



# Tipos de tareas en Modelación en Educación matemática

# Tipos de tareas en modelación en Educación Matemática



Jhony Alexander Villa-Ochoa

Universidad de Antioquia

Red Colombiana de modelación en Educación Matemática

<https://recomem.wordpress.com/>

Con:

Jonathan Sánchez-Cardona

Alexander Castrillón-Yepes

Agradecimientos:

Paula Andrea Rendón-Mesa

Mónica Marcela Parra-Zapata

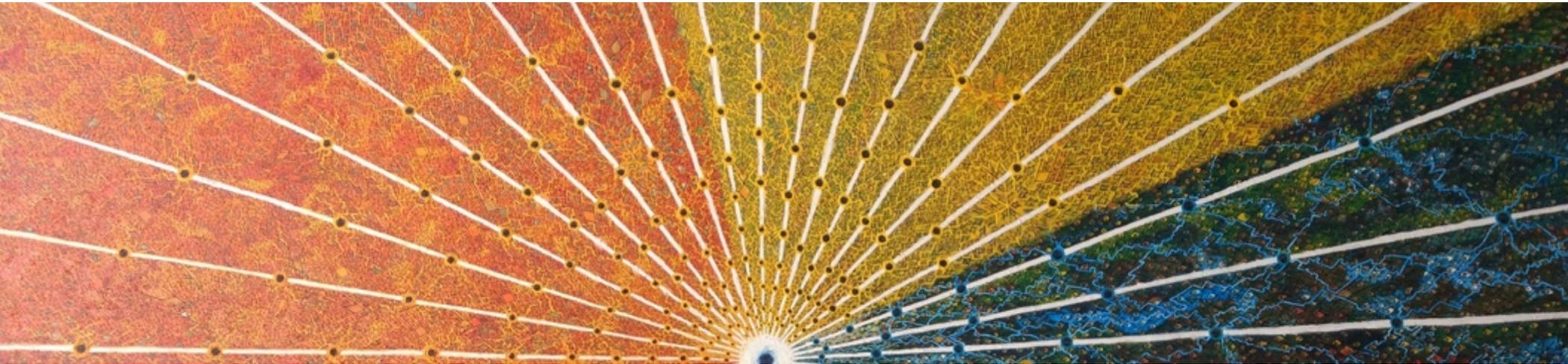
Red Colombiana de modelación en Educación Matemática

<https://recomem.wordpress.com/>



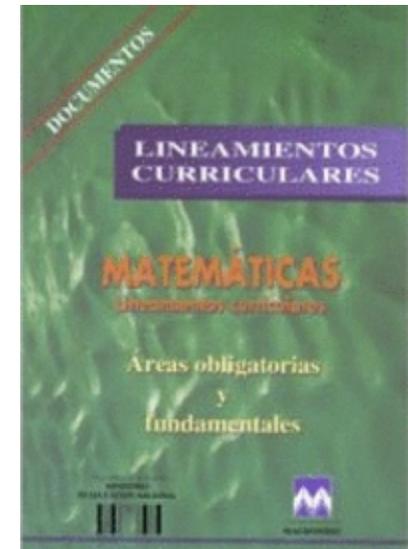
# Contenido

- Introducción. Modelación en Educación Matemática
- Tipos de tareas de modelación matemática en el aula
- Consideraciones finales.

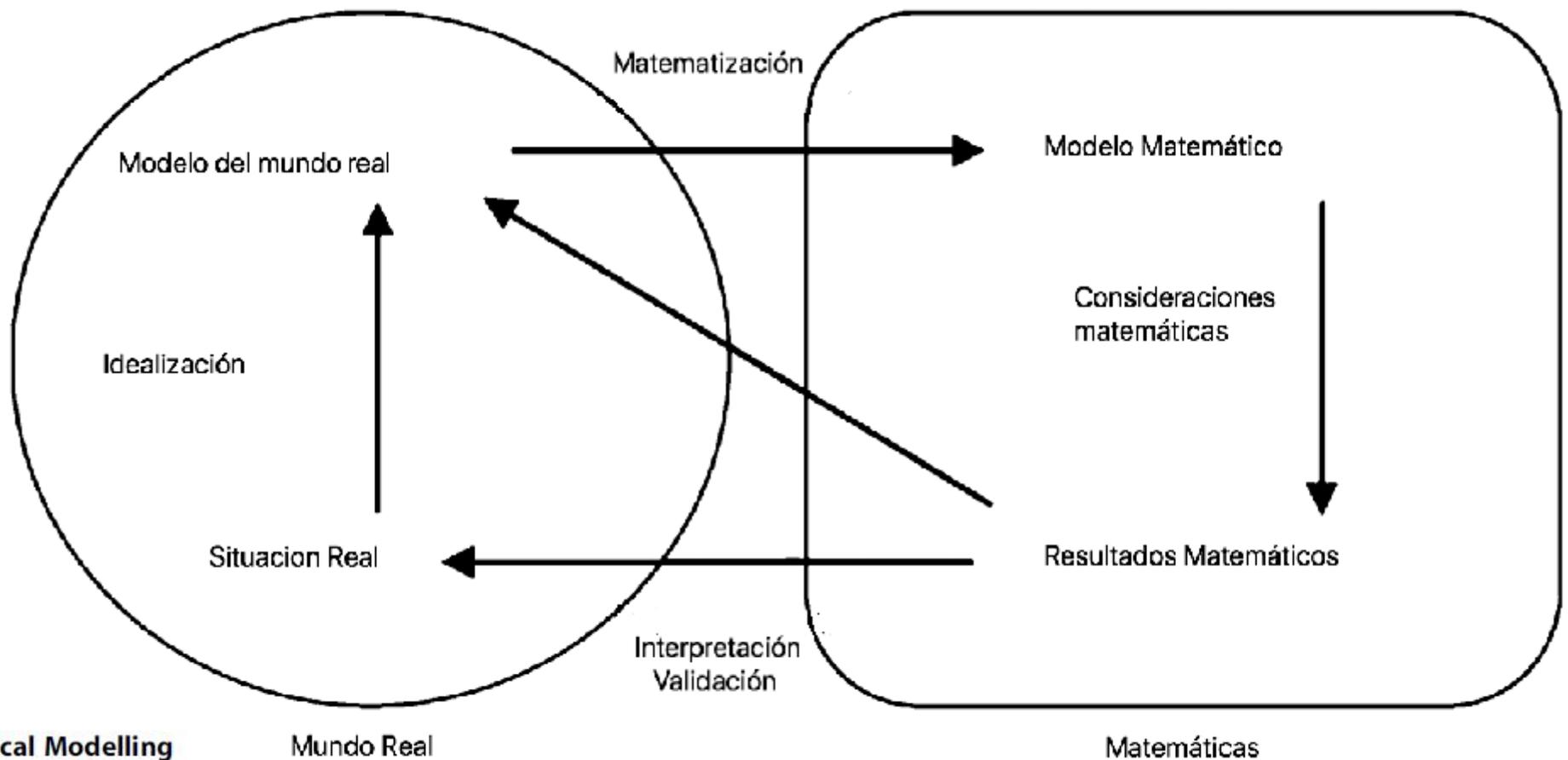


# Modelación matemática en la perspectiva de la Educación Matemática

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co



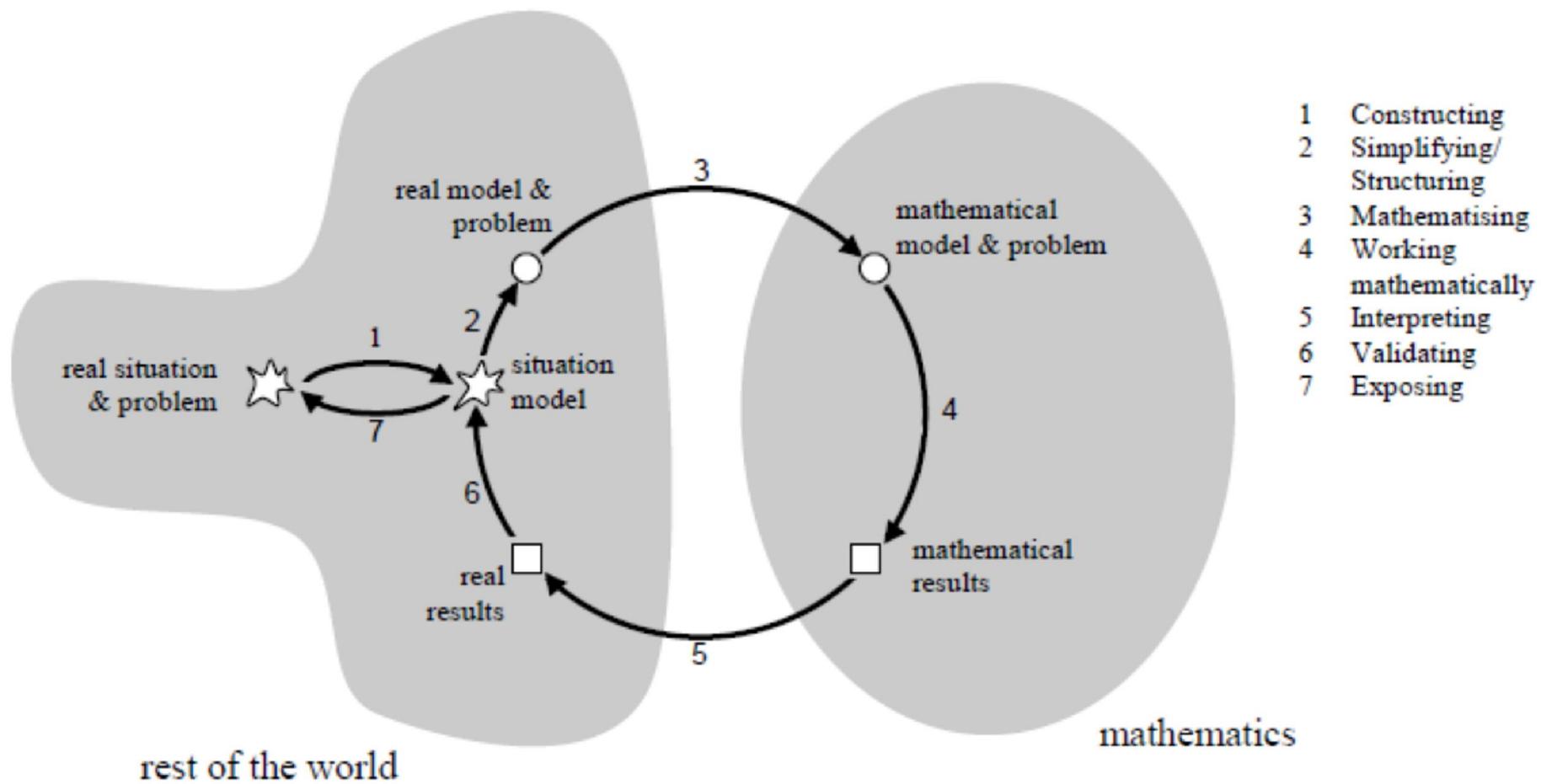
La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente (MEN, 2006, p. 53)



