

COMPONENTE

PENSAMIENTO NUMÉRICO

Análisis de la propuesta de estándares

CAPÍTULO **dos**

Jorge Castaño G. *jorgecastano@botmail.com*

Amparo Forero Sáenz. *amp2@Yahoo.com*

UNIVERSIDAD JAVERIANA

Filena Jiménez de Rodríguez. *SED, D.C.*

Marco Antonio Fería. *marcoferia@botmail.com*

SED, D.C.- ASOCIACIÓN ANILLO MATEMÁTICO

Este artículo tiene como función analizar los estándares relativos al pensamiento numérico. Para ello, como es obvio, en un primer momento, el grupo revisó los estándares incluidos en el sistema numérico y, posteriormente, buscó en otros sistemas y en las tres agrupaciones de procesos, otros estándares que estuvieran directamente ligados a lo numérico; de igual forma estudió las relaciones de los estándares incluidos en este sistema con los de otros.

El procedimiento seguido consistió en agrupar los estándares de este sistema al conjunto numérico al que hacen referencia (naturales, fraccionarios, enteros, racionales, irracionales, reales y complejos). Al interior de cada una de estas agrupaciones se definieron las siguientes categorías de análisis: tratamiento de la naturaleza de los números, construcción de diferentes significados del conjunto numérico, de sus operaciones y de sus relaciones; estudio de la estructura formal de los diferentes sistemas numéricos, algoritmos de las operaciones, procesos de estimación y relaciones con otros sistemas.

Una vez realizado este análisis y a partir de los datos obtenidos se hicieron inferencias sobre las ideas que subyacen a esta propuesta con relación al mismo concepto de estándar, a la naturaleza de la matemática, a su enseñanza y a su relación con los lineamientos curriculares.

En este artículo el orden de exposición es inverso al seguido para el análisis: primero se presentan unas observaciones generales producto del último momento del análisis, y posteriormente, se presentan los análisis específicos a los diferentes conjuntos numéricos; con esto se busca cumplir una doble función, sustentar las afirmaciones generales, a la vez que ofrecer un análisis más local y detallado.

Uno de los consensos ganado en la comunidad de “didáctica de la matemática”, en los niveles internacional y nacional, consiste en reconocer que la enseñanza del número en la escuela debe desplazarse de la enseñanza de hechos numéricos aislados hacia el desarrollo del pensamiento numérico; este hecho se encuentra en la literatura especializada expresado de distintas formas. El MEN lo ha señalado desde varios años atrás.

“El énfasis que ahora hacemos en el estudio de los sistemas numéricos es el desarrollo del pensamiento numérico... En esta propuesta vamos hablar de pensamiento numérico como un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no sólo éste, sino el sentido operacional, las habilidades y las destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los ordenes de magnitud, etc”. (MEN. Lineamientos Curriculares de Matemática, 1998). McIntosh (citado en el documento de Lineamientos) afirma que “el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una

persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en forma flexible para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”.

Numerosos estudios, desde perspectivas diferentes, han mostrado que los niños se hacen a valiosos y variados significados del sistema numérico de los naturales (los números, con sus operaciones y sus relaciones) cuando enfrentan situaciones de su vida cotidiana, significados que la escuela debe reconocer y comprometerse con ayudarlos a ampliar y profundizar.

Autores como Kamii y Brissiaud, desde perspectivas distintas, coinciden que la comprensión del número por parte del niño, es mucho más que el aprendizaje de la sucesión numérica y el aprendizaje de la lectura y escritura de los numerales, consideran que es ante todo el proceso de apropiarse de un sistema de signos como herramienta cultural en diferentes contextos, en los cuales los niños tengan que resolver problemas relativos a la comparación de la extensión de las cantidades de varias colecciones.

Trabajos de autores como Dickson, Lerner D., Kamii C., Orozco M. Brissiaud R. y Castaño J. muestran lo complejo que resulta para un niño el apropiarse de la idea de unidad relativa y lograr manejar de forma apropiada un sistema basado en diferentes unidades de valores diferentes.

De igual forma existen numerosos estudios descritos por Dickson, Vergnaud y Kamii en los que muestran como a los niños les resulta de gran dificultad hacerse a una comprensión y manejo adecuado de los algoritmos llamados “formales” o “universales” (las formas como los adultos hacemos las operaciones) de las operaciones básicas de la aritmética de los naturales y como conviene incentivar en un comienzo el aprendizaje de procedimiento no formales más cercanos a las comprensiones ganadas por los niños. Kamii muestra, con sobrada razón, que los procedimientos formales pone a trabajar a los niños sobre cifras, dificultándoles la construcción de una apreciación de la cantidad expresada por los numerales.

