	b	c	A	B	C	h
1	2	2	2				
2		4			60º	90º	
3	5			60º		75º	
4		3			30º	65º	
5		3			60º	90º	
6		4		45º		45º	
7		5		30º		90º	
8	4	4				60º	
9	2				30º	65º	
10		3		85º	30º		

Tabla 1. Lados, ángulos y altura del triángulo.

3. Escriba en la hoja anexa de forma detallada lo que hizo para completar la tabla.
4. ¿Encuentra relaciones entre los datos de la tabla? ¿Y entre los objetos que están en el applet? Ensaye todas las cosas que se le ocurran, incluso puede usar lo que ya aprendió en clase.
5. ¿Existirá algún procedimiento para hallar los valores faltantes de la tabla sin mover los deslizadores?

Anexo D

Piloto de la tarea “Excentricidad Definitiva”.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA - SEDE ANTONIO NARIÑO **DOCENTE: JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA** **ÁREA DE MATEMÁTICAS** **GRADO DÉCIMO**

Nombres:____________________y_____________________Fecha:________Grado:_

Lugar Geométrico

1. Explore el applet “Excentricidad definitiva” e identifique los objetos que son variables. Describa sus hallazgos.
2. Complete la tabla tomando los datos del applet “Excentricidad definitiva”. Sugerencia: Si no se pueden ubicar los valores dados en la tabla, cambiarlos por algunos que sean cercanos a éstos.

e	**CG**	**CF1**	**CF2**	**Objeto geométrico generado**
1	18,03	18,03		Parábola
1	42,5			Parábola
1	62,56	62,56	-----	
		51		Parábola
				Parábola
1				
0,4	40		18.35	Elipse
0,4	60.04	24.02		
	42		17.55	Elipse
0,5	72.12	36.06	12.02	Elipse
0,5	50		23,08	Elipse
0,5		24.22	23.86	
0,8		32.24	128.04	
0,8	162.8	130.24	30.04	
	136		51.48	Elipse
1,5	15.2	22.8	109.35	
		96	182.55	Hipérbola
1,5	116.5		261.3	
2				
	40	80		Hipérbola
2	26		100.08	
3	11.01	33.03	60.08	Hipérbola
3	22.1		93.34	Hipérbola
3		51	78.04	
3		150.3	177.35	Hipérbola
			----	Parábola
				Elipse
				Hipérbola

3. En el applet “Excentricidad definitiva” y en la tabla, para cada una de las curvas ¿Qué cambia y cómo es ese cambio? ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla y/o de los applet?
4. ¿Qué garantiza que las relaciones encontradas sean válidas?

Anexo E

Tarea “Excentricidad Definitiva”.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA ANA - SEDE ANTONIO NARIÑO **DOCENTE: JAIME HUMBERTO ORTEGÓN VILLALBA** **ÁREA DE MATEMÁTICAS** **GRADO DÉCIMO**

Nombres:___________________y____________________Fecha: Grado: __

Lugar Geométrico

1. Describa cada uno de los objetos que aparecen el applet ***“Excentricidad definitiva”***[1] y especifique para que podrían servir. Refiera con claridad todos los hallazgos.

Complete las tablas tomando los datos del applet “***Excentricidad definitiva***”. *Sugerencia:* Si no se pueden ubicar los valores dados en la tabla, cambiarlos por algunos que sean lo más cercano posible.

Tabla 1. Elipse

e	CG	CF1	CF2
0,1	36,93	3,69	3,56
0,1	32,82		4
0,1		3,79	
0,1			3,28
		3,81	3,48
0,5	72,12	36,06	12,02
0,5	50		23,08
0,5		24,22	23,86
0,9	37,39		307,99
0,9		17,12	324,52
	317,82		
0,9			321,95

2. ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla?, ¿Qué pasa si suma, resta, multiplica o divide los valores de la misma?

Tabla 2. Parábola

<table>
<tr><th>e</th><th>CG</th><th>CF1</th><th>CF2</th></tr>
<tr><td>1</td><td>18,03</td><td>18,03</td><td rowspan="4">-----</td></tr>
<tr><td>1</td><td>42,5</td><td></td></tr>
<tr><td>1</td><td>62,56</td><td>62,56</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>51</td></tr>
</table>

[1] Tarea propuesta en el marco del proyecto de investigación “Razonamientos abductivos, inductivos y deductivos”

	25,19		
1			

3. ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla?, ¿Qué pasa si suma, resta, multiplica o divide los valores de la misma?

Tabla 3. Hipérbola

e	**CG**	**CF1**	**CF2**
1,1	20,32	22,35	400,15
1,1		51,64	429,44
		18,91	396,71
1,1	371,78	408,96	
			54,57
3	11,01	33,03	60,08
3	22,1		93,34
3		51	78,04
3		150,3	177,35
10	14,1		148,97
14		114,22	109,05

4. ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla?, ¿Qué pasa si suma, resta, multiplica o divide los valores de la misma?
¿Qué significado tienen los elementos C, G, F1, F2, CF1, CF2, CG y e en cada una de las curvas que aparecen en el applet? ¿Podría describirlos y decir las cualidades que tienen estos puntos?

Anexo F

Relatoría del desarrollo de la tarea “Excentricidad Definitiva”.

Información recolectada

En este anexo se relata la socialización generada a partir del desarrollo de la tarea, entre los grupos, los compañeros y el docente.

La primera sesión se desarrolla en el aula de sistemas, los estudiantes se organizan en parejas para el uso del computador y se les entrega la guía y cada equipo tiene el applet “*Excentricidad Definitiva*”.

Durante el diligenciamiento de la tabla, algunos estudiantes preguntan al docente sobre cuál valor de los cercanos al solicitado sería el mejor para la tabla, el docente responde “el que crean más cercano”.
La sesión culmina después de dos horas de clase y el docente recoge la guía con los avances realizados.

En la segunda sesión el docente entrega a las parejas las guías respectivas, para que continúen con el desarrollo de la tarea, los estudiantes continuaron y comunicaban al docente inquietud acerca de las relaciones que creían encontrar y esperaban la aprobación del docente, este solamente les aclaraba que debían escribirlas de tal manera que fueran claras pero no importaba que estuvieran totalmente correctas, que luego se hacia la revisión, al finalizar la actividad se recogió la guía.

En la tercera sesión se entrega la guía a las parejas y se pide a los estudiantes organizar grupos de 2 parejas para revisar la solución propuesta y crear un documento consolidado del grupo, el cual debe ser expuesto a los compañeros. Al finalizar, el docente solicita una lista de los integrantes del grupo agregando el correo de uno de ellos, indica que deben llevarse las soluciones para que el consolidado sea diligenciado en el documento que les será enviado al correo, y luego responder al correo con la guía totalmente diligenciada.

En la cuarta sesión se realiza la socialización de los consolidados enviados por los grupos, cada grupo pasa y presenta con la ayuda de un video beam la solución de la guía.

En la quinta sesión, el docente entrega a cada grupo una cartilla con las soluciones propuestas de la guía por los grupos (11 grupos), para iniciar la revisión de las afirmaciones hechas por los compañeros, además ubica en el tablero un cartel con las tablas diligenciadas de la elipse, parábola e hipérbola para verificar las afirmaciones hechas por los compañeros cuando sea necesario revisar las relaciones propuestas y se proyecta el applet “Excentricidad Definitiva”.

El docente da inicio a la socialización recordando quienes son los grupos e integrantes, de lo que trata la cartilla e indica que se van a leer las afirmaciones hechas para verificar cuales son ciertas y cuales no.

El docente lee la afirmación hecha por el grupo y pone en discusión la veracidad de la misma.

El primer punto de la guía es, **Describa cada uno de los objetos que aparecen el applet *"Excentricidad definitiva"* y especifique para qué podrían servir. Describa con claridad todos los hallazgos.**

El grupo 1 respondió

1. E= cuando está en =0,01 en CG, CF1, CF2= dan un valor indefinido.
Compañeros: la respuesta no es cierta.
Grupo: cuando el valor de e es 0,01, entonces CG y CF1 ya aparecen con un valor, pero CF2 aparece indefinido.
Se ubica el deslizador en 0,01 y se corrobora la afirmación.

2. Cuando el deslizador se encuentra el en CERO aparece la palabra punto.
Compañeros: nosotros también vimos lo mismo en el applet.
Se acepta la afirmación.

3. Cuando movemos el punto C se mueve (CG), (CF1), (CF2).
Compañeros: preguntan cual CG, CF1 y CF2 se mueven.
Grupo: afirman que los valores que aparecen de los ya mencionados en el applet.
Se corrobora que la afirmación es cierta.

4. Encontramos el deslizador E.
Esta afirmación es confirmada por todos los grupos.

5. E=5 todos los puntos se unen.
Compañeros: preguntan que significa que se unan.
Grupo: explica que hay unas líneas que unen los puntos CG, CF1 y CF2.
Compañeros: también cuando vale 2 se unen y cuando tiene muchos valores diferentes se unen.
Se descarta la afirmación.

6. E=1 forma una parábola cuando E se encuentra en cero forma una elipse cuando lo movemos E forma una parábola si lo seguimos moviendo forma una hipérbole después de 1,00 de E.
Compañeros: la afirmación repite cosas y de manera diferente, y además tiene errores, porque ya habían dicho que cuando e estaba en cero aparecía la palabra punto, pero ahora dicen que cuando e vale cero aparece una elipse.

Grupo: afirma no acordarse del porque de la afirmación
Se descarta la afirmación.

