

El modelo del análisis didáctico, la formación de profesores y la práctica de aula

Pedro Gómez

<http://funes.uniandes.edu.co/12549>

argeifontes@gmail.com

Manizales, 10 de octubre de 2018

Congreso internacional de didáctica de la matemática



Problema

De, nosotros, los profesores

Índice

- ▶ Problema
- ▶ Toma de decisiones
- ▶ Modelo del análisis didáctico

2

Problema

¿Cómo lograr que nuestros estudiantes aprendan lo que queremos que aprendan?

4

Problema

¿Hay una receta para enseñar?

5

Problema

¿Hay una receta para proporcionar oportunidades para que nuestros estudiantes aprendan?

No

6

Contexto: área de matemáticas y profesor

Autonomía curricular

Lineamientos curriculares

Plan de área

Lo que sucede en el aula



Esquemas de enseñanza

- ▶ Guías
- ▶ Actividades en Internet
- ▶ Libros de texto
 - ▶ Manuales del profesor
- ▶ Actividades de aprendizaje
 - ▶ Descripción detallada
 - ▶ Instrucciones para el profesor



¿Qué buscamos?

Nos encantaría tener un libreto

Ser actores que seguimos el libreto

Tener éxito con el aprendizaje
de nuestros estudiantes

Pero,

En la mayoría de las ocasiones,

Nosotros mismos escribimos el libreto

Las cosas nunca suceden como se espera

Aun si nos dan un libreto,

Trabajamos en nuestro propio contexto

Siempre hay situaciones inesperadas

Debemos tomar decisiones

13

Tomamos decisiones

- ▶ Cuando planificamos nuestra clase
 - ▶ Al crear guías y actividades
 - ▶ Al adaptar libretos a nuestro contexto
- ▶ Cuando estamos en clase
 - ▶ Ante las situaciones que no habíamos previsto
 - ▶ Preguntas
 - ▶ Actuaciones de los estudiantes
 - ▶ Errores en los que incurrir
- ▶ Cuando evaluamos
 - ▶ Queremos contribuir al aprendizaje de nuestros estudiantes

15

¿Qué se requiere para tomar decisiones?

- ▶ Competencias, conocimientos, habilidades y actitudes para
 - ▶ Reconocer situaciones, generar opciones, evaluar implicaciones
- ▶ Técnicas
 - ▶ Basadas en modelos y conceptos
 - ▶ Para
 - ▶ Recoger información
 - ▶ Organizarla y analizarla
 - ▶ Usarla al tomar decisiones

17

Tomar decisiones

El centro de nuestro trabajo

¿Qué implica tomar decisiones?

- ▶ Reconocer una situación como inesperada
 - ▶ No la tenía prevista
 - ▶ No se resuelve con una rutina
- ▶ Formular opciones para la acción
- ▶ Establecer las implicaciones de cada opción
- ▶ Comparar implicaciones
 - ▶ Tener criterios para comparar
- ▶ Seleccionar una opción
- ▶ Actuar de acuerdo con la opción que selecciono

16

¿Qué se requiere para tomar decisiones?

- ▶ Competencias, conocimientos, habilidades y actitudes para
 - ▶ Reconocer situaciones, generar opciones, evaluar implicaciones
- ▶ Técnicas
 - ▶ Basadas en modelos y conceptos
 - ▶ Para
 - ▶ Recoger información
 - ▶ Organizarla y analizarla
 - ▶ Usarla al tomar decisiones

18

Modelo del análisis didáctico

Conceptos y técnicas curriculares para ofrecer oportunidades de aprendizaje a nuestros estudiantes

Análisis didáctico

Término genérico sin un significado técnico

Hay tantos modelos como personas que usan el término

Nosotros hemos desarrollado un significado vinculado a la práctica de aula para temas concretos de las matemáticas escolares

20

Tranquilos

No voy a presentar el modelo

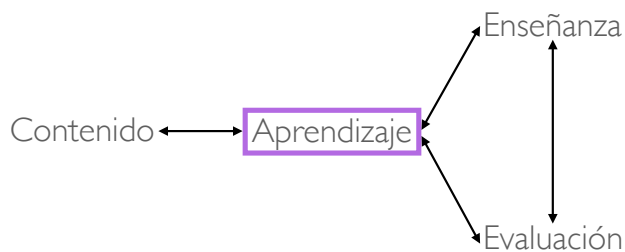
Presento ejemplos de su uso

Elipse horizontal con centro en el origen

Ejemplo del uso del modelo del análisis didáctico
Díaz, Yency Norely; Gómez, Janneth Rocío; Ortiz, Carmen Yelitza; Torres, Fernando (2018). *Elipse horizontal con centro en el origen*. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes.

