

ESTUDIO DE LA TASA DE VARIACIÓN PARA UNA APROXIMACIÓN A LA DERIVADA. UN EJEMPLO A TRAVÉS DEL USO DEL GEOGEBRA¹

**JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA, JAIME ANDRÉS CARMONA-MESA;
JESÚS VICTORIA FLORES SALAZAR**

Universidad de Antioquia, Colombia; Universidad de Antioquia, Colombia;
Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú
jhony.villa@udea.edu.co, jandres.carmona@udea.edu.co, jvflores@pucp.pe

Experiencia de aula a partir del trabajo con Geogebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación Superior.

Palabras clave: tasa de variación, derivada, construcción de herramientas, imágenes mentales

Resumen

Se presentan los resultados de un estudio en el que se utilizaron dos herramientas construidas con GeoGebra para estudiar la tasa de variación como una manera de aproximarse a la derivada. Las herramientas construidas aportaron a la configuración de imágenes mentales acerca de los crecimientos y concavidades de las gráficas de funciones.

¹ Agradecemos a la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia por el apoyo financiero a través del Proyecto de innovaciones Didácticas Acta No 22002301-04-2016.

1. Introducción

El estudio de la derivada, su comprensión, usos y aplicaciones ha llamado la atención de diversos investigadores. Buendía y Ordóñez (2009) señalan que es importante trascender la enseñanza enfocada en la manipulación de reglas y procedimientos; en lugar de ello, el centro de su estudio debe ponerse en el análisis de la variación; por su parte, Esteban y Llorens (2003) concentraron su atención en la creación de herramientas (e.g. haz de secantes, Zoom) para ofrecer una interpretación geométrica de la derivada como la pendiente de la recta tangente en un punto; para ello, promovieron la comprensión de la aproximación local. Si bien es cierto que desde el punto de vista matemático la pendiente a la recta tangente puede representarse de diversas maneras, también es cierto que desde el punto de vista didáctico, algunas de esas representaciones no se enfocan en los mismos aspectos y, por tanto su comprensión también puede ser diversa. En este sentido hemos creado dos herramientas para aproximarse a la derivada (en un punto y como función) que ponen énfasis en la comprensión de la tasa de variación y a través de su representación geométrica algebraica y numérica.

2. Objetivo

Describir y analizar un conjunto de imágenes mentales que construyeron cuatro estudiantes de un curso de precálculo, cuando se enfrentaron al estudio de fenómenos de variación a través de las herramientas diseñadas.

3. Marco teórico

Las imágenes mentales las comprendemos en la manera en que se presentan por Carlson et al. (2003), es decir dinámico, que se origina en acciones corporales y movimientos de la atención, y como la fuente y el vehículo de operaciones mentales.

4. Metodología y resultados

El estudio se fundamentó en un estudio de casos (Yin, 2009) a través del cual se analizaron las imágenes mentales que dos parejas de estudiantes construyeron en relación con la tasa de variación y su relación con la derivada. Para el estudio, se diseñaron cuatro tareas, la primera consistió en estudiar la variación y la tasa de variación del área de un rectángulo inscrito de un cuadrado, esta tarea fue diseñada para hacer uso del software GeoGebra y de una herramienta construida para el estudio de la tasa de variación en un punto (ver ilustración 1). La segunda tarea consistió en estudiar la variación de desplazamiento de un móvil en relación con el tiempo, para ello se utilizó el software Modellus. En la tercera tarea se recuperó la experiencia de la primera en cuanto al estudio de la tasa de variación puntual y promovió, a través de un razonamiento inductivo, la construcción de la función “tasa de variación” y el establecimiento de relaciones con la función derivada (ver ilustración 2). La cuarta tarea consistió en el estudio de un video en el que se registró la descarga de un archivo web, la tasa de transferencia y el tiempo; a partir de allí se solicitó una descripción de la variación en el fenómeno. Los datos fueron recolectados a través de videos construidos con el software Camtasia, notas de campo y entrevistas. Para el análisis se prestó especial atención a todos aquellos datos que dieran cuenta de imágenes mentales construidas por las estudiantes, en contexto en que ellas emergieron y la manera en la que se manifestaban. Se realizó un proceso de triangulación de fuentes de datos.