7. Cuando hallamos la hipérbole CG*CF1 / CF1*CF2 – CG*CF2 no dan resultados propuestos en la tabla.

Compañeros: la afirmación no es resultado del applet sino de las preguntas hechas después de diligenciar la tabla así que no se debe revisar en este momento, además las siguientes afirmaciones también son de las preguntas luego de las tablas por lose deben verificar luego.

Grupo: las afirmaciones 7 a 14 son producto de lo que vimos en la tabla.

Profesor: afirma estar de acuerdo con los estudiantes y por lo tanto esta y las siguientes afirmaciones se va a revisar cuando se de inicio al tercer punto de la guía.

8. En la columna CF2 cuando comenzamos abajo aumentan y cuando comenzamos hacia arriba van disminuyendo el resultado se suma E-CG-CF1-CF2 en el cuadro de la hipérbole.

9. Cuando dividimos CG/CF1=E y multiplicamos CG*E=CF1 – CF1*6=CG dan el mismo resultado en el cuadro de la parábola.

10. Al sumar CG+CF1+CF2 todo dan más de 40 en el cuadro de la elipse.

11. En el cuadro de la parábola CG – CF1 tienen el mismo resultado.

12. En todas las columnas de la parábola E-CG-CF1 todos los resultados son iguales. Y en CF2 es un infinito.

13. En el cuadro de la elipse aparece en la segunda casilla en CG-CF1 aparecen. 32,82 – 3,28 por su coma.

14. En el cuadro de la hipérbole. En la casilla 10. CG – CF1 – CF2 comienzan por 14.

Profesor: vamos a revisar las afirmaciones del grupo 2

15. A medida que el deslizador e se mueve, aumenta o disminuye el valor dependiendo en que posición se encuentre, se determinara la figura.

Compañeros: nosotros también observamos lo mismo.

Por lo que se valida la afirmación.

16. Cuando el valor de e es menor a 0,99 es elipse, cuando el valor de e está exactamente en 1 es parábola, y si es a partir de 1,01 le corresponde el nombre de hipérbole.

Compañeros: esta afirmación recoge la anterior pero es mas especifica, solamente le falta afirmar que cuando e vale 0 entonces aparece punto, que es una afirmación del grupo 1.

Grupo: estamos de acuerdo.

Por lo que la afirmación seria cuando e vale cero aparece la palabra punto, cuando llega hasta 0,99 aparece elipse, cuando es 1 aparece parábola y a partir de 1,01 es hipérbole.

Estudiantes: así queda mejor la afirmación.

17. A partir del que es deslizador e se mueve, aparece una circunferencia, en donde se le puede rodear.

Compañeros: ¿dónde aparece una circunferencia?.

Grupo: cuando e tiene un valor muy pequeño entonces la figura que aparece parece una circunferencia.

Compañeros: entonces porque no aparece la palabra circunferencia.

Se utiliza el applet para revisar la afirmación y se coloca el deslizador en 0,09 y se acerca la imagen para visualizar que figura aparece, y se corrobora que es una elipse.

Grupo: modifican la afirmación y manifiestan que *en la elipse se puede mover el punto C alrededor de la misma*.

Compañeros: así queda bien la afirmación.

18. Cuando el valor del deslizador esta en 1, es parábola y CG,CF1 tienen los mismo valores, mientras que el valor de CF2 es indefinido.

Compañeros: estamos de acuerdo con la afirmación.

19. En elipse cuando el punto c va de derecha a izquierda aumenta el valor de CG y CF1 mientras que el valor de CF2 disminuye, cuando el punto c va de izquierda a derecha aumenta el valor de CG y CF2 mientras que el valor de CF1 disminuye

Compañeros: ¿podemos revisar en el applet la afirmación?.

Y se revisa la afirmación en el applet y se observa que es al revés.

Grupo: cambiamos la afirmación a “en una elipse cuando el punto C va de derecha a izquierda el valor de CG y CF1 disminuye mientras que el valor de CF2 aumenta y viceversa”

Los compañeros aceptan la afirmación.

Ahora el profesor lee las afirmaciones del grupo 3

20. Al mover el punto e se encuentran dos líneas y forman un ovalo o una circunferencia podemos encontrar que hay dos rectas directriz, se encuentra la hipérbola hay un punto CG un punto CF1 un punto CF2 cuyos valores pueden disminuir o aumentar dependiendo el lugar donde uno lo mueva, hay una recta en la cual une las rectas directriz el valor e puede aumentar o disminuir dependiendo donde uno la mueva sea hacia la derecha o a la izquierda.

Compañeros: preguntan porque dicen que hay dos rectas directrices, y que además la afirmación es confusa.

Grupo: nosotras vimos 2 rectas directrices cuando realizamos la guía.

Compañeros: nosotros nunca vimos más de una recta directriz.

Profesor: utilicemos el applet para revisar en que momento podrían aparecer las dos rectas.

Grupo: no recordamos en que momento vimos las dos rectas.

Por lo que los compañeros descartan la afirmación.

21. Moviendo el punto e a la derecha se va formando un elipse van aumentando sus valores y se va expandiendo hasta llegar al otro lado de la línea de intersección.
Compañeros: que significa “llegar al otro lado de la línea de intersección” y además se parece a la afirmación del grupo 2.
Grupo: al mover e el punto C llega a estar más lejos de la recta directriz de lo que estaba al principio y si parece a la afirmación del grupo 2.
Por lo que se descarta la afirmación.

22. Hay una perpendicular que intercepto a una línea en diagonal
Compañeros: pueden explicar mejor la afirmación porque no la entendemos.
Grupo: siempre hay una línea que va de C hasta G, y esa línea siempre es perpendicular a la recta directriz.
Compañeros: podemos revisar la afirmación en el applet.
Grupo 7: nosotros también vimos lo mismo.
Se revisa en el applet y se mueve el deslizador y el punto C, se observa el movimiento de CG.
Compañeros: la afirmación es cierta.

23. A medida que se va expandiendo el elipse se convierte en hipérbola
Compañeros: que significa “se va expandiendo”.
Grupo: es similar a decir agrandando.
Compañeros: falta decir que antes se convierte en parábola, esa afirmación ya fue hecha por el grupo 2, así que es mejor dejar la de ese grupo, que estaba mejor redactada.
Grupo: estamos de acuerdo en dejar la del grupo 2.

24. Cuando se hace clic en el punto C y el punto G aparecen diferentes diseños y color de las líneas y puntos
Compañeros: que significa diferentes diseños y colores de las líneas y puntos.
Grupo: El punto C y F1 son azules y el punto G y F2 son de color negro, la recta directriz es roja y las líneas entre los puntos son negras.
Compañeros: ¿las líneas y puntos cambian de color en algún momento?, porque nosotros las vimos siempre del mismo color.
Grupo: los cambios en los diseños es por las líneas entre C y G o entre C y F1 o entre C y F2 porque al mover C en la elipse las líneas cambian de diseño porque dejan de parecer una sola.
Compañeros: podemos revisar en el applet.
Profesor: claro.
Se revisa la afirmación y en una elipse se ubica el punto C en la parte mas cercana a la directriz, en ese momento CG y CF1 y CF2 parecen ser una sola línea, pero al mover C se convierte en tres líneas diferentes.

Compañeros: lo del cambio de color no es cierto, pero si cambia el diseño de las líneas en ese punto.

25. Cuando se mueve el punto C se divide la línea en dos partes una llamada G y la otra recta diagonal se puede mover en curva
Compañeros: no entendemos pueden explicarla mejor.
Grupo: cuando se mueve el punto C la línea se dividía pero que no recordamos porque.
Profesor: utilicemos el applet para revisar.
Se ubica el punto C en la parte más cerca de la elipse a la recta directriz, en donde los segmento CG, CF1 y CF2 parecen crear una sola línea y luego al mover C se parte en tres.
Grupo: algo así era lo que pasaba.
Compañeros: no es igual a la afirmación anterior.
Grupo: es muy parecida
Compañeros: entonces podemos descartarla.
Grupo: si.

26. Cuando se mueve el punto E hacia la derecha va aumentando pero el punto CG va disminuyendo y el CF1 también pero lentamente
Compañeros: es la misma afirmación del grupo 2 pero con menos elementos.
Grupo: si es la misma idea.
Compañeros: podemos descartarla.

Ahora el profesor lee la afirmación del grupo 4

27. Hay un deslizador Que se llama punto, pero cuando lo movemos hacia 0.01-0.02 ETC. Se llama ELIPSE; y CF1-CF2-CG aparece (indefino).
Compañeros: no hay ningún deslizador que se llame punto, el único deslizador que aparecía se llamaba e.
Grupo: cuando el deslizador esta en cero se llama punto, y si se movía hacia la derecha se llamaba elipse.
Compañeros: ¿porque CF1 – CF2 Y CG aparece indefinido?
Grupo: a veces aparece indefinido.
Compañeros: ¿profesor podemos revisar en el applet?
Profesor: Claro.
Se revisa el applet y nunca son indefinidos los tres valores.
Compañeros: se puede descartar la afirmación.

28. Cuando movemos el deslizador podemos ver una recta directriz que tiene un punto medio llamado G, y que en ella sobresale una línea perpendicular a la recta directriz, con un punto llamado C.
Compañeros: no hay un punto medio en la recta directriz.

Grupo: el punto G aparecía en la mitad de la recta que se podía ver en la pantalla y del punto G sobresalía una línea perpendicular a la recta directriz y llegaba hasta C.
Profesor: ¿no hay una afirmación parecida ya hecha?
Compañeros: el grupo 3 ya había hecho esa afirmación de la recta perpendicular a la directriz que pasaba por C y G.
Profesor: ¿y la recta directriz tiene punto medio?
Compañeros: no, es solo que parece estar en la mitad de la línea que se alcanza a ver en la pantalla, pero la recta no tiene punto medio.
Profesor: entonces que pasa con la afirmación.
Compañeros: la recta no tiene punto medio, y lo de la perpendicular ya lo habíamos revisado.