**Mathematical Modelling and Applications in Education, Fig. 1**

Modelling process from Kaiser-Meißner (1986) and Blum (1996)

(2014)



Blum y Leiss (2007)

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
 jhony.villa@udea.edu.co

## ¿Por qué la modelación en clase de matemáticas?

1. Fomentar entre los estudiantes **actitudes creativas, de resolución de problemas y competencias**
2. Promover y mejorar un **potencial crítico** en los estudiantes para el uso (y mal uso) de las matemáticas en contextos extra-matemáticos
3. Preparar a los estudiantes para que puedan **aplicar y usar modelos** en otras **asignaturas, así como en contextos particulares, como ciudadanos y en el presente o en el futuro de sus profesiones.**

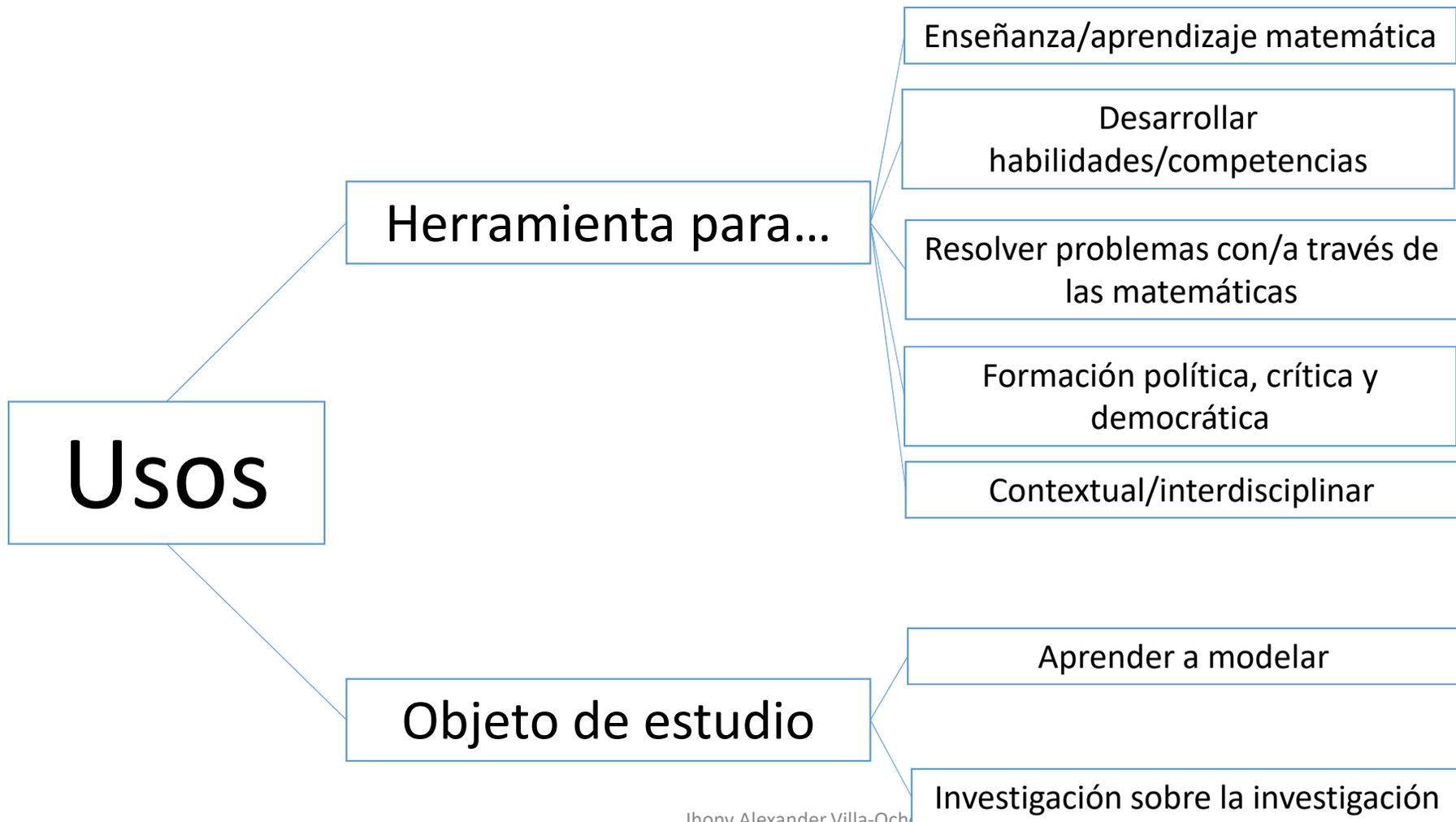
**Niss (1989; citado por Lingefjärd, 2006)**

## ¿Por qué la modelación en clase de matemáticas?

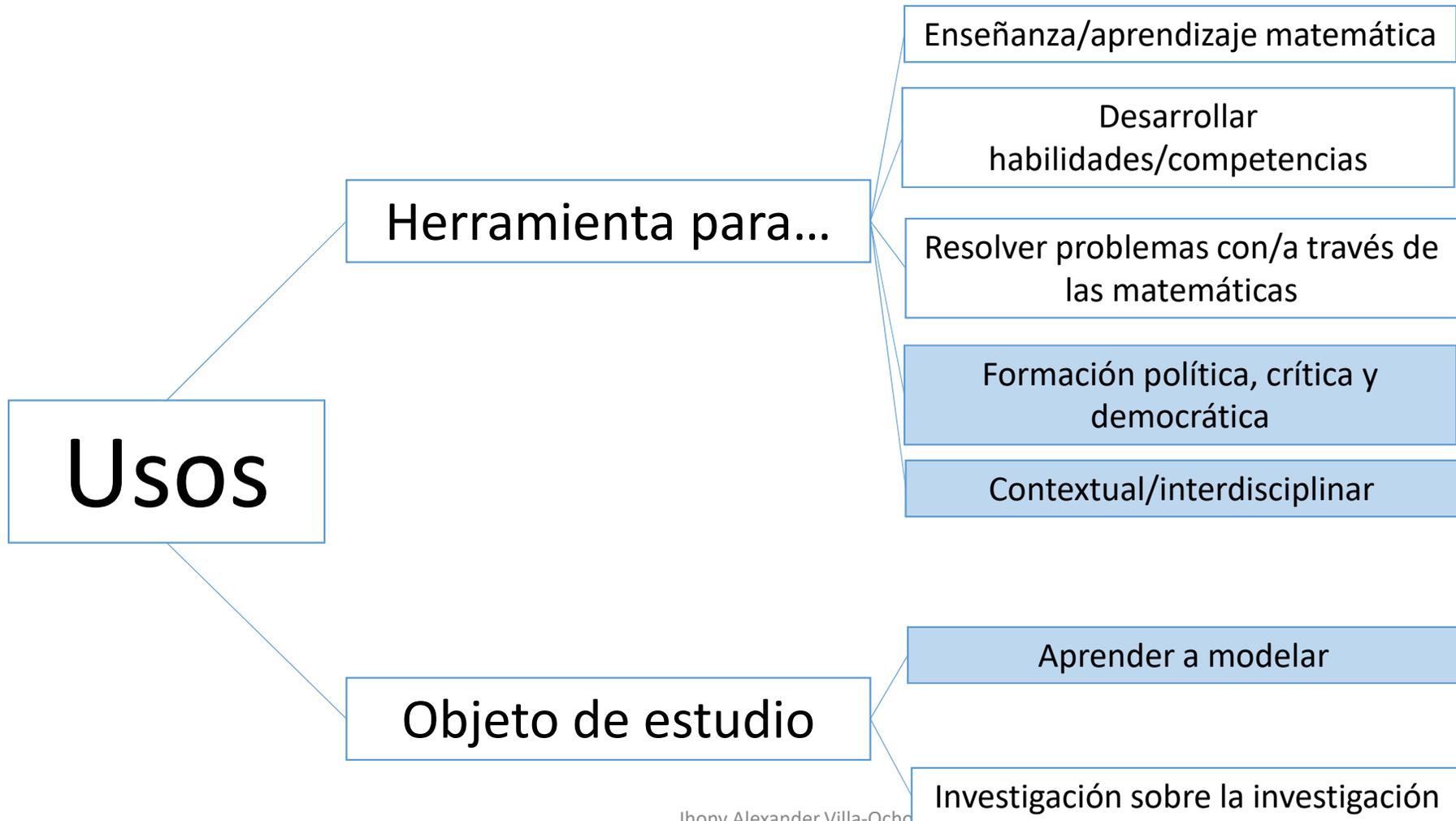
4. Establecer una **imagen** representativa y equilibrada de las matemáticas, su características y su papel en el mundo.
5. Ayudar a los estudiantes a **adquirir y comprender conceptos, nociones, métodos, resultados y temas matemáticos**, ya sea para darles un cuerpo más completo o para motivarlos a estudiar ciertas disciplinas matemáticas.

