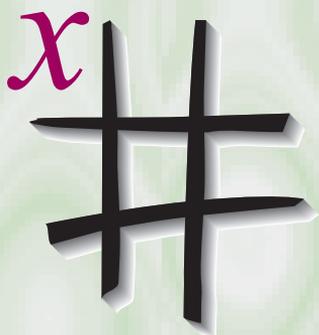


LA COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD, UNA PERSPECTIVA SOCIAL Y CULTURAL

GLORIA GARCÍA O.

CELLY SERRANO

M_1	M_2	M_3
a	b	c
d	e	x



ASOCIACIÓN COLOMBIANA
DE MATEMÁTICA EDUCATIVA
ASOCOLME

tres

gaia
Grupo
Editorial

CUADERNOS DE MATEMÁTICA EDUCATIVA



LA COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD, UNA PERSPECTIVA SOCIAL Y CULTURAL

Gloria García O.
Celly Serrano



Gloria García O., Celly Serrano / **LA COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD, UNA PERSPECTIVA SOCIAL Y CULTURAL** / García O. Gloria, Serrano Celly .
- 1ed. - . Santa Fe de Bogotá, D.C., Grupo Editorial Gaia, 1999.
52p. - Colección: Cuadernos de Matemática Educativa No. 3
ISBN : 958-96440-6-6

LA COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD, UNA PERSPECTIVA SOCIAL Y CULTURAL

Gloria García O.
Celly Serrano

Profesores del Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional



ASOCIACIÓN COLOMBIANA
DE MATEMÁTICA EDUCATIVA
ASOCOME

**COLECCIÓN:
CUADERNOS DE MATEMÁTICA EDUCATIVA**

**LA COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD,
UNA PERSPECTIVA SOCIAL Y CULTURAL**

Autores:

© GLORIA GARCÍA O.

© CELLY SERRANO

COLECCIÓN: ISBN : 958-96440-6-6

LIBRO: ISBN : 958-96440-6-6

Primera edición, 1999, 200 ejemplares

© Grupo Editorial Gaia

Calle 74 No. 22-70 Bogotá

Tel: 3102668311

gaiaeditorial@gmail.com

DIRECCIÓN GENERAL

ASOCIACIÓN COLOMBIANA

DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, ASOCOLME

**DIRECCIÓN EDITORIAL,
DISEÑO GRÁFICO Y DE CARÁTULA**

Pedro Enrique Espitia Zambrano

DIAGRAMACIÓN Y EDICIÓN

Grupo Editorial Gaia

Calle 75B No. 114A - 64 Teléfax: 227 55 05

Reservados derechos de autor. Prohibida la reproducción total o parcial de esta publicación mediante cualquier proceso de reproducción, digital, fotocopia u otro, sin permiso escrito del editor.

IMPRESO EN COLOMBIA. 1999

Contenido

	Pág.
INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO UNO	
LA RAZÓN Y LA TEORÍA DE LAS PROPORCIONES, SIGNIFICADO MATEMÁTICO	1.1
1.1 La representación gráfica y algebraica de la proporcionalidad, la función lineal	16
1.2 Estructura de los problemas de proporcionalidad	17
1.3 Campo semántico de los problemas de proporcionalidad	22
CAPÍTULO DOS	
QUÉ ENTENDEMOS POR COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD.	28
2.1 El papel del razonamiento en la comprensión de la proporcionalidad	31
2.2 Fases de la resolución de problemas	35
2.3 Acerca de las dificultades	38
CAPÍTULO TRES	
LA PERSPECTIVA SOCIAL Y CULTURAL EN LA COMPRENSIÓN DE LA PROPORCIONALIDAD	40
3.1 La proporcionalidad y el diseño curricular	47
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50

Introducción

En los últimos años los cambios educativos exigidos por la normatividad, Lineamientos y Logros Curriculares y por la evaluación externa al sistema educativo, reclaman la atención de los profesores de matemáticas para colocar el acento en el aprendizaje y en el desarrollo de formas de pensamiento y razonamientos específicos de las matemáticas.

En consonancia con estos cambios, el profesor debe disminuir su papel como transmisor y fuente de información y de saber y convertirse en el mediador entre el saber y el aprender, prestar mucha más atención a sus condiciones pedagógicas y a las condiciones psicológicas y culturales de los estudiantes.

Los problemas básicos que agrupan estos cambios se pueden resumir en torno a la consecución que el profesor debe hacer para que los estudiantes alcancen indicadores de Logros como:

Formula, argumenta y pone a prueba hipótesis, las modifica o descarta y reconoce las condiciones necesarias para que una propiedad matemática se cumpla; aplica estos procedimientos en la formulación, análisis y resolución de problemas.

Formula y resuelve problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrolla y aplica diversas estrategias para resolverlos, investi-

ga y comprende contenidos y procedimientos matemáticos a partir del enfoque de tratamiento y resolución de problemas y generaliza soluciones y estrategias para nuevas situaciones (Resolución N° 2343 de junio 5 de 1996, pag.52).

La consecuencia de estas nuevas perspectivas de evaluación para la concepción del modelo pedagógico y de la vida del aula supone un reto didáctico que incide sobre todos los elementos que configuran el ambiente educativo puesto que se infiere que se debe cambiar la pretensión de enseñar contenidos y pasar a colocar el acento en unas formas de pensamiento y razonamiento matemático específicos, Los Logros tienden a actuar como medios de coerción a través de los cuales se pretende cambiar las formas cómo los contenidos han venido siendo presentados por el currículo de matemáticas y modificar la práctica pedagógica a través de esquemas de evaluación.

No se puede negar que la evaluación da forma a lo que se enseña (Kilpatrick, 1998), pero cambiar formas de contenido por formas de pensamiento y razonamiento encuentra serias dificultades al ser descrito el cambio exclusivamente por esquemas de evaluación, por cuanto con demasiada frecuencia la reinterpretación y transformación de contenidos en formas de pensamiento y razonamiento matemático, integra entre otras un cambio personal del profesor que incluye un proceso reflexivo y profundo sobre el conocimiento específico que se pretende modificar, sobre las concepción de las matemáticas, sobre el papel que desempeña la comunicación en el aula, la resolución de problemas en torno a los cuales el nuevo modelo enfatiza el aprendizaje.

Si se analiza la propuesta de los Lineamientos Curriculares, Área Matemáticas, se entrevé una línea directriz fundamental en el mismo sentido de los Logros: enfatizar el aprendizaje. Los Lineamientos, de un lado, se orientan a plantear interrogantes, y generar la apertura de propuestas curriculares construidas por equipos de profesores que tomen decisiones, planifiquen para un ciclo y para el aula y analicen formas prácticas de aplicarlos en situaciones concretas.

Por otro lado, los Lineamientos Curriculares al igual que los logros, buscan establecer el referente de calidad mínima exigible para una cultura matemática para la educación obligatoria, es decir, orientarse hacia la función social que debe cumplir la educación. Por tal razón la línea directriz está al servicio del alumno, de su relación con el medio en el que participa como ciudadano, para lo que precisa comprender y poseer una serie de competencias para poder transformarlo.