29. Cuando se mueve el deslizador al 0.45, podemos ver que salen los puntos CF1-CF2.
Compañeros: CF1 y CF2 no son puntos.
Grupo: nos referimos a la línea entre C y F1 y F2.
Compañeros: no solo cuando el deslizador estaba en 0,45 aparecían CF1 y CF2.
Profesor: vamos a revisar en el applet.
Se ubica el deslizador en 0,50 y descarta la afirmación.

30. Cuanto movemos el punto C, podemos ver que gira alrededor del elipse. permanece constantes, mientras el punto G de la recta directriz se mueve conforme a la C y gira, pero el punto G se mueve hacia arriba y hacia abajo.
Compañeros: el punto C si gira alrededor de la elipse, y que el punto G si se mueve conforme se mueve el punto C, pero que no entendemos a que se refieren con que el punto G se mueve hacia arriba o hacia abajo.
Grupo: el punto G a veces va hacia arriba y a veces hacia debajo de la mitad de pantalla.
Compañeros: la afirmación del movimiento del punto C alrededor de la elipse ya la había hecho un grupo anterior. Por lo que se descarta la afirmación.

31. A medida que se aumenta el punto (e) se expande cada vez más el circulo.
Compañeros: no hay ningún circulo, y lo de expandir o agrandar la figura ya se había dicho, por lo que se puede descarta la afirmación.

32. Elipse deja de ser elipse cuando no pasa de 0.99.
Compañeros: el grupo esta totalmente equivocado porque es elipse hasta 0,99.
Grupo: queríamos decir lo contrario, es decir, que la elipse dejaba de ser elipse cuando se pasaba de 0,99.
Profesor: ¿quien debía pasar de 0,99?.
Grupo: si el valor de e pasaba de 0,99 entonces dejaba de ser elipse.
Compañeros: esta afirmación ya se hizo por un grupo anterior y es mejor descartarla.

33. Parábola es parábola cuando llega a 1 y pasa de uno.
Compañeros: esta afirmación ya se hizo por lo que se puede descartar.
Grupo: ya la habían dicho antes y se puede descartar.

34. Cuando se mueve el punto (e) hasta el 15 , el punto C trata de unirse con el punto G de la recta directriz y los puntos CF1 y CF2 están cada uno en un extremo. Abriéndose finitamente : CG=2,95 C1=43,99 CF2= 48,42.
Compañeros: pueden explicar mejor la afirmación.
Grupo: cuando el deslizador e se encuentra en el 15, se puede mover C y este queda muy cerca del punto G y los puntos CF1 y CF2 quedan a los lados de la hipérbola.
Compañeros: CF1 y CF2 no son puntos.
Grupo: queríamos decir las líneas CF1 y CF2.
Profesor: podemos revisar la para revisar si el punto C, puede unirse al punto G.
Compañeros: bueno.
Se ubica el deslizador en 15.
Profesor: ¿el punto C está cerca al punto G?
Compañeros: si.
Profesor: ¿si el deslizador pudiera tener valores mayores a 15 se uniría el punto C y G?.
Compañeros: si.
Profesor: ¿si el deslizador tuviera un valor de 50 entonces en ese punto, se unen C y G?.
Compañeros: si.
Profesor: entonces cambiemos las condiciones en el applet y ubica el deslizador en 50, y pregunta a los estudiantes, ¿los puntos C y G están unidos?.
Compañeros: si.
Profesor: entonces si acercamos con el zoom de la herramienta podemos verlos unidos.
El profesor acerca varias veces para poder visualizar mejor los puntos C y G.
Compañeros: no están unidos, antes no parecían estar tan lejos.
Profesor: si el deslizador estuviera en 1000, entonces estarían los puntos C y G unidos.
Compañeros: ahí si.
El profesor cambia las condiciones del applet y ubica el deslizador en 1000.
Compañeros: ahí si quedaron unidos.
Profesor: ¿que pasara si hago zoom con la herramienta?.
Compañeros: se ven lejos los puntos.
Profesor: entonces en algún momento los puntos C y G se pueden unir o tocar.
Compañeros: no. Entonces se descarta la afirmación “los puntos C y G se tratan de unir”

35. El punto C es independiente porque no necesita de otro para moverse, el punto G depende del C para moverse y los puntos CF1 y CF2 dependen del punto del deslizador para moverse.

Compañeros: no son los puntos CF1 y CF2 sino las líneas entre C y F1 y C y F2,
Grupo: eso queríamos decir.
Compañeros: es cierta la afirmación.

El profesor lee las respuestas del grupo 5

36. Al mover el deslizador aparece F2, y este se aumenta cada vez mas de tamaño

Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo y fue más completa, por lo que se puede descartar.

37. A la medida que se me mueve se va convirtiendo en un elipse

Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo, por lo que se puede descartar.

38. A la Medida que se desliza se va convirtiendo en hipérbola y va aumentado de valor

Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo, por lo que se puede descartar.

39. Entre más hacia la derecha lo movamos más unidas están las líneas, en el centro de la recta directriz

Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo y y el profesor ayudo a aclararla, por lo que se puede descartar.

40. Al mover e: 0 para el lado derecho, observamos que al principio está en punto, pero si al moverlo más hacia la derecha forma hipérbola y las medidas evidentemente cambian.

Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo, por lo que se puede descartar.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 6

41. Al mover el deslizador aparece una circunferencia y un punto movible. Ese punto nunca sale de la circunferencia.

Compañeros: aparece una elipse y esa afirmación ya había sido revisada en un grupo anterior.

42. Al mover el deslizador E podemos ver que los puntos CG, CF1, CF2 cambian sus valores.

Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo, por lo que se puede descartar.

43. Al mover el deslizador para llegar 1.1 ya no aparece el círculo si no que se partía en dos y la línea directriz queda a la mitad.

Compañeros: se refiere a la hipérbola y esa afirmación ya fue hecha por otro grupo, así que se puede descartar.

44. El parábola aparece indefinida es porque al mover el punto CG la línea quedaba porque se salía de la pantalla.
Compañeros: la línea no se salía de la pantalla.
Grupo: CF2 era indefinida porque no se podía hallar el punto C.
Compañeros: si se hace zoom en la herramienta se puede encontrar el punto, así que la afirmación no es cierta.

El profesor lee las respuestas del grupo 7
45. Recta directriz en la cual se encuentra el punto G, El punto G solo se puede mover sobre la recta directriz y su movimiento depende de la recta que lo une al punto C, el punto C controla el movimiento del punto G por medio de una recta que lo une al punto G, el punto C solo se puede desplazar sobre la cónica, El está unido al punto F2. El cual su movimiento varía respecto al movimiento de la cónica que es manejada por el deslizador e, El punto C también está unido al punto F1 el cual permanece inmóvil y determina el movimiento de C sobre la Cónica.

Compañeros: ¿qué significa cónica?
Grupo: es el nombre que reciben las figuras que aparecen en el applet, la elipse, parábola e hipérbola son cónicas y el punto F1 permanece inmóvil, sin importar el deslizador o el punto C nunca cambia su posición.
Compañeros: ¿porque determina el movimiento de C sobre la figura, si el punto C se puede mover libremente?
Grupo: fue un error de redacción.
Compañeros: revisemos en el applet.
Se revisa la afirmación, y se observa que el punto F1 nunca cambia de posición.
Compañeros: ya se había hecho una afirmación parecida, pero no se había dicho que F1 permanecía inmóvil, así que se le pude adicionar para completarla.

46. El elipse llega hasta 0.99 en “e” .En “1” inicia parábola F2 se vuelve indefinido.
Compañeros: esa afirmación ya fue hecha por otro grupo y fue más completa, por lo que se puede descartar.

47. Entre más se avanza sobre “e” F2 que esta indefinida empieza a acercarse con F1.
Compañeros: es la misma afirmación que se había hecho antes pero el profesor aclaro que nunca se encuentran.

48. Cuando llegamos en “e” al 15 se unen F1 y C.
Compañeros: el grupo puede aclarar la afirmación.
Grupo: profesor podemos ubicar el deslizador en 15 para verificar la afirmación.
Se ubica el applet con el deslizador en 15

Compañeros: los puntos F1 y C quedan lejos, se puede descartan la afirmación.

49. Dentro de la elipse se puede mover el punto C
Compañeros: esta afirmación ya había sido hecha por otro grupo, se puede descartar.

50. C siempre hace que G se mueva con el, En la hipérbola F1 se puede mover por toda la hipérbola (Circunferencia) F1y F2
Compañeros: la primera afirmación ya había sido hecha por otro grupo, pero la segunda es confusa, el grupo puede aclararla.
Grupo: estamos equivocados porque ya habían dicho que F1 permanecía inmóvil así que no se puede mover por la hipérbola.

El profesor lee las respuestas del grupo 8

51. Que al mover el deslizador se forma un punto hipérbola o elipse
Compañeros: esta afirmación ya había sido hecha por otro grupo, se puede descartar.

52. Al tener el deslizador F1 y F2 se convierten en un solo punto.
Compañeros: F1 y F2 nunca se unen en las figuras. Así que se descarta la afirmación.

53. Cuando formamos un elipse se unen los puntos F1, F2, c
Compañeros: ya se revisó y nunca se unen los puntos F1 y F2 y tampoco C.