21

Dimensiones curriculares



22

Aprendizaje

Expectativas y limitaciones de aprendizaje
Caracterización de los objetivos de aprendizaje

Elipse: objetivos de aprendizaje

- ▶ 1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico
- ▶ 2. Identificar los elementos y propiedades que caracterizan el lugar geométrico de la elipse horizontal con centro en el origen
- ▶ 3. Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

25

Elipse: objetivo 1

1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico

1.1 Identifico datos del enunciado y los relaciono con una elipse horizontal

26

Elipse: objetivo 1

1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico

1.1 Identifico datos del enunciado y los relaciono con una elipse horizontal

→

1.2 Propongo la manera de ubicar uno de los focos de una elipse horizontal

27

Elipse: objetivo 1

1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico

1.1 Identifico datos del enunciado y los relaciono con una elipse horizontal

→

1.2 Propongo la manera de ubicar uno de los focos de una elipse horizontal

↑

1.3 Utilizo la simetría para hallar uno de los focos

28

Elipse: objetivo 1

1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico

1.1 Identifico datos del enunciado y los relaciono con una elipse horizontal

→

1.2 Propongo la manera de ubicar uno de los focos de una elipse horizontal

↑

1.3 Utilizo la simetría para hallar uno de los focos

↓

1.4 Utilizo la distancia que hay de un vértice a un foco para ubicar otro foco

29

Elipse: objetivo 1

1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico

1.1 Identifico datos del enunciado y los relaciono con una elipse horizontal

→

1.2 Propongo la manera de ubicar uno de los focos de una elipse horizontal

↑

1.3 Utilizo la simetría para hallar uno de los focos

↓

1.4 Utilizo la distancia que hay de un vértice a un foco para ubicar otro foco

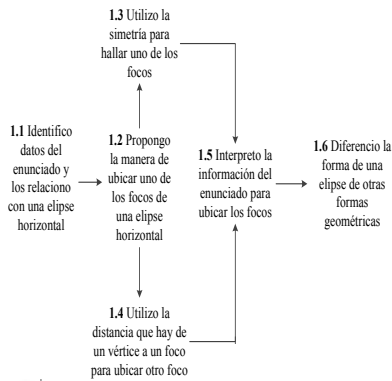
→

1.5 Interpreto la información del enunciado para ubicar los focos

30

Elipse: objetivo I

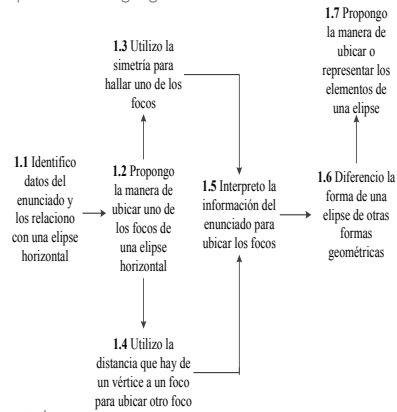
I. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



31

Elipse: objetivo I

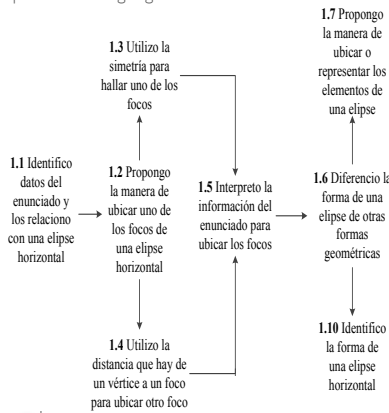
I. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



32

Elipse: objetivo I

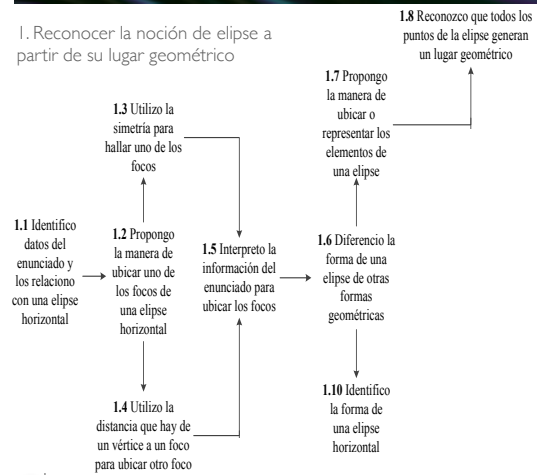
I. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



33

Elipse: objetivo I

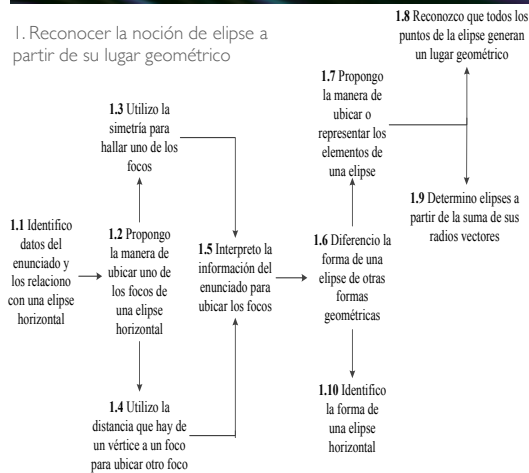
I. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