De aquí que los Lineamientos se estructuren a través de ejes curriculares como la resolución de problemas y el razonamiento matemático entre otros, puesto que el conocimiento en la sociedad, actual y futura, exige la aplicación del conocimiento a la resolución de problemas en la cultura.

Por los cambios descritos y la función social que debe cumplir la educación obligatoria se puede entender el intento de los Lineamientos Curriculares, como una respuesta de conjunta de profesores de matemáticas, para integrar el conocimiento y la cultura, en la perspectiva de un diseño curricular globalizado, en áreas

como: Pensamiento variacional, pensamiento numérico, pensamiento aleatorio, etc..

Desde estos marcos de orientación general, y con el claro sentido de aportar a la comunidad de profesores de matemáticas, las autoras, presentan este estudio para el tránsito de la organización de la razón y la proporción, a una unidad globalizadora, la proporcionalidad.

Y aunque es realmente difícil y comprometido hacer una síntesis de una corriente tan rica, estructurada y fecunda como la desarrollada sobre el razonamiento proporcional, se describe en primer lugar, las interpretaciones matemáticas sobre la Teoría de las proporciones. En segundo lugar se presenta la estructura de la proporcionalidad, desde la perspectiva escolar, asociada al campo semántico que la configura. Por último se describen principios directrices para desarrollar la comprensión de la proporcionalidad desde la perspectiva social y cultural.

Cabe resaltar que el aporte tiene como fundamento la investigación que las autoras han realizado sobre la proporcionalidad como función lineal, (García, Serrano, Espitia, 1997), la cual permitió profundizar y ampliar el conocimiento sobre este campo. Finalmente, es necesario señalar que creemos que los cambios en los modelos pedagógicos suelen tener su origen en los cambios locales realizados por redes de profesores, por tal razón este estudio tiene el sentido de colaborar en los procesos de cualificación de los grupos de profesores de matemáticas interesados en su profesionalización como educador matemático .

**LA RAZÓN Y LA TEORÍA
DE LAS PROPORCIONES,
SIGNIFICADO MATEMÁTICO**

CAPÍTULO uno

La razón y la teoría de las Proporciones se encuentran expresadas por primera vez en el libro V de los Elementos de Euclides. La aplicación de la teoría a los números se encuentra en los libros VII, VIII y IX. Para comprender el significado y alcance de esta teoría, tanto al interior de la matemática como en lo concerniente al pensamiento proporcional, es pertinente y necesario situar la problemática y el proceso por el cual se gestó

El concepto de razón está impregnado de las formas de pensamiento que desarrolló la civilización griega para explicar el mundo. Cassirer (1981) afirma que cuando el hombre griego se planteó esta necesidad, la condensó en una sola palabra, la razón como sustantivo. Su significado es el de una fuerza espiritual que conduce al pensamiento a descubrir la verdad, su determinación y garantía; en esta concepción el pensamiento comienza a ser equiparado con el razonamiento a través del cual se construye la verdad. Su función más importante es juntar y separar, establecer relaciones recíprocas, para crear con base en una jerarquía de razones y de relaciones estructuras verdaderas.

En este sentido, la razón es una actitud mental básica para búsqueda de la racionalidad misma, se comprende entonces los valores de las palabras griegas <logos>, razón y <alagon>, esta última, significa poner en peligro las normas que aseguran la coherencia del discurso.

En su forma discursiva, la razón pone en relación cualidades “recíproca y comparativamente, de suerte que vayan surgiendo unas de otras en un orden riguroso y

firme” (Cassirer, 1981, p. 40); la conceptualización discursiva se constituye en la norma fundamental para el saber matemático en la época griega.

En este marco, surge el concepto de razón cuantitativa formulado por los pensadores pitagóricos tardíos post-eléatas, durante la Edad de Oro del mundo griego (finales del siglo V a. C.), Para las matemáticas esta edad representa el inicio de una etapa de consolidación del pensamiento matemático en un cuerpo estructurado racionalmente. El principio que reguló el desarrollo del pensamiento pitagórico fue determinado por la afirmación *Todo es número* que significaba que todas las cosas se podían explicar con las propiedades intrínsecas de los números y sus razones. En esta escuela, tanto el número como las magnitudes pertenecen a la categoría cantidad¹, pero número y magnitud son entidades separadas. El número corresponde al estudio de lo discreto, la magnitud al estudio de lo continuo (Moreno, L., 1991). El número corresponde a colecciones de unidades, pero las colecciones están formadas por unidades indivisibles. La magnitud surge de la abstracción de cosas mensurables y es continua. El número se define como una relación respecto al tamaño de las cantidades. El proceso de medir se concibe como la comparación entre magnitudes mediante razones. Las definiciones que se establecieron para cada uno de los conceptos descritos son:

Una magnitud es parte de otra mayor cuando la mide

² La cantidad es entendida como la cualidad de un objeto que posee una unidad o dimensión, por el cual se le asigna un número a la cualidad.

Razón es una relación cualquiera entre dos magnitudes homogéneas respecto de las cantidades

Parte o partes tiene el significado de submúltiplo o parte alicuota, medida común. Sobre estos principios Tales de Mileto formula la teoría de las Proporciones Numéricas:

Los números son proporcionales si el primero es el mismo múltiplo o la misma parte o las mismas partes del segundo que el tercero del cuarto.

De esta forma la teoría era aplicable a las magnitudes:

Las magnitudes que tienen la misma razón se llaman proporcionales.

Se establece entonces que las razones entre cantidades geométricas pueden ser expresadas como razones de números. La división entre dos números naturales no la consideraban otro número, excepto cuando su resultado es otro número natural, por tanto, la proporción es una relación entre números, no otro número. Se establece que los números naturales y sus razones podían dar cuenta de propiedades geométricas como las razones entre cantidades geométricas (longitudes), las cuales podían ser expresadas por razones entre naturales, asumiendo la existencia de una unidad de medida común, o parte alicuota a ambas longitudes.

Este intento de estructuración lógica se vio interrumpido con el descubrimiento de la existencia de los segmentos que no son medibles con la misma medida, como es el caso de la razón entre la diagonal del cuadrado a su lado; el surgimiento de los inconmensura-

bles produjo un verdadero escándalo lógico. La crisis de este descubrimiento llevó a reconocer a los pitagóricos la imposibilidad de resolver el problema dentro de la Teoría de las Proporciones numéricas.

La insuficiencia de esta teoría llevó, a matemáticos como Eudoxio a formular una definición nueva para la igualdad de razones:

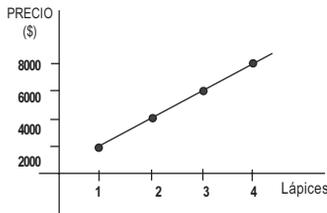
Se dice que una razón de una primera magnitud con una segunda es la misma que de la tercera a la cuarta si al tomar cualquier equimúltiplo de la segunda y la cuarta, los equimúltiplos exceden, son iguales o menores que los últimos equimúltiplos tomados en el orden correspondiente.

