# La precisión: Un elemento de confusión en la compresión de los intervalos de confianza

Luzdari Rangel Ruiz<sup>82</sup> Gabriel Yáñez Canal<sup>83</sup>

#### Resumen

Este documento presenta los resultados de un estudio con profesores de matemáticas en formación sobre sus concepciones alrededor de los intervalos de confianza. La investigación realizada permitió identificar, no solamente las concepciones tradicionalmente descritas en la literatura, como son la naturaleza de los intervalos de confianza, el efecto que sobre el tamaño del intervalo tienen el aumentar el nivel de confianza y el tamaño muestral, sino también identificar el concepto de precisión como factor de confusión que permite explicar cualquiera de los efectos que sobre el tamaño puedan tener los cambios en sus elementos fundamentales: si se aumenta el tamaño muestral aumenta la precisión del intervalo; si se aumenta el nivel de confianza aumenta la precisión del intervalo.

Palabras & frases claves: Intervalos de confianza, precisión, nivel de confianza y tamaño muestral.

# Introducción

Los intervalos de confianza hacen parte de la inferencia estadística en el proceso de estimación de parámetros y hacen referencia a un intervalo de valores que, con cierto nivel confianza, se espera contenga el parámetro a estimar. Un intervalo de confianza para la media poblacional  $\mu$  tiene la forma:

$$\left(\overline{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Donde  $\overline{X}$  es la media muestral,  $Z_{\alpha/2}$  es el nivel de confianza y  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  es la desviación estándar asociada a la media muestral, suponiendo  $\sigma$  conocido.

Los diversos estudios que se han realizado para conocer la comprensión que tienen los estudiantes y usuarios de la estadística respecto a los intervalos de confianza evidencian una baja comprensión del nivel de confianza así como de los factores que afectan su precisión ([1], [4], [2], [7], [3] y [5]). Son ya clásicos tipos de concepciones tales como que el nivel de confianza es la probabilidad de que el intervalo obtenido a partir de una muestra contenga el parámetro a estimar y que el intervalo se hace más grande si se aumenta el tamaño muestral o que el intervalo se reduce o permanece igual si se aumenta el nivel de confianza. Sin embargo, no hemos encontrado estudios que

<sup>§2</sup> Grupo de investigación EDUMAT Universidad Industrial de Santander Bucaramanga-Colombia, e-mail: lrangelruiz@gmail.com

<sup>§3</sup> Escuela de Matemáticas, Universidad Industrial de Santander Bucaramanga-Colombia, e-mail: gyanez@uis.edu.co

reporten las concepciones que relacionen el nivel de confianza, el tamaño muestral y la precisión del intervalo. Por lo tanto a continuación presentamos algunos resultados importantes en esta dirección.

# Aspectos metodológicos y resultados

En un estudio realizado con 15 profesores de matemáticas en formación de la Universidad Industrial de Santander, a los cuales se les aplicó un cuestionario con 8 ítems y posteriormente se les realizó una entrevista para confrontar y conocer más ampliamente las respuestas dadas a cada uno de los ítems, se encontró que la mayoría de los estudiantes asumían la precisión de variadas formas, dependiendo del tipo de pregunta realizada, equiparándola tanto con el tamaño del intervalo (más precisión, mayor tamaño) o con el nivel de confianza (si aumenta la confianza aumenta la precisión). A continuación exponemos algunos resultados relacionados con el nivel de confianza y la precisión, para lo cual presentamos algunos de los ítems propuestos en el cuestionario y algunas respuestas escritas dadas por los estudiantes y las razones aducidas.

Ítem 2: Si se aumenta el tamaño muestral, conservando los demás datos constantes, el intervalo de confianza se hace más ancho. F V (Ítem planteado por Behar [1]) Item 2

No, considero que si el tamaño de la muestra aumenta el intervalo de confianza será mucho más preciso, es decir que la probabilidad de que la media poblacional se encuentre será mucho más probable.