Niss (1989; citado por Lingefjärd, 2006)

# Modelación en la actualidad



## Otras miradas en la actualidad



¿Cómo la modelación puede posibilitar todo esto?

¿Cómo desarrollarla en el aula?

¿Qué maneras existen de *hacer modelación* en el aula?

¿Qué tipos de tareas de modelación pueden reconocerse?

# Tipos de tareas de modelación matemática



## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

### Ejemplo 1

“Una familia de cuatro (4) personas ha invitado a tres (3) amigos a comer a su casa. ¿Cuántos puestos se pondrán en la mesa?”

MEN (1998)

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

Para resolver el problema los niños pueden crear un modelo como el siguiente:

$3 + 4 = ?$ , en el que ya han abstraído aquellas partes del problema que son importantes para la solución del mismo. Se ha separado lo esencial de lo accesorio y se abstraen sólo rasgos matemáticos, que nos permiten utilizar un modelo con el cual ya estamos familiarizados. La respuesta a la búsqueda en el modelo matemático es 7.

Ahora, en el sentido inverso, nos devolvemos para validar el resultado, es decir para incorporar este resultado en el dominio físico para dar la respuesta al problema original, así la respuesta es: se deben colocar siete (7) puestos en la mesa.

Se parte de una situación para modelarla matemáticamente.

MEN (1998)

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

Tradicionalmente, los *word problems* (problemas verbales) se han usado como vehículo típico para la introducción de problemas de modelación y aplicación en el aula de matemáticas. Incluso en para la resolución de problemas.  
(Verschaffel et al. 2010)

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

### Reconceptualising Word Problems as Exercises in Mathematical Modelling

Verschaffel et al. (2010)

Durante los últimos 20 años, muchos estudiosos han sostenido, en diversas formas, que la práctica (tradicional) de problemas de matemáticas en la escuela **no fomenta en los estudiantes, de hecho inhibe**, una disposición genuina hacia modelos matemáticos y hacia la solución de problemas.

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

Si bien los *Word Problems (WP)* parecen ajustarse a una comprensión de la modelación como construcción de una representación, o como una traducción entre dos dominios. Es necesario reconocer también que algunas prácticas de modelación a través de los WP se agotan en enunciados estereotipados que en ocasiones acarrearán cierta “pérdida de sentido” en los estudiantes.

Los WP pueden ajustarse a currículos con características rígidas.

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

### Ejemplo 2

En un centro deportivo en las Filipinas, Florentino Anonuevo Jr. pule un par de zapatos. Los zapatos, según el Libro *Guinness Récords*, son el par más grande del mundo, con un ancho de 2,37 m y una altura de 5,29 m.

Aproximadamente, ¿qué tan alto sería un gigante que se ajustaría a estos zapatos? Explique su solución



Blum & Borromeo-Ferri (2009)

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co

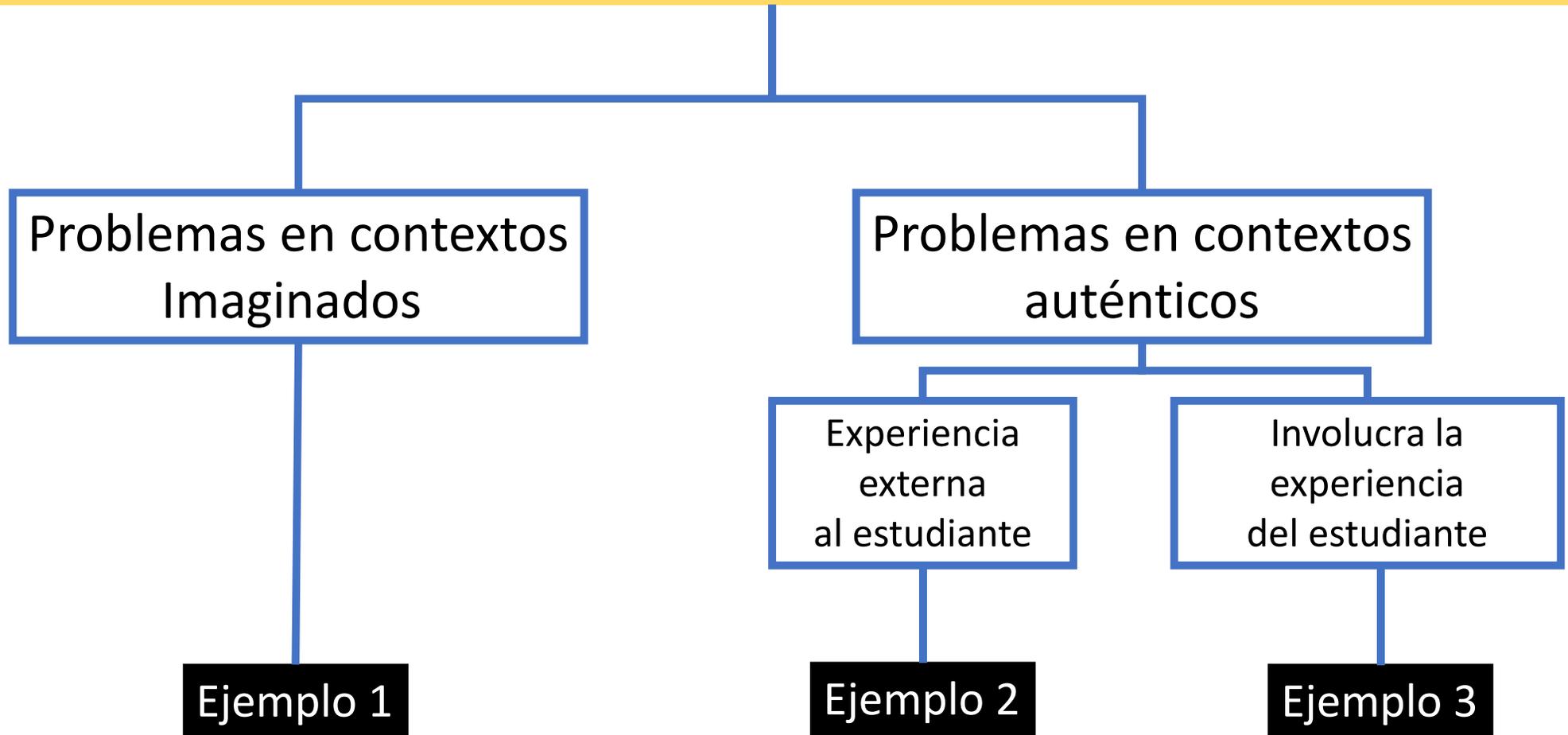
## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

### Ejemplo 3

La empresa de telefonía celular TIGO envió un mensaje de texto con la siguiente promoción: ***“Hoy habla 15 minutos a Tigo hasta las 11:59 PM Por solo \$1200. Envía TIGO al 2555”***

¿Cómo problematizar este enunciado?

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems



## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

- ¿Cuál sería su utilidad en el aula de clase?
- ¿Cuál es la visión de modelación que está presente en las tareas auténticas?
- ¿Cuáles son las limitaciones de este tipo de “situaciones” en el aula de clase?

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

Se defiende el uso de *word problems* porque permite:

- la comprensión de los elementos clave en el enunciado/problema;
- la construcción de un “modelo matemático” de los elementos relevantes y las relaciones implicadas en el enunciado;
- trabajar a través del modelos matemáticos para derivar resultados matemáticos;
- Interpretar de los resultados que se desprende de una ejercicio de cálculo;
- evaluar si el resultado matemático es interpretado de manera adecuada y razonable;
- comunicar la solución obtenida de la problema original en el mundo real.