54. Al mover el deslizador cg se hace más pequeño y F1, F2 son más grandes
Compañeros: revisemos en el applet.
Se mueve el deslizador y se observan los valores de CG, CF1 y CF2
Compañeros: no es cierto, se puede descartar la afirmación.

55. Al mover los puntos cg a la izquierda se separan y al moverlo a la derecha se unen
Compañeros: los puntos nunca se unen.

El profesor lee las respuestas del grupo 9

56. Aparece una recta directriz la que cruza otra línea y se cruzan en un punto G.
Compañeros: esta afirmación ya fue hecha por otro grupo y la línea que tiene el punto G no cruza la directriz.

57. Hay un deslizador y al moverlo se mueve todo y cambia.
Compañeros: esta afirmación es parecida a unas hechas anteriormente, pero no se mueve todo porque F1 nunca cambia de posición.

58. Hay varios valores (**CG, CF1, CF2**), Cuando se mueve el deslizador se cambian los valores a medida que se mueve el deslizador.
Compañeros: esta afirmación ya fue hecha por otro grupo.

El profesor lee las respuestas del grupo 10

59. Al mover e hacia la derecha el circulo que se ve, va aumentando hasta convertirse en una hipérbola
Compañeros: esta afirmación ya se revisó y no hay ningún círculo en el applet.

60. El punto C solo se mueve por la línea que se forma alrededor de los puntos F1 y F2.
Compañeros: solo pasa en la elipse que es donde se mueve alrededor de los puntos F1 y F2 porque están dentro de la elipse, pero en la hipérbola no pasa lo mismo porque los puntos quedan a los lados de la figura. Por lo que se puede descartar la afirmación.

61. El punto F1 no se mueve en ninguna dirección y G solo se mueve cuando C se mueve
Compañeros: esta afirmación ya se revisó en otro grupo.

62. Cuando e llega hasta su punto máximo, solo en ese momento F2 se puede mover al otro lado de la línea roja la cual es la recta directriz
Compañeros: cuando se convierte en hipérbola, ósea de 1,01 en adelante F2 pasa al otro lado de la directriz, no es necesario que sea hasta el final del deslizador, por lo que se descarta la afirmación.

63. En 0 la palabra que aparece es “punto”, en 0.15 es “elipse”, en 1 es “parábola” y en 1.01 es “hipérbola”
Compañeros: esta afirmación ya había sido aportada por otro grupo y se había revisado, por lo que se puede descartar.

64. Cuando movemos el punto C cambian los valores CG, CF1 y CF2.
Compañeros: ya se había revisado una afirmación parecida pero con más información.

El profesor lee las afirmación del grupo 11

65. El deslizador abre un círculo y dos líneas oblicuas hasta separarlos.
Compañeros: ¿qué significa dos líneas oblicuas?
Grupo: no sabemos, lo escribimos porque en el momento sonó bien, pero no sabemos que significa.
Compañeros: se debe descarta la afirmación.

66. Al mover el deslizador los valores de CG, CF1 Y CF2 cambian.

Compañeros: esa afirmación ya se validó en otro grupo.

67. El punto CG-CF1-CF2 son quienes deslizan el movimiento de las líneas oblicuas.
Compañeros: ¿pero qué significan las líneas oblicuas?
Grupo: no sabemos.
Compañeros: entonces podemos descartar la afirmación.

68. Cuando muevo el punto CG cambian sus valores.
Compañeros: esta afirmación ya había sido expuesta y revisada en otro momento, por lo que se puede descartar.

69. La recta directriz son la base de todo.
Compañeros: ¿qué significa la afirmación?
Grupo: la recta directriz, a pesar de todo nunca cambia de lugar y por eso debe ser la base de donde salen los demás objetos
Compañeros: se puede aceptar la afirmación.

70. Cuando el deslizador esta en 0, es un punto de 0.15 a 0.9 es un elipse y de 1.05 hasta 15 (Fin del Deslizador) es una hipérbola.
Compañeros: esta afirmación ya fue hecha por otro grupo y se verifico en ese momento, pero no es cierto que sea elipse desde 0,15, entonces se puede descartar la afirmación.

71. CG=comienza con (36,06) y al deslizarlo el punto e va disminuyendo hasta quedar en (5,57) .
Compañeros: la medida de CG si comienza en 36,06 y al mover el deslizador termina en el punto 5,57, pero es solo un caso, porque se puede mover el punto C y cambiaría el resultado al final del deslizador,
Se verifica con el applet y se descarta la afirmación.

72. El punto CF1= inicia en cero y si desplazamos e hasta lo máximo nos da (83,49) cada vez que movemos el deslizador aumente y disminuye los valores de CF1.
Compañeros: en la tabla del tablero hay valores de CF1 mayores a 400 en la hipérbola.
por lo que se descarta la afirmación.

Luego el profesor concluye las afirmaciones aceptadas por los estudiantes en la solución del primer punto de la guía.

En el applet aparece:

El deslizador e, que se puede mover de 0 a 15.
Los puntos C, G, F1 y F2,

Solamente se puede mover el punto C, el punto G depende del movimiento del punto C, el punto F2 depende del movimiento del deslizador
El punto F1 nunca cambia de posición.
La recta directriz, la cual nunca cambia de posición
Los segmentos o líneas entre los puntos CG, CF1 y CF2 los cuales cambian de valor dependiendo del movimiento del deslizador y del punto C.
El segmento CG es perpendicular a la recta directriz en todas las figuras.
El punto C solamente se puede mover en la línea de la figura.
El segmento CG es siempre perpendicular a la recta directriz.

Cuando el deslizador se encuentra en 0 la palabra que aparece es punto, cuando vale 0,01 hasta 0,99 aparece la palabra elipse, cuando vale 1 aparece parábola, y cuando es mayor que 1 aparece hipérbola.

En la parábola los valores de CG y CF1 son siempre iguales.

En una elipse cuando el punto C va de derecha a izquierda el valor de CG y CF1 disminuye mientras que el valor de CF2 aumenta y viceversa.

Ahora se revisa la tabla que el profesor coloco en el tablero para usar de referencia al momento de revisar las relaciones encontradas, el profesor comenta que fue tomada de uno de los grupos, y que en color negro están los valores que ya traía la tabla y en azul aparecen los agregados o cambiados por el grupo, los estudiantes revisan las tablas hechas por ellos y aceptan que la del tablero es muy similar y se puede usar como referencia.

El profesor lee la tercera pregunta, que viene de la tabla correspondiente a la elipse.

3. ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla?, ¿qué pasa si suma, resta, multiplica o divide los valores de la misma.

El profesor empieza a leer las respuestas de los grupos, el primer grupo no tenía ninguna respuesta pero había hecho afirmaciones en el primer punto que correspondía más a respuestas del tercero por lo que no se revisaron en ese momento y se revisan ahora.
Eran las afirmaciones 7 a la 14.

73. Cuando hallamos la hipérbole CG*CF1 / CF1*CF2 – CG*CF2 no dan resultados propuestos en la tabla.
Compañeros: ¿porque escribir afirmaciones sino encontraron ningún resultado parecido?.
Profesor: yo pedí que anotaran las relaciones que intentaban para saber cuales se descartaron. Por lo que la afirmación no se tiene en cuenta.

74. En la columna CF2 cuando comenzamos abajo aumentan y cuando comenzamos hacia arriba van disminuyendo el resultado se suma E-CG-CF1-CF2 en el cuadro de la hipérbole.
Compañeros: ¿qué significa comenzar abajo y arriba?.
Grupo: del primer valor de la tabla hacia abajo, o del ultimo hacia arriba.
Compañeros: en la tabla cuando van de abajo hacia arriba pasa de 177,35 a 78,04 así que no siempre aumentan, por lo que se descarta la afirmación.

75. Cuando dividimos CG/CF1=E y multiplicamos CG*E=CF1 – CF1*e=CG dan el mismo resultado en el cuadro de la parábola.
Compañeros: en la parábola la afirmación es cierta, pero no es una afirmación para este punto porque se están revisando las afirmaciones a partir de la tabla de la elipse.

76. Al sumar CG+CF1+CF2 todo dan más de 40 en el cuadro de la elipse.
Compañeros: si se suman los valores en la tabla de la elipse los resultados si son mayores de 40, por lo que la afirmación es cierta.

77. En el cuadro de la parábola CG – CF1 tienen el mismo resultado.
Compañeros: el resultado de la resta si es cero para cualquier fila, pero la afirmación es para el siguiente punto.

78. En todas las columnas de la parábola E-CG-CF1 todos los resultados son iguales. Y en CF2 es un infinito.
Compañeros: los valores de e y CG no son iguales, por lo que se debe descartar la afirmación.

79. En el cuadro de la elipse aparece en la segunda casilla en CG-CF1 aparecen. 32,82 – 3,28 por su coma.
Compañeros: será que el grupo puede aclarar la afirmación.
Grupo: en la tabla de la elipse, en la segunda fila se puede ver que los números de CF1 es el mismo que CG pero solamente con la coma corrida un espacio.
Compañeros: no solo pasa en la segunda fila, pasa en las 5 primeras, por lo que se descarta la afirmación

80. En el cuadro de la hipérbole. En la casilla 10. CG – CF1 – CF2 comienzan por 14.
Compañeros: no es clara la afirmación.
Grupo: en la hipérbola cuando e vale 10, el valor de CG es 14,1, el valor de CF1 es 140,99, y de CF2 es 148,97, por lo que todos empiezan por catorce y después se le agregan más números.
Compañeros: la afirmación es cierta, pero para que puede servir.
Grupo: nosotros tampoco sabemos porque pasa ni para que sirve, pero fue lo que observamos, por lo que se descarta la afirmación.