La noción de semejanza de razones es crucial en esta teoría, tanto para el desarrollo de las razones como para la misma razón, pues una interpretación, a la luz de la matemática actual, permite extraer una formulación equivalente como: un par de magnitudes relacionadas que tengan la misma razón entre las cantidades de la primera magnitud y sus correspondientes de la segunda magnitud se dicen proporcionales.

Matemáticamente, este enunciado es equivalente a afirmar que: la proporción es siempre una relación entre magnitudes o números, que viene dada por una función lineal, cuya constante de proporcionalidad establece la relación entre las cantidades de ambas magnitudes, o números correspondientes (García, Serrano, Espitia, 1997). Se infiere que todas las situaciones, las cuales pueden ser modeladas por una función lineal, son situaciones de proporcionalidad.

1.1 La representación gráfica y algebraica de la proporcionalidad, la función lineal

Tal como se ha visto la función lineal encapsula la proporcionalidad, su expresión algebraica es $y = mx$ (García, Serrano, Espitia, 1997). En las situaciones de proporcionalidad el conjunto de pares, de razones y de ratas expresadas por números racionales positivos pueden ser representadas gráficamente a través de parejas de puntos, con la excepción de la pareja $(0,0)$, y restringida al primer cuadrante. Por ejemplo, la relación entre el precio y número de lápices se representa gráficamente con una recta que cumple las condiciones de proporcionalidad: $P = K \cdot I$. k representa el operador funcional, I número de lápices.



En si misma, la gráfica muestra el sentido de predicción que conlleva la proporcionalidad (al extrapolar e interpolar en la gráfica).

La expresión es sintáctica y semánticamente equivalente a la expresión de la función lineal, $y = mx$; la pendiente explicita la naturaleza multiplicativa de la relación entre variables, es la unidad rata, si la pendiente está expresada con denominador uno.

1.2 Estructura de los problemas de proporcionalidad

A partir de los trabajos pioneros de Freudenthal (1983) en los que propone concebir los objetos matemáticos como contruidos en la práctica, como medios de organización de lo que llama fenómenos tanto del mundo real como de las matemáticas y de la propuesta para realizar análisis fenomenológico de conceptos matemáticos y estructuras matemáticas, en los cuales estos son medios de organización, se inicia una nueva era de la investigación psicológica y didáctica en las matemáticas. Respecto a la primera esta modifica su sentido de análisis exclusivo de desarrollo de formas generales de pensamiento, para colocar el acento en la comprensión, desarrollo y adquisición de conocimientos específicos matemáticos con relación a situaciones y problemas.

En lo que concierne a la didáctica, se inicia el abandono del estudio de adquisiciones de un concepto y se acoge la propuesta de que estos se encuentran en relación con situaciones y problemas. La solución a estas situaciones requiere de ideas interconectadas y de diversas representaciones matemáticas, lo que conlleva a reconocer que la adquisición de conceptos se realiza en un largo periodo de tiempo.

Este aporte es profundamente desarrollado por Vergnaud (1983, 1984) quien propone el constructo, campo conceptual, como un conjunto de problemas y

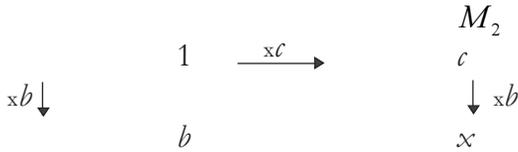
situaciones para el tratamiento de conceptos, procedimientos y representaciones diferentes pero estrechamente relacionados. Del anterior constructo, Vergnaud realiza el análisis de la estructura multiplicativa como un campo conceptual el cual está conformado por la presencia de la multiplicación y la división; funciones lineales, bilineales y n-lineales; análisis dimensional; aplicaciones lineales y combinaciones lineales de magnitudes (Vergnaud, 1984).

Con base en el anterior planteamiento se describe a continuación los aportes de Vergnaud acerca de la estructura de los problemas de proporcionalidad. Este investigador afirma que una proporción simple es siempre una relación entre magnitudes o números, que viene dada por una función lineal, cuya constante de proporcionalidad establece la relación entre las magnitudes o números correspondientes. Esta función obedece a un esquema como:

$$\begin{array}{cc} M_1 & M_2 \\ a & c \\ b & d \end{array}$$

Donde M_1 y M_2 son espacios de medida diferentes o espacios donde las unidades de medida son diferentes.

Entre a y b y entre c y d la relación es de partes de, es una relación en el mismo espacio de medida. En consecuencia b se puede escribir como una combinación lineal de a, o, lo que es equivalente a afirmar que entre a y b existe un operador escalar el operador $x \ b$, es de la forma b veces a



A este esquema lo denomina “isomorfismo de medidas”, el cual describe una estructura de proporción simple; está determinado sólo por dos variables y modelado por la función lineal $f(x) = c \cdot x$

Por otra parte, existe el operador $x c$, el cual es un operador funcional, invariante; representa al coeficiente de la función lineal f de M_1 a M_2 . El mismo esquema en forma más general abarca los problemas de regla de tres.

M_1

Al segundo caso Vergnaud lo denomina “concatenación de proporciones simples”, el esquema correspondiente es

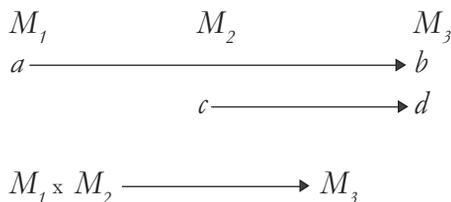
M_1	M_2	M_3
a	b	c
d	e	x

Aquí hay dos funciones lineales
 $f: M_1 \rightarrow M_2$ y $g: M_2 \rightarrow M_3$

El proceso de solución implica construir la función lineal $g \circ f: M_1 \rightarrow M_3$

El tercer caso corresponde al esquema de los problemas de proporcionalidad múltiple. Se caracterizan

porque un espacio de medida M_3 es proporcional a dos espacios de medida diferentes M_1 y M_2 . Está modelado por una función bilineal, el esquema correspondiente es:



la función bilineal F es:

$$F: M_1 \times M_2 \xrightarrow{\quad} M_3$$

y cumple:

$$F(m_1 + m_2, n) = F(m_1, n) + F(m_2, n)$$

$$F(m, n_1 + n_2) = F(m, n_1) + F(m, n_2)$$

$$F(p.m, q.n) = p.F(m, qn) = p.q.F(m, n)$$

Finalmente Vergnaud caracteriza como estructura de proporcionalidad los problemas correspondientes a la comparación de ratas o razones, cuyo esquema viene dado por



¿Cuál de las ratas es mayor?

¿Cuál de las ratas c/a ó d/b es mayor?

Desde los planteamientos que hemos presentado, es claro que existe una diferencia entre el operador escalar y el operador funcional. El primero se concibe como

una fracción que relaciona dos cantidades de la misma clase. Como las dos cantidades tienen la misma dimensión, son expresadas en la misma unidad y por lo tanto el operador no tiene dimensión alguna. El operador funcional relaciona dos magnitudes diferentes y su dimensión corresponde al cociente de las dimensiones de las magnitudes comparadas. Vergnaud señala que este carácter de la razón determina dos sentidos de la razón en problemas de comparación o de proporción, puesto que una cosa es comparar razones y otra establecer la proporción entre dos o más magnitudes.