Verschafel et al. (2010)

## T1. Problemas en enunciados verbales / Word problems

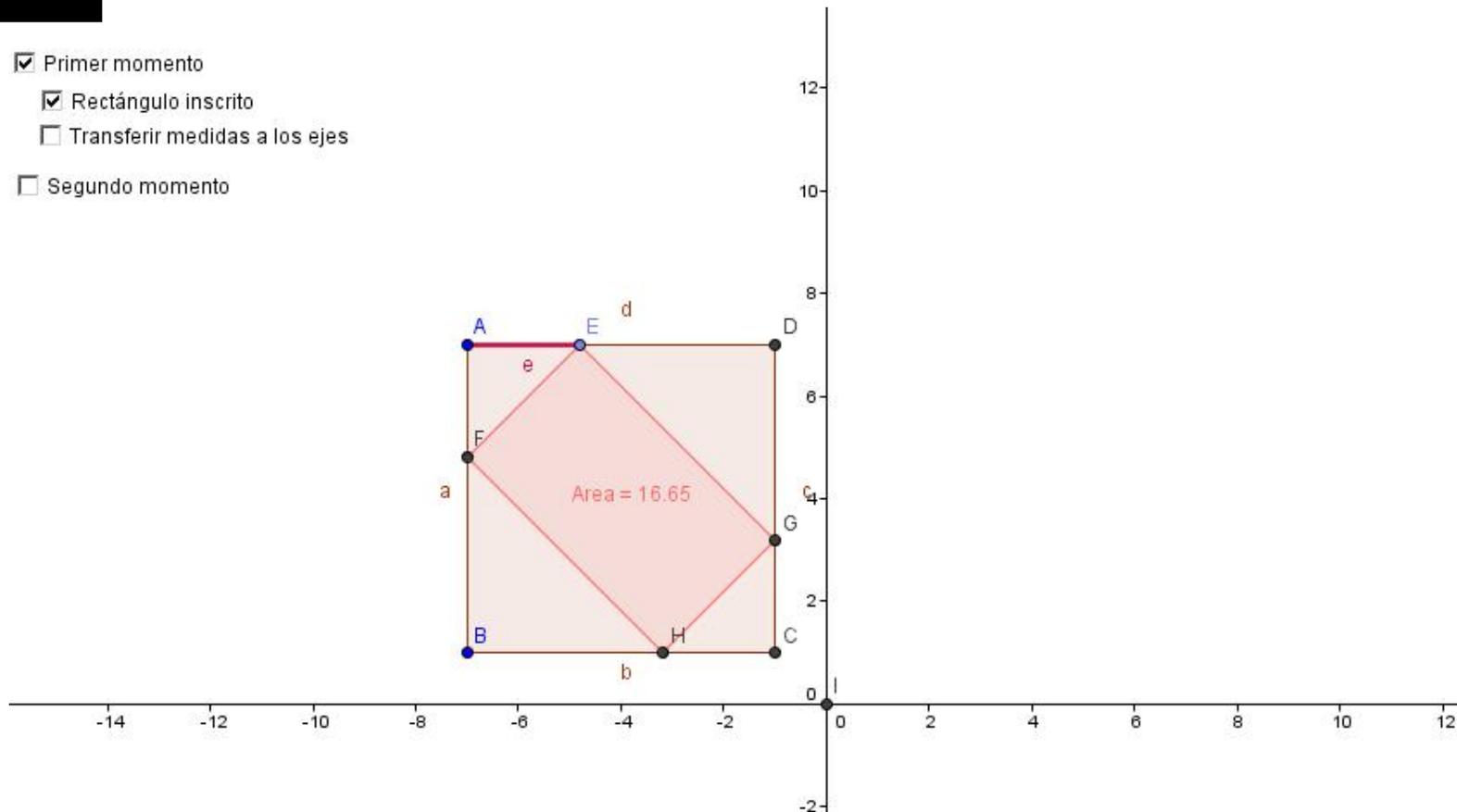
### Alcances y propósitos problemas *auténticos*

- Una visión de la “realidad” que trasciende la idea de situación “revestida” o estereotipada que, a veces, se presenta en los libros de texto.
- La atención, con frecuencia, está puesta en el desarrollo de habilidades y en el uso de la matemática para resolver asuntos clave en la situación.
- Por sus características puede ajustarse a currículos centrados en el desarrollo de competencias y contenidos.
- La visión de modelación presente está asociada recorrido del ciclo de la modelación.
- Pueden ser tareas “abiertas”

## T2. Construcción de Representaciones

### Ejemplo 1

- Primer momento
- Rectángulo inscrito
- Transferir medidas a los ejes
- Segundo momento



Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co

## T2. Construcción de Representaciones

# Modelación como construcción de presentaciones

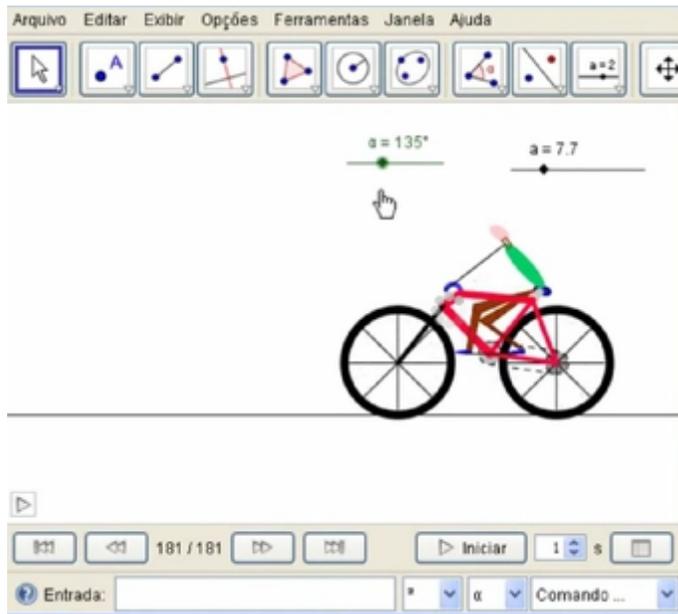
En lugar de discutir el vínculo entre dos prácticas aparentemente disímiles (prácticas escolares y el mundo profesional), sugerimos que se puede hacer mucho dentro de las matemáticas escolares para enriquecer la práctica actual de la modelación matemática con **el fin de aprender el contenido matemático y herramientas útiles de una manera significativa**, incluso cuando las prácticas profesionales "reales" aún no están plenamente incorporadas.

(Arcavi, 2008)

## T2. Construcción de Representaciones

### Ejemplo 2

Modelación como simulación de formas/fenómenos

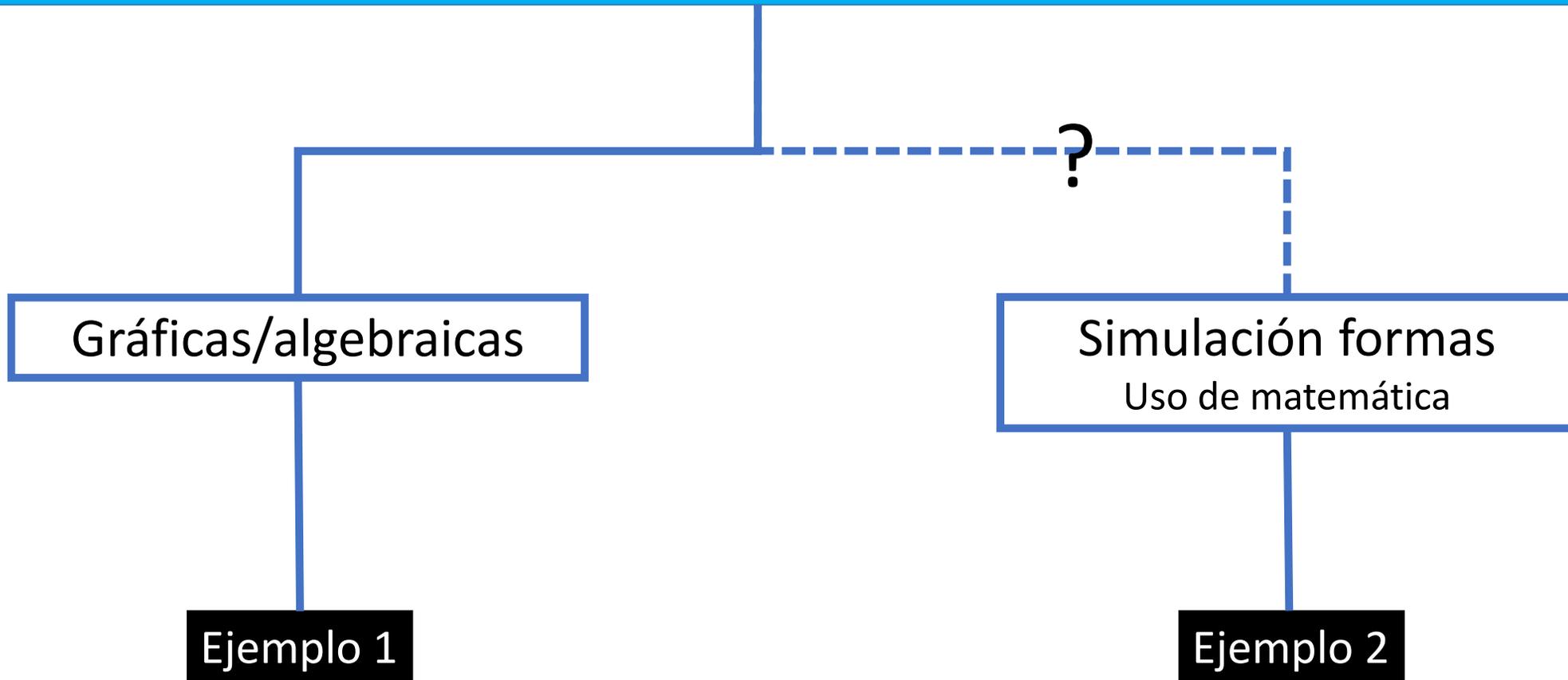


<https://www.youtube.com/watch?v=JSrgM8Tnq74>



Meier y Gravina (2012).

## T2. Construcción de Representaciones



## T2. Construcción de Representaciones

Algunos cuestionamientos sobre las tareas de modelación a través de gráficas y simulación de formas/fenómenos.

- ¿Cuál sería su utilidad en el aula de clase?
- ¿Cuál es la visión de modelación que está presente en las “la construcción representaciones gráficas”?
- ¿Cuáles son las limitaciones de este tipo de “situaciones” en el aula de clase?