34

Elipse: objetivo I

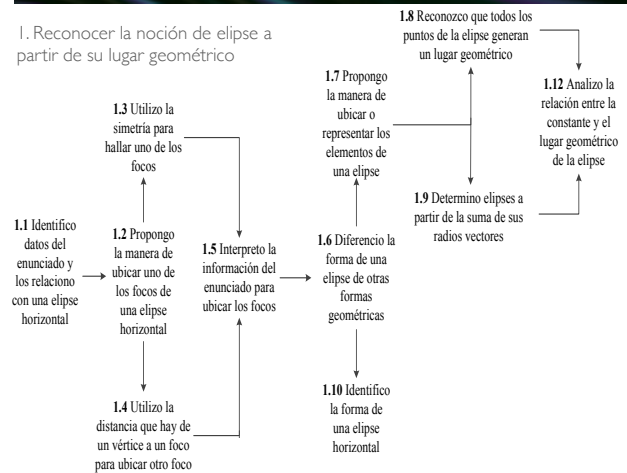
I. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



35

Elipse: objetivo I

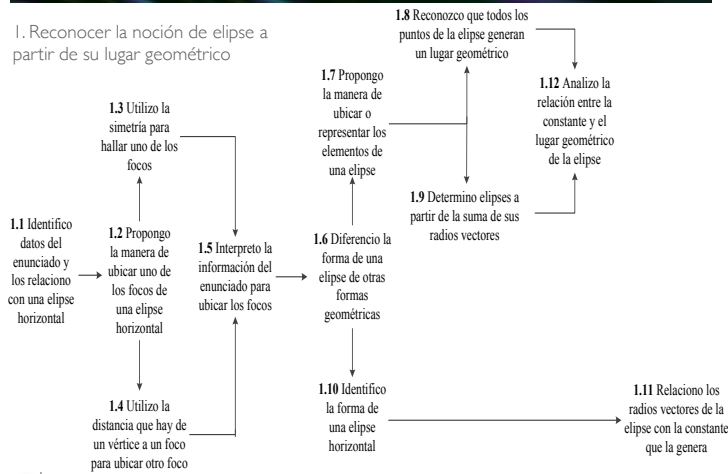
I. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



36

Elipse: objetivo 1

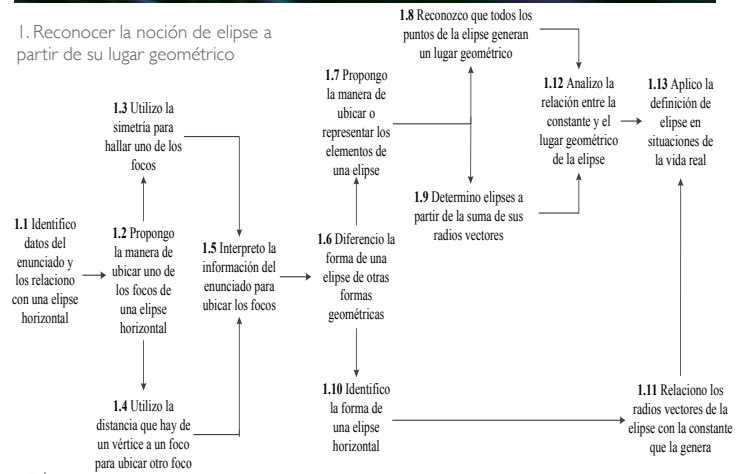
1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



37

Elipse: objetivo 1

1. Reconocer la noción de elipse a partir de su lugar geométrico



38

Elipse: objetivo 3

Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

1

39

Elipse: objetivo 3

Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

3.1 Reconozco en el enunciado de la tarea los focos, vértices y ejes de simetría de una elipse horizontal

40

Elipse: objetivo 3

Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

3.1 Reconozco en el enunciado de la tarea los focos, vértices y ejes de simetría de una elipse horizontal

3.2 Propongo la manera de ubicar o representar los elementos de una elipse

41

Elipse: objetivo 3

Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

3.1 Reconozco en el enunciado de la tarea los focos, vértices y ejes de simetría de una elipse horizontal

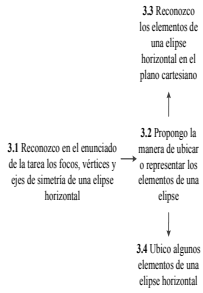
3.3 Reconozco los elementos de una elipse horizontal en el plano cartesiano

3.2 Propongo la manera de ubicar o representar los elementos de una elipse

42

Elipse: objetivo 3

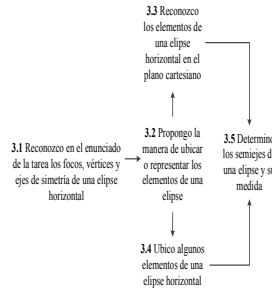
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



43

Elipse: objetivo 3

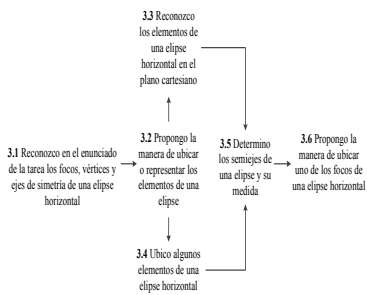
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



44

Elipse: objetivo 3

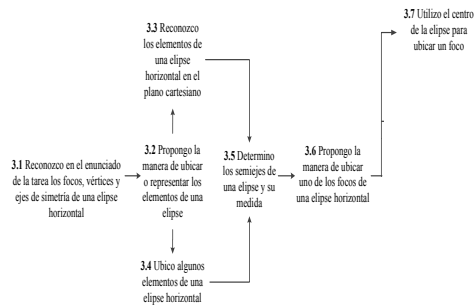
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