En algunos problemas de comparación se relacionan dos conjuntos arbitrariamente, como por ejemplo, cuando se comparan pizzas con niños, la comparación es de la forma p a q . De igual forma se puede utilizar este tipo de razón para dar lugar a una nueva dimensión, como es el caso de la razón entre el tiempo y la distancia, que genera la velocidad, en este caso la razón recibe el nombre de rata.

1.3 Campo semántico de los problemas de proporcionalidad

La clasificación descrita de la estructura de los problemas de proporcionalidad se encuentra en estrecha relación con las representaciones asociadas. A estas variables se las ha denominado variables de contenido semántico, aparecen en el enunciado del problema. Particularmente el enunciado verbal, cobra especial importancia por cuanto la enseñanza de las matemáticas privilegia este tipo de representación. En esta representación cada una de las estructuras correspondientes a la proporcionalidad, es expresada a través del lenguaje natural. Para resolver este tipo de enunciado, el estudiante debe comprenderlo y traducirlo en las expresiones sintácticas de los correspondientes operadores.

De otra parte, la extensa investigación realizada sobre la resolución de problemas de carácter verbal (Puig, Cerdan, 1988) considera que características del enunciado como: significados del concepto, números de palabras del enunciado, contexto, lugar de la pregunta, tamaño del enunciado, tipo de números y naturaleza de las cantidades involucradas son algunas de las variables que intervienen en la resolución del problema. A continuación presentamos un análisis de estas variables.

El enunciado verbal correspondiente a la estructura de proporcionalidad simple, contiene una descripción existencial y a una proposición que expresa la regla de correspondencia entre los espacios de medida. El siguiente enunciado ejemplifica este tipo de problema:

La biblioteca de Lina tiene 8 estantes para colocar libros y en cada estante hay 5 libros ¿Cuántos libros hay en la biblioteca?

regla de correspondencia

descripción existencial en cada estante → 5 Libros
 hay 8 estantes

Estructura isomorfismo de medida:

$$M_1 \text{ Estantes} \quad \text{---} \times 5 \quad \rightarrow \quad M_2 \text{ Libros}$$

Contexto: relaciones entre estantes de una biblioteca y libros

Dominio numérico: números naturales

Las dimensiones del operador $\times 5$ es *Libros / estante*, por consiguiente el análisis dimensional correspondiente es :

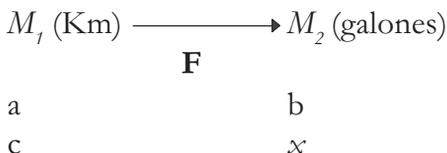
$$\text{estantes} \times \text{libros} / \text{estante} = \text{libros}$$

El papel que desempeñan las magnitudes, conlleva a reconocer que la multiplicación no es semánticamente conmutativa y por consiguiente de una misma situación se pueden construir tres tipos de problemas dis-

tintos. Proponemos al lector construir con base en la misma situación otros dos problemas distintos. En enunciados de problemas de reglas de tres como:

Un carro recorre 100 km con 1.5 galones de gasolina. ¿Cuántos galones de gasolina consume para recorrer 6 580 Km ?

también se encuentran dos espacios de medida, galones y kilómetros, sin embargo, la primera proposición: *recorre 100 km con 1.5 galones* explicita una razón; la segunda proposición *para recorrer 6 589 Km* es uno de los valores de una segunda razón que debe ser equivalente a la primera. La pregunta: *¿cuántos galones de gasolina consume ... ?* se refiere a encontrar el valor desconocido de la segunda razón. La representación general de esta estructura es:



Enunciados verbales de concatenación como:

En una finca la producción de leche diaria de cada una de 20 vacas es constante. El promedio de leche producida diariamente por 20 vacas es 160 l. . Con 10 litros de leche se produce 1250 grs de queso. Una persona consume en promedio 500 grs de queso en una semana. ¿Cuántas personas pueden consumir en una semana el queso producido por la leche de 43 vacas de esta misma finca?

Exigen relacionar cuatro espacios de medida ; primero, vacas-litros, relacionados por la producción ; en segundo lugar, relacionar litros con gramos, estructurada también por un sentido de conversión, queso ; en tercer lugar, relacionar gramos con personas, en este caso la relación la estructura el consumo. Finalmente, concatenar todas las relaciones, para responder la pregunta. La comprensión de este tipo de enunciado, exige entonces primero identificar cada una de estas relaciones de manera cualitativa, lo que se traduce en utilizar un tipo de representación como la tabular :

M_1	M_2	M_3	M_4
No vacas	L, leche	Grs, queso	persona
20	160	1.250	
	10	500	1
$f_1 : M_1 \longrightarrow M_2; f_1$	43		x

Sobre esta representación se visualizan las relaciones funcionales entre cada uno de los espacios de medida:

es una función lineal con operador funcional **x 8**

$$f_2 : M_2 \longrightarrow M_3; f_2$$

es una función lineal con operador funcional **x 125**

$$f_3 : M_3 \longrightarrow M_4; f_3$$

es una función lineal con operador funcional **x 1/500**

Finalmente, la posibilidad de encontrar el modelo de solución esta supeditada a reconocer que de M_1 a M_4 existe una función lineal **g** que es la compuesta de las funciones f_1, f_2 y f_3 . Para determinar la solución del problema es necesario encontrar el operador funcio-

nal de g . Como se observa, en estos problemas se exige mantener ciertas condiciones, puesto que sin ellas se pueden alterar las precondiciones necesarias para la existencia de la función lineal g .

Los enunciados de proporcionalidad múltiple, o compuesta, como:

¿Cuántas casas construirán treinta obreros que trabajan, a un mismo ritmo, 10 horas diarias durante 5 meses; si veinte obreros, con el mismo ritmo de trabajo, en 8 horas diarias durante dos meses construyen una casa?

también suponen considerar algunas constantes, como es el caso del ritmo de trabajo y número de horas que trabajan. La proporcionalidad simple entre los espacios: obreros, casas, requiere precisar esta en expresiones como: *veinte obreros construyen una casa (en 8 horas diarias durante dos meses)*, para luego establecer la proporcionalidad múltiple entre el conjunto producto: obreros x meses x horas diarias con el cuarto espacio número de casas construidas, es decir, formar la expresión *veinte obreros en 8 horas diarias durante dos meses construyen una casa*.

Por último en los enunciados de comparación de ratas o razones como:

María compra ocho discos de computador en \$5500. Luego vende tres de estos discos en \$2000. ¿Obtuvo utilidad en esta operación?