## T2. Construcción de Representaciones

### Algunos acercamientos

- La modelación se entiende como una traducción o un movimiento entre dos “mundos”. Del mundo del “problema” a otro mundo más familiar como por ejemplo el mundo de los símbolos [matemáticos] (Arcavi, 2008).
- Este tipo de tareas se enfocan principalmente en el desarrollo de estrategias de simbolización, y representación de algunos fenómenos [e.g. La variación]
- El noción de realidad/fenómeno/mundo extramatemática pierde interés, para rescatar la actividad matemática misma. ¿Modelación Intramatemática?
- El uso de software dinámico para recrear el comportamiento de un sistema se hace fundamental para la experimentación, formulación y validación de conjeturas.
- Las diferentes acciones que se observan en la modelación como un proceso pierden interés para centrarse principalmente en la “traducción” entre los dos “mundos”.

## T3. Modelación a través de Proyectos

### Ejemplo 1

En una salida de campo en zona cafetera, el profesor de matemática pidió a sus estudiantes que observaran diferentes fenómenos que dieran cuenta de dependencia entre cantidades.

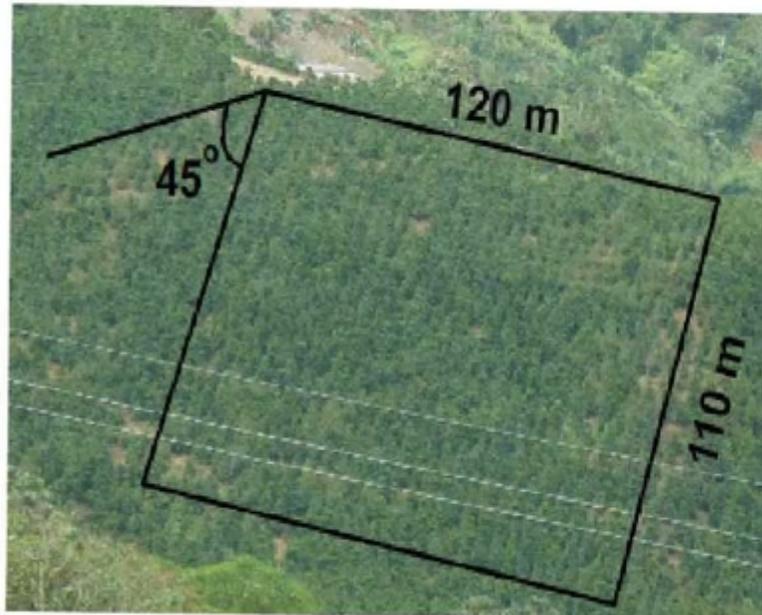
Entre tantas opciones apareció la afirmación  
***“la cantidad de árboles depende de la inclinación del terreno”***

## T3. Modelación a través de Proyectos

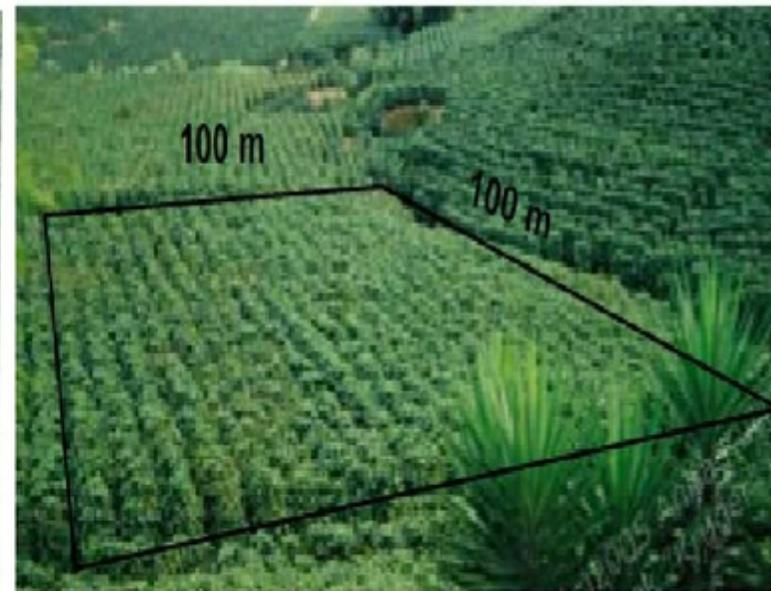
¿Cuál tipo de terreno podría ser mas apropiado para el cultivo?

¿Cuál tiene mayor capacidad de árboles?