El profesor lee las respuestas del grupo 2

81. e * CG=CF1
Profesor: revisen si la afirmación es cierta
Grupo: se cumple no solo para la elipse, sino también para la parábola e hipérbola.
Compañeros: nosotros también tenemos la misma afirmación y si sirve para todas las tablas, por lo que se acepta la afirmación.

82. CF1/e=CG
Compañeros: la afirmación es cierta.

83. CF1/CG=e
Compañeros: la afirmación es válida para las tres tablas.

84. CF1*2=CG Solo cuando el valor de e es 0,5
Compañeros: con los datos de la tabla es cierta.
Profesor: ¿la formula no es muy similar a las ya propuestas?
Compañeros: si, pero esta solo sirve para cuando e vale 0,5.
Profesor: no será un caso particular de las formulas anteriores.
Compañeros: si, porque es CF1/e=CG cuando el valor de e es la mitad, ósea 0,5 por lo que es un caso particular.

85. Al dividir CG y CF1 y el valor de e es 0,1 el resultado no pasa de 10,0
Compañeros: no entendemos la afirmación.
Grupo: cuando se dividen los valores de la columna CG y CF1 el resultado no es mayor a 10,0.
Compañeros: es cierto.
Profesor: ¿será otro caso particular de las formulas iniciales?
Compañeros: es porque el valor de e es 0,1, entonces el resultado es 10.

86. Al dividir CG y CF1 y el valor de e es 0,5 el resultado es 2
Compañeros: es parecida a la afirmación número 4 y pasa porque el valor de e es 0,5, ósea un medio, pero sale de la misma fórmula inicial.

87. Al dividir CG y CF1 y el valor de e es 0,9 su resultado no pasa de 1,1
Compañeros: es otro caso particular de las formulas iniciales, porque se dijo que CF1/CG=e, y como e vale 0,9 entonces el resultado no puede pasar de ese número.

88. dependiendo del valor de e así mismo al sumar los valores de CF1 y CF2 el resultado es el mismo:

A. e = 0,1 CF1+CF2 = 7,29/7,28/7,25
B. e = 0,5 CF1+CF2 = 48,08
C. e = 0,9 CF1+CF2 = 341,66/341,64/341,65

Compañeros: ¿será que el grupo puede aclarar la afirmación?
Grupo: cuando el valor de e es 0,1 entonces la suma de CF1 y CF2 era la misma, o por lo menos los valores eran muy cercanos, y cuando el valor de e es 0,5 la suma también daba los mismos valores y para 0,9 también, por eso decimos que dependiendo del valor de e, la suma de CF1 y CF2 es siempre la misma y ahí agregamos la prueba.
Compañeros: es cierto, los valores son casi los mismos, algunos cambian en el segundo decimal, pero son como iguales, entonces es cierto que la suma de CF1 y CF2 es siempre la misma, dependiendo del valor de e.

El profesor lee las respuestas del grupo 3

89. Descubrimos que al sumar CF1+CF2 los valores que nos dan de la operación del 2 a la 4 y las 6 son iguales a=7,28 y la 7 y la 9 nos da =48,08 la 12 y la 13 dan =341,65

En algunos de los números utilizamos aproximaciones

CG + CF1	**CG + CF2**	**CF1 + CF2**
40,62	40,49	7,25
36,08	36,8	7,28
41,6	41,32	7,28
43,9	43,2	7,28
41,62	41,58	7,29
108,18	84,14	48,08
72,62	73,29	48,49
72,68	72,32	48,08
70,98	345,38	341,64
36,15	343,55	341,62
603,65	373,42	341,65
42,2	343,87	341,65

Compañeros: es muy similar a la afirmación del grupo anterior, pero ellas agregaron la prueba de los procedimientos que hicieron para reconocer la afirmación.

El profesor lee las respuestas del grupo 4

90. e * CG: CF1
Compañeros: esa fórmula ya se revisó antes y si era cierta.

91. CF1 / e : CG
Compañeros: esa fórmula ya se revisó y si era cierta.

92. CF1 /CG: e 39.93/3.69= 10.00 y no pasa de ahí.
Compañeros: esa fórmula ya se revisó y si era cierta.

93. 72.12/36.06=2 no pasa de ahí.
Compañeros: el grupo explicar la afirmación.
Grupo: en la sexta columna si se divide CG con CF1 el resultado es 2.
Profesor: ¿no un caso particular?.
Compañeros: ya se había revisado y es porque el valor de e es 0,5, ósea un medio, por eso el resultado 2.

94. Solo se puede multiplicar con 0.5 y 0.9 paraqué el resultado sea CF1. Eje : 72,12*0.5= 36,06.
Compañeros: ¿no es lo mismo que la formula e * CG=CF1?.
Grupo: es lo mismo.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 5

95. Al multiplicar e× CG = CF1 En todos.
Compañeros: es la firma formula que ya se revisó.

96. Al Sumar (CG+CF1 – CF2) En los resultados dan la mayoría decimales.
Compañeros: es cierto, pero para que esa afirmación.
Grupo: cuando hicimos las operaciones fue lo único que pudimos observar de regular.
Compañeros: cuando se hacen operaciones con números decimales es muy fácil que de un resultado con decimales, así que no es algo para resaltar, por lo que se puede descartar la afirmación.

97. También intentamos dividir CF1 Para ver si nos da pero no funciono.
Compañeros: si no les dio para que lo escriben.
Profesor: fue mi idea que se incluyeran las operaciones que se hubieran intentado así no llegaran a ninguna regularidad, porque así se sabía cuales hacía falta revisar. Cuando pregunte en los grupos decían que ya habían intentado todas las opciones y no les daba ninguna regularidad, y si les preguntaba cuales opciones habían intentado, no se acordaban, por eso les pedí que anotaran todos los intentos para ir revisando los ya hechos y saber los que faltaban.

98. CF2 ÷ e + CF1: El resultado es cercano a CG a veces le falta o sobran unidades.
Compañeros: es lo mismo que la anterior.
Grupo: si.

El profesor lee las afirmaciones hecha por el grupo 6

99. Al multiplicar E por CG el resultado es CF así se puede hacer con todos, E * CG = CF1
Compañeros: es la misma fórmula que ya revisamos.

100. Al dividir CF1 en E nos dan los valores de CG, CF1 / E = CG
Compañeros: esa fórmula ya la revisamos.

101. Al sumar los valores nos da un resultado pero al restarlo nos da el mismo valor solo que en forma negativa.
0,1 + 36,93 + 3,69 + 3,56 = 44,28
0,1 - 36,93 - 3,69 - 3,56 = - 44,28

Compañeros: no da el mismo resultado con signo contrario, ni en el ejemplo, es que ustedes hicieron mal la operación, por lo de descartan la afirmación.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 7

102. e.CG = CF1 La suma entre CF1 y CF2 se determina según el elipse y el resultado queda
103. CF1/e = CG dentro de un rango determinado según sea el valor del deslizador e
104. CF1/CG = e en 0,1= 7,2… ; en 0,5= 48,08 ; en 0,9 = 341.6…

Grupo: estas son 4 afirmaciones, las tres primeras son las formulas y la última es lo escrito Profesor: debe ser un error al momento de crear el documento.

105. e.CG = CF1
Compañeros: es la misma fórmula que ya revisamos.

106. CF1/e = CG
Compañeros: es la misma fórmula que ya revisamos.

107. CF1/CG = e
Compañeros: es la misma fórmula que ya revisamos.

108. La suma entre CF1 y CF2 se determina según el elipse y el resultado queda dentro de un rango determinado según sea el valor del deslizador e en 0,1= 7,2… ; en 0,5= 48,08 ; en 0,9 = 341.6…
Compañeros: es la misma afirmación que hizo el grupo dos, la suma de CF1 y CF2 es la misma dependiendo del valor e.
Grupo: la misma idea y fue lo que observamos con los valores de la tabla.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 8

109. Todos los valores de F1 y F2 y cg en el elipse tiene limite el deslizador

Compañeros: no es clara la afirmación.
Grupo: los valores de CF1, CF2 y CG que dependen del valor de la elipse pueden ser mayores o menos, es decir cuando el deslizador está en el límite de la elipse, los valores pueden ser mayores.
Compañeros: es cierto, porque cuando e vale 0,9 los valores de CG, CF1 y CF2 son mayores que cuando e vale 0,1.

110. Que varían sus valores y sus tamaños
Compañeros: es cierto pero no es específico.

111. Que varían también sus ángulos y su forma
Compañeros: ¿de qué ángulos están hablando?.
Grupo: el que se forma entre las líneas CG, CF1 y CF2.
Compañeros: también es cierto, pero no es específica la afirmación.

112. Que cuando se mueve CG los números de CF1 aumentaban y CF2 disminuye
Compañeros: depende de hacia donde se muevan, entonces no siempre es cierta y se debe descartar.

El profesor lee las respuesta del grupo 9 y aclara que este grupo agrego unas tablas verificando las operaciones que propuso.

