

# LOS PARÁMETROS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS, DESDE UNA PERSPECTIVA VARIACIONAL

**FERNEY TAVERA ACEVEDO, JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA**

Universidad de Antioquia, Colombia  
ftavera827@yahoo.es, jhony.villa@udea.edu.co

*Línea:* Experiencia de aula a partir del trabajo con Geogebra en la enseñanza y el aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales. Educación Media (15 – 18 años).

**Palabras clave:** parámetros, funciones trigonométricas, pensamiento variacional

## Resumen

En este texto analizamos una experiencia en la que los estudiantes exploran los cambios que presentan las gráficas de las funciones trigonométricas cuando se varían sus parámetros. Se propusieron dos tipos de tareas: (i) los parámetros varían de manera individual y (ii) los cambios en un parámetro afectaban otro. Los resultados muestran que los estudiantes del grado 10 manipularon los parámetros en el primer tipo de tarea e infirieron y describieron los cambios que se generan en cada gráfica; Sin embargo, frente al segundo tipo de tarea los hallazgos muestran que los estudiantes requieren de mayores experiencias y apoyo del profesor para poder establecer conjeturas frente a su comportamiento.

## 1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas a través del uso de TIC debe apoyar un aprendizaje en el que se favorezca la comprensión, las conexiones y la resolución de problemas; sin embargo, en ocasiones existen factores que desligan la enseñanza de su estructura conceptual (Gómez, 2002). Para el caso específico de las funciones trigonométricas su enseñanza se ha visto limitada a un proceso memorístico y rutinario que descuida el estudio de sus diferentes representaciones y transformaciones, por consiguiente, el trabajo en el aula se reduce a un dominio algebraico y procedimental que se aplica para encontrar un resultado (Fiallo, 2010).

## 2. Objetivo

Analizar la manera en que los estudiantes exploran los cambios que presentan las gráficas de las funciones trigonométricas cuando se varían los parámetros asociados a cada una de ellas.

## 3. Marco Teórico

El estudio de las funciones trigonométricas debe articularse al estudio de la variación pues su estructura conceptual incorpora el movimiento en forma de variable para que los estudiantes identifiquen e interpreten los cambios que allí se generan. En este sentido el Ministerio de Educación Nacional de Colombia señala que el pensamiento variacional tiene que ver con “el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006. p. 66).

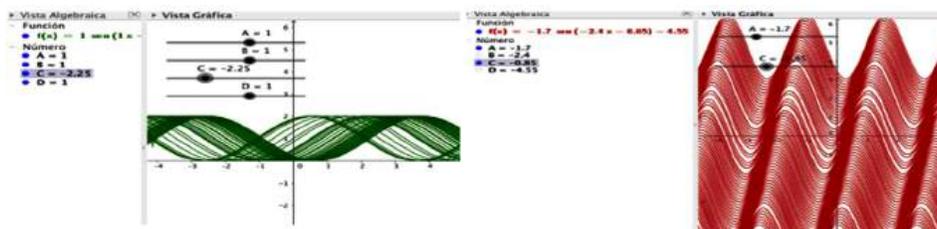
Ellos sugieren que para promover este tipo de pensamiento es necesario proponer en el aula de clase actividades donde los estudiantes exploren, analicen, construyan, infieran, conjeturen y planteen nuevas situaciones frente a las relaciones funcionales que se originan entre los conceptos matemáticos. En Villa-Ochoa y Ruiz (2010) se ponen de relieve algunas acciones relacionadas con el pensamiento variacional, las cuales se pueden

estudiar a partir del Geogebra, entre ellas: la captación y descripción de una relación, la creación de estrategias, el surgimiento de conjeturas, la construcción de representaciones y la refutación o demostración formal de dichas conjeturas.

#### 4. Metodología y resultados

Los estudiantes a través del software Geogebra grafican una función trigonométrica, como por ejemplo:  $g(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D$ . En el primer tipo de tarea los estudiantes construyen cuatro deslizadores, uno para cada parámetro A, B, C y D. En el segundo tipo de tarea, los estudiantes únicamente construyen deslizadores para algunos parámetros y los otros se describen como funciones de los primeros (i.e.  $B=2A+1$  y  $D=-2C+3$ ). En ambos tipos de tarea los estudiantes deben describir los cambios que ocurren en las gráficas a medida que se mueven los deslizadores. Además, deben presentar argumentos para justificar los comportamientos observados. Los hallazgos muestran que los estudiantes describen los cambios asociados a las funciones en el primer tipo de tareas. En parte, debido a que la percepción visual es suficiente para describir las traslaciones (horizontal y vertical) y elongaciones. También pudieron argumentar analíticamente algunas relaciones entre las funciones, por ejemplo,  $\operatorname{sen}(x + \pi/2) = \cos(x)$ . Sin embargo, en el segundo tipo de tarea, lograron acercarse a una descripción general de la familia de gráficas que se generan, sin determinar si existe o no alguna característica que las define.

En las siguientes ilustraciones se presenta un ejemplo para cada tipo de tarea.



## 5. Conclusiones

En uso de Geogebra se ha defendido, entre otros argumentos, porque promueve el establecimiento de relaciones dinámicas entre variables a partir de la experimentación y la visualización. En esta experiencia, se pudo observar cómo a través de su uso los estudiantes lograron describir y justificar los comportamientos de familias de funciones trigonométricas cuando se asocian a traslaciones o elongaciones (cambio de un parámetro de la función); sin embargo, ni experimentación, ni observación fueron suficientes para que los estudiantes pudieran describir con cierta profundidad la familia de funciones cuando cambian dos parámetros de manera simultánea y relacionada.

## 6. Referencias bibliográficas

- Fiallo, J. (2010). *Estudio del proceso de demostración en el aprendizaje de las razones trigonométricas en un ambiente de Geometría Dinámica*. Tesis doctoral no publicada, Universidad de Valencia, Valencia-España.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7(3), 251-292.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas*. Santa fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. Bogotá: Magisterio.
- Villa-Ochoa, J. A., & Ruiz, H. M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-Geogebra en la visualización de nociones variacionales. *Educação Matemática Pesquisa*, 12(3), 514-528.