Se debe identificar la rata o razón como un todo, es decir como unidades totales para efectuar la comparación que exige la respuesta.

$$f_1 : M_1 \longrightarrow M_2 \text{ cuyo operador funcional es } 5500/8$$

$$f_2 : M_1 \longrightarrow M_2 \text{ con operador funcional } 2000/3$$

Los contextos corresponden a situaciones familiares a los estudiantes. Aunque los problemas planteados se caracterizan por la presentación de contextos en forma verbal, debe ser claro que este no es el única representación para la estructura de la proporcionalidad. Los registros de representación gráficos, cartesianos, de pastel de barras, pictóricos e icónicos (como los geométricos) y como ya lo hemos demostrado el tabular, deben conforman el conjunto de representaciones semánticas de la proporcionalidad. A estos sistemas de representación corresponde la expresión sintáctica $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ en tanto se coordine con su campo de referencia, comparaciones multiplicativas.

Conviene tener presente qué contextos (familiares, científicos y abstractos), y qué representaciones es conveniente utilizar en los distintos niveles escolares, pues cada uno de ellos ofrece al estudiante la posibilidad de avanzar a diferente ritmo en el dominio de competencias en el campo de la proporcionalidad.

Como puede advertirse el campo semántico de la proporcionalidad implica reconocer que su aprendizaje se desarrolla en un largo periodo de tiempo y que tiene alcances hasta en el desarrollo de la función lineal, por ejemplo. Pero lograr este proceso requiere que el estudiante desarrolle grados de comprensión a través de la resolución de problemas en contextos de la vida social, geométricos, aritméticos y científicos.

**QUE ENTENDEMOS
POR COMPRENSIÓN DE
LA PROPORCIONALIDAD**

CAPÍTULO dos

Una vez que hemos analizado las características estructurales de la proporcionalidad y descrito sus sistemas de representación, es posible entrar al terreno de lo cognitivo, para precisar el significado de la comprensión de la proporcionalidad .

Nos apoyamos en los siguientes supuestos de la teoría de la comprensión para la educación matemática que han elaborado investigadores como Sierpínska . En primer lugar, consideramos que todo acto de comprensión esta basado en la construcción de una representación mental. En segundo lugar, asumimos también que las representaciones mentales deben ser relacionadas entre sí. En tercer lugar, estas representaciones pueden ser de diversos tipos, icónicas, verbales, etc.. En cuarto lugar, compartimos la propuesta de relacionar la comprensión con la significación.

Con estos supuestos, y teniendo en cuenta que la proporcionalidad se representa en diferentes sistemas de representación, su comprensión esta dada por la coordinación de los diversos registros de representación con el campo de referencia, comparaciones multiplicativas. Y por la traducción dentro de un mismo sistema y entre sistemas diferentes (por ejemplo, entre representaciones verbales y gráficas).

La comprensión esta determinada por actos como la identificación, discriminación, generalización y síntesis. Por ejemplo, requiere que se diferencien las representaciones comparativas de tipo aditivo de las multiplicativas ; que se diferencien procedimientos aditivos de multiplicativos; la invarianza del operador funcional, es una síntesis, porque encapsula una serie

de identificaciones y generalizaciones. Lo expuesto sobre la comprensión determina una distinción sobre lo que denomina en el argot educativo conocimiento sobre la proporcionalidad ; éste, es concebido como *saber la información sobre los hechos, notaciones términos o definición de manera inconexa y aislada sobre la proporcionalidad*. En otras palabras, se desvincula las expresiones sintácticas de su campo de referencia.

El grado de comprensión de la proporcionalidad supone establecer en que medida el estudiante ha integrado las representaciones, *les ha dado sentido* y en que grado ha conectado las representaciones. Lo anterior, sugiere que lo que interesa no es tanto la representación mental en sí misma sino la acción que desarrolla el sujeto apoyada en dicha representación.

2.1 El papel del razonamiento en la comprensión de la proporcionalidad

Para identificar el papel del razonamiento en la comprensión, es necesario partir de las propuestas que investigadores como Rico y Sierpinska han elaborado sobre el razonamiento matemático y confrontarlas con propuestas curriculares como la de los Stándares del NCTM y los Lineamientos Curriculares, área de Matemáticas del MEN. Por tal razón vamos a describir a continuación de manera general cada una de estas propuestas

1. Rico (1995) identifica al razonamiento con la capacidad de establecer nuevas relaciones entre conceptos, estas relaciones se expresan en argumentos. Para Rico, en el trabajo con los alumnos de la Educación Obligatoria, un razonamiento es todo argumento suficientemente fundado que dé razón o justifique una propiedad.
2. Sierpinska (1994) identifica al razonamiento como una red que hace parte de los actos de comprensión; cada uno de los actos de comprensión esta acompañado del razonamiento. Por ejemplo, la identificación de que un objeto X es Z , conlleva un razonamiento por cuanto hay que probar o verificar que X es Z .

3. Los estándares curriculares del NCTM proponen como uno de los ejes curriculares al razonamiento matemático. De manera general esta propuesta orienta al profesor para desarrollar procesos de razonamiento en los estudiantes a través de los espacios donde la explicación, la justificación y la conjetura son las herramientas que posibilitan su desarrollo. Esta asociado a la adquisición del significado de conceptos y procedimientos matemáticos. El desarrollo del razonamiento se establece por niveles, por ejemplo, para el nivel correspondiente a los grados 5° a 8° de la Educación Básica se propone en particular el razonamiento proporcional.
4. Por su parte en los Lineamientos Curriculares de matemáticas (MEN, 1998) al razonamiento matemático se le considera también uno de los ejes curriculares asociado con la comunicación y resolución de problemas. Se le entiende como los actos en los cuales el niño justifica, conjetura, explica y predice entre otros actos.

La conclusión que se deriva de estas propuestas permite señalar que el razonamiento es parte inherente de la comprensión de conceptos y procedimientos matemáticos, ligado a situaciones de aprendizaje que impliquen procesos de elaboración de conjeturas, de explicaciones, etc., es decir inmerso en procesos comunicativos .

Específicamente el razonamiento proporcional está relacionado con la resolución de problemas cuya estructura matemática corresponde a la estructura de proporcionalidad. En su resolución, el estudiante tran-

sita desde la comprensión cualitativa del enunciado, pasa a lo cuantitativo, establece relaciones multiplicativas en y entre espacios de medida con los operadores funcionales y/o escalares y da sentido a la solución. Su desarrollo exige la intervención del profesor a través de preguntas y representaciones para inducir al estudiante a identificar, discriminar y generalizar las invariantes propias de este conocimiento conceptual. Por ejemplo, en la solución de un problema como:

**Una planta crece en 2 semanas 4 centímetros.
¿En 4 semanas cuántos centímetros habrán crecido?**

es necesario que el niño identifique de manera cualitativa, la *relación en 2 semanas 4 centímetros*, y luego la *relación en 4 semanas....*, antes de abordar el proceso cuantitativo. Esta identificación orientada a través de preguntas conduce a explicar en otra representación las relaciones, es decir visualizar. La representación tabular es la más indicada, por cuanto además aísla las variables del contexto.