SUMA

CF1	CF2	RESULTADO
36.93	3,69	40.62
32.82	3,28	36,1
37.89	3,79	41,68
40.07	4,01	44,08
38,06	3,81	41.87
72,12	36,06	108,18
50,2	25,1	75,3
48,44	24,22	72,66
37,99	33,65	71,64
19,01	17,12	36,13
317,78	286,01	603,79
21,88	19,7	41.58

RESTA

CF1	CF2	RESULTADO
36.93	3,69	33.24
32.82	3,28	29,54
37.89	3,79	34,1
40.07	4,01	36,06

38,06	3,81	34,25
72,12	36,06	36.06
50,2	25,1	25,1
48,44	24,22	24,22
37,99	33,65	4,34
19,01	17,12	1,99
317,78	286,01	31,77
21,88	19,7	2,18

MULTIPLICACIÓN

CF1	CF2	RESULTADO
36.93	3,69	136,27
32.82	3,28	107,64
37.89	3,79	143,60
40.07	4,01	160,68
38,06	3,81	145,00
72,12	36,06	2600,64
50,2	25,1	1260,02
48,44	24,22	1173,21
37,99	33,65	1278,36
19,01	17,12	325,45
317,78	286,01	90888.25
21,88	19,7	431,036

DIVISION

CF1	CF2	RESULTADO
36.93	3,69	**10,00**
32.82	3,28	**10.00**
37.89	3,79	9,99
40.07	4,01	9,99
38,06	3,81	9,98
72,12	36,06	**2**
50,2	25,1	**2**
48,44	24,22	**2**
37,99	33,65	1.12
19,01	17,12	1,11
317,78	286,01	1,11
21,88	19,7	1,11

Profesor: ¿las tablas son correctas?, pareciera que las columnas están mal nombradas porque la primera corresponde es a CG y la segunda a CF1.
Grupo: quedaron mal, son CG y CF1.

113. Que los valores que son ubicados utilizando en el deslizador valor 0,9 no darán un valor mayor de 35,09

- Con 0,1 no será mayor que 6,78
- Con 0,5 no será mayor que 6,78

Compañeros: el grupo aclarar la afirmación, porque los valores en la tabla no concuerda con ninguna columna.
Grupo: no recordamos.

114. Al mover el deslizador aparece una circunferencia y un punto movible, ese punto nunca se saldrá de la circunferencia.
Compañeros: no aparece ninguna circunferencia, deben hacer referencia a la elipse y el punto C que se mueve en la misma, pero esta es una afirmación ya hecha en la solución del primer punto.

115. Al dividir el valor de CG entre 10 da el valor de CF1, entre los primero cinco valores.
El valor de CG entre 2 da el valor de CF1, del sexto al octavo valor
Compañeros: es la misma afirmación ya hecha y revisada, en la que era un caso particular de las formulas, por el valor de e.

El profesor lee las respuestas del grupo 10

116. Los que tienen 0,1 no pasan de 40,07
Compañeros: será que el grupo puede aclarar la afirmación.
Grupo: cuando el valor de e es 0,1 entonces el valor de CG no es mayor a 40,07, los compañeros revisan la afirmación y verifican que es cierta.

117. Al multiplicar e*CG nos dan los valores de la fila de CF1, EJEMPLO: 0.1*32.82=3.38
Compañeros: es la misma fórmula ya revisada.
Grupo: agregamos los resultados de la formula en todos las columnas de la tabla y es lo que aparece más abajo en la cartilla.

118. Al dividir CF1 entre e nos da como resultado los valores de la CG, EJEMPLO: 25/0.5=50
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

119. Al dividir la columna CF1 entre CG nos dan los valores de e, EJEMPLO: 366/36.59=0.1
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

FORMULAS

e*CG=CF1:

0.1*36,59=3.66
0.1*32,82=3,38
0.1*37,63=3.76
0.1*40,07=4,01
0.1*38,17=3,81
0.5*72,12=36,06
0.5*50=25
0.5*48,68=24,34
0.9*37,39=33,65
0.9*19,02=17,12
0.9*317,26=285,53
0.9*21,93=19,73

CF1/e=CG
3,69/0.1=36,93
3,38/0.1=33,82
3,76/0.1=37,63
4,01/0.1=4,07
3,81/0.1=38,13
36,06/0.5=72,2
25/0.5=50
24,22/0.5=48.44
33,65/0.9=37,39
17,12/0.9=19,02
285,53/0.9=317,26
19,73/0.9=21,93

CF1 Y CF2

*Al sumar los siguientes números en orden de CF1 y CF2 su resultado es = 7.25 y 7.29
3.69+3.56=7.25
3.38+3.9=7.28
3.79+3.52=7.31
4.01+3.28=7.29
3.81+3.48=7.29

*Al sumar
36.06+1202
25+23.08
24.22+23.86
El resultado es = 48.08

*la suma de:

25	23,08 / 23,09
24,22 / 24,34	23,86 / 23,74
33,65	307,99
17,12	324,52
285,53	56,11
19,73	321,95 / 321,91

Su resultado es igual a: 341.64 y 341.68

Si restamos los valores siguientes de CF1 y CF2 sus resultados son: 0.13, 0.52, 0.27, 0.73, 0.33, 0.36.

3,69 / 3,66	3,56 / 3,63
3,38	4 / 3,9
3,79 / 3,76	3,52
4,01	3,28
3,81	3,48 / 3,47
24.22	23.86

***Al restar:**
36,06-12.02=24.04
25-23.08=1.14
33,65-307.99=274.34
17,12-324.52=307.4
285,53-56.11=229.42
19,73-321.95=302.22 sus resultados son variados

Al multiplicar

3,69 / 3,66	*	3,56 / 3,63	=	13.13
3,38	*	4 / 3,9	=	13.18
3,79 / 3,76	*	3,52	=	13.34
4,01	*	3,28	=	13.15
3,81	*	3,48 / 3,47	=	13.25

Al dividir

3,69 / 3,66	3,56 / 3,63
3,38	4 / 3,9
3,79 / 3,76	3,52
4,01	3,28
3,81	3,48 / 3,47
24.22	23.86

Sus resultados dan aproximadamente por: 1.03-1.076-1.07-1.22-1.09-1.08-1.09-1.01

* Y al dividir:

33.65/307.99=0.10
17.12/324.52=0.052
19.73/321.95=0.061

120. Grupo: hicimos las pruebas de las operaciones que pensamos podían servir, y es lo que aparece en la cartilla, y la única relación es que la suma de CF1 y CF2 es la misma dependiendo de e, pero esa ya la habían dicho antes.

El profesor lee las respuestas del grupo 11

121. Al multiplicar e * CG daba el resultado de CG1
Compañeros: esa fórmula ya se había verificado anteriormente.

122. Al dividir CF1/CG el resultado de este era el de E.
Compañeros: esa fórmula ya se había verificado anteriormente.

123. Una de las reacciones es que en las tres primeras de 0.1 lo que sucedía es que el resultado de CF1 era muy parecido al de CG ya que simplemente la coma se corría un número adelante.
Los estudiantes revisan los datos de la tabla.
Compañeros: la afirmación es cierta, pero es por usar la formula, e*CG = CF1. Por lo que se descarta la afirmación.

124. CG*CF2/CF2*e=CF1
El profesor escribe en el tablero la formula y pide a los estudiantes revisar para varios valores y así establecer si es cierta o no.
Compañeros: es cierta, pero es porque se puede simplificar el CF2 y la formula quedaría como las ya revisadas, ósea que es a misma y se puede descartar.

125. e * CG = CF1
Compañeros: esa fórmula ya se había verificado revisado antes.

126. CF1/CG = e
Compañeros: esa fórmula ya se había verificado revisado antes.

El profesor concluye las afirmaciones encontradas y verificadas por los estudiantes para la tabla de la elipse

La elipse tiene forma de ovalo.

El producto de el valor de e por CG es igual a CF1, $e. CG = CF1$.
El cociente entre CF1 y CG es igual a e, $\frac{CF1}{CG} = e$.

El cociente entre CF1 y e es igual a CG, $\frac{!"!}{!} = CG$.

Además estas fórmulas son las mismas para las tres figuras.

La suma de los valores CF1 y CF2, es igual para un valor determinado de e,

$CF1 + CF2 = k$, para un valor constante de e.

Ahora el profesor continúa con la pregunta de la tabla de la parábola.

4. ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla?, ¿qué pasa si suma, resta, multiplica o divide los valores de la misma.

El profesor lee las respuestas del grupo 1

127. CG / CF1 = E (todos dan el mismo resultado)
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

128. CG*E=CF1 (todos dan el mismo resultado)
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

129. CF1*E=CG
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

El profesor lee las respuestas del grupo 2

130. e . CF1=CG
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

131. e.CG=CF1
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

132. CG/CF1=e
Compañeros: esa fórmula ya se había revisado antes.

133. El punto CF2 es indefinido porque cuando la gráfica esta en parábola se forma como una U haciendo desaparecer el valor de CF2.
Compañeros: es cierto.

El profesor lee las respuestas del grupo 3

134. Los valores de CG y de CF1 son iguales sus valores y al sumar los dos valores nos da el doble y al restarlo siempre va a dar cero.
Compañeros: revisan y aceptan la afirmación hecha por el grupo.
Grupo: Nosotros agregamos la revisión de la afirmación en la tabla de abajo.

135. El resultado de CF2 siempre será indefinido.
Compañeros: esa afirmación ya se había dicho antes en el primer punto.

136. Al ubicar en el applet para que diera el mismo valor de la tabla en este caso con 51 y 42,5 daba un valor diferente aumentaba
Compañeros: piden al grupo aclarar la afirmación.
Grupo: no pudimos encontrar los valores exactos de la tabla original por lo que debimos cambiarlos.
Compañeros: no solo ocurrió en este caso, sino en varias ocasiones.

CG+CF1	CG-CF1
36,06	0
85,2	0
125,2	0
102,6	0
50,38	0
58,62	0

El profesor lee las respuestas del grupo 4

137. CG y CF1 son siempre iguales.
Compañeros: la afirmación es cierta, pero se había dicho en la solución del primer punto.