### Terreno A



### Terreno B



Terreno cuadrado

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co

## T3. Modelación a través de Proyectos

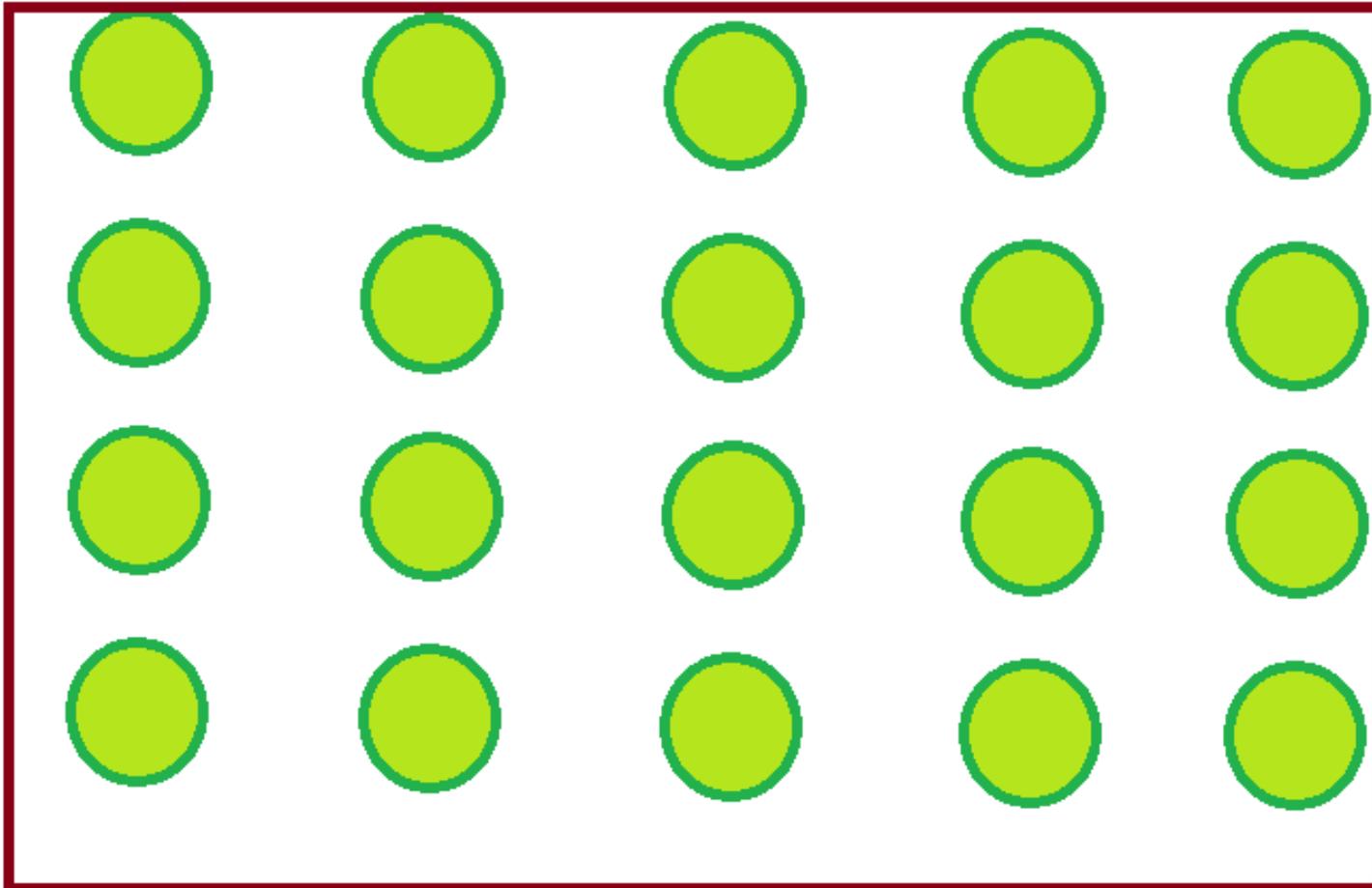


Cultivo dispuesto en bloques o parcelas de 11 surcos



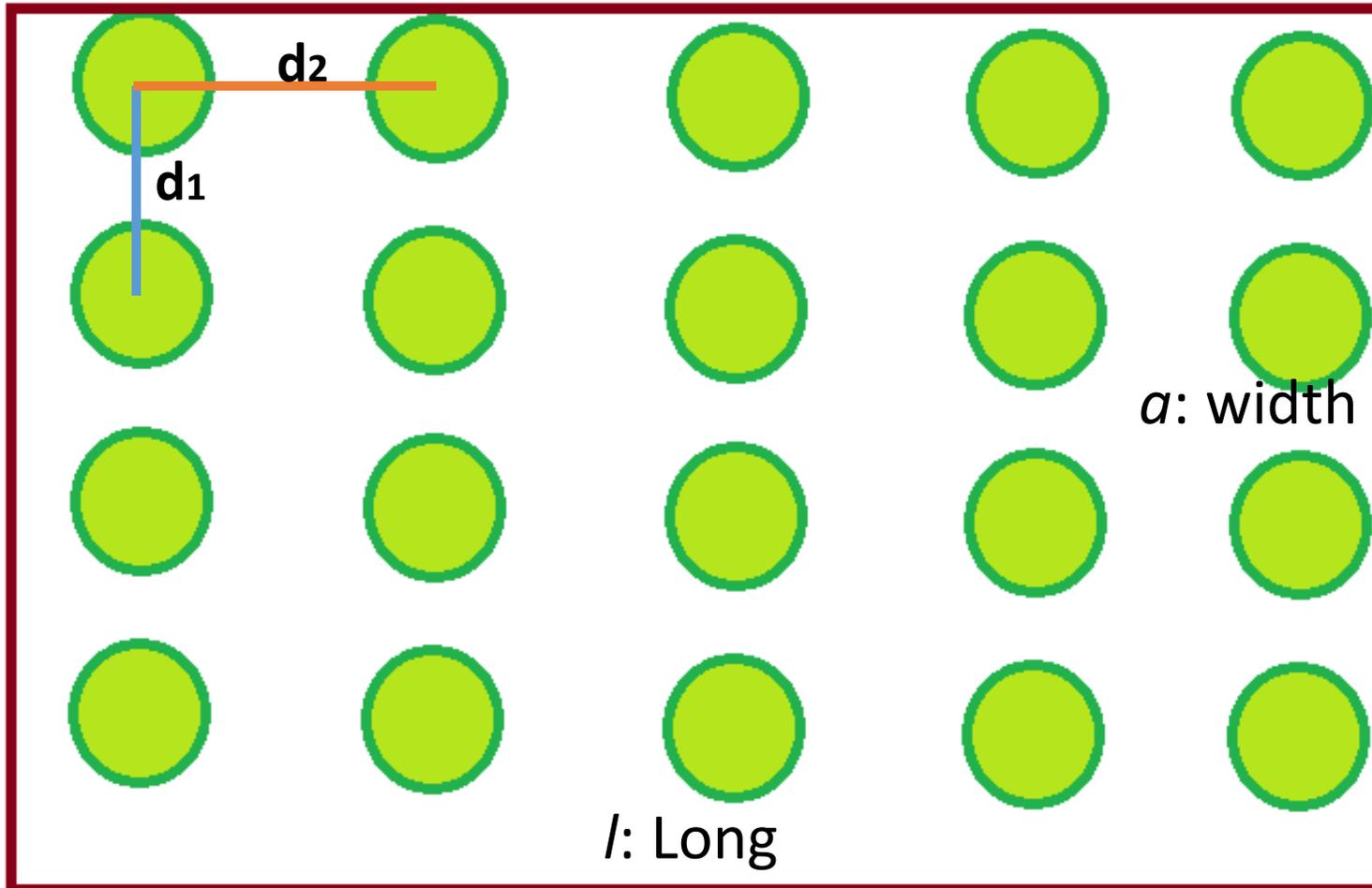
Cultivo dispuesto a través de la pendiente

## T3. Modelación a través de Proyectos



Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co

### T3. Modelación a través de Proyectos



Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co

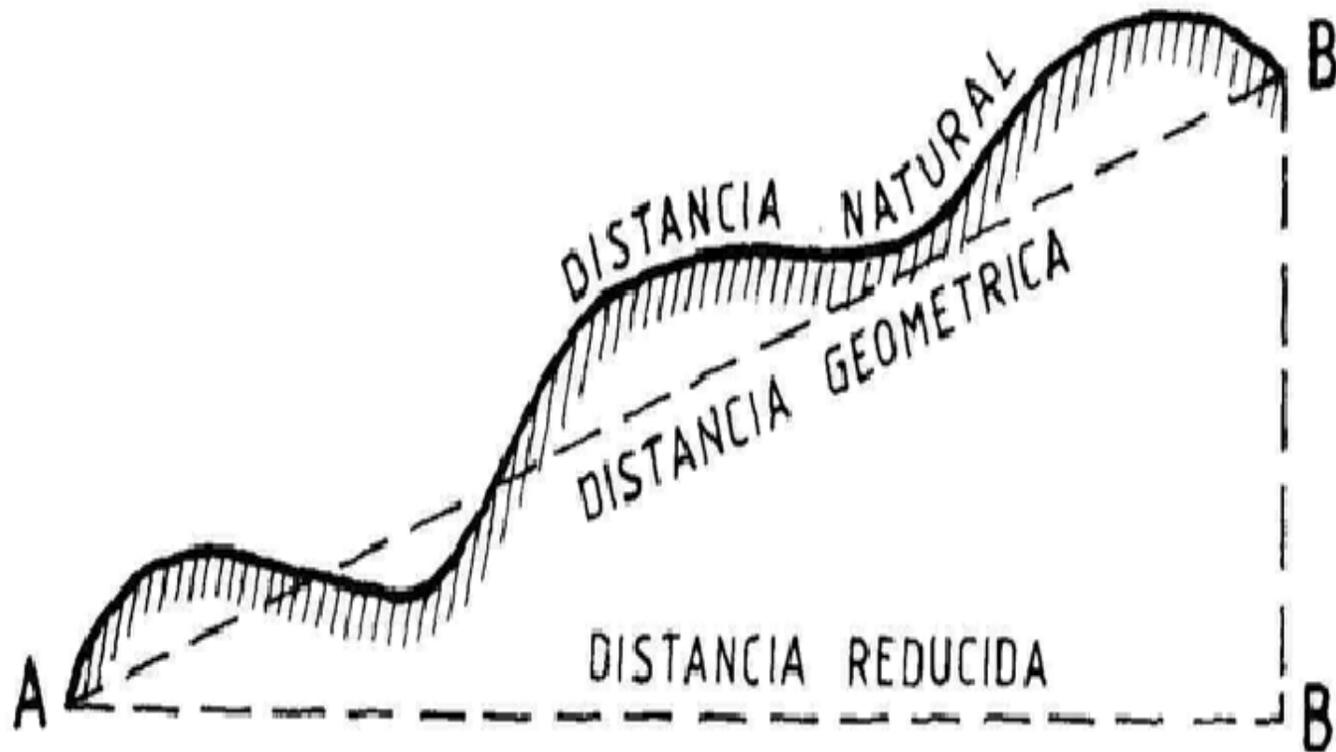
## T3. Modelación a través de Proyectos

Modelo de la cantidad de árboles en un terreno

$$\text{Cantidad de árboles} = \frac{a}{D_1} \cdot \frac{b}{D_2}$$

## T3. Modelación a través de Proyectos

### Otras comprensiones



(Carrasco y Riquelme, 2003, citado en Berrío, 2012)

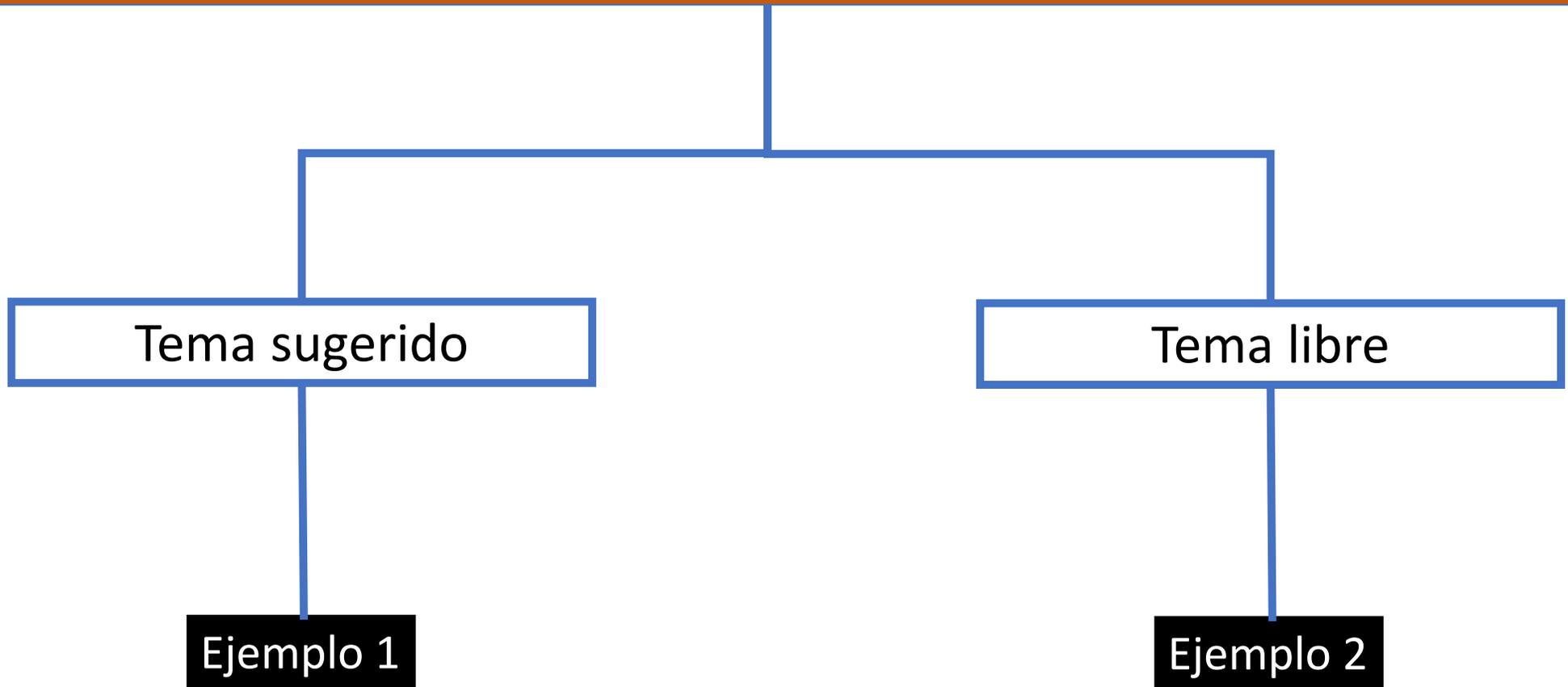
## T3. Modelación a través de Proyectos

### Ejemplo 2

**Un proyecto cuya temática es libre acorde con los intereses de los estudiantes.**

**La modelación matemática se puede ver como una estrategia para que los estudiantes indaguen/investiguen por algunos fenómenos o situaciones de interés.** (Borba y Villarreal, 2005)

## T3. Modelación a través de Proyectos



## T3. Modelación a través de Proyectos

- ¿Cuál sería su utilidad en el aula de clase?
- ¿Cuál es la visión de modelación que está presente en esta manera de hacer modelación?
- ¿Cuáles son las limitaciones de este tipo de “situaciones” en el aula de clase?