M_2 semanas	M_1 cm
2	4
4	x

En fase correspondiente a la cuantificación del problema, específicamente en el tránsito de lo aditivo a lo multiplicativo, la investigación ha demostrado que los niños utilizan procedimientos aditivos en un espacio, para luego trasladarlos al otro espacio,

$$\begin{array}{r}
 M_2 \text{ semana} \\
 2 \\
 +4 \quad \downarrow \\
 6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 M_1 \text{ cm} \\
 4 \\
 \downarrow +4 \\
 6
 \end{array}$$

La formulación de preguntas por parte del profesor con el fin de solicitar justificaciones al estudiante de los procedimientos utilizados le permiten cuestionar el valor de su procedimiento. Las preguntas acompañadas de datos desestabilizadores *¿y en 3 semanas cuánto habrá crecido?* guían al estudiante en la búsqueda de un patrón multiplicativo que de cuenta de manera general de la solución.

Las preguntas formuladas por el profesor, ya sean orientadas : a establecer la generalidad de las estrategias empleadas ; a cuestionar la efectividad de procedimientos ante diferentes condiciones estructurales de la tarea; a solicitar explicaciones y justificaciones, se estructuran en un andamiaje que organiza el mecanismo discursivo a través del cual se desarrolla el razonamiento Este andamiaje integra de manera implícita la función social y cognitiva del discurso educativo : formar en los procesos de negociación de significados, en la posibilidad de estar abierto a compartir, comparar, contrastar y discutir los puntos de vista propios y de los otros y desarrollar el conocimiento conceptual de la proporcionalidad.

2.2 Fases de la resolución de problemas

La investigación sobre la resolución de problemas (Puig, Cerdan, 1998) está estrechamente relacionada con la introducción y valoración que se le ha otorgado, desde la década del 80, como estrategia fundamental en la construcción y producción significativa de conocimiento matemático.

En esta perspectiva, se conceptualiza al proceso de resolución de problemas como la actividad desplegada por el resolutor desde el momento en que le es presentado el problema hasta alcanzar una solución. El sentido de solución, no tiene el significado de encontrar la solución válida, por el contrario, la solución se concibe cuando el sujeto considera que la situación propuesta deja de ser problemática porque la ha dotado de sentido. Esta concepción tiene una implicación clara para la valoración de procesos de solución de problemas, permite establecer los niveles de estos, pues tal como se describe más adelante en la solución de problemas de proporcionalidad simple, muchas veces los niños utilizan estrategias aditivas, lejanas aún aparentemente del uso del operador escalar o funcional, pero en las que usa implícitamente propiedades de la linealidad como $f(a + b) = f(a) + f(b)$.

Con base en las anteriores precisiones comenzaremos por enumerar las fases que se distinguen en general en el proceso de resolución para los problemas aritméticos:

1. Lectura
2. Comprensión
3. Traducción o elaboración de un plan
4. Cálculo o ejecución del plan
5. Solución
6. Revisión, comprobación

La lectura y la comprensión están determinadas por la estructura del texto. Particularmente, en el caso de los problemas de proporcionalidad, es necesario tener en cuenta la distinción que establece Neshet (1980) para las estructuras de los textos que caracterizan los problemas aritméticos. Neshet propone clasificar la estructura textual en dinámica y estática. En el primer tipo, se puede distinguir un estado inicial de la situación, un tiempo t_1 , un cambio provocado por una acción y ocurrido durante un tiempo t_2 y un estado final localizado en un tiempo t_3 ; ejemplos de este tipo estructura son los enunciados de problemas aditivos de combinación.

Mientras que una estructura estática describe una relación de comparación, incluye proposiciones existenciales y no se encuentran verbos de acción. Las comparaciones describen relaciones entre referentes distintos, o entre subconjuntos de un todo. En este tipo de texto se inscriben los enunciados de la proporcionalidad. La estructura presenta además otro grado de complejidad, pues no todos los enunciados comparativos se resuelven con la estructura multiplicativa.

Tal como hemos venido insinuando, la representación que más orienta esta comprensión es la tabular junto con los diagramas de flechas. En la tabla el paralelismo de las magnitudes o cantidades, identifica y descri-

mina las magnitudes relacionadas; las flechas verticales y horizontales visualizan los operadores escalares y funcionales.

La fase de cuantificación se define como la traducción de la expresión verbal a la expresión aritmética correspondiente. Las expresiones sintácticas correspondientes a operadores escalares o funcionales o, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ cobran sentido en tanto preceden a la comprensión cualitativa del enunciado,

La fase de cálculo o ejecución del plan está determinada en parte, por las magnitudes involucradas, por el tipo de números que las expresa y por el conocimiento de propiedades numéricas. Particularmente, la naturaleza de las cantidades que intervienen en los problemas de proporcionalidad desempeñan un papel crucial en esta fase y en la solución. Schwartz (1998) las clasifica en cantidades extensivas e intensivas. Las primeras expresan la extensión de una sustancia, son aditivas en el sentido de que los números que las expresan pueden sumarse manteniendo inalterada la unidad que los acompaña; pueden ser discretas o continuas, 6 cuadernos, 7 metros. Las cantidades intensivas son razones, (velocidad, densidad, precio unitario, etc). Tienen unidades compuestas formadas por el cociente de dos cantidades extensivas; al igual que las cantidades extensivas pueden ser discretas o continuas. Su expresión verbal es el *por*, (dulces por bolsa, distancia por tiempo). La fase de solución exige que el estudiante las interprete con sentido para que la solución sea significativa.

2.3 Acerca de las dificultades

Desde el punto de vista de las dificultades que presenta la comprensión de la proporcionalidad, de manera implícita, hemos venido señalando que ellas obedecen más a cuestiones conceptuales propios de la proporcionalidad, que ha problemas exclusivamente cognitivos del estudiante.

A estas se agregan las procedentes de la enseñanza de la proporcionalidad. Con respecto a estas últimas, no podemos desconocer que la enseñanza de la aritmética en la Educación Básica, privilegia su aprendizaje descontextualizado por consiguiente, no le otorga a la resolución de problemas el papel de mediatizador en la construcción de conocimiento, ni como actividad de transferencia del aprendizaje. En este sentido, las dificultades se encuentran en función de la estructura característica de enunciados, estructura semántica de la proporcionalidad y de los procesos cuantitativos de solución con sentido.

Las dificultades asociadas de la proporcionalidad, se sitúan en los diversos niveles de la solución de problemas :

- 1) *En el enunciado.* La estructura de los enunciados comparativos, les resulta también difícil a los estudiantes por estar acostumbrados a la lectura, no sólo en la clase de matemáticas, a textos narrativos dinámicos. Específicamente, el formato de enunciados comparativos de ratas o razones puede presentar

mayor dificultad, por cuanto no exigen una respuesta numérica.

- 2) *En la fase de traducción.* Las dificultades están asociadas, en primer lugar a la representación tabular, por cuanto no es utilizada frecuentemente. Las magnitudes que intervienen ponen en conflicto la concepción conmutativa de la multiplicación. A estas dificultades se agrega el uso que se hace en estos problemas de números como las fracciones y las razones ; el tipo de números, el tamaño de fracciones, operadores fraccionarios y decimales.