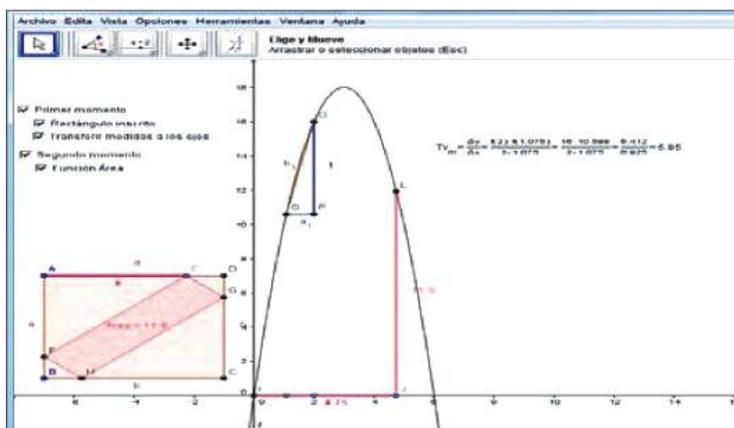


Ilustración 1. Ambiente de la herramienta para la tasa de variación en un punto

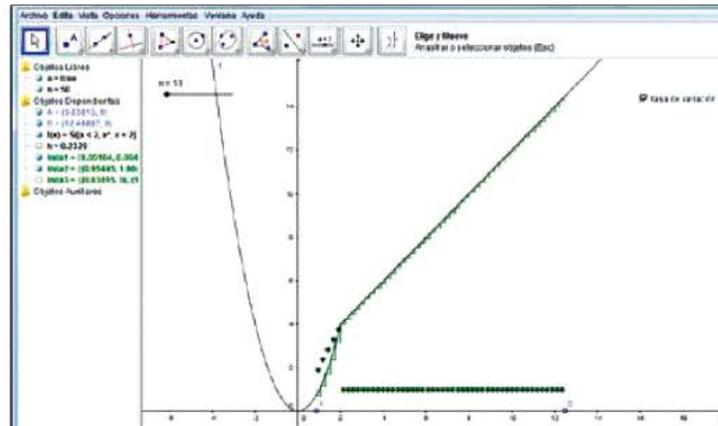


Ilustración 2. Ambiente de la herramienta para la función tasa de variación

5. Conclusiones

Las herramientas construidas se mostraron como elementos que promovieron una interpretación alternativa a la tasa de variación puesto que al usar simultáneamente representaciones geométricas, numéricas y cinemáticas las estudiantes pudieron hacerse una imagen directa del crecimiento de una variable con respecto al crecimiento de la otra. De esta manera, en esta investigación pudimos observar que dichas herramientas aportaron elementos para la interpretación dinámicas de las concavidades de gráficas cartesianas.

Los resultados del estudio también nos permitieron determinar que las naturalezas de las imágenes mentales asociadas a la covariación están fuertemente influenciadas por las experiencias con el software, las imágenes mentales previas acerca de la variación (e.g. la proporcionalidad directa) y por las reflexiones que emergieron en la discusión entre el profesor y las estudiantes.

6. Referencias bibliográficas

- Buendía, G., & Ordoñez, A. (2009). El comportamiento periódico en la relación de una función y sus derivadas: significados a partir de la variación. *Revista de investigación en Matemática Educativa*, 12 (1), 7-28.

- Carlson, M.; Jacobs, S.; Coe, E.; Larsen, S.; Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA*, 8(2), 121-156
- Esteban, P. V., & Llorens, J. L. (2003). Aspectos comparativos en la extensión del modelo de Van Hiele al concepto de aproximación local. *Summa* (44), 45-52.
- Yin, R. (2009). *Case study research, Design and methods*. Thousand Oaks, California: Sage Publications, Inc.