45

Elipse: objetivo 3

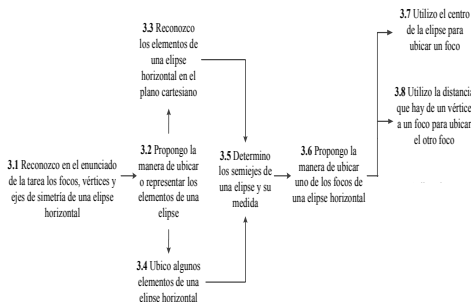
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



46

Elipse: objetivo 3

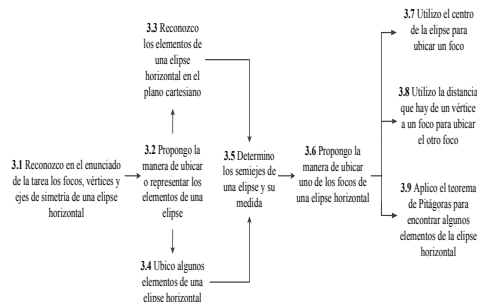
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



47

Elipse: objetivo 3

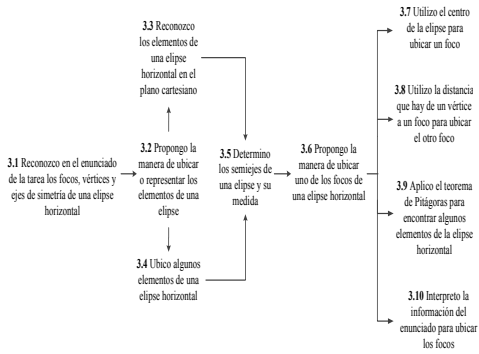
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



48

Elipse: objetivo 3

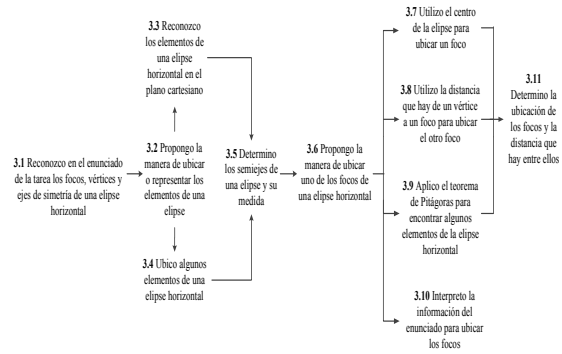
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



49

Elipse: objetivo 3

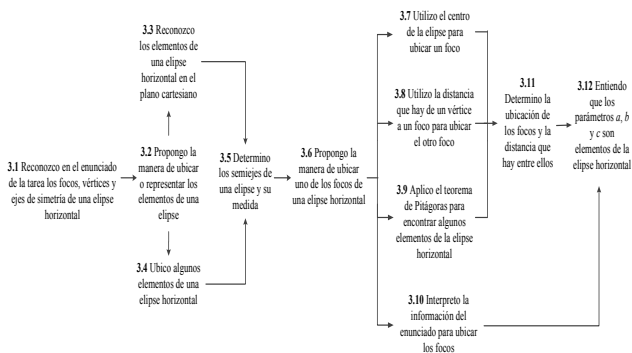
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



50

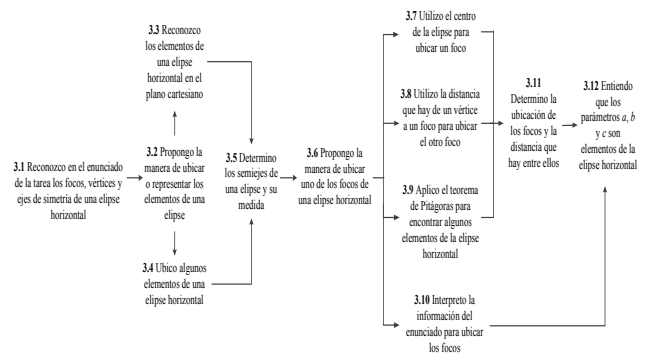
Elipse: objetivo 3

Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen



51

Caracterización de un objetivo



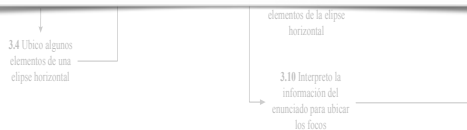
52

Caracterización de un objetivo

¿Qué hay detrás de una caracterización de un objetivo de aprendizaje?



Capacidades y secuencias de capacidades: posibilidad de poner en juego conceptos y procedimientos para resolver una tarea concreta en un contexto



53

Caracterización de un objetivo

¿Qué hay detrás de una caracterización de un objetivo de aprendizaje?