138. Si se dividen los resultados eje: 18,03/18,03= 1.
Grupo: la división entre CG y CF1 es siempre 1.
Compañeros: revisan y aceptan la afirmación.
Profesor: ¿no es otro caso particular de la formula inicial?
Compañeros: es lo mismo que CF1 dividido CG es igual a e, si es un caso particular de la formula inicial.

139. El punto CF2 no se podía ver su valor porque era infinito.
Compañeros: no era infinito sino indefinido, ósea que no era que estuviera muy lejos sino que no existía.

140. Se multiplica 18,03*42,5=60,56. Se aproxima.
Compañeros: el grupo puede aclarar la afirmación.
Grupo: el producto entre la primera y la segunda fila dio un resultado muy cercano a la tercera, pero que no es igual.

Compañeros: ¿si se multiplica la segunda por la tercera da muy cerca de la cuarta?.
Grupo: no, solo sucede con las tres primeras.

El profesor lee las respuestas del grupo 5

141. Una muy evidente es que los valores de CG Y CF1 son iguales.
Compañeros: esa ya se revisó antes.

142. Al multiplicar e × CG: Da igual a CF1.
Compañeros: esa ya se revisó antes.

El profesor lee las respuestas del grupo 6

143. Al multiplicar e por CG el resultado es CF1, e * CG = CF1
Compañeros: esa ya se revisó antes.

144. Al dividir CG por CF1 el resultado es E, CG / CF1 = E
Compañeros: esa ya se revisó antes.

El profesor lee las respuestas del grupo 7

145. El punto CF2 es indefinido cuando hablamos de parábola porque este punto esta con relación a la distancia de la cónica como la parábola es una U, el punto CF2 no le podría encontrar.
Compañeros: esa afirmación parece mucho a una hecha por el grupo 2 y ya se revisó.

146. e. CG=CF1
Compañeros: esa ya se revisó antes.

147. CF1 / e = CG
Compañeros: esa ya se revisó antes.

148. CF1 / CG= e
Compañeros: esa ya se revisó antes.

El profesor lee las afirmaciones de grupo 8

149. La relación entre las tablas es que tienen el mismo resultado
Compañeros: se refieren a que CG y CF1 tiene el mismo valor, esa ya se revisó antes.
Grupo: esa era la intención de la afirmación.

150. Si sumamos da el valor de la suma de las dos variables

Compañeros: piden al grupo aclarar la afirmación.
Grupo: queríamos decir que al sumar el resultado era el doble de una variable.
Compañeros: ya se había hecho esa afirmación.

151. Si los multiplicamos da un valor mayor a las variables porque es el mismo número que se multiplica
Compañeros: es cierto, pero es lógico.

152. Si restamos las variables da 0
Compañeros: esa ya se revisó.

153. Si los dividimos las variables da el valor de e que es 1
Compañeros: esa ya se revisó antes.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 9

154. En todos los deslizadores el valor de e está ubicado en 1
Compañeros: esta era una condición expuesta en el punto 1.

155. El deslizador de CF2 su valor no se podía determinar
Compañeros: esa ya se revisó antes.

156. El deslizador CG y CF1 sus valores son iguales
Compañeros: esa ya se revisó antes.

157. Los valores de CF1 es igual a CG porque es **e** resultado de una multiplicación entre e y CG
Compañeros: esa ya se revisó antes.

El profesor lee las respuestas del grupo 10

Grupo: al final de las afirmaciones agregamos una tabla con los resultados de la división entre CG y CF1.

158. En la columna CF2 siempre aparecía “INDEFINIDO” porque es tan grande la línea que en la página del applet no se alcanza a ver por lo que su número tampoco.
Compañeros: esa ya se revisó.

159. En las columnas CG y CF1 siempre los resultados eran iguales
Compañeros: esa ya se revisó.

160. Una formula podría ser CF1/e=CG
Compañeros: esa ya se revisó.

161. Otra fórmula seria e*CF1=CG
Compañeros: esa ya se revisó.

162. Otra fórmula seria CF1/CG=e
Compañeros: esa ya se revisó.

CF1/CG=e
18,03/18,03= 1
42,8/42,8= 1
62,56/62,56/= 1
51/51=1
25,19/25,19= 1
38,78/38,78= 1

El profesor lee las respuestas del grupo 11.

163. CG y CF1 son iguales
Compañeros: esa ya se revisó antes.

164. La fórmula CG/CF1= e porque al ser CG y CF1 son iguales al dividirlo nos dará 1.
Compañeros: esa ya se revisó.

165. La fórmula CG * e = CF1 es porque al multiplicar CG por e que es = 1 nos dará el mismo resultado de CG que es igual al de CF1.
Compañeros: esa ya se revisó.

166. La casilla CF2 era indefinida.
Compañeros: esa ya se revisó.

El profesor concluye las afirmaciones hechas a partir de la tabla de la parábola,

La parábola tiene forma de U.
El valor de e tiene que ser 1
El valor de CG es igual CF1
El valor de CF2 es indefinido porque la parábola no tiene F2.
Las fórmulas ya encontradas para la elipse también aplican en la parábola:

El producto de el valor de e por CG es igual a CF1, $e.CG = CF1$.

El cociente entre CF1 y CG es igual a e, $\frac{CF1}{CG} = e$.

El cociente entre CF1 y e es igual a CG, $\frac{CF1}{e} = CG$.

El profesor continúa para revisar las relaciones encontradas en la tabla de la hipérbola.

5. ¿Cuáles relaciones encuentra entre las variables de la tabla?, ¿qué pasa si suma, resta, multiplica o divide los valores de la misma.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 1

167. CG*E=CF1
Compañeros: esa ya se revisó.

168. CF1/E=CG
Compañeros: esa ya se revisó.

169. CF1*E=CG
Compañeros: esa ya se revisó.

Grupo: queríamos dejar escrito las operaciones que intentamos, así no diera nada, por eso las afirmaciones 4, 5 y 6

170. CG*CF1 (no da resultado)
171. CF1*CF2 (no da resultado)
172. CG*CF2 (no da resultado)

El profesor lee las afirmaciones del grupo 2

173. e.CG=CF1
Compañeros: esa ya se revisó.

174. CF1/e=CG
Compañeros: esa ya se revisó.

175. CF1/CG=e
Compañeros: esa ya se revisó.

176. Dependiendo del valor del deslizador e, al restar CF1 y CF2 el resultado es el mismo:
e = 1,1 CF1-CF2 = -377,8 / - 377,7 / -377,6
e = 3 CF1-CF2 = -27,05 / -27,04
e = 10 CF1-CF2 = -7,98
e = 14 CF1-CF2 = 5,17

Grupo: cuando el valor de e es el mismo, si se restan los valores de CF1 y CF2 el resultado es el mismo. ahí están los ejemplos que hicimos para saber si era cierta.
Compañeros: revisan y aceptan que la afirmación es cierta.

El profesor lee las respuestas del grupo 3

Grupo: intentamos las operaciones y las colocamos así no se obtuvieran alguna regularidad, esas son las afirmaciones 1, 2 y 3 y la tabla es para de CF1 menos CF2, pero no hicimos ninguna afirmación, pero sirve para justificar la del grupo anterior.

177. Al sumar CG+CF1 no encontramos valores parecidos
178. Al sumar CG+CF2 no encontramos valores parecidos
179. Al sumar CF1 +CF2 no encontramos valores parecidos

CF1+CF2
-377,8
-377,79
-377,8
-377,65
-27,61
-27,05
-27,11
-26,9
-27,06
-0,73
5,17

El profesor lee las respuestas del grupo 4.

Grupo: tratamos varias opciones y las que aparecen son solo algunas, pero no encontramos, ninguna regularidad importante y por eso decidimos anotar por lo menos esas.

180. Podemos ver que dividiendo CF1 y CF2 hay resultados que aumentan y disminuye desde CF1= 22,35 y CF2= 400,15 hasta CF1 408,96 y CF2 =786,75 ya desde ahí hasta el final disminuye.

181. Multiplicando 20,32*1.1= nos da 22,35 el resultado de CF1 (CG=20,32-CF1=22,35).

Compañeros: es una prueba de la formula $e.CG = CF1$.
El profesor lee las respuestas del grupo 5

182. AL SUMAR:

Al final de la suma los números tienen dos o menos decimales Ejemplo:

22.35 + 400.15 = 422.4

46.91 + 50.01 = 481.08
18.91 + 396.71 = 415.62

Compañeros: eso es normal cuando se hacen operaciones con números decimales, así que se descarta la afirmación.

183. AL RESTAR:
Cuando el numero de la casilla CF1 es menor que el número de CF2, el resultado es negativo (-); pero si el numero en la casilla CF1 es mayor que el de CF2 el resultado es positivo (+).

Eje:

18.91 - 396.71 = - 377.8
150.3 - 50.14 = 100.16

Compañeros: esa es una regla de la suma y resta de números, el resultado queda con el signo del número mayor.

184. AL MULTIPLICAR:
Cuando los multiplicamos los últimos números son decimales además de eso los decimales son 3 o más es decir ejemplo:

51.14 × 78.08 = 3990.9656
150.3 × 177.35 = 26655.705
148. 24 × 148.97 = 22083.3128

Compañeros: eso es algo normal al hacer operaciones con números decimales.

El profesor lee las respuestas del grupo 6

185. Cuando se divide que da en 0 siempre sin contar con E.
Compañeros: será que el grupo aclarar la afirmación.
Grupo: cuando se divide CG entre CF1 siempre el resultado, es cero coma algo, ósea valores menores que 1.
Compañeros: verifican y afirman que sucede porque el valor de CF1 siempre es mayor que CG, se acepta la afirmación.