Aunque existen diferencias entre distintos autores en explicar los múltiples caminos por los cuales el niño accede a significados distintos de las operaciones básicas de las operaciones aritméticas, existe un acuerdo en la necesidad de que la escuela ofrezca en múltiples contextos, variadas oportunidades de modelar situaciones problemáticas con estas operaciones.

A nuestro parecer la propuesta de estándares desconoce estos estudios, pero es al lector con base en el análisis que se ofrece en este artículo, juzgar si esta propuesta se soporta en un requisito mínimo que debe exigirse a cualquier planteamiento que pretenda constituirse en un referente para el mejoramiento de la calidad educativa en un campo disciplinar específico de un país, cual es el ser construida sobre las comprensiones que la comunidad de expertos en la educación y didáctica en este campo ha ganado, como fruto de las investigaciones y debates realizados a lo largo de muchos años.

Observaciones de orden general

A partir del análisis hecho sobre la propuesta de estándares relativos al pensamiento numérico es posible hacer algunas afirmaciones de orden general. Como hemos dicho estas afirmaciones serán sustentadas precisamente a partir del análisis específico.

- La propuesta de estándares presentada por el MEN es un listado de temas, que muestra vacíos en términos de su estructura. Este listado no es completo y tiene carencias de coherencia y de continuidad de un grado a otro.
- Aunque el documento, en su parte introductoria, expresa que la formulación de estándares es un desarrollo de los lineamientos curriculares del área propuesto por el MEN, el análisis hecho obliga a afirmar que tal propuesta no logra la pretensión expresada, ya que no sólo en algunos casos la propuesta de estándares desarrolla los lineamientos en forma incompleta, sino que en otros, le es contradictoria.
- Algunos estándares se formulan de manera imprecisa, con poco rigor y poca exactitud desde el punto de vista disciplinar.
- A juzgar por la organización y la secuencia de los estándares relativos a este pensamiento, se puede afirmar que se desconoce el carácter estructural del cuerpo disciplinar de la matemática.
- En términos curriculares la propuesta de estándares desconoce la idea de currículo en espiral, idea ésta que es prácticamente consenso entre los estudiosos de la educación en general y muy especialmente en la matemática.
- Los estándares propuestos desconocen los procesos que siguen los niños en la construcción de los diferentes conceptos numéricos. En algunos casos se propone enseñar conceptos que desbordan por muchos las posibilidades cognitivas de los niños.
- Se puede afirmar que la propuesta de estándares mantiene la idea de un modelo pedagógico reproducciónista de la enseñanza. Se reduce la educación matemática a la enseñanza de definiciones, procedimientos y algoritmos.

Análisis Específico

Estándares vinculados con la comprensión del Sistema Decimal de Numeración (SDN)¹.

La propuesta no aborda el estudio del Sistema Decimal de Numeración como un sistema que demanda una comprensión lógica de parte del niño,

¹Se encuentran los siguientes estándares ligados a este aspecto. En primero a) Representa conjuntos de hasta 999 objetos, utilizando materiales concretos, b) Lee, escribe y ordena números hasta 999 y c) Reconoce los valores posicionales de los dígitos en un número de hasta tres dígitos. En segundo: a) Lee, escribe y ordena números de hasta cinco o más dígitos y b) Reconoce los valores posicionales de los dígitos de un número de hasta cinco (o más) dígitos. En tercero: Lee, escribe y ordena números de cualquier cantidad de dígitos.

sino como el simple hacerse a unas reglas sintácticas dirigidas a la lectura y escritura de los numerales. El valor posicional se reduce a “reconocer el valor posicional de los dígitos...”, hecho que es relativamente fácil de lograr desde una lógica elemental (significado aditivo de los numerales) y que no garantiza la adquisición de comprensiones más profundas del SDN, necesarias para operar con los números, para entender los algoritmos formales y para el manejo comprensivo de los sistemas de medición.

La propuesta de estándares vinculada con este aspecto específico considera agotado el estudio del SDN en el grado tercero, desconociendo que los estudios existentes sobre la construcción del sistema de numeración por parte de los niños, muestran que conviene hacer una mayor dosificación en su enseñanza, ya que una comprensión profunda demanda operaciones lógicas complejas a las que apenas empiezan a acceder los niños de los grados tercero y cuarto. No es que los niños no sean capaces desde temprana edad de aprender a leer y escribir números, este aprendizaje es relativamente sencillo, lo que no es sencillo es acceder comprensivamente a la lógica del sistema de numeración. Al respecto es muy ilustrativo ver trabajos citados por Dickson L., así mismo, se recomienda consultar los trabajos de Lerner D., Kamii C., Orozco M., Brissiaud R., Castaño J. y Poveda Mery.