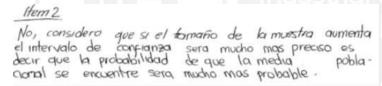


Ilustración 1. Respuesta de un profesor en formación al ítem 2.

En la Ilustración 1 se observa la asociación que establece un profesor en formación entre el tamaño muestral y la precisión del intervalo, asumiendo la precisión del intervalo en términos de la probabilidad de que el intervalo contenga la media poblacional, es decir, al aumentar el tamaño muestral se aumenta el nivel de confianza. Notemos que tanto en este estudio como en muchos de los realizados sobre los intervalos de confianza, las personas participantes asocian el nivel de confianza con la probabilidad de que el intervalo contenga la media poblacional, luego se puede afirmar que el profesor en formación asume que el nivel de confianza y la precisión son lo mismo.

Ítem 3: Si se aumenta el nivel de confianza, manteniendo los demás datos constantes, el intervalo de confianza se vuelve más angosto. Responda Verdadero o Falso y justifique su respuesta (Behar [1]).

3] Verdadero porque en este caso se va a tener mayor precisión en el estudio que se hace y el error va a ser menor.

Ilustración 2. Respuesta de un profesor en formación al ítem 3.

En este caso el estudiante asume una asociación directamente proporcional entre el nivel de confianza y la precisión del intervalo.

## Conclusiones

Las respuestas ilustradas son evidencian de que los profesores en formación han construido una asociación contradictoria entre el nivel de confianza, el tamaño muestral y la precisión de la estimación En la medida que el nivel de confianza aumenta la precisión del intervalo también lo hace, en la medida que se aumenta el tamaño de la muestra el tamaño del intervalo aumenta y por tanto su precisión. Si se tienen en cuenta las relaciones existentes entre el nivel de confianza y el tamaño muestral y la amplitud del intervalo de confianza se puede decir que para muchos de los estudiantes que participaron del estudio, la precisión se asocia con el tamaño del intervalo: entre mayor el intervalo más precisa la estimación; a su vez, la precisión también se interpreta como la consecuencia natural de una mayor cantidad de datos, es una especie de intuición ingenua: si cuento con más datos, es apenas razonable que la estimación sea mucho más precisa, es decir, sea mucho más probable que el intervalo contenga el parámetro buscado.

### Referencias

- Behar, R., Aportaciones para la mejora del proceso de enseñanza aprendizaje de la estadística. Tesis doctoral no publicada. Universidad Politécnica de Catalunya. Barcelona, España. (2001).
- [2] Behar, R. y Yáñez, G., Experts and students' conceptions regarding confidence intervals. Heurística 16, (2009):5-12.
- [3] CHANCE, B. Y McGAUGHEY, K., Impact of a simulation/randomization based curriculum on student understanding of p-values and confidence intervals. In K. Makar, B. de Sousa, & R. Gould (Eds.), Sustainability in statistics education.. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS9), Flagstaff, Arizona, USA. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. (2014).
- [4] Olivo, E., Significado de los intervalos de confianza para los estudiantes de ingeniería en México. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Granada, España. (2008).

- [5] RANGEL-RUIZ, L., Estructuras y mecanismos mentales asociados a los intervalos de confianza: profesores de matemáticas en formación. Tesis de maestría, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. (2014).
- [6] SALCEDO, A., LIRA, B., GONZÁLEZ, J. Y YÁÑEZ, G. Interpretación de intervalos de confianza por docentes en formación. En Blanco, E. (Comp), Investigación Educativa: Venezuela en Latinoamérica Siglo XXI, Venezuela: Centro de Investigaciones Educativas (CIES). (2011):209-229
- [7] YÁÑEZ, G Y BEHAR, R, Interpretaciones erradas del nivel de confianza en los intervalos de confianza y algunas explicaciones plausibles. En M. J. González; M. T. González y J. Murillo (Eds.), Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM. Santander. (2009).