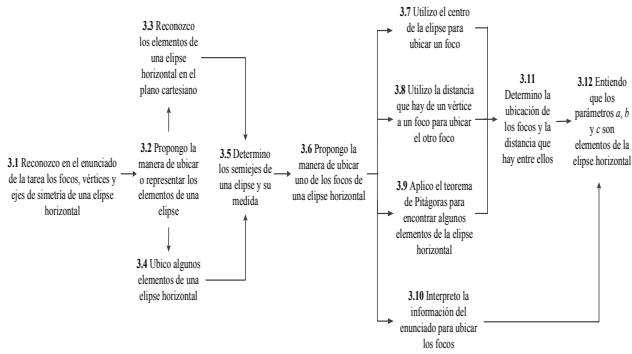


Capacidades y secuencias de capacidades: posibilidad de poner en juego **conceptos** y **procedimientos** para resolver una tarea concreta en un **contexto**



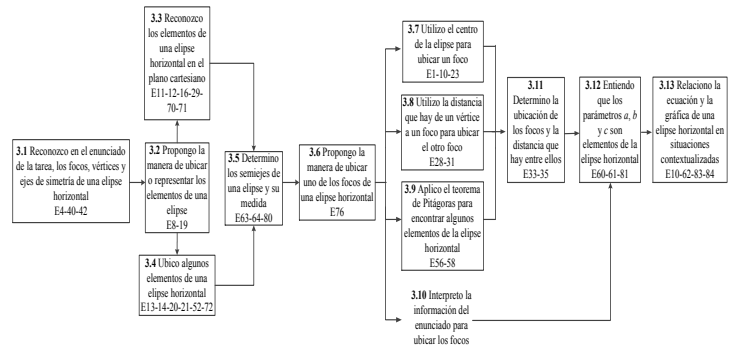
54

Caracterización de un objetivo



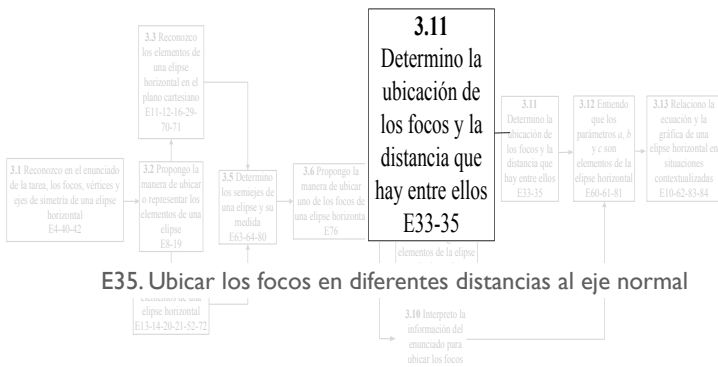
55

Caracterización de un objetivo



56

Caracterización de un objetivo



E35. Ubicar los focos en diferentes distancias al eje normal

57

Dimensiones curriculares

Limitaciones de aprendizaje

Errores

Aprendizaje

Capacidades y secuencias de capacidades

Expectativas de aprendizaje

58

Dimensiones curriculares

Limitaciones de aprendizaje

Errores

Contenido ↔ Aprendizaje

Capacidades y secuencias de capacidades

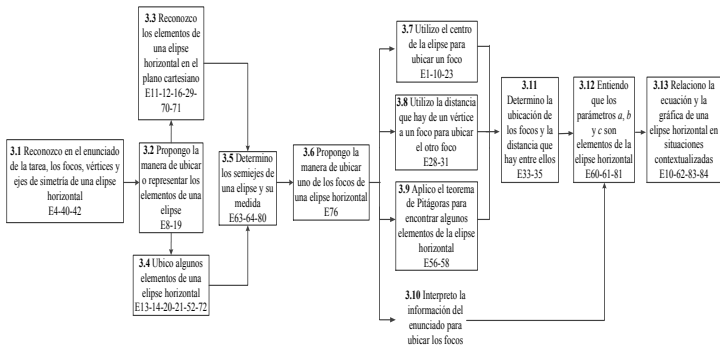
Expectativas de aprendizaje

Contenido

Conceptos, procedimientos, representaciones, fenómenos

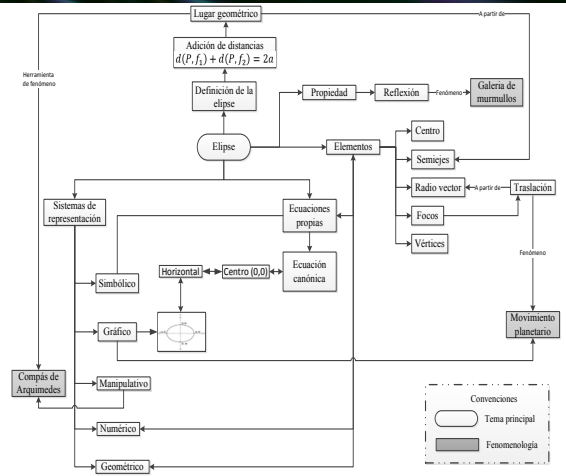
59

Caracterización de un objetivo



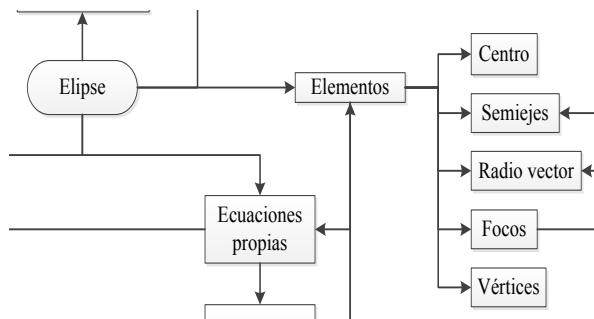
61

Análisis de contenido



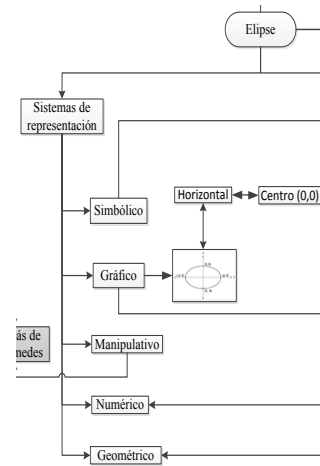
62

Análisis de contenido



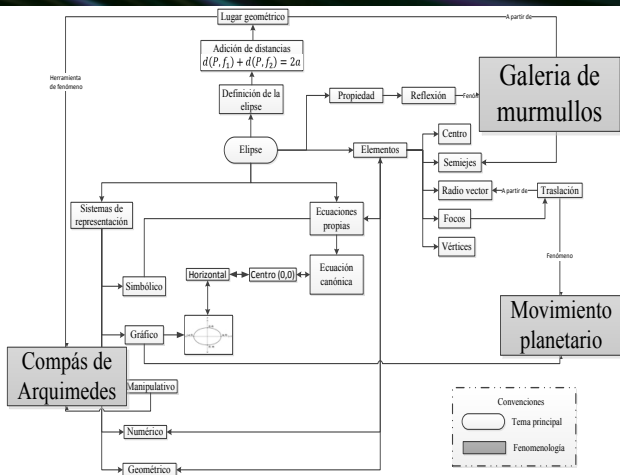
63

Análisis de contenido



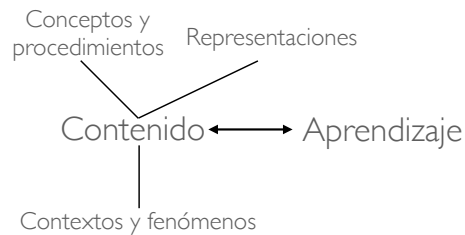
64

Análisis de contenido



65

Dimensiones curriculares



66

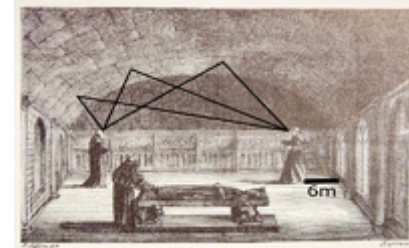
Enseñanza