Estándares relativos a la construcción de significado de las operaciones aditivas de los naturales (modelación de situaciones problemáticas)²

Sólo en el grado primero existen unos estándares que hacen referencia a la construcción de significado de la adición y sustracción. La adición como la acción de reunir y la sustracción como la acción de quitar. No existe, en ningún otro grado y en ningún otro campo estándares que exijan explícitamente ampliar y complejizar estos significados tan elementales, excepto porque en el campo de procesos (resolución de problemas) se hace referencia a que se espera que el niño resuelva problema que impliquen las operaciones de adición y sustracción. Si bien las acciones de reunir y separar son los puntos de partida para la construcción de un pensamiento aditivo, es un grave error reducir estas operaciones a significados tan elementales³.

En primero aparece un estándar que hace referencia a coordinar la adición y la sustracción “Modela, discute, y resuelve problemas que involucran la adición y sustracción, tanto por separado como simultáneamente”. Es

²Agrupados en el sistema numérico se encuentran los siguientes estándares que exigen de una ampliación del significado de las operaciones de adición y sustracción. En primero: a) Comprende el significado de la adición, reuniendo dos conjuntos de objetos, b) Comprende el significado de la sustracción, retirando uno o varios objetos de un conjunto de ellos, c) Comprende la relación que hay entre la adición y la sustracción, d) Modela, discute y resuelve problemas que involucran la adición y la sustracción, tanto por separado como simultáneamente.

³Error que es muy frecuente en la enseñanza primaria y que precisamente se refleja en la poca capacidad de los niños de poder modelar con la suma y la sustracción problemas que se salen un poco de los estereotipos escolares.

necesario distinguir problemas aditivos compuestos que suponen la combinación de las dos operaciones de suma y resta, que exigen una coordinación muy elemental de estas dos operaciones, cuando se hace de forma sucesiva, de aquellos problemas que exigen una coordinación más estrecha, como es el caso por ejemplo de los problemas aditivos compuestos inversos. Las coordinaciones que exigen este tipo de problemas son muy difíciles para los niños, por lo que resulta prematuro hacerlo en primero. Los estudios que se han realizados sobre el desarrollo del pensamiento aditivo muestran que este proceso es lento y se prolonga a lo largo de la primaria, que en especial los problemas aditivos compuestos inversos son muy complejos para los niños, que en el mejor de los casos, empiezan a ser comprendidos, en su versiones más sencillas, en grado tercero. Se recomienda consultar trabajos de Lerner, Gadino y Hojas Pedagógicas Rev. Alegría de Enseñar.

Estándares relativos a la construcción de significado de las operaciones Multiplicativas (modelación de situaciones problemáticas)⁴

La propuesta de estándares propone iniciar la multiplicación y la división en segundo, la primera, como suma abreviada y la segunda como repartición. Aunque en este caso se guarda cierta diferencia con lo aditivo, ya que aparecen dos estándares en tercero y cuarto (uno en cada grado) que permite suponer que los autores de la propuesta pensaron en la necesidad de ampliar los significados elementales de la multiplicación y división dados en grado segundo, sin embargo la propuesta en esta aspecto particular se queda corta; en tercero, se dice “reconoce distintos usos de la multiplicación” y en cuarto plantea “comprende diferentes significados de la multiplicación y la división”. Nos queda la pregunta: ¿cuando se habla de distintos usos de la multiplicación, se está pensando en significados distintos al de las agrupaciones y en el caso de la división, al de la repartición?

Este caso ilustra la falta de simetría de la que adolece la formulación de los estándares: mientras que a propósito de lo aditivo en primero hay un estándar que explicita la resolución de problemas aditivos compuestos (problemas que requieren combinar adición y sustracción), a propósito de lo multiplicativo no aparece un estándar semejante en los cinco grados de la primaria. Consultar Vergnaud, Dickson y Hojas Pedagógicas (revista Alegría de Enseñar)

⁴ Los estándares relativos a este aspecto son: En segundo • Modela o describe grupos o conjuntos con el mismo número de elementos y reconoce la multiplicación como la operación adecuada para encontrar el número total de elementos en todos los grupos o conjuntos • Reconoce la adición de sumandos iguales como una multiplicación y la representa con los símbolos apropiados. Identifica la división como la operación aritmética necesaria para repartir en partes iguales un número dado de objetos. En tercero: • Reconoce distintos usos de la multiplicación (para encontrar el área de un rectángulo, por ejemplo). En Cuarto: • Comprende diferentes significados de la multiplicación y división de números naturales y la relación que hay entre estas operaciones.