Esta observaciones si bien no son suficientes para describir la totalidad de las dificultades, tiene el sentido de proporcionar pistas a los profesores para organizar la enseñanza de la proporcionalidad como un bloque curricular que se despliega horizontal y verticalmente que integra diversos conceptos y procedimientos y cuyo aprendizaje se sucede a lo largo de varios niveles .

**LA PERSPECTIVA SOCIAL
Y CULTURAL EN LA
COMPRESIÓN DE LA
PROPORCIONALIDAD**

CAPÍTULO tres

En los apartados anteriores hemos descrito la estructura matemática de la proporcionalidad, el campo semántico de sus problemas y las fases que acompañan la resolución de estos, sin embargo, al inicio de este estudio hemos señalado que el profesor de matemáticas se encuentra en la actualidad sometido a exigencias de cambio en los enfoques de la enseñanza, aprendizaje y evaluación de las matemáticas. Estos cambios se fundamentan en nuevas concepciones sobre las matemáticas, sobre la educación en matemáticas y en una teoría curricular que permita diseñar y desarrollar currículos acordes a las funciones educativas que debe cumplir la enseñanza de las matemáticas con el contexto de ubicación y con la sociedad.

La importancia de cada uno de estos aspectos para el cambio requiere de analizar los presupuestos que los constituyen para comprender cada uno de sus alcances y relaciones. Por tal razón, y teniendo en cuenta el propósito de este estudio, la comprensión de la proporcionalidad en la perspectiva social y cultural, a continuación, sin el ánimo de ser exhaustivas por la densidad propia de este problema, se analizan los supuestos fundamentales que estructuran el cambio.

La concepción epistemológica de las matemáticas, se considera una importante fuente significativa de referencia para la educación matemática, por cuanto tal como lo han demostrado diversos estudios e investigaciones (Moreno, Waldegg, 1995 ; Bishop, 1994 ; Flórez Martínez, 1998) es la responsable de crear una ideología de la enseñanza de las matemáticas que se plasma en los currículos y se constituye en el referente teórico de actuación del profesor en el aula.

Específicamente concepción de la matemática como producto se refleja en la forma como el profesor expone a los estudiantes la matemáticas, conocimiento inmodificable en su forma y en su contenido, lo cual también explícita una concepción sobre el aprendizaje, sólo se requiere de un estudiante que “reciba este conocimiento”. El carácter del conocimiento abstracto de la matemática, conlleva a que el discurso didáctico se conciba neutral, sólo tiene una función “instruir al estudiante en el conocimiento de hechos, notaciones, definiciones y algoritmos propios de cada uno de los contenidos matemáticos”. La estructura lógica de la disciplina se asume exclusivamente como el mejor medio de organización de los contenidos matemáticos, presentándolos como unidades discretas de información.

Un ejemplo de este tipo de organización es la forma como se secuencia la proporcionalidad. La razón y la proporción numérica se presentan como información aislada de la proporcionalidad entre magnitudes; sus relaciones con la multiplicación o con la función lineal no se establecen porque una y otra también se asumen como conocimientos independientes: en la multiplicación se enfatizan los algoritmos y en la función lineal el carácter de su ecuación y gráfica y en la mayoría de la veces se confunde con la función afín.

Tras el análisis crítico de esta ideología y de los currículos que la sustentan surge la propuesta de una concepción de la matemática como construcción social. En ésta, se reconoce a la matemática como una actividad humana, implicada en la solución de problemas. Problemas y soluciones son compartidos por

colectivos e instituciones y los objetos matemáticos son concebidos como entidades culturales socialmente compartidos. La perspectiva cultural deriva del reconocimiento al proceso histórico de creación de las matemáticas, a su relación con el contexto cultural y a los problemas que suscitaron tales construcciones.

Por su parte, la perspectiva sociológica parte de reconocer la construcción de las matemáticas como construcción social, es decir, de reconocer que de prácticas individuales e insertas en instituciones emergen teorías que pasan a constituirse en conocimiento objetivo mediante procesos de consenso y negociación social. De esta forma, se integran los procesos de comunicación, como elementos decisivos para validar las prácticas y para adoptar decisiones acerca del valor de verdad.

En consonancia con esta postura epistemológica se encuentran las corrientes constructivistas del aprendizaje, particularmente la perspectiva social de Vygotsky, en la cual se subraya que lo individual emerge de lo colectivo; es decir, el desarrollo de las funciones cognoscitivas del niño tiene lugar en la interacción con los demás y con los expertos de su cultura. Al igual que en la concepción epistemológica, en esta perspectiva también se involucran los signos como mecanismos de mediación, por tal razón el lenguaje como medio de interacción social, cobra vital importancia. En esta corriente, la comprensión no depende exclusivamente del encuentro con el mundo físico, sino de las interacciones entre personas en relación con el mundo; un mundo que no es simplemente físico, sino cultural y significativo.

Resulta prioritario tomar en consideración la naturaleza de las matemática y su consonancia con las teorías psicológicas y de aprendizaje para entender cómo y en qué sentido y medida puede diseñarse un currículo de matemáticas escolares inserto en un proyecto educativo. Lo primero que hay que hacer es crear las condiciones para que sea el profesor quién decida como organizar la enseñanza con este sentido. Precisamente, en lo que concierne a la proporcionalidad, describimos a continuación sus relaciones con la cultura y con lo social con le ánimo de ampliar el campo de reflexión necesario para la toma de estas decisiones.

La relación cultura y proporcionalidad. Esta relación es inscrita en el reconocimiento del uso implícito y a veces impreciso que de la proporcionalidad hacen los individuos en las diversas situaciones y fenómenos de la vida cultural de una comunidad. La mayoría de estas situaciones se identifican con lo que tradicionalmente, en la enseñanza de las matemáticas, se clasifica como aritmética comercial, en las versiones de proporcionalidad simple, porcentaje o la regla de tres en estos a actividades culturales vive la proporcionalidad.

Las competencias informales sobre la proporcionalidad, que desarrollan los sujetos en estas situaciones, provienen de su interacción con actividades como precios de mercancía (de huevos, de insumos para alimentar animales, de transportes), producción de cultivos, rebajas e IVA, por ejemplo. Igualmente la interacción con hechos y objetos materiales, dibujos ampliados, semejanza de aspectos arquitectónicos y aún en el arte, murales, esculturas conlleva a reconocer que la proporcionalidad es un herramienta matemática que per-

dura y vive en el seno de la vida cultural de diversas civilizaciones. En este conjunto de situaciones se construye el campo pragmático de la proporcionalidad. La aproximación de los individuos a esta herramienta matemática es activa, puesto que es una práctica matemática de la cual surge un conocimiento de carácter individual procesual sobre la proporcionalidad en respuesta a la necesidad de interactuar con el mundo físico y social.

Lo social. El tránsito de las competencias individuales a la adquisición del conocimiento conceptual de la proporcionalidad y por ende a competencias formales, esta mediatizada por los procesos sociales deliberados e intencionados con que la institución escolar, propone al estudiante la tarea de reconstruir crítica y reflexivamente la organización racional de su práctica individual y procesual sobre la proporcionalidad.