## T3. Modelación a través de Proyectos

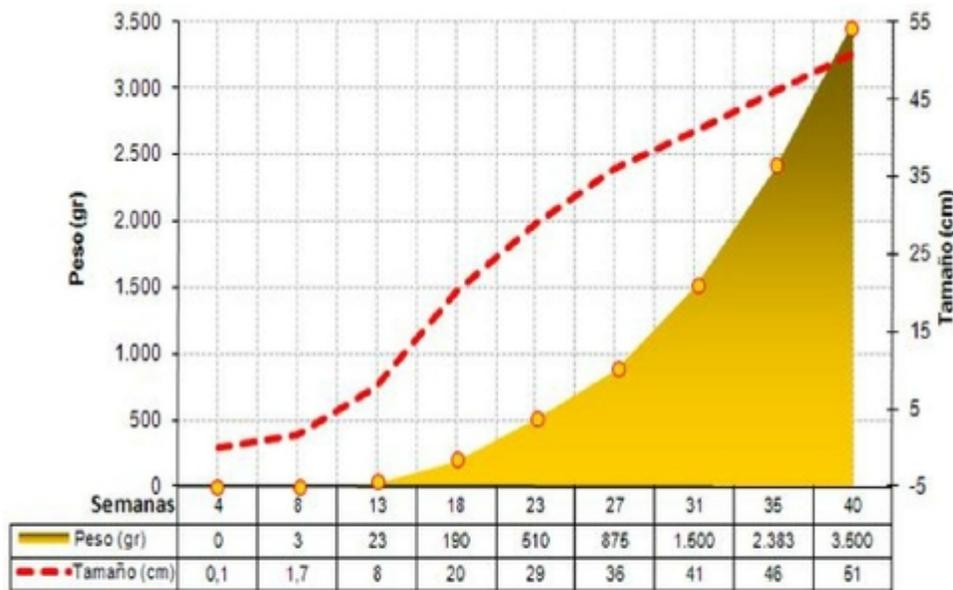
Para resaltar:

- La motivación e interacción de los estudiantes
- Experimentación y abstracción de relaciones
- Construcción de modelos
- Producción matemática a través del contexto
- Tomar decisiones y control de variables
- Visión de la matemática como “no acabada”, “producción de los estudiantes”.
- Aspectos críticos de la modelación matemática.
- Interdisciplinariedad
- Trabajo con expertos

# T4. Uso y análisis de modelos

## Ejemplo

## Crecimiento fetal



Semanas	Peso (gr)	Tamaño (cm)
4	0	0
5	0	0,1
6	0	0,3
7	0	1,1
8	0	1,7
9	0	2,4
10	5	3,4
11	10	4,3
12	16	5,7
13	23	8
14	43	14
15	70	15
16	100	16
17	140	18
18	190	20
19	240	22
20	300	25
21	360	26

Semanas	Peso (gr)	Tamaño (cm)
22	450	28
23	510	29
24	600	30
25	660	34
26	760	36
27	875	37
28	1.005	38
29	1.153	39
30	1.319	40
31	1.500	41
32	1.702	42
33	1.918	44
34	2.146	45
35	2.383	46
36	2.622	47
37	2.859	48
38	3.083	49
39	3.288	50
40	3.500	51

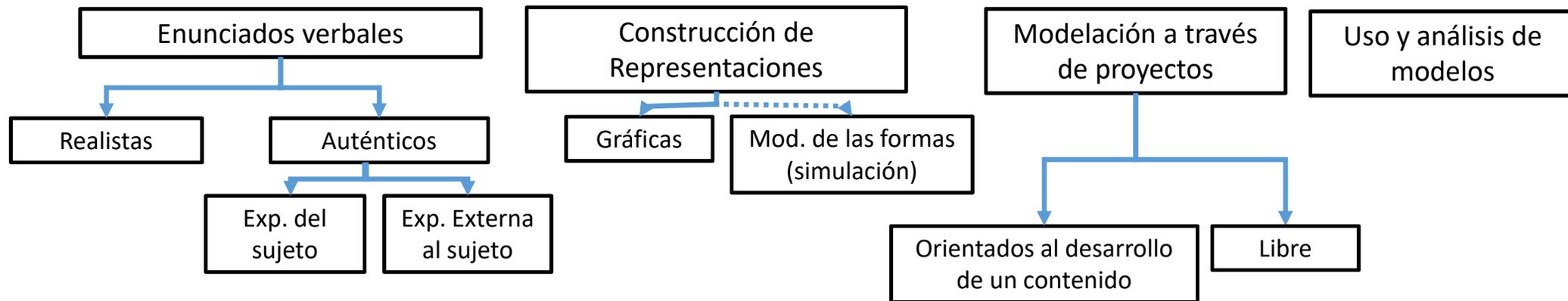
## T4. Uso y análisis de modelos

- ¿Cuál sería su utilidad en el aula de clase?
- ¿Cuál es la visión de modelación que está presente en esta manera de hacer modelación?
- ¿Cuáles son las limitaciones de este tipo de “situaciones” en el aula de clase?

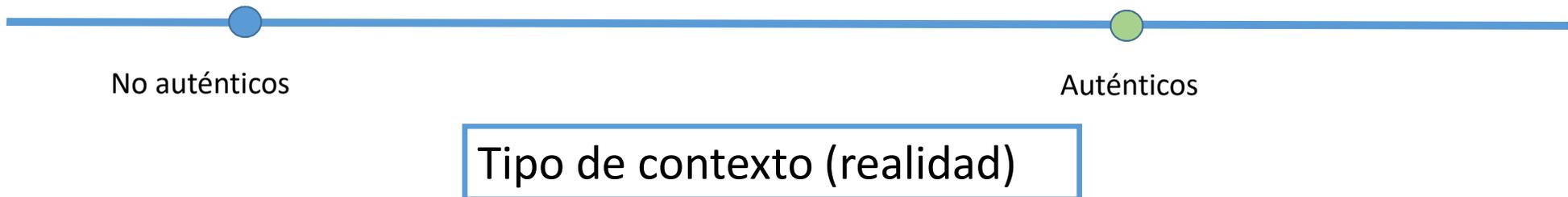
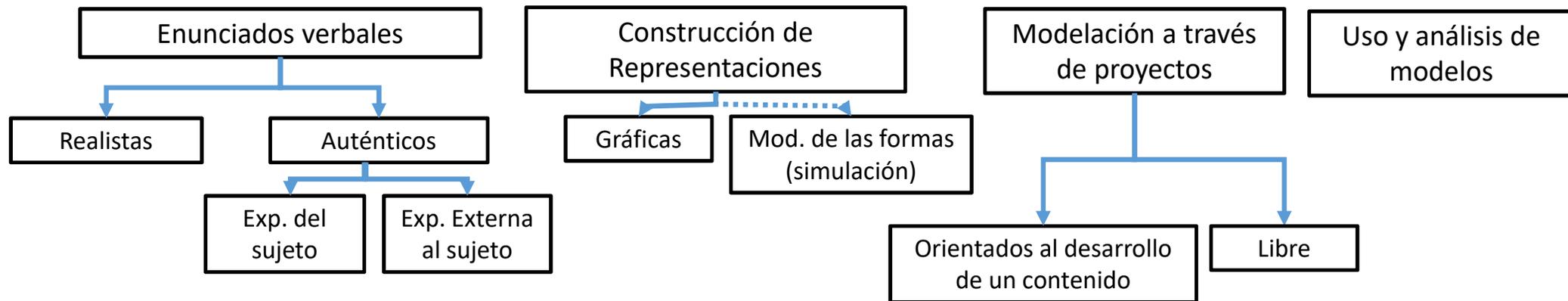
## T4. Uso y análisis de modelos

- Incorporan diversas acciones que forman parte de la modelación matemática, entre ellas:
  - el trabajo matemático
  - la confrontación del modelo con datos extraídos del contexto particular del estudiante
  - la proyección de la manera en que fue construido
  - reconocimiento de las limitaciones de los modelos y elaboración de conjeturas sobre posibles ampliaciones o extensiones del mismo.
  - el estudio de un fenómeno
  - estudio de las hipótesis (conjeturas) consideradas para la elaboración del modelo, comprensión de los aspectos que el modelo dice sobre el fenómeno y análisis de las limitaciones del modelo