Estándares relativos a los algoritmos de las operaciones aditivas y multiplicativas en los naturales⁵

En primero se enuncia que los niños deben aprender a sumar y restar en el rango del 0-999. En segundo se habla de dividir números menores de 100 por una cifra, no aparece contemplado el algoritmo de la multiplicación. Se supone agotado el aprendizaje de los algoritmos de las operaciones de aritmética básica de los naturales en cuarto. En relación con lo multiplicativo en cuarto aparece el conocimiento de las tablas de multiplicar y sin embargo en tercero se hacen cálculos de multiplicaciones. Algo que caracteriza la propuesta en este punto es la ausencia de promover en los niños lo que se ha llamado procedimientos “espontáneos” de hacer cuentas, antes de acceder a los algoritmos universales, elemento fundamental para la comprensión del sentido numérico –en el que insiste el documento de lineamientos curriculares del MEN– y el desarrollo de la capacidad de hacer matemática.

Estándares relativos al estudio de la estructura de los conjuntos numéricos⁶

Se evidencia la ausencia de una intención de estudiar la estructura de los sistemas numéricos, en este sentido sólo hay una aproximación en tercero. No se encuentran estándares orientados a estudiar la estructura de los enteros, racionales y reales con las operaciones aditivas y multiplicativas. En los grados de secundaria sólo se hace referencia al estudio de algunas propiedades para el caso de la potenciación, sin que se alcance a tener una visión estructural. Así mismo como no se estudia la estructura de los conjuntos numéricos con relación a las operaciones, se descuida el estudio de la estructura de orden de estos conjuntos numéricos. El orden sólo aparece vinculado al tema de las inecuaciones.

Mientras no se estudian las propiedades de los sistemas numéricos de los naturales, enteros, racionales, reales y complejos, se propone hacerlo con los irracionales, precisamente en un conjunto numérico que no tiene una de las estructuras matemática básica, por no ser cerrado con relación a la adición y multiplicación. Revisar a Vasco.

⁵ Referidos a este campo específico se identifican los siguientes estándares. En Primero: Lleva a cabo la operación de la adición (con o sin reagrupación) de dos o más números de hasta tres dígitos, b) Lleva a cabo la operación de la sustracción (con o sin desagrupación), utilizando números de hasta tres dígitos c) En Segundo: a) Lleva a cabo la adición o la sustracción (con o sin agrupación), utilizando, b) números de hasta cinco (o más) dígitos, c) Compone y descompone números por medio de la adición, d) Divide números no mayores de 100 entre 2, 3, 4,... hasta 9 partes e indica el resultado y el residuo. En tercero: Hace cálculos con números naturales y aplica las propiedades...En Cuarto: a) Conoce las tablas de multiplicar (12x12) y lleva a cabo cálculos mentales sencillos, b) Suma, resta, multiplica y divide número enteros (naturales) con fluidez (con o sin calculadora. En quinto: a) Tiene habilidad para el cálculo mental, b) Utiliza calculadora en forma creativa.

⁶ Con relación a este campo en tercero: • Hace cálculos con números naturales y aplica las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para las operaciones básicas y en octavo: Reconoce las propiedades de los números irracionales.

Estándares relativos a la estimación

No se encuentra en el sistema de medidas una intención clara de trabajar la estimación como un eje que atraviese el currículo. Esto que es un consenso entre los educadores de matemática se diluye en la propuesta. En tercero y cuarto se hace referencia a la estimación de los resultados de las operaciones, pero esto no aparece en ningún otro grado.

Estándares relativos a los números fraccionarios y su representación decimal⁷

En este campo los estándares usan la expresión “fracción” y no “fraccionario”, lo que muestra el enfoque que se da al estudio de estos números. Es sólo un sistema de signos que tienen una sintaxis, que basta ser dominada para dominar el concepto.

Se propone iniciar el estudio en los fraccionarios en grado segundo y se extiende hasta sexto. En segundo se propone construir un significado como partidor y no existe ningún otro estándar en los siguientes grados, que tenga la intención de ampliar su significado. El concepto de equivalencia se reduce a procedimientos para obtener fraccionarios equivalentes: “reconoce y genera formas equivalentes de una fracción”. Este tópico desconoce, como ningún otro de lo numérico, los avances que en el país se han hecho a partir del documento de Vasco “El archipiélago de los fraccionarios”.