Oportunidades para contribuir a los objetivos de aprendizaje

Enseñanza: diseño de tareas

Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

Dos amigos se encuentran dentro de una galería de murmullos, que es una sala con techo en forma de semielipsoide, lo que permite que se pueda murmurar desde un foco y ser escuchado perfectamente en el otro foco. Los amigos están ubicados sobre los focos a una distancia de 100 metros, conversando entre ellos sin que nadie más los escuche. La siguiente figura ilustra este suceso.



68

Enseñanza: diseño de tareas

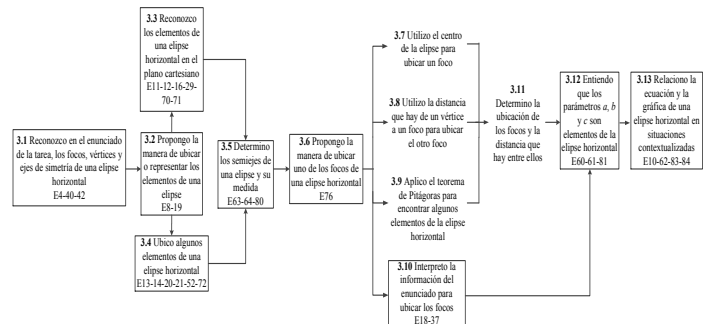
Interpretar y resolver situaciones contextualizadas en las que intervienen las propiedades y características de la elipse horizontal con centro en el origen

Uno de los amigos se encuentra a 6 metros de la pared más cercana.
1. Representa las medidas dadas en la situación sobre la imagen de la galería.

- Determina el ancho que debe tener el piso de la galería.
- ¿Cuál es la altura máxima del techo de la galería?
- Utiliza las medidas obtenidas para hallar la ecuación de la elipse que corresponde a la forma del techo de la galería de murmullos.
- Comprueba que la ecuación obtenida se cumple para cualquier punto del techo de la galería.
- Compara tus respuestas con las de tu compañero y llega a un acuerdo con él.