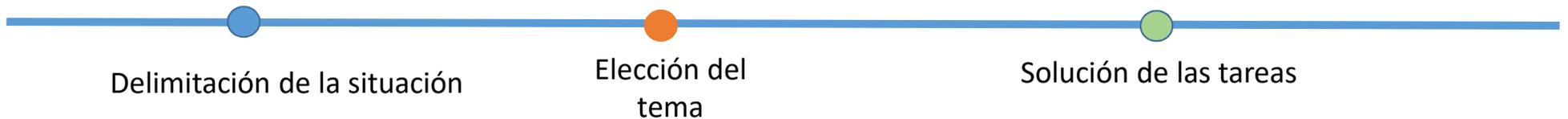
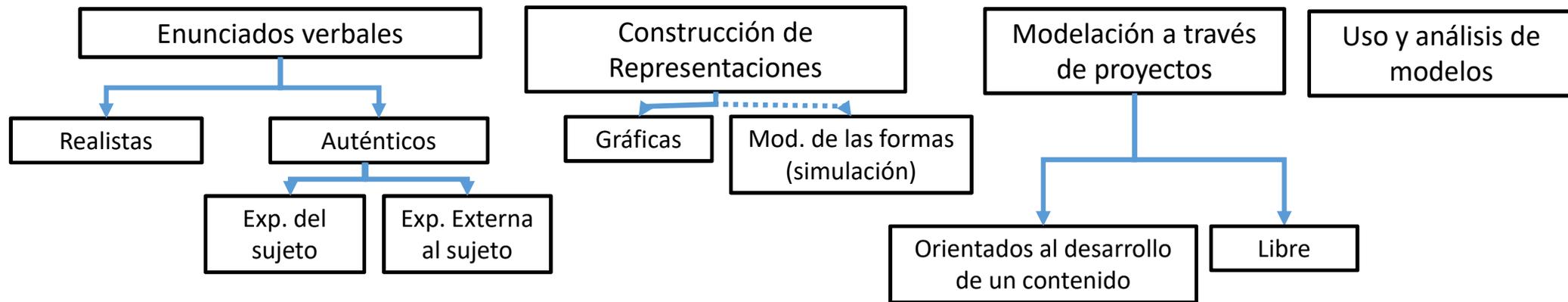
# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula

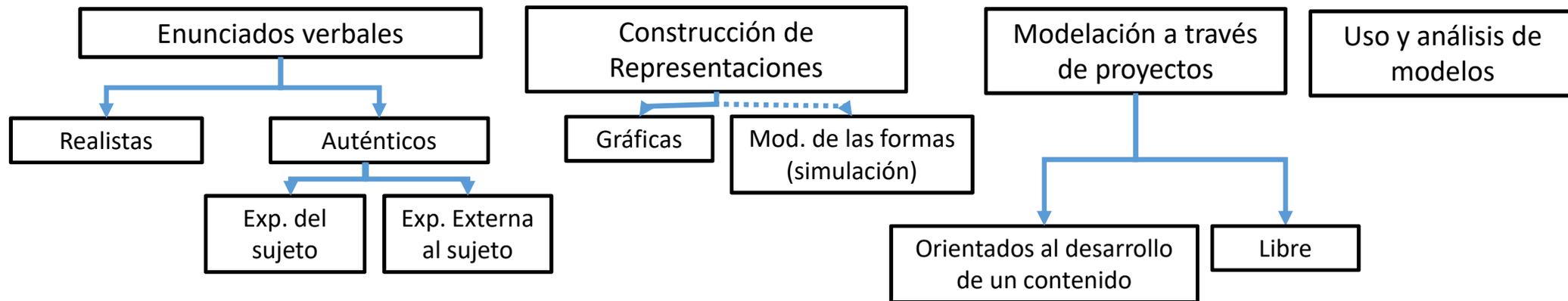


# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



Participación del estudiante

# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



Desarrollo Habilidades (¿Competencias?)  
¿Prod. de representaciones?

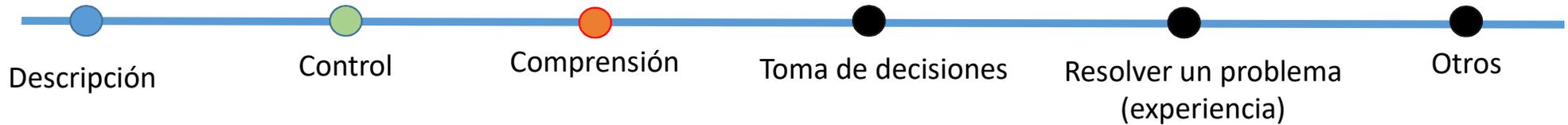
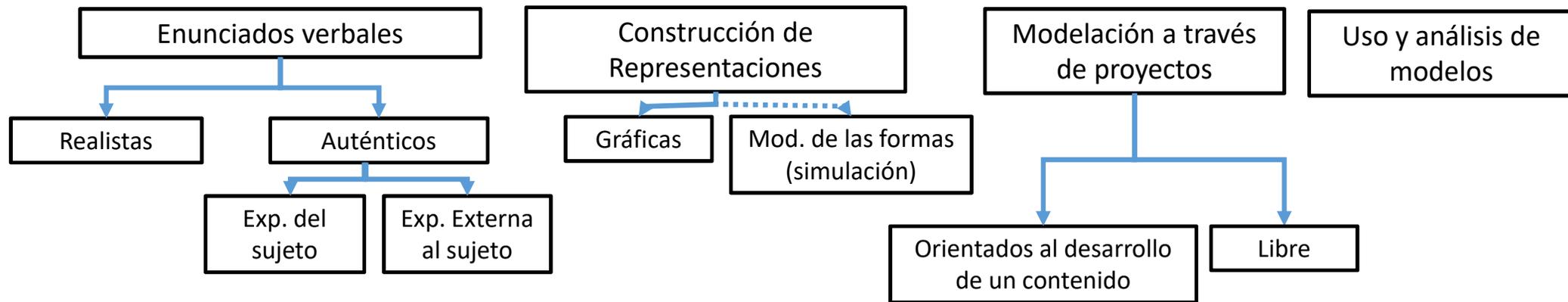
Uso/aplicaciones  
de la matemática

Aprendizaje de un  
contenido específico

Usos sociales,  
participación en la  
sociedad,  
"Comprensión del  
mundo"

**Aportes / propósitos**

# Tipos de tareas de modelación matemática para el aula



Alcances de la matemática  
en la situación



# Consideraciones finales

Jhony Alexander Villa-Ochoa  
jhony.villa@udea.edu.co

- ¿Qué es lo que subyace a todas esas maneras de hacer modelación en el aula?
- Proceso/ambiente de aprendizaje / competencia / estrategia/método de enseñanza.
- La modelación matemática al interior del aula no obedece a una comprensión homogénea.

- No todas las maneras de hacer modelación tienen los mismos propósitos y alcances.
- Los alcances de la modelación matemática en el aula de clase no son absolutos, por el contrario, están en correspondencia con las maneras en que se desarrolle y los ambientes en el que involucre.
- La modelación involucra a los profesores y los estudiantes en dinámicas diferentes que dependen de los propósitos con los que se vea la modelación en el aula.

¿Qué tipo de tareas desarrolla en sus clases?

Para ampliar:

Villa-Ochoa, J. A., Castrillón-Yepes, A., & Sánchez-Cardona, J. (2017). Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, 18(36), 219–251.

# Referencias

- Aravena, M.; Caamaño, C.; Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Relime*, 11(1), 49-92
- Arcavi, A (2008). Modelling with graphical representations. *For the learning Mathematics*. 28(2), 2-10
- Bonotto, C. (2007). How to replace word problem with activities of realistic mathematical modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and application in Mathematics Educations. The 14th ICMI Study* (pp. 185-192). New York: Springer.
- D'Ambrósio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa*, 31(1), 99–120.
- Giere, R. N. (1999). Using Models to Represent Reality. In L. Magnani, N. J. Nersessian & P. Thagard (Eds.), *Model-Based Reasoning in Scientific Discovery* (pp. 41-57). New York: Springer US.
- Guerrero, G. (2010). La noción de modelo en el enfoque semántico de las teorías (The Notion of Model within the Semantic Approach of Theories). *Praxis Filosófica* (31), 169-185.
- Kaiser, G. (2014). Mathematical Modelling and Applications in Education. In S. Lerman (Ed). *Encyclopedia of Mathematics Education*.(pp.396-404). Dordrecht: Springer

# Referencias

- Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2),96-112
- Meier, M. & Gravina, M. (2012). Modelagem no GeoGebra e o desenvolvimento do pensamento geométrico no Ensino Fundamental. *1ª Conferência Latino Americana de GeoGebra*. <http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/download/9583/7124>
- Verschaffel, L. D. ; De Corte, E. y Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modelling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7 (4), 339-359.
- Verschaffel, L., Van Dooren, W., Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2010). Reconceptualising word problems as exercises in mathematical modelling. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31 (1), 9-29.
- Villa-Ochoa, J. A., & Jaramillo, C. M. (2011). Sense of Reality through mathematical modeling. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling – Proceedings of ICTMA14*. New York: Springer.
- Villa-Ochoa, J. A., & Ruiz, M. (2009). Modelación en Educación Matemática. Una mirada desde los Lineamientos y Estándares Curriculares Colombianos. *Revista Virtual-Universidad Católica del Norte* (27), 1-21.
- Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C. A., Berrío, M., Osorio, J. A., & Ocampo, D. A. (2009). Sentido de realidad y modelación matemática. El caso de Alberto. *ALEXANDRIA. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 159–180.
- Villa-Ochoa, J. A. (2015). Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 8 (16), xx-xx. doi: 10.11144/Javeriana.M8-16.MMPE
- Villa-Ochoa, J. A. & Berrío, M. J. (2015). Mathematical Modelling and Culture. An Empirical Study. En Gloria A. Stillman, Werner Blum & María Sallet-Biembengut (eds.). *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*, chapter 19. New York: Springer.



Muchas gracias por su atención  
Jhony Alexander Villa-Ochoa  
[Jhony.villa@udea.edu.co](mailto:Jhony.villa@udea.edu.co)