186. Cuando se multiplican es como sacarle la raíz cuadrada.
Grupo: el valor de CG en la primera fila es como la raíz cuadrada de CF2.
Profesor: ¿solo pasa en la primera fila?.
Compañeros: en la segunda fila ya se nota que no es una regularidad.

187. Al multiplicar E por CG da CF1
Compañeros: esa ya se revisó.

El profesor lee las respuestas del grupo 7

188. e. CG = CF1
Compañeros: esa ya se revisó.

189. CF1/e = CG
Compañeros: esa ya se revisó.

190. CF1/CG=e
Compañeros: esa ya se revisó.

El profesor lee las respuestas del grupo 8

191. Las relaciones que encontramos entre las variables son que el valor de e se repite en algunas ocasiones menos en tres ocasiones
Compañeros: esa era la intención de la tabla y cada valor de e se había podido repetir más veces.

192. Si sumamos las variables da un valor menor
Profesor: ¿cuales variables?.
Grupo: si se suma e con CG el valor siempre es menor a CF1.
Compañeros: revisan y aceptan la afirmación.

193. Si multiplicamos las variables da un valor mayor
Profesor: ¿y eso que significa?.
Grupo: si se multiplica CG con CF1 el valor es siempre mayor a CF2.
Compañeros: revisan y aceptan la afirmación.

194. Si restamos las variables da un valor menor
Grupo: si se resta CG con CF1, el resultado es menor que CF2.
Compañeros: revisan y aceptan la afirmación.

195. Al dividir las variables da como resultado 0.90
Grupo: al dividir CG y CF1 el resultado es 0,90.
Compañeros: revisan y encuentran que solamente para los que el valor de e es 1,1 da este resultado, en los otros casos es diferente, por lo que se descarta la afirmación.

El profesor lee las afirmaciones del grupo 9

Grupo: las tablas son la prueba de las operaciones que intentamos.

SUMA

CF1	CF2	RESULTADO
22,35	400,15	422,5
51,64	429,44	481,08
18,91	396,71	415,62
408,96	786,95	1195,91
31,6	54,57	86,17
33,03	60,08	93,11
66,29	93,34	159,63
51	78,04	129,04
150,03	177,35	327,38
141,1	148,97	290,07
114,22	109,05	223,27

RESTA

CF1	CF2	RESULTADO
22,35	400,15	-377.8
51,64	429,44	-377.8
18,91	396,71	-377.8
408,96	786,95	377.99
31,6	54,57	-22,97
33,03	60,08	-27,05
66,29	93,34	-27,05
51	78,04	-27,04
150,03	177,35	-27.32
141,1	148,97	-7.87
114,22	109,05	5,17

MULTIPLICACION

Cf1	CF2	RESULTADO
22,35	400,15	8943.35
51,64	429,44	22176.28
18,91	396,71	7501.78
408,96	786,95	321831,07
31,6	54,57	1724,41
33,03	60,08	1984,44
66,29	93,34	6187,50
51	78,04	3980,04
150,03	177,35	26607,82
141,1	148,97	21019,66
114,22	109,05	12455,69

DIVISION

CF1	CF2	RESULTADO
22,35	400,15	0,05
51,64	429,44	0,12
18,91	396,71	0,04
408,96	786,95	0,51
31,6	54,57	0,57
33,03	60,08	0,54
66,29	93,34	0,71
51	78,04	0,65
150,03	177,35	0,84
141,1	148,97	0,94
114,22	109,05	1,04

196. e * CG=CF1
Al multiplicar el valor de **e** por CG es igual al valor de CF1

Compañeros: esa ya se revisó antes.

197. e + CG*(CF1/CF2)=CG
Al sumar el valor de **e** mas CG y multiplicarlo por el resultado de la división entre los valores de CF1 y CF2 es igual al valor de CG
Compañeros: la formula no da para ningún caso el resultado de CG.
Grupo: cuando lo hicimos nos daba el resultado.
Profesor: verifiquen para revisar si hay algún en el orden de la formula o algún error que se pueda modificar.
Grupo: ya revisamos y no nos da.

El profesor lee las respuestas del grupo 10

198. FORMULAS: CF1 / CG= e
En esta fórmula todos los resultados dan total como están en e
Compañeros: esa fórmula ya se revisó.

199. Al sumar e y CG no nos da parecido a ningún resultado
200. Al restar CF2 y sumar e no da ningún resultado
201. Al restar CF1 y CF2

22,35	400,15
51,64	429,44 / 429,43
18,91	396,71
408,96 / 408,9	786,1

SUS RESULTADOS DAN =377.8 Y 377.1

33,03	60,08 / 60,34
66,03	93,34 / 93,08
51 / 50,84	78,04 / 77,88

150,3	177,35

SUS RESULTADOS SON =27.04 27.05 Y 27. 31

Compañeros: esa es la justificación de que la resta entre CF1 y CF2 es igual para el mismo valor de e.

202. LA SUMA DE CF1 Y CF2:

22,35	400,15
51,64	429,44 / 429,43
18,91	396,71
408,96 / 408,9	786,1

SUS RESULTADOS DAN POR 422.5 415.62 Y 487.57

La suma de CF1 y CF2

226.8+54.57 Hasta 114.22+109.05 sus resultados varían entre 93.37 159.37 289.97 223.27 y 327.65

Grupo: la suma de CF1 y CF2 no dio nada regular.

El profesor lee las afirmaciones hechas por el grupo 11.

203. Si se multiplica e por CG es igual a CF1
Compañeros: esa fórmula ya se revisó.

204. CF1 dividido entre e es igual a CG.
Compañeros: esa fórmula ya se revisó.

205. al multiplicar CG por CF2 y dividirlo en CF2 y multiplicarlo en e era igual a CF1
Compañeros: si da el valor de CF1, pero es la misma del producto entre CG y e igual a CF1, solamente lo multiplica y divide por CF2 así que sigue dando el mismo resultado porque la formula no cambia.

El profesor concluye las afirmaciones hechas para la hipérbola.

El producto de el valor de e por CG es igual a CF1, $e.CG = CF1$.

El cociente entre CF1 y CG es igual a e, $\frac{CF1}{CG} = e$.

El cociente entre CF1 y e es igual a CG, $\frac{CF1}{e} = CG$.

La diferencia entre CF1 y CF2 siempre da el mismo resultado para un valor fijo de e.
El valor de e debe ser mayor que 1.

El profesor lee las respuestas de la última pregunta de la guía.

6. ¿Qué significado tienen los elementos C, G, F1, F2, CF1, CF2, CG y e en cada una de las curvas que aparecen en el applet? ¿Podrías describirlos y decir las cualidades que tienen estos puntos?.

Profesor: Tres de los once grupos escribieron alguna respuesta a la pregunta, pero dos se refirieron a afirmaciones ya hechas, solamente el grupo 7 afirmo algo acorde a la pregunta.

El profesor lee la respuesta del grupo 7

206. Hay 4 elementos solos que son C,G,F1,F2 y los otros 3 elementos son la unión de estos como son: CF1, CF2 y CG
Podría salir unos elementos GF1, GF2 ??.

Profesor: ¿cual el significado de los elementos C, G, F1 y F2?.
Estudiantes: C era un punto de la figura y se podía ubicar en cualquier lugar de la figura, G era el punto de corte entre la perpendicular a la recta directriz que pasa por el punto C.
Estudiantes: F1 y F2 son puntos especiales de cada figura, por lo que siempre se ubican en lugares fijos y con la misma característica, o dentro de la figura o fuera pero a cada lado de la figura, o desaparece como F2 en la parábola.
CG, CF1 y CF2 son los segmentos trazados entre los puntos C y G, C y F1 y C y F2, el valor es la medida de la distancia entre los puntos, y e era el valor del que dependía el tipo de figura que aparecía.

Profesor: ¿se podría crear un concepto para las figuras trabajadas en la tarea a partir de las características de cada una?.
Estudiantes: si.

El profesor escribe en el tablero elipse
Profesor: redactemos el concepto de la figura a partir de las regularidades que se encontraron.

207. Estudiantes: “Es ovalada, tiene dos puntos F1 y F2 dentro de la elipse, el valor de e debe estar entre 0,02 y 0,99, el punto C, es un punto que pertenece y se mueve en la elipse, dependiendo del valor de e la suma de CF1 y CF2 es la igual y se cumplen las formulas $e.CG = CF1$, $\frac{!"!}{!"} = e$, $\frac{!"!}{!} = CG$”.

Profesor: esas son todas las regularidades que encontramos y debemos resaltar en la definición.
Estudiantes: si.

Profesor: ahora la definición que se puede dar a la parábola.

208. Estudiantes: “Es como una U, solo tiene F1, el valor de e tiene que ser 1, CG Y CF1 son iguales, el valor de CF2 es indefinido, se cumplen las formulas $e.CG = CF1$, $\frac{!"!}{!"} = e$, $\frac{!"!}{!} = CG$”.

Profesor: hay alguna otra relación para destacar en la definición.
Estudiantes: No.

Profesor: ahora miremos que elementos de la hipérbola a partir de las características encontradas vamos a resaltar

209. Estudiantes: es como dos U, F1 y F2 están en cada una de las U, nunca se une a la directriz, el valor de e tiene que ser mayor que 1, la diferencia entre CF1 y CF2 es igual para un valor de e y se cumplen las formulas $e.CG = CF1$, $\frac{!"!}{!"} = e$, $\frac{!"!}{!} = CG$”.

Profesor: algo mas que quieran destacar de las relaciones o de las figuras.
Estudiantes: no.

Se concluye la actividad.