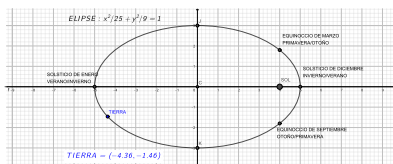
69

Grafo de la tarea



70

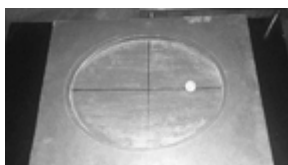
Materiales y recursos



Geogebra y movimientos planetarios



Compás de Arquímedes



Mesa de billar elíptica

71

Dimensiones curriculares

Metas

Requisitos

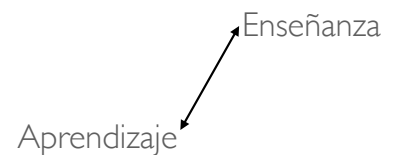
Formulación

Materiales y recursos

Agrupamiento

Interacción

Temporalidad

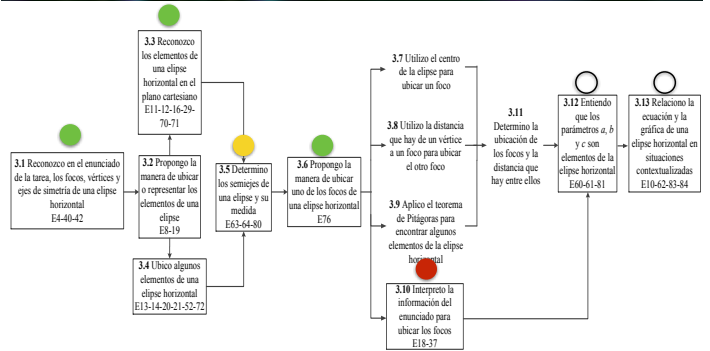


72

Evaluación

Para el aprendizaje y la enseñanza

Diario del estudiante: compartir las metas



74

Diseño de rúbricas

Tabla 4
Niveles de logro e indicadores para los objetivos de la unidad didáctica elipse horizontal

Nivel de logro	Indicadores
Objetivo 1	
Superior (S)	El estudiante desarrolla todos los numerales de la tarea y activa los criterios de logro 1.1-1.6-1.9-1.10-1.11-1.12-1.13 y no incurre en los errores previstos para esos criterios. Establece datos del enunciado, aplica la definición de lugar geométrico para generar una elipse, e identifica sus elementos, para relacionarlos en situaciones de la vida real.
Alto (A)	El estudiante soluciona todos los numerales de la tarea de evaluación, al activar la mayoría de los criterios de logro 1.1-1.9-1.10-1.11-1.12-1.13. Determina los datos del enunciado, identifica los elementos de una elipse horizontal, establece la relación de la suma de los radios vectores con la constante que genera el lugar geométrico de la elipse y aplica la definición de lugar geométrico de la elipse en situaciones contextualizadas. Sin embargo, incurre en el error E40, al evitar la activación del criterio 1.12, que tiene que ver con reconocer la forma geométrica de la elipse, pues establece que la forma del ruedo del coliseo romano es una forma geométrica diferente a la elipse.
Básico (Bs)	El estudiante activa los criterios de logro 1.9-1.10-1.13, al identificar algunos datos del enunciado y establecer algunos elementos de la elipse. Incurre en al menos uno de los errores E2-3-45-38. Confunde elementos de la elipse con los de otras formas geométricas. Puede determinar inadecuadamente la constante y desconocer la relación entre la constante y el tamaño de la elipse. Como consecuencia, no puede activar los criterios 1.1-1.6-1.12.
Bajo (Bj)	El estudiante no resuelve la tarea completamente, ya que no hay activación total de los criterios de logro del objetivo. Incurre en al menos uno de los errores E41-30-44-24-25-26-67-77-39-68-75, al desconocer la función de los focos de la elipse, realizar procedimientos que caracterizan otra forma geométrica, hacer operaciones inadecuadas entre números reales que no le permiten obtener la constante esperada y/o no relacionar las características de la elipse con la forma del coliseo romano.

75

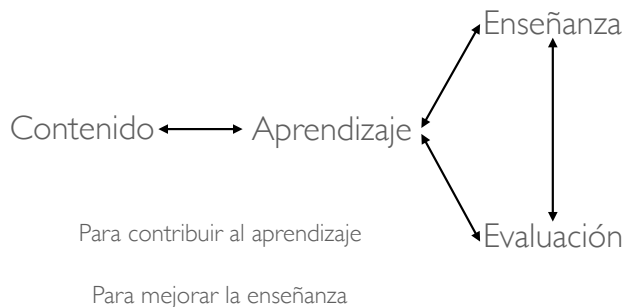
Diseño de rúbricas

Tabla 4
Niveles de logro e indicadores para los objetivos de la unidad didáctica elipse horizontal

Nivel de logro	Indicadores
Objetivo 1	
Superior (S)	El estudiante desarrolla todos los numerales de la tarea y activa los criterios de logro 1.1-1.6-1.9-1.10-1.11-1.12-1.13 y no incurre en los errores previstos para esos criterios. Establece datos del enunciado, aplica la definición de lugar geométrico para generar una elipse, e identifica sus elementos, para relacionarlos en situaciones de la vida real.
Alto (A)	El estudiante soluciona todos los numerales de la tarea de evaluación, al activar la mayoría de los criterios de logro 1.1-1.9-1.10-1.11-1.12-1.13. Determina los datos del enunciado, identifica los elementos de una elipse horizontal, establece la relación de la suma de los radios vectores con la constante que genera el lugar geométrico de la elipse y aplica la definición de
Básico (Bs)	El estudiante activa los criterios de logro 1.9-1.10-1.13, al identificar algunos datos del enunciado y establecer algunos elementos de la elipse. Incurre en al menos uno de los errores E2-3-45-38. Confunde elementos de la elipse con los de otras formas geométricas. Puede determinar inadecuadamente la constante y desconocer la relación entre la constante y el tamaño de la elipse. Como consecuencia, no puede activar los criterios 1.1-1.6-1.12.
Bajo (Bj)	El estudiante no resuelve la tarea completamente, ya que no hay activación total de los criterios de logro del objetivo. Incurre en al menos uno de los errores E41-30-44-24-25-26-67-77-39-68-75, al desconocer la función de los focos de la elipse, realizar procedimientos que caracterizan otra forma geométrica, hacer operaciones inadecuadas entre números reales que no le permiten obtener la constante esperada y/o no relacionar las características de la elipse con la forma del coliseo romano.