En relación con los números decimales, no es clara la conexión con los fraccionarios. El estudio de las representaciones decimales de los números racionales se inician en cuarto y se agotan en sexto. Cuando se revisan los sistemas de medida no hay estándares que explícitamente involucren representaciones decimales del valor de la medida de una magnitud.

Estándares ligados al sistema numérico pertenecientes a otros sistemas

En el grado noveno se encuentran estándares relacionados con el estudio de las progresiones aritméticas y geométricas, en décimo con las permutaciones y combinaciones y en undécimo con las sucesiones y series que nos parece hay más razones para incluirlos en el sistema variacional y el sistema de datos que al numérico. Seguramente las progresiones, las sucesiones y las series no se entienden como parte del pensamiento

⁷ Con relación a este campo se encuentran los siguientes estándares. En Segundo: Reconoce una fracción como parte de un todo e identifica sus partes (numerador y denominador). En Tercero: Identifica fracciones equivalentes. Compara y ordena fracciones comunes. Suma y resta fracciones con el mismo denominador. Comprende y halla el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de un conjunto de números naturales. En Cuarto: Reconoce un decimal y puede expresarlo en forma expandida (ejemplo: $2,31 = 2 + 3/10 + 1/100$). Escribe números como porcentajes, fracciones o decimales y realiza la conversión de unos a otros. Reconoce y genera formas equivalentes de una fracción. Reconoce fracciones propias, impropias y mixtas, y hace conversiones entre ellas. Compara fracciones. Suma y resta fracciones. compara decimales. Suma y resta decimales. En quinto: comprende la recta numérica y puede ubicar en ella números enteros, fracciones, decimales, negativos y porcentajes. Multiplica y divide fracciones. Multiplica y divide decimales. En sexto: Distingue entre números racionales e irracionales y da ejemplos de ambos.

variacional precisamente por las deficiencias que muestra el tratamiento de este sistema.

Bibliografía

- ACEVEDO M. y HUERTAS C (1999). *Una Mirada a la Aritmética de la Escuela*. Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- BRISSIAUD R (1989). *El Aprendizaje del Cálculo. Más allá de Piaget y de la Teoría de Conjuntos*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- BONILLA M. Y OTROS. (1999). *La Enseñanza de la Matemática Escolar y la Formación de Profesores*. Bogotá: Asociación Colombiana de Matemática Educativa.
- CASTAÑO J.(1991). *Construcción del Conocimiento Matemático del Niño de Grado Cero*. MEN.
- CASTAÑO J, NEGRET J.C, ROBLEDO A.M. (1990). *Construcción de la Estructura Aditiva Numérica en el Niño*. Universidad Javeriana.
- CASTAÑO J., NEGRET J.C., ROBLEDO A.M. (1991) y otros. *Un Marco para la Comprensión del Sistema Decimal de Numeración en el Niño*. Bogotá: Universidad Javeriana.
- CASTAÑO J. (1997-1998). *Hojas Pedagógicas*. Serie lo Numérico. MEN-FRB. Bogotá.
- CASTAÑO J. *Serie Descubro la Matemática. La Matemática con Fotín* (grado transición), *La Matemática con Robotín* (grado primero), *La Matemática con Dadina* (grado segundo) y *La Matemática con Pitagorín* (grado tercero)
- D AMORE B. *Problemas* (1997). *Pedagogía y Psicología de la Matemática en la Actividad de Resolución de Problemas*. Madrid: Síntesis.
- DICKSON L y otros.(1991) *El Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Labor.
- GADINO ALFREDO.(1996). *Las Operaciones Aritméticas, los Niños y la Escuela*. Río de la Plata: Magisterio.
- KAMII C (1984) *El Número en la Educación PREESCOLAR*.
- _____ (1985) *El niño Reinventa la aritmética*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- _____ (1994) *Reinventando la aritmética III*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- MAZA C. (1991) *Multiplicar y Dividir*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- _____ (1995) *Aritmética y representación*. Paidós.
- MEN (1998): *Lineamientos Curriculares*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- LERNER D. (1995) *La Matemática en la Escuela*. Buenos Aires: Aique.
- POVEDA MERY (2001) *Una Aritmética a la Medida de los Niños*. Bogotá: IDEP.
- SEGOVIA ISIDORO (1989) *Estimación en Cálculo y Medida*. Editorial Síntesis.
- VASCO C. (1994) *Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las Matemáticas*. Serie Pedagogía y Currículo. MEN.
- VERGNAUD G (1985) *El niño, las Matemáticas y la Realidad*. México: Trillas.