La reconstrucción depende de dos funciones distintas del lenguaje. En primer lugar como discurso, cumple la función de proporcionar los medios de interacción social para la construcción objetiva. Pero este discurso también integra la formación de valores que caracteriza al discurso educativo. Por tal razón el tipo de preguntas que formula el maestro ¿Por qué....?, si bien se orientan a establecer las justificaciones razonables matemáticamente en relación a la estructura matemática de la tarea, deben entenderse también en la función que desempeña el razonamiento, cuando este es concebido como actividad cognoscitiva desde la cual se ruptora el egocentrismo y la arbitrariedad de lo individual para ubicarse en la aceptación de códigos y reglas de dominio público.

En términos de la adquisición del conocimiento conceptual, el papel que desempeña el razonamiento, tal como lo hemos descrito es trascender el aquí, el ahora y el esto; es decir, para un niño, si bien la estrategia de solución aditiva a un problema de proporcionalidad simple es correcta porque está asociada a una tarea concreta, el papel de la pregunta desestabilizadora actúa como recurso para inducir la necesidad de estrategias multiplicativas de carácter general, que trasciendan la particularidad de la tarea. De manera semejante, la función implícita de la pregunta, tiene también el sentido de inducir a la disposición de aceptar otros punto de vista.

3.1 La proporcionalidad y el diseño curricular

En los apartados anteriores hemos concretado aspectos para incorporar a la proporcionalidad en el proyecto educativo. La proyección que tiene este planteamiento para el diseño curricular es indudable pues el dominio cultural del contenido, la selección del contenido, su organización es una competencia profesional imprescindible del profesor de matemáticas para superar la dependencia y el papel de transmisor de contenidos seleccionados por otros. A lo anterior se suma, como lo ha demostrado la historia de los cambios curriculares, que el cambio del proyecto educativo hay que buscarlo en el desarrollo de cambios curriculares locales. Para concretar este aporte en el ámbito del diseño, presentamos a continuación algunas de las directrices que deben estar presentes en el diseño.

3.1.1 Restricciones y Relatividad de la comprensión de la proporcionalidad.

El hecho de restringir la adquisición del concepto a un único contexto semántico determina una comprensión restringida sobre la proporcionalidad. De otra parte como la práctica de la proporcionalidad esta inscrita en una institución, la comprensión individual es relativa puesto que en cada institución existe una concepción sobre la matemáticas, sobre la educación

matemática y en particular sobre el significado de la proporcionalidad.

3.1.2 Organización de la proporcionalidad en el diseño curricular.

La labor de organizar la proporcionalidad se torna compleja de un lado, por el campo de áreas sociales y científicas que modela y de otro, por el tiempo escolar que se le adjudique para su desarrollo en los distintos niveles y grados. En cuanto al primer aspecto, ello lleva a pensar que su organización depende de articular en un bloque, las relaciones horizontales y verticales de la proporcionalidad con las áreas de la matemática donde es una herramienta de modelación (geometría, estadística, aritmética, álgebra y hasta el Cálculo) y con las otras ciencias (geografía, física, química, entre otras).

3.1.3 El contexto.

El uso de contextos científicos, conocido también como aplicado, establece la relación y conexión de las matemáticas con otras ciencias. Ello permite integrar el aprendizaje de aspectos de la física, la química y otras ciencias al aula de matemáticas.

Particularmente en la física, la proporción simple interpreta muchos fenómenos, como por ejemplo, en las relaciones entre $\frac{f}{a} = m$ $\frac{d}{t} = v$ el tiempo como magnitud que interviene en muchos fenómenos es frecuen-

temente el factor de proporcionalidad directa. Igualmente en la química la proporcionalidad modela variados fenómenos.

En síntesis, en estas ciencias la proporcionalidad modela el proceso de variación de múltiples fenómenos, teniendo de presente que ésta sólo puede ser utilizada como modelo matemático siempre y cuando cumpla la siguiente regla: cuando los valores de una de las variables se doblan, se hacen la mitad o se multiplican por n , los valores de la otra variable también se doblan, se hacen la mitad o se multiplican por n . La proporcionalidad como modelo de variación, inicia el desarrollo de la comprensión de aspectos importantes de la función, pues en comienza a abordar los aspectos de la dependencia entre variables.

3.1.4 Coherencia con los fines sociales educativos.

La perspectiva social de la concepción epistemológica de la matemáticas en consonancia con la teoría constructivista y con los fines educativos se concreta en los tipos de tareas que se diseñen como actividades de aprendizaje y desde las cuales se crea un ambiente comunicativo. La resolución de problemas es la estrategia que permite crear este clima pues fomenta la participación de los alumnos y entre estos y los profesores, al mismo tiempo que estimula la cooperación, la independencia personal y la competencia sobre la proporcionalidad.

Referencias Bibliográficas

CASSIRER, E. (1995). La filosofía de la ilustración. Fonfo de Cultura Económica.

CRAMER, K, POST, th. (1993). Reasoning proportional. En connecting Research to teaching. Vol. 86. N° 5 may.

FREUDENTHAL, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Dordrecht Reidel.

GARCIA, G, SERRANO, C., ESPITIA, L. E. (1997). Hacia la noción de función como dependencia y patrones de la función lineal. Colciencias. Universidad Pedagógica Nacional. Cuaderno Didáctico.

SACRISTAN, GIMENO, PEREZ, G. J., A.I. (1993). Comprender y transformar la enseñanza. Segunda Edición. Morata.

KILPATRICK, J. (1998). Cambio local y global del currículo. En: Rev. EMA Investigación e innovación en educación matemática. Vol.3. N° 2 mayo.

LAMON, S. (1993). Ratio and proportion: connecting content and children's thinjing. Rev: journal for research in Mathematics Education. Vol. 24. N° 1.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL (1996). Resolución Número 2343 de junio 5 de 1996. Serie Documentos Especiales. República de Colombia.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL (1998). Matemáticas. Lineamientos Curriculares. Serie Lineamientos Curriculares. República de Colombia.

MORENO, L. (1991). En torno a las nociones de número y variación. En: Rev. Mathematics N° 7.

POST, th., BEHR, M., LESH, R., (1998). Proportionality and the Development of prealgebra understandings. En: The ideas of algebra k-12. Yearbook of the National. Council of teachers of Mathematics.

PUIG, L., CERDAN, F. (1998). Problemas aritméticos escolares. Editorial Síntesis.

RICO, L.,(1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de Matemáticas. En: EMA. Vol. 1. N° 1, noviembre de 1995.

VERGNAUD, G. (1994). Multiplicative conceptua Field: ¿What and why?. En: The Development of Multiplicative reasoning in the learning of Mathematics. (Ed). Harel, G. Coufrey, J.

Editado por
Grupo Editorial Gaia
Telefax: 227 55 07
Santa Fe de Bogotá Colombia.

Este libro se diagramó
con las fuentes Garamond y
Eurostaile.

Se imprimieron 200 ejemplares
Septiembre de 1999