76

Dimensiones curriculares



77

La pregunta

Es siempre la primera

Primera pregunta

¿Y usted espera que nosotros hagamos todo eso cada vez que vayamos a dar una clase?

No, pero...

79

Se puede pensar en

- ▶ ¿Sé qué es lo que quiero que mis estudiantes aprendan?
- ▶ ¿Qué capacidades están implicadas?
- ▶ ¿En qué errores pueden incurrir?
- ▶ ¿Qué conceptos, procedimientos, representaciones y fenómenos se ponen en juego?
- ▶ ¿Cómo les proporciono oportunidades para
 - ▶ Lograr las expectativas
 - ▶ Superar las limitaciones
- ▶ ¿Cómo puedo usar la evaluación para contribuir al aprendizaje?

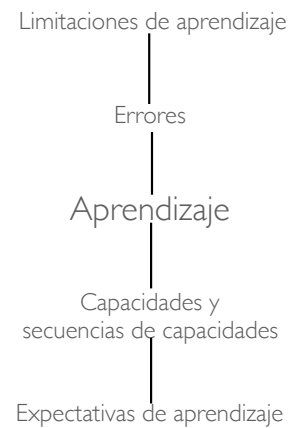
80

Dimensiones curriculares

Aprendizaje

81

Dimensiones curriculares



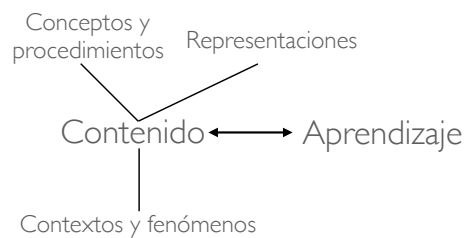
82

Dimensiones curriculares

Contenido ↔ Aprendizaje

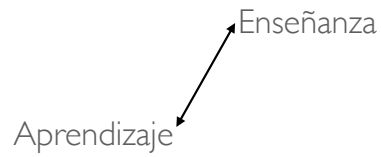
83

Dimensiones curriculares



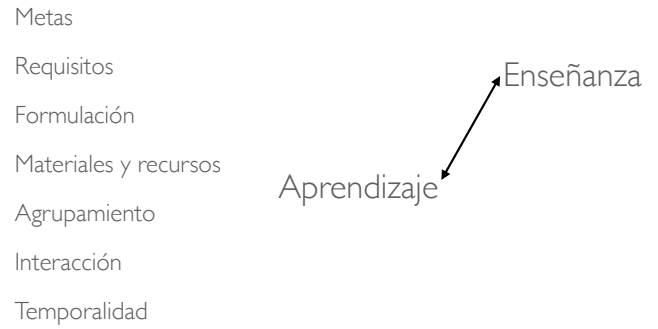
84

Dimensiones curriculares



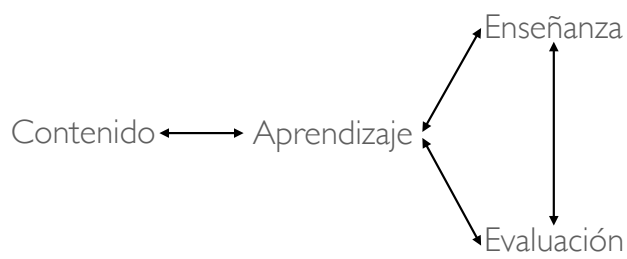
85

Dimensiones curriculares



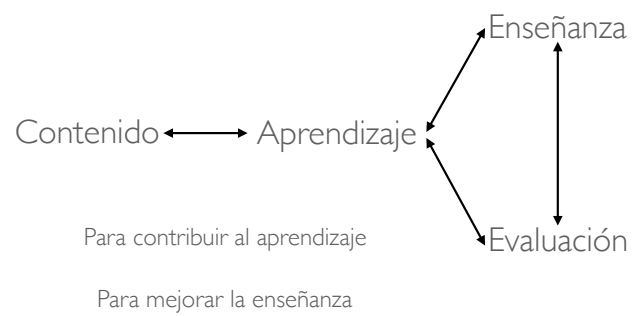
86

Dimensiones curriculares



87

Dimensiones curriculares



88

Y la otra pregunta

¿Y qué pasó con las situaciones inesperadas y la toma de decisiones en clase?

Análisis didáctico sobre la marcha

89

Recursos

Para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas

90

<http://ued.uniandes.edu.co>



Canal YouTube



91

Tres libros



<http://ued.uniandes.edu.co>

92



El modelo del análisis didáctico, la formación de profesores y la práctica de aula

Pedro Gómez

argeifontes@gmail.com

Manizales, 10 de octubre de 2018

Congreso internacional de didáctica de la matemática

